

УДК 519.71:517.938

ИССЛЕДОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЭТАПА СНИЖЕНИЯ САМОЛЕТОВ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ В ЗАДАЧЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ

© 2024 г. А. А. Голубева^{a, *}, Н. В. Куланов^{a, **}

^aФАУ ГосНИИАС, Москва, Россия

*e-mail: aagolubeva@gosniias.ru

**e-mail: kulanov_nv@gosniias.ru

Поступила в редакцию 17.08.2023 г.

После доработки 08.02.24 г.

Принята к публикации 13.05.24 г.

Решение задачи формирования высотно-скоростного профиля полета самолетов гражданской и военно-транспортной авиации на этапе снижения и оптимизации по экономическому критерию проводится с использованием динамической модели движения центра масс в вертикальной плоскости. В модели учитывается изменение массы самолета и систематическая составляющая скорости ветра. Аэродинамические характеристики самолета, его вес, а также высотно-скоростные и дроссельные характеристики двигателей приближены к современному типовому среднемагистральному самолету. Предложена классификация траекторий снижения. Для каждого типа таких траекторий определено множество параметров, однозначно характеризующих их свойства, и значения критериев качества, в которых рассматривается стоимость и затраты топлива. Проведена оценка влияния (релевантности) этих параметров на критерии и свойства траекторий. Сформулирована задача оптимизации этапа снижения с обеспечением заданного времени его выполнения. Получено необходимое и достаточное условия ее реализуемости. Рассмотрен пример решения этой задачи для типового среднемагистрального самолета.

Ключевые слова: оптимизация, этап снижение, система самолетовождения, вертикальная навигация

DOI: 10.31857/S0002338824050115, **EDN:** TDSJRY

RESEARCH AND OPTIMIZATION OF THE DESCENT PHASE OF CIVIL AVIATION AIRCRAFT IN THE VERTICAL NAVIGATION PROBLEM

A.A. Golubeva^{a, *}, N.V. Kulanov^{a, **}

^aMoscow, FAI GosNIIAS,

*e-mail: aagolubeva@gosniias.ru,

**e-mail: kulanov_nv@gosniias.ru

The solution of the problem of forming the high-altitude and high-speed flight profile of civil and military transport aircraft at the phase of descent and optimization according to the economic criterion is carried out using a dynamic model of the movement of the center of mass in the vertical plane. The model takes into account the change in the mass of the aircraft and the systematic component of wind speed. The aerodynamic characteristics of the aircraft, its weight, as well as the altitude-speed and throttle characteristics of the engines are close to a modern standard medium-haul aircraft. A classification of decline trajectories is proposed. For each type of such trajectories, many parameters have been defined that uniquely characterize their properties, and the values of quality criteria that consider the cost and cost of fuel. The influence (relevance) of these parameters on the criteria and properties of trajectories has been assessed. The task of optimizing the phase of descent with the provision of a given time for its execution is formulated. The necessary and sufficient conditions for its feasibility have been obtained. An example of solving this problem for a typical medium-haul aircraft is considered.

Keywords: optimization, descent, flight management system, vertical navigation

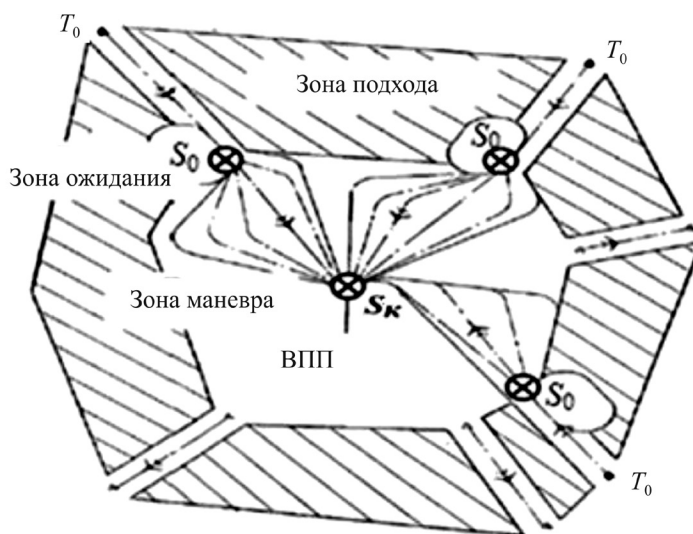


Рис. 1. Зона воздушного пространства аэропорта прибытия.

Введение. Будем считать, что этап снижения начинается в некоторый момент этапа крейсерского полета и заканчивается в точке начала встраивания траектории полета воздушного судна (ВС) в схему посадки на заданный аэродром, определяемую диспетчером системы управления воздушным движением (СУВД). Начальные условия этапа по значениям высоты H , скорости V или числа Маха (M) и веса ВС равны соответствующим значениям этапа крейсерирования. Конечные условия этапа задаются значениями конечной высоты H_0 и скорости V_{cas}^0 , определяемые начальными условиями точки встраивания в схему посадки.

На траекторию снижения, так же как и на траектории других этапов полета ВС, налагается ряд ограничений. Так, в соответствии с руководством по летной эксплуатации (РЛЭ) для каждого типа ВС предписана определенная последовательность снижения скорости в процессе уменьшения высоты. Кроме того, в ряде случаев требуется выдерживание отдельных геометрических свойств траектории снижения. Определенные ограничения накладывает рельеф местности, а также требования по воздействию на окружающую среду. Одним из важнейших требований к этапу снижения является требование диспетчера СУВД по времени прибытия в конечный пункт этапа снижения, каким выступает точка S_0 встраивания в схему захода на посадку (рис. 1).

Этот рисунок заимствован из работы [1] и схематично отражает основные зоны воздушного пространства аэропорта прибытия и характерные точки в них.

Как видно из рис. 1, в зоне аэропорта имеются три типа самостоятельных зон: подхода, ожидания с точкой S_0 и маневра. Здесь же отмечены коридоры прилета и вылета, а также некоторые виды траекторий маневрирования, обеспечивающие заданное время прилета ВС в начало взлетно-посадочной полосы (ВПП).

Рассматриваемый далее этап снижения, показанный на рис. 1 между точками T_0 , S_0 , называется этапом следования по маршруту прибытия или этапом снижения с эшелона. В общем случае полет здесь проходит под управлением диспетчера не по прямой линии, а через заданные поворотные пункты маршрута (ППМ). Диспетчер, в частности, задает время прибытия в точку S_0 . Это время может определяться по критерию минимального расхода топлива либо минимального воздействия на окружающую среду как со стороны конкретного самолета, так и всего множества порученных ему ВС.

Исследованию этапа снижения в последние 20 лет в связи с повышенным вниманием к проблемам экологии уделялось большое внимание в зарубежной и отечественной научно-технической литературе. Обсуждение и анализ предлагаемых там подходов к оптимизации этапа снижения и путей практической реализации их с учетом требований СУВД и РЛЭ заслуживают отдельного рассмотрения.

Здесь же отметим, что все множество приведенных в этих работах подходов к решению задачи можно разбить на три группы. Первая из них базируется на использовании принципа

максимума Понтрягина с традиционным [2, 3] или энергетическим подходом [4, 5] к построению модели движения ВС. Трудности в практической реализации такого подхода потребовали достаточно радикального упрощения моделей движения ВС с рассмотрением в качестве управляющих параметров угла наклона траектории, скорости полета или тяги двигателей. В силу этого такой подход обеспечивает выявление только достаточно общих свойств траекторий ВС, но не позволяет учитывать требования к ним со стороны РЛЭ и СУВД. Поэтому получаемые в этой группе работ результаты часто не находят применение в задачах разработки бортовых алгоритмов систем самолетовождения (ССВ).

Все множество таких требований позволяет учесть использование псевдоспектральных методов решения задач оптимизации полета ВС. Эти методы образуют вторую группу, к которой относятся работы [6, 7]. Являясь разновидностью прямых методов оптимизации, псевдоспектральные методы сводят задачу оптимизации к математическому программированию с достаточно большим количеством неизвестных, что потребовало разработки специального программного обеспечения для решения подобных задач [8]. Сравнение псевдоспектральных методов с другими прямыми методами показывает, что при той же численной точности они обеспечивают время вычислений по крайней мере на два порядка меньше, чем другие методы коллокации. Кроме того, для этих методов не является проблемой повышение размерности модели движения и наложение дополнительных ограничений на фазовый вектор состояния и управления. Конечно, неопределенность задания начального приближения для получения решения этими методами все равно имеет место.

Проблема их практического использования состоит в том, что авионика современных ВС не обладает вычислительными мощностями для реализации необходимого программного обеспечения, а электронные полетные планшеты, имеющие нужный вычислительный потенциал, не допускаются к подключению к бортовым системам управления. Однако в работах по воздушно-космической тематике методы псевдоспектрального оптимального управления находят практическое применение в ряде конкретных разработок организаций NASA и Роскосмос [9, 10]. Формально проблема использования псевдоспектрального оптимального управления в авиационных задачах может быть решена путем включения пилота в контур управления между планшетом и бортовой системой управления, но этот вопрос должен согласовываться с разработчиками РЛЭ, авиакомпаниями и организациями СУВД.

К третьей группе работ, связанных с построением вертикального профиля траекторий ВС, отнесем работы, в которых в качестве обязательного выступает безусловное выполнение требований РЛЭ и СУВД к реализуемым траекториям, а оптимизация по заданным критериям проводится только при выполнении этого требования. Это обстоятельство делает данную группу наиболее многочисленной по использованию результатов в практических разработках. В эту группу, в частности, входят публикации [11, 12]. В первой из них представлено исследование оптимизации траекторий летательных аппаратов на основе теории параметрической оптимизации и применение заранее заданных шаблонов траекторий. Шаблоны позволяют описывать траекторию с помощью небольшого числа непрерывных или дискретных параметров, значения которых могут быть выбраны для оптимизации заданного свойства траектории. В работе [12] показано, что использование стандартных процедур дает результаты, очень близкие к оптимальным по значениям критериев, что оправдывает их применение в реальной практике. При этом сами траектории, вообще говоря, могут значительно отличаться от оптимальных.

Данная статья является продолжением работ [13–15] и относится к третьей группе. Однако в ней нет цели получения какой-либо одной оптимальной траектории, а проводится исследование некоторой совокупности траекторий снижения и предлагаются методы их оптимизации с учетом более полной математической модели движения ВС.

Задача этих исследований — создание методической основы для разработки бортовых алгоритмов вертикальной навигации гражданской и транспортной авиации, обеспечивающих импортозамещение программного обеспечения создаваемых и перспективных ССВ. Такой подход предполагает максимальное использование в исследованиях реальных характеристик ВС и их двигателей, а также требований РЛЭ. Что касается требований СУВД, то они ввиду существенной зависимости от возможностей конкретных аэропортов будут учитываться только в общих чертах.

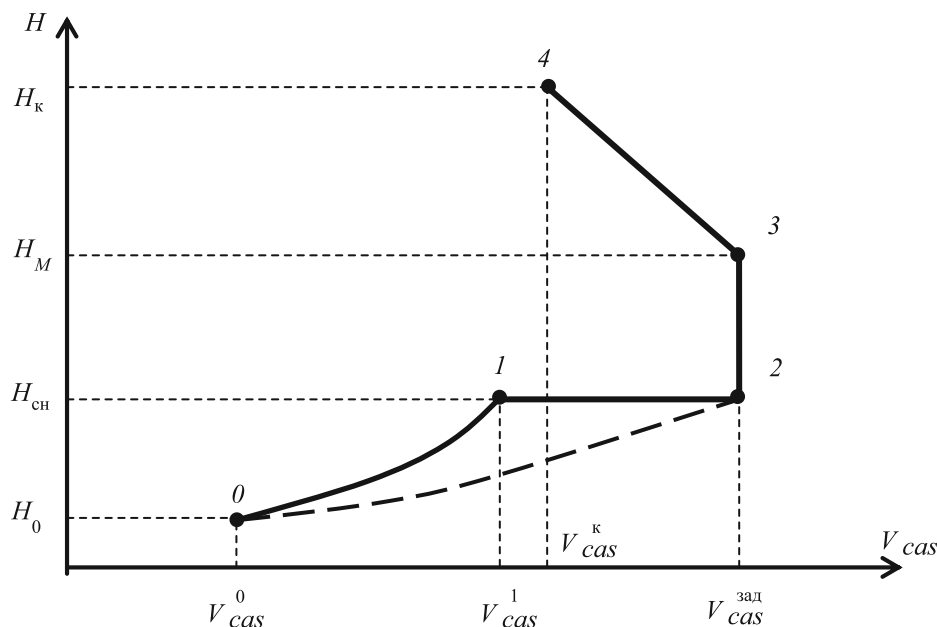


Рис. 2. Высотно-скоростной профиль полета ВС на этапе снижения.

1. Модель этапа снижения. Траектории снижения в РЛЭ различных ВС и в работах [2–9, 11, 12] обычно рассматриваются в координатах высоты H и дальности до конечной точки снижения S_0 . Однако более информативным является их отображение в координатах высоты H и калиброванной воздушной скорости V_{cas} , которую для сокращения будем называть приборной скоростью. Наибольший эффект такого подхода получается при построении траекторий снижения с применением заранее заданных шаблонов траекторий. В настоящее время в качестве таких шаблонов в ряде работ используются участки полета ВС с постоянными значениями высоты H , приборной скорости V_{cas} , воздушной скорости V , числа Маха M , угла наклона θ вектора воздушной скорости к плоскости горизонта, скорости снижения V_y и продольного ускорения a_x . При этом каждая конкретная траектория определяется набором заданных значений этих параметров.

Типичный вид высотно-скоростного профиля траектории снижения построенной с помощью шаблонов в координатах H - V_{cas} показан на рис. 2.

Здесь цифрами 0–4 обозначены характерные точки высотно-скоростного профиля полета: 4, 0 – начальная и конечная точки этапа; 3 – точка перехода с режима полета по числу Маха $M = M_{зад}$ на режим полета со скоростью $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$; 2 – точка перехода на участок горизонтального полета; 1 – точка достижения заданной скорости $V_{cas} = V_{cas}^1$. Пунктиром показан вариант без горизонтального участка полета.

В соответствии с этой схемой снижение ВС начинается в точке 4 (с координатами высоты крейсерования H_k и числа Маха $M = M_{зад}$) и продолжается до точки 3, где достигается значение приборной скорости, равное заданному значению $V_{cas} = V_{cas}^{зад}$. Далее происходит полет с постоянной приборной скоростью $V_{cas}^{зад}$ до заданной высоты $H_{сн}$ (точки 2). Здесь, в зависимости от того, производится непрерывное снижение или с участком горизонтального полета, реализуется полет ВС в конечные условия, определяемые точкой 0, или горизонтальный полет до значения $V_{cas} = V_{cas}^1$. Далее, в последнем случае, обеспечивается полет ВС в конечные условия.

Как можно видеть, весь этап снижения состоит из нескольких участков, какими в общем случае являются: участок снижения (4-3-2), участок торможения (2-1) и участок наведения (1-0). В варианте непрерывного снижения торможение и наведение на участке (2-0) могут реализовываться с последовательным использованием заданных значений $V_y^{зад}$ и $\theta^{зад}$ либо одного из них.

Назначение участков снижения и торможения понятно из их названий, а назначение участка наведения требует некоторого пояснения. Дело в том, что в конце этапа снижения

ВС должно оказаться в заданной точке S_0 и иметь заданные значения высоты H_0 и приборной скорости V_{cas}^0 . Выполнение этих условий должно обеспечиваться построением соответствующего управления на участках (1-0) или (2-0), поэтому они называются участками наведения.

Таким образом, предлагаемый способ отображения этапа снижения в координатах $H-V_{cas}$ позволил построить модель этапа в виде последовательного соединения участков снижения, торможения и наведения.

2. Сценарии этапа снижения. Как можно понять, показанная на рис. 1 схема этапа снижения не определяет полностью траектории снижения, так как не содержит информацию о высотном профиле полета на участке снижения и скоростном профиле на участках торможения и наведения. Простейшим способом описания высотного профиля является задание некоторых шаблонов его построения. В качестве таких шаблонов на участке снижения можно использовать значения угла наклона траектории θ либо вертикальной скорости V_y . На участках торможения и наведения в качестве шаблона скоростного профиля целесообразно применять значение продольного ускорения (торможения) a_x . Обоснованием такого выбора может служить достаточная простота измерения и обработки этого параметра системой управления ВС.

Заметим, что задание угла наклона траектории θ или вертикальной скорости V_y фактически служат ограничениями на высотный профиль полета ВС и могут определяться требованиями СУВД или рельефом местности. Выполнение этих требований, если они заданы, является безусловным и определяет тип траектории снижения, т.е. снижение с ограничением на высотный профиль или без ограничений. В то же время задание a_x не влияет на характер изменения высоты и диктуется выполнением соответствующих требований на условия комфортности для пассажиров ВС во время полета.

Анализируя все множество траекторий, порождаемых рассмотренными шаблонами, можно прийти к выводу, что оно разбивается на четыре подмножества, которые описываются диграфом (i, j) , где $i, j = 0, 1$. Здесь первый индекс определяет наличие ограничения высотного профиля на участке снижения, а второй — на участках торможения-наведения. Например: подмножество $(0, 0)$ — траектории с отсутствием ограничений по высотному профилю на всех участках снижения, т.е. траектории с непрерывным снижением (4-3-2-0); $(1, 1)$ — траектории с заданным значением $\theta = \theta_{зад}$ или $V_y = V_y^{зад}$ на участке снижения и участком торможения-наведения (2-1-0).

Последовательность выполнения режимов высотно-скоростного профиля полета с учетом обеспечения заданных ограничений на его составляющие будем называть *сценарием этапа снижения*.

При реализации любого сценария предполагается, что ВС перед началом снижения находится в установившемся горизонтальном полете, где вес ВС уравновешен аэродинамической подъемной силой, и сила тяги двигателей уравновешивает силу аэродинамического сопротивления. При сходе с траектории крейсерования на этап снижения происходит перевод двигателей на режим минимально допустимой тяги и система управления обеспечивает выполнение заданного сценария этапа снижения. Кроме того, полагаем, что интерцепторы (спойлеры) вводятся в действие только в том случае, если требуемый режим полета не реализуется при установленном минимальном значении тяги двигателей. А также что работа двигателей на режиме больше минимального с одновременным отклонением интерцепторов не допускается.

Обозначение (наименование) каждого сценария определяется диграфом (i, j) и указывает соответствующую последовательность режимов полета ВС.

В частности, в сценарии $(0, 1)$ реализуется следующая последовательность режимов:

- на участке снижения до высоты $H = H_{сн}$ обеспечивается отработка сначала числа Маха $M_{зад}$ и затем приборной скорости $V_{cas}^{зад}$ без условий на высотный профиль полета;
- на участке торможения (с ускорением торможения a_x) при полете на постоянной высоте $H = H_{сн}$ (т.е. задано условие на высотный профиль полета) происходит сначала уменьшение скорости до V_{cas}^1 , а затем снижение до конечной высоты $H = H_0$ с уменьшением скорости до значения ...

В сценарии $(1, 0)$ эта последовательность имеет следующий вид:

- на участке снижения до высоты $H = H_{сн}$ обеспечивается последовательная отработка сначала $M_{зад}$ и затем $V_{cas}^{зад}$ с выдерживанием на каждом из этих участков заданных углов наклона траектории к горизонту θ_M и θ_V соответственно;

– на участке наведения отсутствует условие на высотный профиль полета, поэтому происходит одновременное снижение скорости с ускорением торможения a_r и высоты до заданных конечных значений V_{cas}^0 и $H = H_0$.

В сценарии (0, 0) последовательность выглядит так:

- участок снижения аналогичен участку снижения сценария (0, 1);
- участок наведения аналогичен участку наведения сценария (1, 0).

Сценарий (1, 1) выглядит так:

- участок снижения аналогичен участку снижения сценария (1, 0);
- участок торможения аналогичен участку торможения сценария (0, 1).

Высотно-скоростные профили сценариев (0, 1) и (1, 1) отображаются на рис. 1 линиями, проходящими через точки 4-3-2-1-0, а сценариев (0, 0) и (1, 0) – через точки 4-3-2-0.

3. Задачи исследования. Критерии оптимальности. Необходимость в рассмотрении всей совокупности возможных способов этапа снижения диктуется тем, что различные аэропорты имеют разные загруженности и возможности по приему прибывающих ВС. Поэтому бортовые вычислители каждого ВС должны обеспечивать выполнение этапа снижения по различным траекториям, определяемым диспетчерами управления воздушным движением (УВД) в каждом конкретном случае.

В данной работе не ставится целью создание оптимального алгоритма управления ВС на этапе снижения по какому-либо заданному критерию, а делается попытка некоторой систематизации доступных по открытым источникам типов построения траекторий снижения, их классификации, определения перечня параметров этих траекторий, оценки релевантности параметров (степени влияния на значения выбранных критериев) и разработки методики оптимизации различных траекторий снижения.

Часть поставленной задачи, связанная с классификацией, выполнена выше и охватывает как традиционные способы построения этапа снижения, так и способы, основанные на реализации траекторий непрерывного снижения.

Из сказанного легко понять, что при заданных граничных условиях каждая траектория сценария (i, j) однозначно определяется некоторым набором параметров:

в сценарии (0, 1) такими параметрами являются:

$$V_{cas}^{зад}, H_{сн}, V_{cas}^1, a_r, \quad (3.1)$$

в сценарии (1, 1) –

$$V_{cas}^{зад}, H_{сн}, \theta_M, \theta_V, V_{cas}^1, a_r, \quad (3.2)$$

где θ_M, θ_V – значения углов наклона к горизонту вектора воздушной скорости на участках полета с заданными значениями числа M и скорости V_{cas} ;

в сценарии (0, 0) –

$$V_{cas}^{зад}, H_{сн}, a_r, \quad (3.3)$$

в сценарии (1, 0) –

$$V_{cas}^{зад}, H_{сн}, \theta_M, \theta_V, a_r. \quad (3.4)$$

Соотношения (3.1)–(3.4) дают ответ на вторую поставленную задачу, связанную с определением множества параметров, однозначно определяющих каждую траекторию снижения. В частном случае значения θ_M, θ_V могут совпадать. Отсюда видно, что любая траектория рассматриваемых сценариев задается значениями 3–6 параметров. Для решения задач, связанных с оценкой релевантности параметров и оптимизации траекторий, необходимо определить критерии оптимизации и построить модель движения ВС на этапе снижения.

В качестве критерия оптимальности будем рассматривать стоимость этапа снижения $C_{сн}$, которая складывается из стоимости затраченного топлива и стоимости времени этапа снижения, т.е.

$$C_{\text{сн}} = \int_0^{t_{\text{сн}}} (qC_{\text{топ}}^1 + C_{\text{вр}}^1) dt, \quad (3.5)$$

где $t_{\text{сн}}$ — время снижения; q — расход топлива в единицу времени; $C_{\text{топ}}^1$, $C_{\text{вр}}^1$ — стоимость единицы топлива и времени; $C_{\text{топ}}^1$, $C_{\text{вр}}^1$ рассчитываются в авиакомпаниях по соответствующим методикам и в общем случае зависят от маршрута полета. Если принять, что стоимость единицы топлива постоянна для рассматриваемого полета, то (3.5) можно записать в виде $C_{\text{сн}} = C_{\text{топ}}^1 \tilde{C}_{\text{сн}}$, где

$$\tilde{C}_{\text{сн}} = \int_0^{t_{\text{сн}}} (q + CI) dt. \quad (3.6)$$

Здесь $CI = C_{\text{топ}}^1 / C_{\text{вр}}^1$ называется *CostIndex* и имеет размерность переменной q , т.е. расхода топлива за единицу времени.

Из (3.6) видно, что правая часть этого соотношения имеет размерность расхода топлива за время полета, поэтому $\tilde{C}_{\text{сн}}$ может рассматриваться как приведенный (или обобщенный) расход топлива на интервале времени снижения. Учитывая прямую пропорциональность между значениями $C_{\text{сн}}$ и $\tilde{C}_{\text{сн}}$, в качестве критерия оптимальности обычно принимается приведенный расход топлива $\tilde{C}_{\text{сн}}$, определяемый соотношением (3.6). В значительной степени это связано с тем, что при $CI = 0$ критерием оптимальности становятся прямые затраты топлива.

Минимизация критерия (3.6) без дополнительных условий может служить целью реализации этапа снижения в аэропортах с низким трафиком прибытия. В противном случае, когда диспетчер воздушного движения упорядочивает вылеты и прилеты в реальном режиме времени, на первый план выступает требование выполнения снижения в заданный момент времени. Это требование выступает в качестве дополнительного условия при минимизации критерия (3.6).

4. Модель движения центра масс ВС на этапе снижения. Как и в работах [13–15], примем, что модель движения ВС на этапе снижения описывается системой уравнений (4.1). Эта модель учитывает изменение массы ВС и горизонтальную составляющую скорости ветра, но не учитывает форму и вращение Земли, что на реальных длительностях этапа снижения представляется несущественным:

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dT} &= T \cos \alpha_T - X_a - \Delta X_a - mg \sin \theta + q_c (V + U_B \cos \theta), \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= T \sin \alpha_T + Y_a + \Delta Y_a - mg \cos \theta - q_c U_B \sin \theta, \\ \frac{dH}{dt} &= V \sin \theta, \\ \frac{dL}{dt} &= V \cos \theta + U_B, \\ \frac{dm}{dt} &= -q_c, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где $\alpha_T = \alpha - \phi$, α , ϕ — угол атаки и угол установки двигателя относительно связанной оси ВС; V — воздушная скорость; θ — угол наклона к горизонту вектора воздушной скорости; H — высота; L — пройденная дальность; m — масса ВС; T — сила тяги двигателей ВС; Y_a , X_a — аэродинамические подъемная сила и сила сопротивления соответственно; ΔR — дополнительная сила сопротивления, создаваемая отклонением интерцепторов; U_B — горизонтальная систематическая составляющая скорости ветра; q_c — секундный расход топлива; g — ускорение силы тяжести.

Входящие в систему уравнений (4.1) силы X_a , ΔX_a , Y_a , ΔY_a определяются соотношениями:

$$X_a = c_{xa} S \frac{\rho V^2}{2}, \quad \Delta X_a = \Delta c_{xa} S \frac{\rho V^2}{2}, \quad Y_a = c_{ya} S \frac{\rho V^2}{2}, \quad \Delta Y_a = \Delta c_{ya} S \frac{\rho V^2}{2}, \quad (4.2)$$

где c_{xa} , Δc_{xa} , c_{ya} , Δc_{ya} – коэффициенты соответствующих аэродинамических сил; S – характерная площадь крыла ВС; ρ – плотности воздуха на высоте H .

Аэродинамические коэффициенты c_{xa} , c_{ya} в общем случае являются функциями большого числа переменных, однако в траекторных задачах принято использовать их балансировочные значения в виде функций:

$$c_{xa} = c_{xa}(\alpha, M), \quad c_{ya} = c_{ya}(\alpha, M). \quad (4.3)$$

Входящие в уравнения (4.1) сила тяги T и секундный расход топлива q_c обычно задаются таблицами или графиками:

$$\begin{aligned} T &= T(\delta, H_S, M, \Delta T^0), \\ q_c &= q_c(\delta, H_S, M, \Delta T^0) \end{aligned} \quad (4.4)$$

где M – число Маха; δ – эквивалент тяги, в качестве которого могут рассматриваться обороты турбины или компрессора высокого или низкого давления, положение рычагов управления двигателем РУД и др.; ΔT^0 – отклонение температуры наружного воздуха от стандартного для данной высоты значения; H_S – барометрическая высота.

В системе уравнений (4.1) фазовыми переменными являются V , θ , H , L , m , а функциями управления α , δ , на которые наложены ограничения –

$$\begin{aligned} \alpha_{\min} &\leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \\ \delta_{\min} &\leq \delta \leq \delta_{\max}. \end{aligned}$$

Отличием данной модели от модели, используемой в работах [13–15], служит присутствие в (4.1) слагаемого ΔR , связанного с отклонениями интерцепторов. Формально интерцепторы – дополнительные органы управления, и их отклонение δ_i можно рассматривать как дополнительную управляющую функцию в системе уравнений (4.1). Такая постановка вопроса имела бы место в задачах управления, но в данном случае нас интересуют только характер поведения и необходимый диапазон изменения ΔC_{xa} , обеспечивающие выполнение заданных режимов полета ВС на этапе снижения. Поэтому в системе уравнений (4.1) в качестве функций управления оставим только α , δ , а ΔC_{xa} будем рассматривать как некоторый параметр этой системы.

5. Реализация режимов моделирования сценариев. Анализируя все множество траекторий в сценариях (i, j) , где $i, j = 0, 1$, видим, что для их реализации необходимо разработать следующую совокупность законов управления моделью (4.1)–(4.4) движения центра масс ВС:

- 1) отработка заданного значения числа Маха $M = M_{\text{зад}}$;
- 2) отработка заданного значения приборной скорости $V_{\text{cas}} = V_{\text{cas}}^{\text{зад}}$;
- 3) отработка заданного значения ускорения торможения воздушной скорости $dV/dt = -a_r$;
- 4) отработка заданного значения высоты полета $H = H_{\text{зад}}$;
- 5) отработка заданного угла наклона вектора воздушной скорости к горизонту $\theta = \theta_{\text{зад}}$;
- 6) отработка числа Маха $M = M_{\text{зад}}$, приборной скорости $V_{\text{cas}} = V_{\text{cas}}^{\text{зад}}$ и ускорения торможения $-a_r$ с одновременной отработкой $\theta = \theta_{\text{зад}}$;
- 7) одновременная отработка заданного закона изменения воздушной скорости и высоты полета $H = H_{\text{зад}}$.

В модели движения ВС для реализации этих законов имеется три управляющие функции: угол атаки α , отклонение органа управления двигателем δ и приращение ΔC_{xa} коэффициента силы аэродинамического торможения за счет отклонения интерцепторов. В каждом сценарии (i, j) должны быть определены законы формирования α , δ и ΔC_{xa} . Рассмотрим методику решения этого вопроса при реализации рассматриваемых сценариев.

5.1. Участки снижения по сценариям $(0, j)$, $j=0, 1$. Здесь требуется реализовать законы управления 1), 2) при выполнении ограничений на управляющие функции $\alpha(t)$ и $\delta(t)$ при неотрицательном значении ΔC_{xa} . В данном случае имеет место ситуация, когда нужно обеспечить заданное изменение одного параметра движения ВС ($M=M_{\text{зад}}$ либо $V_{cas}=V_{cas}^{\text{зад}}$) при наличии двух управляющих воздействий $\alpha(t)$, $\delta(t)$ и $\Delta C_{xa} \geq 0$. Для выполнения требуемого режима полета можно одну из управляющих функций зафиксировать, а для другой искать соответствующий закон управления.

При таком подходе вопрос заключается в следующем: с помощью какого канала управления, угла атаки или тяги двигателя более целесообразно получать заданный режим движения модели? Очевидно, что следует принять вариант управления углом атаки $\alpha(t)$ при фиксированном положении $\delta(t)$. Таким образом, проблема свелась к случаю, когда имеется одна управляющая функция $\alpha(t)$ и одна фазовая переменная M (или V_{cas}), которая должна изменяться заданным образом.

При решении подобных задач обычно используют методы пропорционально-интегрально-дифференциальных (ПИД) регуляторов [16] либо методы решения обратных задач динамики [17]. Как показали исследования, ввиду нелинейности модели и значительного изменения высоты и скорости на этапе снижения, использование ПИД-регуляторов приводит к необходимости подстройки соответствующих коэффициентов. Учитывая, что конечной целью исследования служит получение универсальных алгоритмов для бортовых вычислителей, данное обстоятельство не позволяет принять метод ПИД-регуляторов в качестве рабочего для решения рассматриваемой задачи.

Достаточно универсальным является метод решения обратных задач динамики, что показано в работе [17] на примере этапа набора высоты. Этот метод сводит задачу к решению на каждом шаге интегрирования одного нелинейного уравнения, неизвестным в котором будет значение $\alpha(t)$. Большое разнообразие существующих итерационных методов решения этой задачи дает возможность выбрать среди них тот, который удовлетворяет требованиям разработчика. Формально в итерационных методах имеется проблема выбора начального приближения. Однако достаточно узкий диапазон возможных значений $\alpha(t)$ позволяет в каждом конкретном случае определить требуемое начальное приближение и получить решение задачи за 1–3 итерации.

5.2. Участки снижения по сценариям $(1, j)$, $j=0, 1$. В этих сценариях на траектории снижения накладываются два условия: выдерживание заданной скорости (M или V_{cas}) и угла θ наклона воздушной скорости к горизонту. Метод обратных задач динамики здесь приводит к необходимости совместного решения на каждом шаге интегрирования двух нелинейных уравнений относительно $\alpha(t)$, $\delta(t)$, и опять встает проблема получения начального приближения. Его можно найти путем разложения нелинейностей в ряд Тейлора до третьей степени по α и свести задачу к решению двух алгебраических уравнений. Методической основой для этого служит теория исключений [18], позволяющая сформулировать необходимое и достаточное условие единственности решения этой системы. Как показывают исследования, такое начальное приближение оказывается достаточно близким к решению исходной нелинейной системы, решение которой получается после 1–2 итераций методом Ньютона.

5.3. Участки торможения-наведения по сценариям (i, j) , $i, j=0, 1$. Как следует из описания сценариев, на этих участках всегда требуется обеспечить управление по двум параметрам: $a_r=a_r^{\text{зад}}$ и $H=H_{\text{зад}}$ либо $\theta=\theta_{\text{зад}}$. Здесь также использование метода решения обратных задач динамики в сочетании с методами теории исключений позволяет найти необходимые законы управления для угла атаки $\alpha(t)$ и отклонения РУД $\delta(t)$ при $\Delta c_{xa} \geq 0$.

6. Анализ релевантности параметров траекторий. Как отмечалось, под релевантностью параметра будем понимать значимость, существенность, степень влияния его на какие-либо характеристики траектории либо значения критериев. Оценка релевантности конкретного параметра проводится следующим образом.

1. Назначаем интересующие нас характеристики траектории или критерии. В качестве таковых примем значение расхода топлива (I_T), время снижения (I_T) в конечные условия и дальность (I_L), пройденную ВС на этапе снижения.

2. Выбираем один из параметров P множества (3.1)–(3.4) в качестве испытываемого и задаем-ся интересующим нас диапазоном его изменения $P_{\min} \leq P \leq P_{\max}$.

3. Разбиваем этот диапазон точками $P_i, i = \overline{1, N}$, на равные интервалы.

4. Принимаем для остальных параметров некоторые «стандартные» значения, которые определены в РЛЭ или являются типичными для рассматриваемого ВС. В качестве таких «стандартных» далее были приняты: $M_{зад} = 0.8$, $V_{cas}^{зад} = 290 kt$, $H_{сн} = 3$ км, $V_{cas}^1 = 150 kt$, $\alpha_r = 0.1$ м/с² (здесь и далее kt = узел/ч).

5. При выбранном P и остальных «стандартных» значениях параметров реализуем (путем интегрирования системы уравнений (4.1)–(4.4)) соответствующую траекторию полета ВС. Для этого на каждом участке этапа снижения в соответствии с п.5 разрабатываются алгоритмы формирования управлений $\alpha = \alpha(t)$ и $\delta = \delta(t)$ при $\Delta C_{\lambda a} \geq 0$, обеспечивающие выполнение выбранного типа траектории.

6. В результате интегрирования системы (4.1) находим значения расхода топлива $I_T(P_i)$, времени $I_t(P_i)$ и дальности $I_L(P_i)$ для выбранного параметра P .

7. Такие расчеты проводим для всех $P_i, i = \overline{1, N}$, и получаем массивы значений расхода топлива, времени и дальности.

8. Обработкой этих массивов определяем численные значения отдельных характеристик, таких как:

- средние значения расхода топлива $\bar{I}_T$, времени $\bar{I}_t$ и дальности $\bar{I}_L$;
- диапазон изменения значений расхода топлива ΔI_T , времени ΔI_t и дальности ΔI_L ;
- относительный диапазон изменения (процентное выражение отношения диапазона к среднему значению) расхода топлива δI_T , времени δI_t и дальности δI_L .

Для простоты анализа проведенного исследования результаты его сведены в табл. 1 для траекторий типа $(0, i)$ и табл. 2 (для траекторий типа $(i, 0)$).

Рассматривая в целом все типы траекторий можно сделать два основных вывода.

В каждом типе траекторий имеется набор некоторых параметров, за счет которых можно изменять длительность этапа снижения на несколько минут и протяженность его в пределах нескольких десятков километров.

Наибольшие возможности по изменению параметров этапа снижения имеют траектории без ограничений высотного профиля на участке снижения, т.е. траектории типа $(0, j)$, где вариации по времени достигают значений порядка 10 мин и вариации по протяженности порядка 90 км.

Анализ результатов исследования траекторий типа $(0, j)$, приведенных в табл. 1, показывает:

- наиболее релевантными параметрами по значениям дальности и времени снижения являются ускорение торможения a_r и высота снижения $H_{сн}$;
- выполнение торможения с использованием горизонтального участка увеличивает расход топлива на 20–30 кг;
- вариации значения приборной скорости на участке снижения практически (с точностью 0.2–0.3%) не влияют на длительность этапа снижения и приводят к изменению дальности в пределах 9.5 км;

Таблица 1. Сводка результатов исследования релевантности параметров на траекториях типа $(0, 0)$ и $(0, 1)$

Тип траектории			(0, 0)			(0, 1)		
Параметр	Диапазон	Критерий	$\bar{I}$	Δ	$\delta, \%$	$\bar{I}$	Δ	$\delta, \%$
V_{cas}	271–301 kt	Топливо I_T	307.23	34.29	11.16	335.99	51.76	15.41
		Время I_t	1416.91	3.08	0.22	1412.33	3.86	0.27
		Дальность I_L	257.17	9.50	3.69	256.60	9.36	3.65
a_r	0.05–0.15	Топливо I_T	331.72	263.82	79.53	346.60	230.81	66.59
		Время I_t	1478.36	670.10	45.33	1473.66	666.80	45.25
		Дальность I_L	264.11	95.25	36.07	263.53	94.89	36.01
$H_{сн}$	1–6 км	Топливо I_T	301.50	114.53	37.99	324.21	82.13	25.33
		Время I_t	1401.75	309.40	22.07	1397.46	312.53	22.36
		Дальность I_L	252.18	51.86	20.57	251.64	52.28	20.78
V_{cas}^1	230–270	Топливо I_T				324.64	29.31	9.03
		Время I_t				1411.32	9.03	0.64
		Дальность I_L				254.68	1.13	0.44

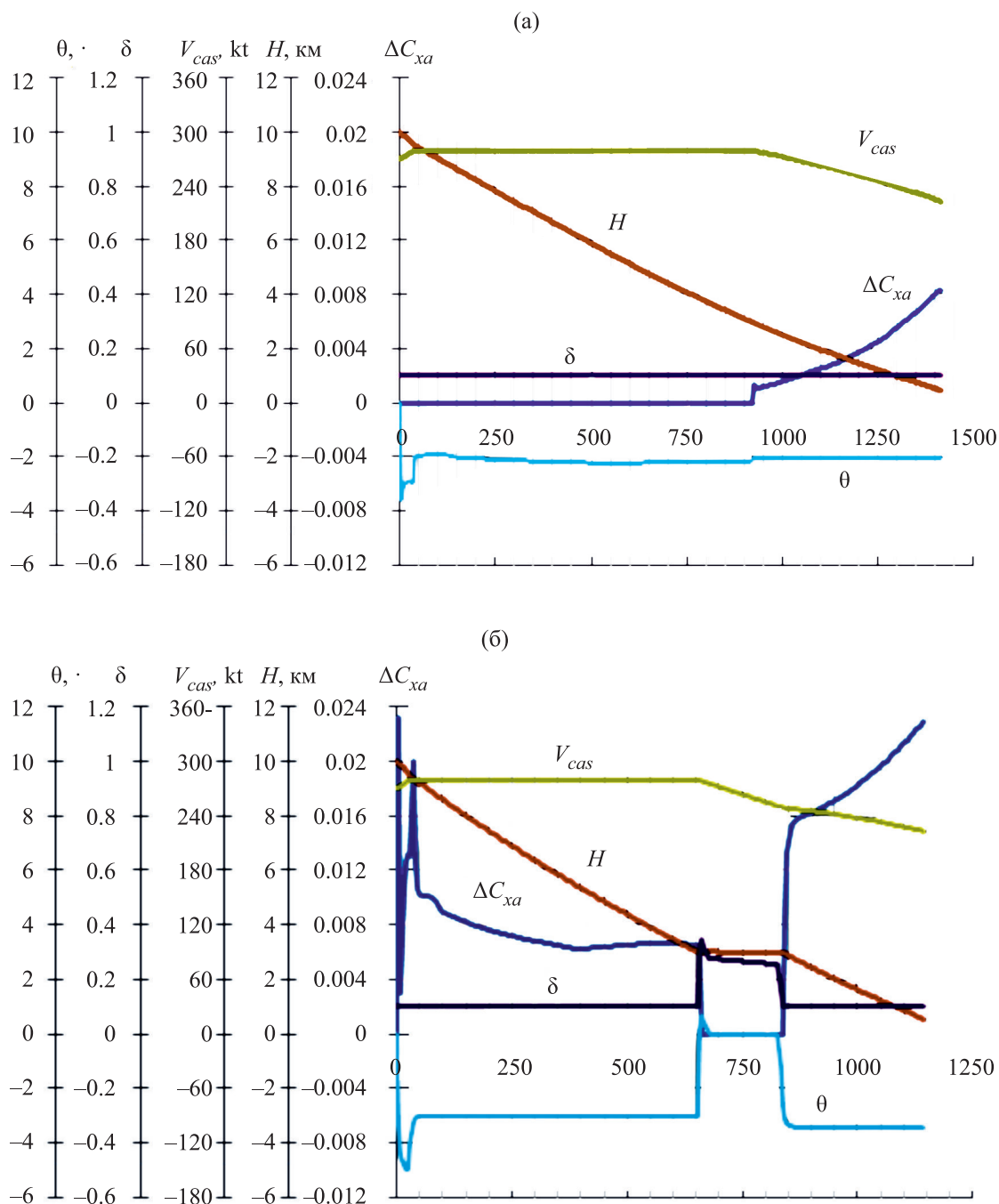


Рис. 3. Изменения параметров траекторий: а – траектория типа (0, 0), б – траектория типа (0, 1), в – траектория типа (1, 0), г – траектория типа (1, 1).

– вариацией высотой снижения $H_{\text{сн}}$ в диапазоне 1–6 км обеспечивается изменение времени этапа снижения более чем на 5 мин и дальности – на 50 км;

– при вариации ускорения торможения в диапазоне $0.05\text{--}0.15\text{ м/с}^2$ время завершения этапа снижения изменяется более чем на 20 мин, а дальность – на 90 км.

Согласно этим выводам, выполнение этапа снижения на траекториях без ограничения высотного профиля на участке снижения (траектории типа (0, 0), (0, 1)) создают хорошие предпосылки для выполнения указаний диспетчера по заданному времени и дальности этапа снижения. Указания диспетчера могут выполняться путем рационального выбора высоты снижения $H_{\text{сн}}$ и ускорения торможения a_r . Кроме того, на участке торможения за счет кор-

Таблица 2. Сводка результатов исследования релевантности параметров на траекториях типа (1, 0) и (1, 1)

Тип траектории			(1,0)			(1,1)		
Параметр	Диапазон	Критерий	$\bar{I}$	Δ	$\delta, \%$	$\bar{I}$	Δ	$\delta, \%$
V_{cas}	275–305 <i>kt</i>	Топливо I_T	268.66	49.56	18.45	299.90	60.51	20.18
		Время I_t	1176.75	64.14	5.45	1173.81	62.53	5.33
		Дальность I_L	208.21	17.18	8.25	208.06	16.51	7.94
a_r	0.05–0.15	Топливо I_T	398.53	86.98	21.83	416.07	49.16	11.82
		Время I_t	1490.73	239.11	16.04	1494.45	227.41	15.22
		Дальность I_L	276.99	7.74	2.80	278.48	10.20	3.66
$H_{сн}$	1–6 км	Топливо I_T	275.95	39.22	14.21	300.62	8.03	2.67
		Время I_t	1208.38	30.07	2.49	1210.59	27.23	2.25
		Дальность I_L	214.69	1.48	0.69	215.77	2.57	1.19
θ_V	(–5)–(–2)	Топливо I_T	282.96	72.31	25.56	307.70	72.60	23.59
		Время I_t	1203.47	323.63	26.89	1196.70	327.03	27.33
		Дальность I_L	215.53	59.33	27.53	214.67	59.50	27.72
V_{cas}^1	230–270	Топливо I_T				276.58	28.58	10.33
		Время I_t				1145.16	10.87	0.95
		Дальность I_L				200.60	1.36	0.68

рекции значений a_r и V_{cas}^1 появляется возможность реализации более точного выполнения заданных оператором условий.

Аналогичные выводы можно сделать из табл. 2 для траекторий типа (1, j) с тем отличием, что здесь вариации параметров a_r и $H_{сн}$ приводят к меньшим диапазонам изменения времени и дальности этапа снижения, чем в предыдущем случае. Для этого типа траекторий наиболее существенное влияние на диапазоны изменения всех критериев оказывает параметр θ .

Типичный вид изменения параметров рассматриваемых траекторий снижения по времени показан на рис. 3.

Проведенная оценка влияния отдельных параметров траекторий на диапазоны изменения основных критериев позволяет логически обоснованно подойти к постановке и решению задачи оптимизации траекторий этапа снижения при заданном времени его выполнения.

7. Задача прибытия в конечные условия в заданное время. Эта задача решается на последнем участке крейсирования перед этапом снижения. Возможны по крайней мере три постановки задачи.

7.1. Первая постановка задачи. Эту задачу, вероятно, более приемлемую для аэропортов с низким трафиком прибытия ВС, можно сформулировать следующим образом. Для принятой модели траектории снижения на борту ВС по критерию (3.6) решается задача оптимизации траектории по некоторой совокупности ее релевантных параметров. В процессе этого решения определяется время снижения и сообщается диспетчеру аэродрома планируемое время начала снижения, точка начала снижения и время прибытия. При согласии диспетчера этот план прибытия выполняется. В данной постановке можно рассчитать не одну, а несколько траекторий и предложить диспетчеру на выбор.

В том случае, если ни один из предложенных вариантов диспетчера не устраивает, он сообщает свой вариант времени прибытия и тип траектории снижения. Это определяет вторую постановку задачи, где задается время прибытия с возможной горизонтированной длиной траектории снижения. Понятно, что существенным здесь является именно задание времени прибытия, а не длины траектории.

Возможна и третья постановка задачи, когда диспетчер определяет не только время прибытия, но и назначает дальность начала снижения.

Первая постановка более простая и сводит задачу к стандартному методу нелинейного программирования, в то время как две другие требуют дополнительного рассмотрения.

7.2. Вторая постановка задачи. Пусть в момент времени t дальность до точки прибытия равна L , а момент прибытия задан значением времени $t_0 > t$. Пусть траектория выбранного типа определяется множеством параметров P , из которых свободными, т.е. доступ-

ными для выполнения конечных условий, являются $P_0 \in P$. Понятно, что так как в задаче имеется два конечных условия (дальность и время), то размерность N множества параметров P_0 должна быть ≥ 2 .

Пусть задача имеет решение и траектория снижения характеризуется временем снижения $t_{\text{сн}}(P_0)$ и длиной пути $L_{\text{сн}}(P_0)$. В этом случае выполняются два соотношения:

$$t_0 - t = \Delta + t_{\text{сн}}(P_0); \quad (7.1)$$

$$L = \Delta W + L_{\text{сн}}(P_0), \quad (7.2)$$

где Δ — время полета до начала снижения с путевой скоростью W .

Соотношение (7.1) отражает тот факт, что оставшееся время до конца полета содержит участок полета длительностью Δ до начала снижения и собственно сам этап снижения. При этом соотношение (7.2) следует из того, что значение текущей дальности складывается из участка горизонтального полета длительностью Δ со скоростью W и длиной пути, пройденного на этапе снижения. Исключая из (7.1), (7.2) неизвестное значение Δ , получаем:

$$L - L_{\text{сн}}(P_0) = W(\Delta t - t_{\text{сн}}(P_0)), \quad (7.3)$$

где $\Delta t = t_0 - t$ — время, оставшееся до прибытия в конечные условия.

Таким образом, видим, что если задача имеет решение, то свободные параметры P_0 траектории этапа снижения и путевая скорость W до начала снижения должны удовлетворять соотношению (7.3), т.е. *выполнение соотношения (7.3) является необходимым условием решения задачи прибытия в заданную точку в заданное время*.

С другой стороны, выполнение соотношения (7.3) означает выполнение на траектории балансов дальности и времени, т.е. завершения траектории на заданной дальности в заданное время, что означает достаточность условий (7.3). Таким образом, доказано, что выполнение соотношения (7.3) является необходимым и достаточным условием решения задачи построения траектории, которая приходит в конечные условия в заданное время. При этом время полета до точки снижения определяется значением $\Delta = \Delta t - t_{\text{сн}}$.

Из физического смысла задачи ясно, что рассматриваемая задача не всегда имеет решения, т.е. существует множество значений параметров P_0 , при которых не выполняется соотношение (7.3). Но *если решение существует, то в общем случае оно не единственное*. Это следует из того, что в пространстве параметров P_0 размерности N соотношение (7.3) определяет подмножество размерности $N-1$. А так как по условию задачи $N \geq 2$, поэтому решения соотношения (7.3) образуют некоторое множество размерности ≥ 1 , т.е. в пространстве параметров P_0 в зависимости от значения N они образуют многообразия в виде линии, поверхности, объема и т.д. Следствием из этого утверждения является то, что *задачу о прибытии в заданное время можно рассматривать в оптимальной постановке*, т.е. искать оптимальное значение выбранного критерия на множестве решений соотношения (7.3).

7.3. Третья постановка задачи. В ней задано время прибытия t_0 в конечную точку и точка начала снижения в виде значения дальности снижения $L_{\text{сн}}$.

В этом случае время полета Δ до точки снижения определяется соотношением $\Delta = (L - L_{\text{сн}})/W$, а требуемое время снижения $T_{\text{сн}} = \Delta t - \Delta$. Таким образом, в этой постановке задача сводится к построению траектории снижения с заданными значениями времени $T_{\text{сн}}$ и дальностью снижения $L_{\text{сн}}$. Поэтому можем записать:

$$t_{\text{сн}}(P_0) = T_{\text{сн}}, \quad l_{\text{сн}}(P_0) = L_{\text{сн}}, \quad (7.4)$$

где $t_{\text{сн}}(P_0)$, $l_{\text{сн}}(P_0)$ — время и дальность снижений, соответствующие значению параметра P_0 .

Отсюда видим, что в третьей постановке задача свелась к решению системы двух нелинейных уравнений (7.4) относительно неизвестных параметров P_0 . Множество решений этих уравнений образует в пространстве параметров P_0 некоторое подмножество размерности $N-2$. Отсюда следует, что если число варьируемых параметров равно двум, то если решение существует, оно единственно. Если же $N \geq 3$, то множество решений системы образует в пространстве параметров P_0 некоторую линию, поверхность и т.д. Здесь, так же как и в предыдущей постановке,

возможна оптимизация процесса снижения по выбранному критерию на множестве решений системы (7.4). Кроме того, в обеих постановках в число варьируемых параметров можно включать значение скорости W , что позволит, например, оптимизировать процесс снижения по выбранному критерию на всем участке от момента времени t до окончания снижения.

Таким образом видим, что решение задачи обеспечения заданного времени прибытия в рассматриваемых постановках сводится к численному решению одного (7.3) или двух (7.4) нелинейных уравнений с несколькими переменными. Особенностью этих уравнений является то, что значения $t_{\text{сн}}(P_0)$ и $l_{\text{сн}}(P_0)$ получаются путем интегрирования траектории снижения с заданными значениями параметров P_0 . Далее приведем задачу оптимизации этапа снижения только во второй постановке.

8. Пример решения задачи оптимизации этапа снижения при заданном времени снижения. Для простоты рассмотрим вариант использования на этапе снижения траектории типа $(0, 0)$. Эта траектория и ее характеристики определяются значениями трех параметров P : $V_{\text{cas}}^{\text{зад}}$, $H_{\text{сн}}$, a_r . В качестве варьируемых параметров P_0 для решения основного уравнения (7.3) можно принять любое подмножество из P . Так, учитывая результаты исследования релевантности, можно при решении задачи обеспечения заданного времени прибытия в качестве множества P_0 выбрать параметры $H_{\text{сн}}$, a_r , а параметр $V_{\text{cas}}^{\text{зад}}$ использовать для оптимизации критерия стоимости. Можно в качестве P_0 принять любой из параметров $H_{\text{сн}}$, a_r , а оптимизацию по критерию стоимости выполнять по оставшимся параметрам. Можно решать уравнение (7.3) сразу по трем параметрам. Каждый из этих способов решения имеет свои преимущества и недостатки.

Заметим, что при любом выборе способа решения уравнения (7.3) прежде всего необходимо определить диапазон возможных значений $\Delta t = t_0 - t$, при которых решение уравнения (7.3) существует. Для этого достаточно рассмотреть функцию:

$$Y(P_0) = \frac{L - l_{\text{сн}}(P_0)}{W} + t_{\text{сн}}(P_0). \quad (8.1)$$

Учитывая, что область определения параметров P_0 является замкнутым множеством, всегда существуют минимальное $Y_{\min}$ и максимальное $Y_{\max}$ значения функции $Y(P_0)$, которые определяют диапазон возможных значений $\Delta t = t_0 - t$, а следовательно, и диапазон возможных значений времени прибытия t_0 . Поэтому решение уравнения (7.3) можно проводить только в случае, если заданное диспетчером время прибытия t_0 удовлетворяет условию:

$$Y_{\min} \leq \Delta t \leq Y_{\max}. \quad (8.2)$$

Далее рассмотрим два способа решения уравнения (7.3) при выполнении условия (8.2). В первом из них в качестве множества P_0 выберем параметры $H_{\text{сн}}$, a_r , а параметр $V_{\text{cas}}^{\text{зад}}$ будем использовать для оптимизации критерия стоимости. В этом случае соотношение (7.3) в области переменных $H_{\text{сн}}$, a_r определяет некоторую линию $F(H_{\text{сн}}, a_r) = 0$, в каждой точке которой выполняются условия по заданному времени прибытия. Линии $F(H_{\text{сн}}, a_r) = 0$ для значений $V_{\text{cas}}^{\text{зад}} = 271 - 280kt$ показаны на рис. 4.

Путем интегрирования системы уравнений (4.1)–(4.4) для каждой точки этих линий можно рассчитать значение критерия стоимости, который ввиду постоянства времени выполнения этапа снижения вырождается в затраты топлива. Вид этих зависимостей показан на рис. 5.

Из представленных на рис. 4, 5 зависимостей можно видеть, что оптимум критерия стоимости достаточно пологий и в качестве оптимальных значений параметров можно принять:

$$V_{\text{cas}}^{\text{опт}} \approx 270kt; \quad H_{\text{сн}}^{\text{опт}} \approx 5000 \text{ м}; \quad a_r^{\text{опт}} \approx 0.06 \text{ м/с}^2. \quad (8.3)$$

При реализации этих результатов в алгоритмах вычислителя ССВ движение ВС от момента времени t до t_0 будет состоять из двух участков. На первом из них длительностью $t_W = t_0 - t - t_{\text{сн}}(V_{\text{cas}}^{\text{опт}}, H_{\text{сн}}^{\text{опт}}, a_r^{\text{опт}})$ выполняется горизонтальный полет со скоростью W , а после него реализуется траектория снижения типа $(0, 0)$ с параметрами $V_{\text{cas}}^{\text{опт}}$, $H_{\text{сн}}^{\text{опт}}$, $a_r^{\text{опт}}$.

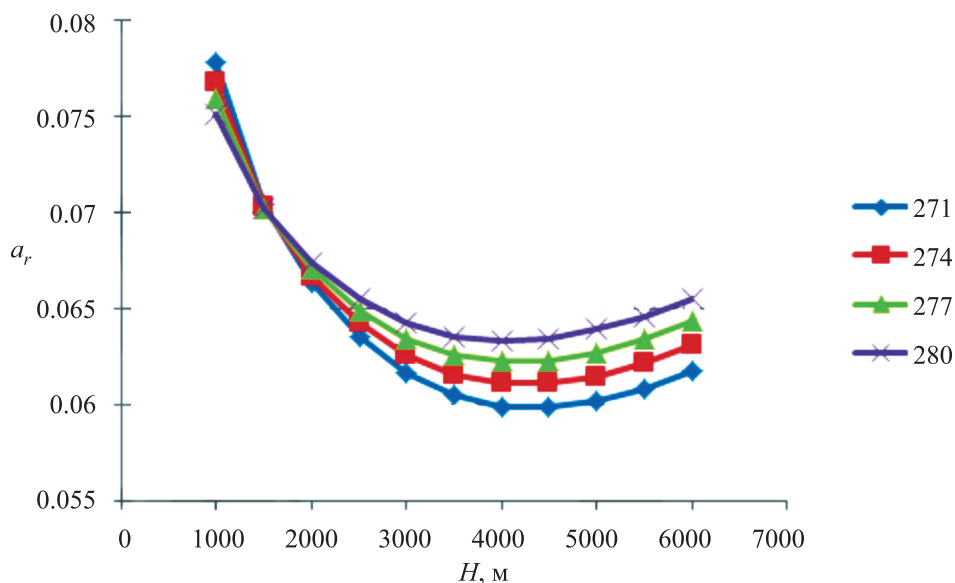


Рис. 4. Сечения поверхности заданного времени прибытия плоскостями $V_{cas}^{зад} = 271, 274, 277, 280 \text{ kt}$.

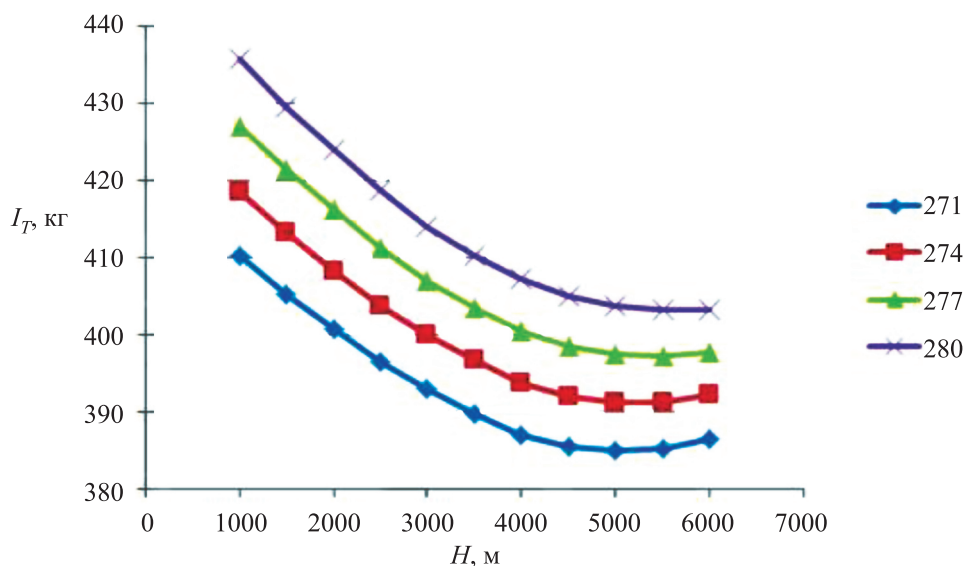


Рис. 5. Сечения поверхности критерия затрат топлива плоскостями $V_{cas}^{зад} = 271, 274, 277, 280 \text{ kt}$.

При втором способе решения задачи множество P_0 образовано параметрами $V_{cas}^{зад}$, $H_{сн}$, a_r . В этом случае подмножество значений этих параметров M_0 , на котором выполняется заданное время прибытия, имеет вид поверхности (рис. 6).

Затраты топлива на траекториях этапа снижения при выполнении участка снижения с параметрами подмножества M_0 имеют вид поверхности (рис. 7).

Анализ рис. 6, 7 показывает, что оптимальные по критерию стоимости значения параметров определяются полученными ранее соотношениями (8.3).

По результатам анализа этого решения можно сделать следующие выводы:

1) функция затрат топлива в районе оптимальных значений достаточно пологая и в пределах отклонения от оптимума в 10–15 кг допускает диапазон изменение высоты снижения 4–5.5 км и скорости 270–274 kt;

2) наибольшее влияние на точность выполнения заданного времени прибытия оказывает обработка заданного значения ускорения a_r на участке торможения-наведения;

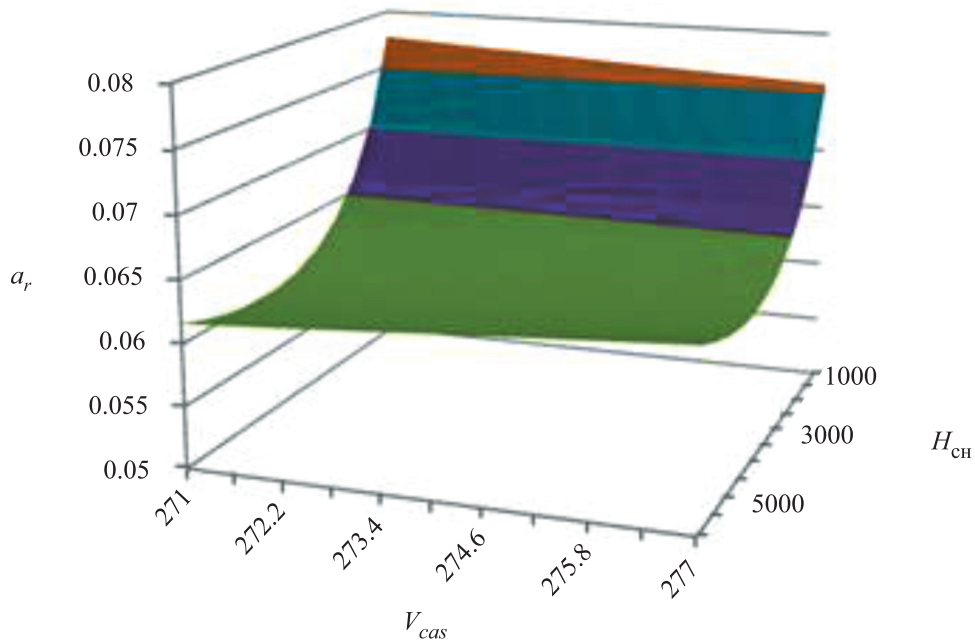


Рис. 6. Поверхность значений параметров $V_{cas}^{зад}$, $H_{сн}$, a_r , при которых время снижения равно заданному значению.

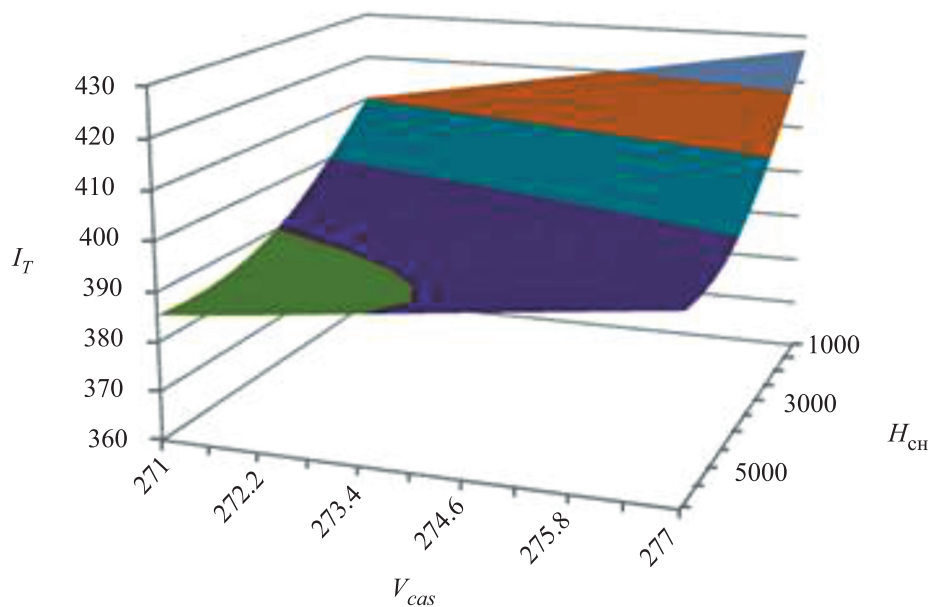


Рис. 7. Поверхность затрат топлива на траекториях этапа снижения.

3) в вычислительном отношении, вероятно, более простым является первый способ решения задачи, где множество P_0 образовано двумя параметрами $H_{сн}$, a_r ;

4) это множество P_0 целесообразно использовать и при оптимизации этапа снижения по траекториям типа (0, 1).

Заключение. Проведенное исследование этапа снижения показало, что он более сложен в реализации по сравнению с этапом набора высоты. Это связано с тем, что при отрицательных углах наклона траектории ускорение силы тяжести стремится увеличить скорость ВС, а для удержания ее в заданных пределах приходится использовать дополнительные органы управления типа тормозных щитков. В результате для отработки двух параметров траектории

(высота, скорость) необходимо построить законы управления для трех управляющих параметров: отклонение РУД, угол атаки и отклонение тормозных щитков.

Предложенная классификация возможных траекторий снижения позволила все множество их сгруппировать в четыре различных группы, каждая из которых обладает присущими только ей свойствами. Для каждой группы определен перечень параметров, однозначно задающий каждую отдельную траекторию. Таким образом, между траекториями и параметрами установлено взаимно однозначное соответствие, что позволяет рассматривать любую траекторию как набор некоторого числа параметров. Проведенное исследование влияния (релевантности) параметров на критерии оптимальности и отдельные свойства траекторий дало возможность выявить среди них наиболее значимые и вычислить количественные характеристики значимости для каждой группы параметров.

Результаты оценки релевантности параметров позволили разработать методику оптимизации этапа снижения при выполнении заданного времени прибытия ВС в конечную точку. Рассмотренный пример решения задачи оптимизации с дополнительным условием показал работоспособность предложенной методики и возможность получения практических результатов. Для повышения точности выполнения заданного времени прибытия целесообразно в конце участка снижения по информации о текущей дальности и скорости V_{cas} реализовать режим коррекции значения a_r , обеспечивающий уменьшение ошибки времени прибытия. Оценку достижимой при этом точности и практическую целесообразность разработки такого алгоритма следует выполнить в процессе дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маркин Н.Н., Чистов М.С. Терминальное управление посадкой пассажирского самолета // Тр. МАИ. 2010. Вып. 41.
2. Sang Gyun Park, John-Paul Clarke. Vertical Trajectory Optimization for Continuous Descent Arrival Procedure // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Minneapolis, 2012. August.
3. Lim Y., Gardi A., Sabatini R., Ranasinghe K., Ezer N., Rodgers K., Salluce D. Optimal Energy-based 4D Guidance and Control for Terminal Descent Operations // Aerospace Science and Technology. 2019. V. 95.
4. Гревцов Н.М., Тегин А.В. Формирование управления самолетом для отслеживания траектории в задаче четырехмерной навигации // Уч. зап. ЦАГИ. 2000. Т. XXXI. № 1, 2.
5. Grevtsov N., Dymchenko A. Application of Suboptimal 4-D Navigation Algorithms for Flight Planning and Control Considering Weather Conditions // 29 Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. St. Petersburg, 2014.
6. Betts J.T., Cramer E.J. Application of Direct Transcription to Commercial Aircraft Trajectory Optimization // J. Guidance, Control, and Dynamics. 1995. V. 18. № 1.
7. Benson D.A. A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control // Ph.D. Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, 2004.
8. Agamawi Y.M., Rao A.V. "CGPOPS: A C++ Software for Solving Multiple-Phase Optimal Control Problems Using Adaptive Gaussian Quadrature Collocation and Sparse Nonlinear Programming" // University of Florida, ACM Trans. Math. Softw. 2020. V. 46. № 3. Article 25.
9. Bedrossian N., Bhatt S., Lammers M., Nguyen L., Zhang Y. First Ever Flight Demonstration of Zero Propellant Maneuver Attitude Control Concept // AIAA GN&C Conference. Hilton Head, 2007.
10. Прутько А.А. Оптимальные по расходу топлива траектории переориентации крупногабаритных космических конструкций: дис. ... канд. техн. наук. Королев, 2021.
11. Valenzuela A. Aircraft Trajectory Optimization Using Parametric Optimization Theory // Doctoral Thesis, Universidad de Sevilla, 2012.
12. Franco A., Valenzuela A., Rivas D. Optimality of Standard Flight Procedures of Commercial Aircraft // 5th European Conf. for Aeronautics and Space Sciences. Munich. Germany, 2013.
13. Голубева А.А., Куланов Н.В. Методика выбора значений параметров этапа взлет самолетов гражданской, военно-транспортной авиации и беспилотных летательных аппаратов // Изв. РАН. ТиСУ. 2019. № 6.
14. Голубева А.А., Куланов Н.В. Методика и оптимизация этапа набора высоты в задаче вертикальной навигации самолетов гражданской и военно-транспортной авиации // Изв. РАН. ТиСУ. 2021. № 4.
15. Голубева А.А., Куланов Н.В. Исследования и оптимизация этапа крейсерского полета самолетов гражданской авиации в задаче вертикальной навигации // Изв. РАН. ТиСУ. 2022. № 5.
16. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. 3-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2007.
17. Григоров П.Ю., Куланов Н.В. Применение концепции обратных задач динамики в задачах вертикальной навигации // Изв. РАН. ТиСУ. 2016. № 3. С. 141–154.
18. Калинина Е.А., Утешев А.Ю. Теория исключения: учеб. пособие. СПб.: НИИ химии СПбГУ, 2002.