

ВЛИЯНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ АСИММЕТРИИ НА КРИТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ПОЛЕТА ДОЗВУКОВЫХ САМОЛЕТОВ И УПРАВЛЕНИЕ ДЛЯ ВЫВОДА ИЗ НИХ¹

© 2024 г. М. Е. Сидорюк^a, *, А. Н. Храбров^a, **

^aФАУ “Центральный аэрогидродинамический институт
им. проф. Н.Е. Жуковского”, Жуковский, Россия

*e-mail: mariya.sidoryuk@tsagi.ru

**e-mail: aleksandr.khrabrov@tsagi.ru

Поступила в редакцию 14.08.2023г.

После доработки 28.03.2024 г.

Принята к публикации 16.10.2024 г.

Рассмотрены стационарные и устойчивые периодические режимы пространственного движения самолета. Исследовано влияние аэродинамической асимметрии на параметры критических режимов с помощью прямого расчета методом непрерывного продолжения по параметру. Описаны причины появления аэродинамической асимметрии при симметричных условиях обтекания. Анализируется влияние возникающей аэродинамической асимметрии на возможность попадания самолета в штопор и вывод из этого критического режима. С помощью инструментов робастного анализа исследована чувствительность параметров штопора к неопределенности математической модели аэrodинамики.

Ключевые слова: аэродинамическая асимметрия, штопор самолета, продолжение по параметру, неопределенность, робастный анализ.

DOI: 10.31857/S0002338824060051, EDN: SVIPPG

INFLUENCE OF AERODYNAMIC ASYMMETRY ON CRITICAL FLIGHT REGIMES OF SUBSONIC AIRCRAFT AND RECOVERY CONTROL

М. Е. Sidoryuk^a, *, А. Н. Khrabrov^a, **

^aCentral Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Russia

*e-mail: mariya.sidoryuk@tsagi.ru

**e-mail: aleksandr.khrabrov@tsagi.ru

Stationary and stable periodic modes of spatial motion of the aircraft are considered. The influence of aerodynamic asymmetry on critical flight regimes is studied using direct calculation of their parameters using continuation on a parameter technique. The reasons for the appearance of aerodynamic asymmetry under symmetric flow conditions are described. The influence of the aerodynamic asymmetry on the possibility of entry into a spin and recovery control are analyzed. The sensitivity of the spin parameters to uncertainties of the mathematical model of aerodynamics is studied using robust analysis tools.

Keywords: aerodynamic asymmetry, aircraft spin, continuation on a parameter, uncertainty, robust analysis.

¹ Работа подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2050 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение о предоставлении гранта в форме субсидий из федерального бюджета на осуществление государственной поддержки создания и развития научных центров мирового уровня, выполняющих исследование и разработки по приоритетам научно-технологического развития от 17 мая 2022 г. № 075-15-2022-1023).

Введение. Надежное предсказание критических режимов, необходимое для обеспечения безопасности полета, полностью связано с адекватностью модели аэродинамики самолета, используемой для анализа динамики. Наиболее известными критическими режимами являются сваливание и штопор. Под сваливанием понимается самопроизвольное движение самолета относительно любой из осей, вызванное изменением его характеристик на больших углах атаки вследствие изменения обтекания при возникновении явлений отрыва потока. Штопор — это вертикальное движение самолета на больших углах атаки с интенсивным вращением по крену и рысканию. Известно, что аэродинамическая асимметрия играет важную роль в сваливании и определяет характер штопора сверхзвуковых самолетов [1, 2]. Из-за асимметрии момента рыскания правый штопор может существенно отличаться от левого, а режимы плоского штопора могут стать невыводимыми. В работе рассматривается несколько аспектов влияния аэродинамической асимметрии на критические режимы дозвуковых самолетов на примере двух моделей. Первый объект исследований (модель 1) — компоновка типичного магистрального самолета со стреловидным крылом, установленным по схеме «низкоплан» и палубным горизонтальным оперением [3]. Второй объект (модель 2) — конфигурация самолета с прямым крылом большого удлинения, установленным по схеме «верхнеплан» с Т-образным горизонтальным оперением, размещенным на конце вертикального киля (рис. 1).



Рис. 1. Общий вид используемых моделей самолетов.

Аэродинамическая асимметрия рассматривается как характерное свойство летательных аппаратов, обладающих высокой геометрической и массовой симметрией, развивающееся в определенном диапазоне параметров полета. Практически все летательные аппараты имеют вертикальную плоскость симметрии, за исключением небольшого числа научно-исследовательских проектов [4–6] и реализованных летающих моделей (например, «Премьер I» [4]), которые ныне хранятся в музеях. Приводятся источники аэродинамической асимметрии симметричных летательных аппаратов и ее влияние на безопасность полета посредством анализа зависимости параметров критических режимов полета, в особенности штопора, от величины наблюдаемой асимметрии.

Данное исследование основано на большом количестве экспериментальных результатов, полученных в нескольких аэродинамических трубах (АДТ) ЦАГИ, и на прямом расчете параметров критических режимов на базе разработанной аэродинамической модели с использованием метода непрерывного продолжения по параметру [2, 7, 8] и связанных с ним методов анализа бифуркаций и устойчивости. Сравнение аэродинамических характеристик, полученных в двух разных аэродинамических трубах, демонстрирует случайность знака аэродинамической асимметрии, возникающей при нулевом угле скольжения и нулевой угловой скорости из-за несимметричного срыва потока в некоторых диапазонах углов атаки. Величина этой асимметрии, как и все измеряемые параметры, имеет неопределенность, особенно с учетом того, что необходимо переносить аэродинамические характеристики, определенные в АДТ при низких значениях числа Рейнольдса, на реальный самолет. Существенное влияние неопределенностей некоторых аэродинамических характеристик на параметры штопора было показано в [9]. Величина аэродинамической асимметрии зависит от особенностей отрыва потока, и в данной работе при исследовании штопора предполагается, что она может варьироваться от нуля до

максимальных значений, наблюдаемых в экспериментах в АДТ. Учитывается также возможное влияние неопределенностей других параметров математической модели аэродинамики. Влияние этих неопределенностей на параметры штопора изучается с помощью робастного (μ) анализа. Анализируется также влияние аэродинамической асимметрии на восприимчивость самолета к штопору и возможность выхода из него.

В разд. 1 изложены причины аэродинамической асимметрии и область ее проявления. В разд. 2 представлена структура аэродинамической модели и основные аэродинамические характеристики для исследования критических режимов полета. В разд. 3 исследуется влияние аэродинамической асимметрии на параметры критических режимов полета на примере модели типичного магистрального самолета. В разд. 4 рассмотрено влияние аэродинамической асимметрии на размер области притяжения режимов штопора. Оценки размера области притяжения для различных режимов штопора могут рассматриваться как мера восприимчивости самолета к штопору и относительной опасности отдельных режимов штопора. Наконец, в разд. 5 описывается возможное влияние боковой аэродинамической асимметрии на выход самолета из штопора.

1. Причины возникновения аэродинамической асимметрии. Для многих компоновок современных самолетов в некоторых диапазонах углов атаки (различных для самолетов разных типов и конфигураций) можно наблюдать явление аэродинамической асимметрии. В условиях симметричного набегающего потока (при нулевом угле скольжения) возникает несимметричное отрывное или вихревое обтекание компоновки и, следовательно, появляются несимметричные аэродинамические нагрузки на нее.

Природа этого явления связана с понятием устойчивости симметричного отрывного обтекания. Проблема напоминает задачу Эйлера о потере устойчивости упругого сжатого стержня: если упругий прямолинейный стержень с шарнирными опорами на концах сжимать строго вертикальной силой, то начиная с некоторого критического значения происходит бифуркация. Кроме стационарного прямолинейного симметричного решения возникают два несимметричных решения с прогибом вправо или влево, причем симметричное решение становится неустойчивым, т.е. малые возмущения приводят к перешелкиванию стержня в ту или другую сторону.

Аналогично в аэродинамике, когда степень устойчивости симметричного отрывного обтекания снижается, оно становится чувствительным к малым возмущениям, например, к малым искажениям геометрической формы самолета или несимметричным воздействиям набегающего потока. В работах [10, 11] был рассмотрен пример модельного обтекания комбинации удлиненного конусовидного тела с треугольным крылом большой стреловидности. С передней кромки треугольного крыла сходили спиральные вихри (рис. 2). Решение задачи обте-

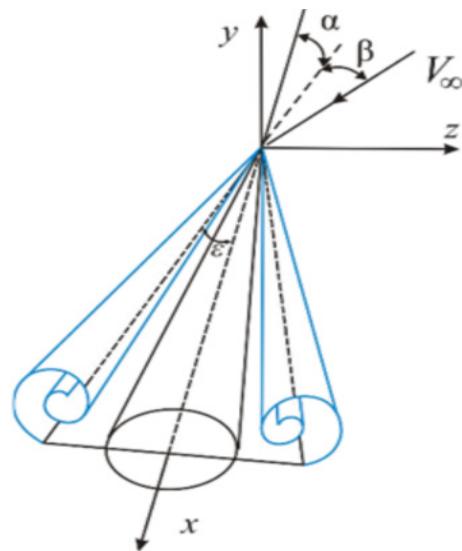


Рис. 2. Модельная задача исследования возникновения аэродинамической асимметрии.

кания, включающее математическое моделирование распределенной спиральной вихревой пелены без учета разрушения вихрей (конечный отрезок пелены соединен математическим «питающим» разрезом с ядром — точечным дискретным вихрем), показало, что при симметричном набегающем потоке (угол скольжения β равен нулю) до некоторого значения приведенного критического угла атаки $\bar{\alpha}_{kp}$ сходящие с передней кромки треугольного крыла вихри симметричны (рис. 3).

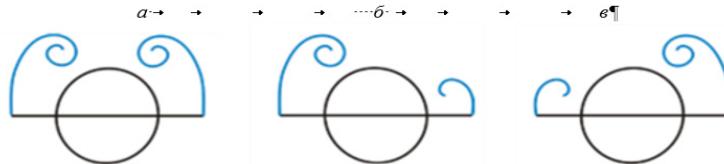


Рис. 3. Симметричное (а) и несимметричные (б, в) решения при $\bar{\alpha} > \bar{\alpha}_{kp}$.

Равновесное состояние спиральной вихревой пелены получается путем итерационного перестроения ее геометрии вплоть до удовлетворения условиям стационарности и непрерывности давления на поверхности тангенциального разрыва скорости. При таком моделировании вихревой пелены расчетное значение критического угла атаки возникновения асимметрии близко к значению, получаемому в эксперименте.

Когда угол атаки превышает некоторое критическое значение $\bar{\alpha}_{kp}$, симметричное решение (рис. 3, а) становится неустойчивым и появляются два новых, устойчивых, «зеркально отраженных» несимметричных решения, определяющих различное положение и интенсивность правого и левого вихрей (рис. 3, б, в). То, какое из несимметричных решений реализуется, зависит от малых возмущений нелинейной динамической системы. Такими возмущениями в модельной задаче могут служить наличие небольшого угла скольжения. Для реального самолета возмущениями могут быть также малые отклонения от идеально симметричной конструкции, например, выступающие элементы фюзеляжа, приемник воздушного давления и т.п. Возникающая асимметрия обтекания может приводить к появлению значительных моментов по крену и рысканию, величина которых может меняться вплоть до смены направления их действия.

Описанная модель поясняет причины образования и развития аэродинамической асимметрии, хотя для случая обтекания на больших углах атаки модели дозвукового самолета физические причины могут быть различными и не связанными с потерей устойчивости взаимодействующих вихрей.

2. Структура аэродинамической модели и основные аэродинамические характеристики. Обычным способом анализа динамики самолета на критических режимах является рассмотрение автономной системы уравнений движения 8-го порядка, полученной из полных уравнений движения в предположении о постоянстве высоты [1, 12–14]:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z - \left[(a_x - \omega_y \sin \beta) \sin \alpha + (a_y + \omega_x \sin \beta) \cos \alpha \right] \cos^{-1} \beta, \\ \frac{d\beta}{dt} &= a_z \cos \beta - (a_x \sin \beta - \omega_y) \cos \alpha + (a_y \sin \beta + \omega_x) \sin \alpha, \\ \frac{dV}{dt} &= V (a_x \cos \beta \cos \alpha - a_y \cos \beta \sin \alpha + a_z \sin \beta), \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\ \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} &= J^{-1} (-\boldsymbol{\omega} \times J \boldsymbol{\omega} + \mathbf{M}_a), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где

$$a_x = -\frac{\rho VS}{2m} c_x - \frac{g}{V} \sin \vartheta, a_y = \frac{\rho VS}{2m} c_y - \frac{g}{V} \cos \vartheta \cos \gamma, a_z = \frac{\rho VS}{2m} c_z + \frac{g}{V} \cos \vartheta \sin \gamma,$$

$$\mathbf{R}_a = (c_x \frac{\rho V^2}{2} S, c_y \frac{\rho V^2}{2} S, c_z \frac{\rho V^2}{2} S)^T,$$

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T, \mathbf{M}_a = \left(\frac{\rho V^2 Sl}{2} m_x, \frac{\rho V^2 Sl}{2} m_y, \frac{\rho V^2 Sb_a}{2} m_z \right)^T.$$

Здесь ϑ – угол тангажа, γ – угол крена, J, m – тензор инерции и масса самолета или модели самолета, S – площадь крыла, l, b_a – длина и средняя хорда крыла, ρ – плотность воздуха, g – ускорение свободного падения, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора угловой скорости вращения самолета на оси связанный системы координат, V – истинная скорость самолета, \mathbf{R}_a – вектор аэродинамических сил, действующих на самолет, c_x, c_y, c_z – безразмерные коэффициенты аэродинамических сил, действующих на самолет, \mathbf{M}_a – вектор момента от аэродинамических сил, действующих на самолет, m_x, m_y, m_z – безразмерные коэффициенты момента от аэродинамических сил, действующих на самолет. Тяга считается равной нулю. Координата курса, показывающая вращение самолета в штопоре, определяется независимым интегрированием уравнения $\dot{\psi} = (\omega_x \cos \gamma + \omega_z \sin \gamma) / \cos \vartheta$.

Для адекватного расчета штопора и других критических режимов полета необходима существенно нелинейная математическая модель аэродинамических характеристик самолета, действительная в широком диапазоне параметров движения (углов атаки и скольжения, угловых скоростей вращения). Математическая модель аэродинамических характеристик на больших углах атаки при наличии интенсивного вращения базируется на результатах двух основных экспериментальных методов: вынужденных колебаний с малой амплитудой по тангажу, крену и рысканию и установившегося конического вращения около вектора скорости набегающего потока. При больших углах атаки движение самолета с интенсивным вращением может значительно влиять на отрыв потока, и аэродинамические коэффициенты становятся существенно зависимыми от угловой скорости самолета. Безразмерные коэффициенты аэродинамических сил и моментов, используемых для расчета критических режимов полета, имеют следующую структуру [9]:

$$\begin{aligned} c_x &= c_x(\alpha) + \Delta c_x(\alpha, \beta), \\ c_y &= c_y(\alpha) + \Delta c_y(\alpha, \beta) + \Delta c_y(\alpha, \delta_B), \\ c_z &= k_a c_{z0}(\alpha) + \Delta c_z(\alpha, \beta) + \Delta c_z(\alpha, \beta, \bar{\omega}_{xa}) + \Delta c_z(\alpha, \beta, \delta_H), \\ m_x &= k_a m_{x0}(\alpha) + \Delta m_x(\alpha, \beta) + \Delta m_x(\alpha, \beta, \bar{\omega}_{xa}) + \tilde{m}_x^{\bar{\omega}_{ya}} \bar{\omega}_{ya} + \tilde{m}_x^{\bar{\omega}_{za}} \bar{\omega}_{za} + \Delta m_x(\alpha, \beta, \delta_E) + \Delta m_x(\alpha, \beta, \delta_H), \\ m_y &= k_a m_{y0}(\alpha) + \Delta m_y(\alpha, \beta) + \Delta m_y(\alpha, \beta, \bar{\omega}_{xa}) + \tilde{m}_y^{\bar{\omega}_{ya}} \bar{\omega}_{ya} + \tilde{m}_y^{\bar{\omega}_{za}} \bar{\omega}_{za} + \Delta m_y(\alpha, \beta, \delta_H), \\ m_z &= m_z(\alpha) + \Delta m_z(\alpha, \beta) + \tilde{m}_z^{\bar{\omega}_{za}} \bar{\omega}_{za} + \Delta m_z(\alpha, \beta, \delta_B). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь α, β – углы атаки и скольжения, $\delta = (\delta_B, \delta_E, \delta_H)$ – вектор отклонений руля высоты, элеронов и руля направления, $\bar{\omega}_{xa}, \bar{\omega}_{ya}, \bar{\omega}_{za}$ – безразмерные проекции вектора угловой скорости на оси скоростной системы координат: $\bar{\omega}_{xa} = \omega_{xa} L / (2V)$, $\bar{\omega}_{ya} = \omega_{ya} L / (2V)$, $\bar{\omega}_{za} = \omega_{za} b_a / V$. Члены вида $\Delta m_i(\alpha, \beta, \bar{\omega}_{xa})$, $i = x, y$ и $\Delta c_z(\alpha, \beta, \bar{\omega}_{xa})$ в соотношениях (2.2) описывают вклад интенсивного вращения в моментные характеристики и боковую силу, который измеряется в экспериментах с установившимся коническим вращением. Коэффициенты боковой силы $k_a c_{z0}(\alpha)$ и моментов $k_a m_{x0}(\alpha), k_a m_{y0}(\alpha)$ в соотношениях (2.2) описывают аэродинамическую асимметрию, вклад от которой определяется мультипликативным параметром $k_a \in [-1, 1]$, позволяющим менять ее величину и знак.

На рис. 4 показаны зависимости этих коэффициентов от угла атаки, полученные в двух различных аэродинамических трубах для первой модели при нулевом скольжении. Наблюдаются три области асимметрии: $\alpha = 10 \dots 14^\circ$ – несимметричный отрыв потока на крыле, $\alpha = 24 \dots 28^\circ$ – несимметричное отрывное обтекание мотогондол, и самая заметная асимметрия при $\alpha = 50 \dots 70^\circ$, связанная, по-видимому, с асимметрией отрывного обтекания фюзеляжа. Заметим, что последняя имеет разные знаки в разных аэродинамических трубах.

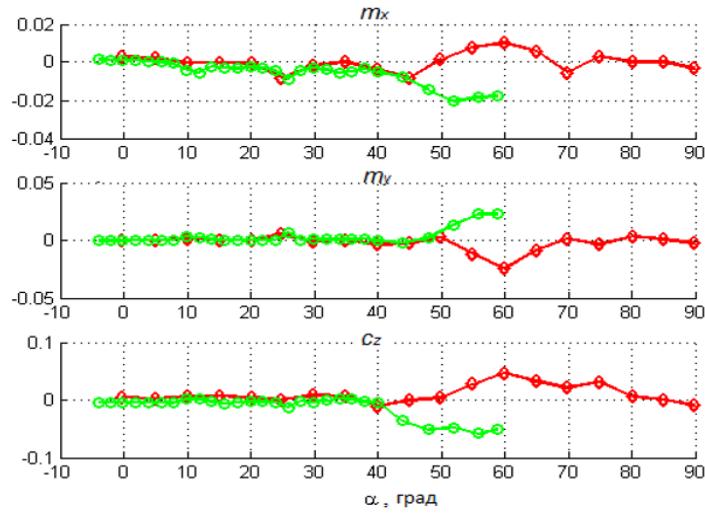


Рис. 4. Статические зависимости боковых аэродинамических коэффициентов модели 1, полученные в двух разных аэродинамических трубах при нулевом скольжении.

Зависимость коэффициентов момента крена Δm_x и рыскания Δm_y модели 1 от углов атаки и скольжения представлена на рис. 5. Видно, что асимметрия значительно проявляется себя в районе углов атаки $\alpha = 25$ и 60° . Зависимость коэффициентов момента крена и рыскания от угла атаки и безразмерной угловой конической вращения для той же модели приведена на рис. 6. Видно, что влияние асимметрии заметно в тех же диапазонах углов атаки.

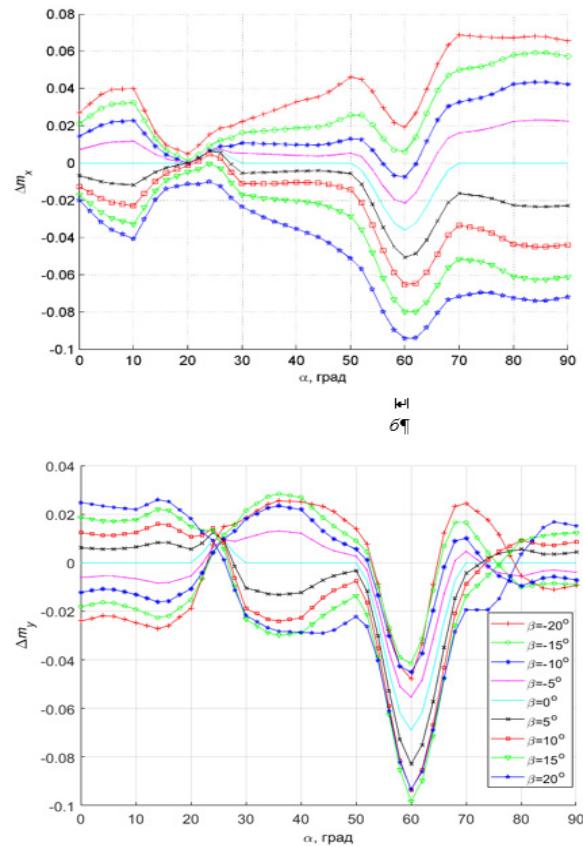


Рис. 5. Зависимость коэффициентов момента крена и рыскания модели 1 от угла атаки и скольжения.

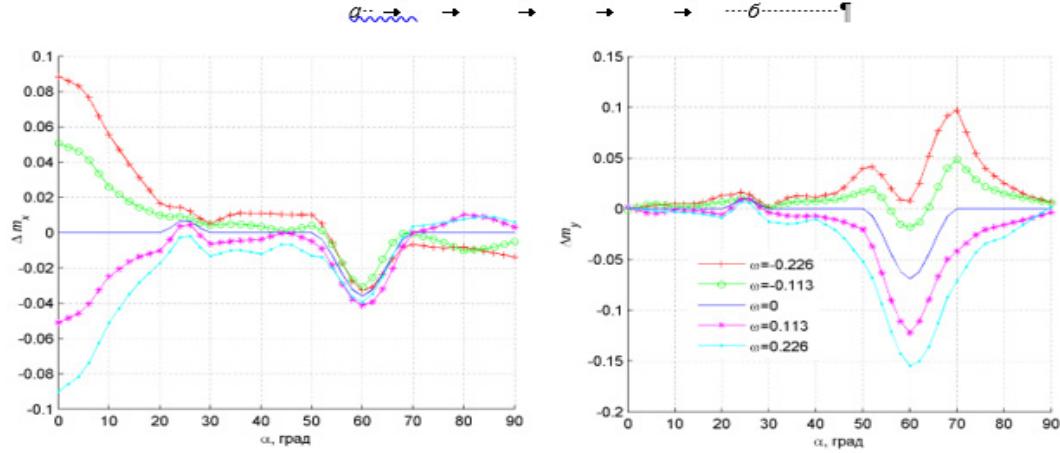


Рис. 6. Зависимость коэффициентов момента крена и рыскания модели 1 от угла атаки и безразмерной угловой скорости.

Зависимость коэффициента момента крена Δm_x от углов атаки и скольжения для модели 2 показана на рис. 7. Видно, что здесь максимальное влияние асимметрии наблюдается в районе $\alpha = 15^\circ$ и связано с несимметричным отрывом на прямом крыле большого удлинения.

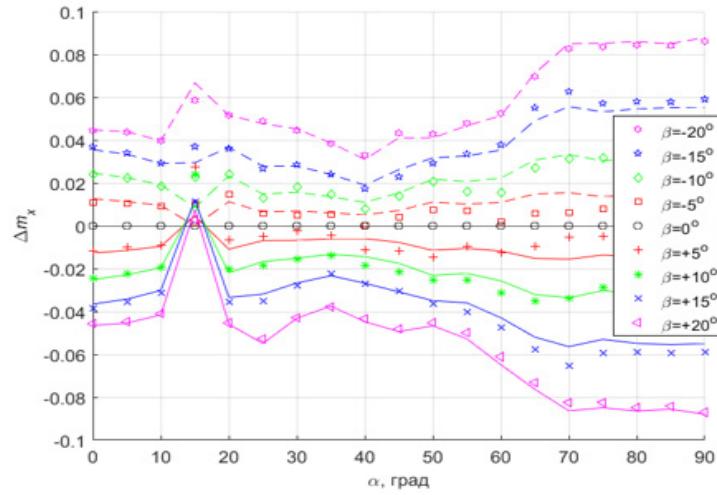


Рис. 7. Зависимость коэффициента момента крена модели 2 от углов атаки и скольжения.

3. Влияние аэродинамической асимметрии на параметры критических режимов. 3.1. Чувствительность параметров штопора к боковой аэродинамической асимметрии. Расчет параметров штопора и других критических режимов и их зависимости от аэродинамической асимметрии выполняется методом численного продолжения по параметру стационарных и периодических решений [7, 8]. Запишем уравнения (2.1) в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\delta}),$$

где $\mathbf{x} = (\alpha, \beta, V, \vartheta, \gamma, \omega_x, \omega_y, \omega_z)^T \in R^8$, $\boldsymbol{\delta} = (\delta_B, \delta_\Theta, \delta_H)$. Состояния равновесия определяются системой алгебраических уравнений:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\delta}) = 0. \quad (3.1)$$

В процедуре продолжения по параметру равновесных решений в качестве параметра используется отклонение одного из органов управления, а два других фиксируются.

Начальные точки кривых (3.1) в R^8 можно найти приближенными методами [1]. При расчете равновесий также анализируется их локальная устойчивость с помощью линеаризован-

ной системы уравнений. Продолжение предельных циклов или периодических решений с неизвестным периодом T выполняется путем решения зависящей от параметра краевой задачи:

$$\mathbf{x}(T, \delta) - \mathbf{x}(0, \delta) = 0.$$

На рис. 8 и 9 приведены примеры параметров стационарных решений и амплитуд предельных циклов для модели 1 в зависимости от отклонения элеронов при $\delta_b = -15^\circ$, $\delta_h = 0$ для значения параметра асимметрии, совпадающего с наблюдаемым в АДТ ($k_a = 1$), и для симметризованной модели аэродинамики ($k_a = 0$). Разные маркеры (цвета) обозначают различные свойства устойчивости (качественно различные распределения собственных значений). Наблюдаемые в полете критические режимы соответствуют устойчивым равновесным решениям (равномерный штопор, инерционное вращение и др.) или устойчивым периодическим (предельные циклы) решениям (автоколебания, колебательный штопор).

Как видно из рис. 8, 9, имеются устойчивые равновесия и предельные циклы при $\alpha \sim 20^\circ$, которые практически не зависят от аэродинамической асимметрии. Предельные циклы в диапазо-

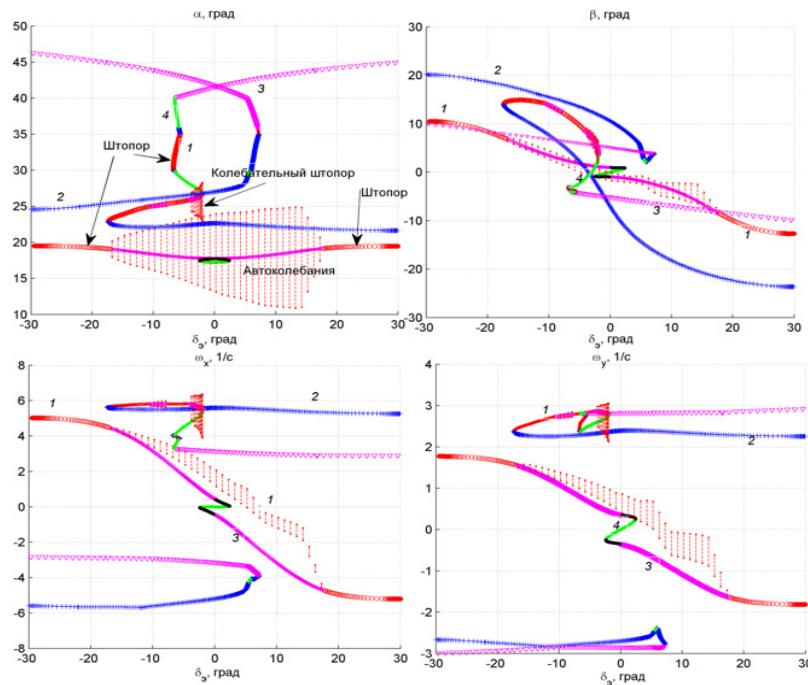


Рис. 8. Стационарные решения и предельные циклы для модели 1 в зависимости от отклонения элеронов ($\delta_b = -15^\circ$, $\delta_h = 0$), модель аэродинамики с асимметрией:

1 – устойчивые решения, 2 – апериодически неустойчивые, 3 – колебательно неустойчивые, 4 – три или более собственных значений в правой полуплоскости.

не $\delta_g \in (-18; 18^\circ)$ описывают автоколебания с большой амплитудой по тангажу, которые переходят в режим авторотации при увеличении отклонения элеронов. Амплитуда автоколебаний, как видно из приведенных рисунков, в случае асимметрии зависит от знака отклонения элеронов.

Полученные диаграммы носят выраженный бифуркационный характер [2], различия между ними лежат главным образом в диапазоне углов атаки $\alpha = 24\dots35^\circ$ (рис. 10). В случае асимметрии существует диапазон очень крутых режимов штопора при $\delta_g = -17\dots0^\circ$, $\alpha = 23\dots25^\circ$ и $\delta_g = -4\dots0^\circ$, $\alpha = 30\dots25^\circ$, которые отсутствуют в симметричном случае. Первый диапазон этих режимов вызван исключительно аэродинамической асимметрией, второй диапазон зависит от неопределенности других аэродинамическими параметров. Он может появляться или исчезать при незначительном изменении симметричной части аэродинамики. Пример траектории в устойчивом колебательном штопоре, вызванном аэродинамической асимметрией, показан на рис. 11.

По результатам расчетов в рассматриваемом примере у модели 1 нет режимов штопора или других устойчивых критических режимов при углах атаки $\alpha > 35^\circ$, поэтому значительная

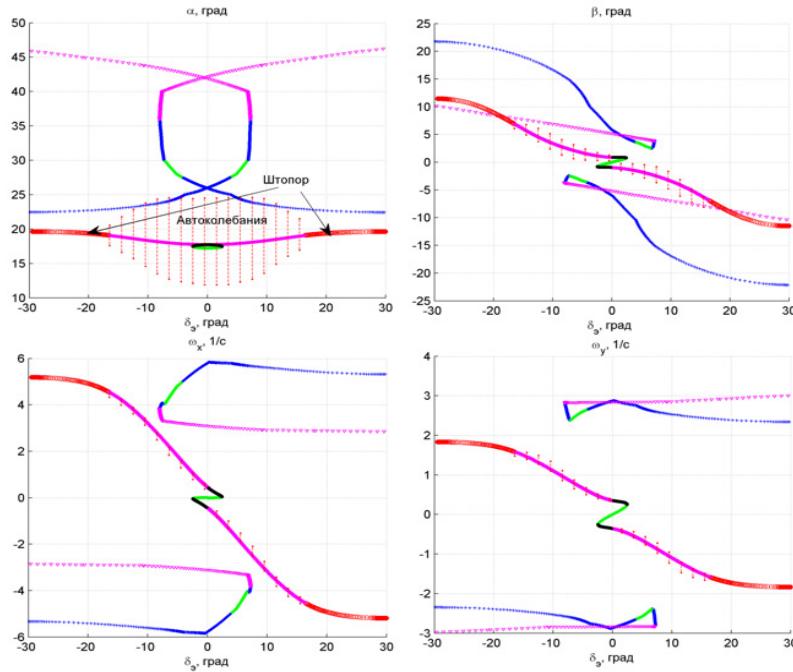


Рис. 9. Стационарные решения и предельные циклы для модели 1 в зависимости от отклонения элеронов ($\delta_B = -15^\circ$, $\delta_H = 0$), нет аэродинамической асимметрии.

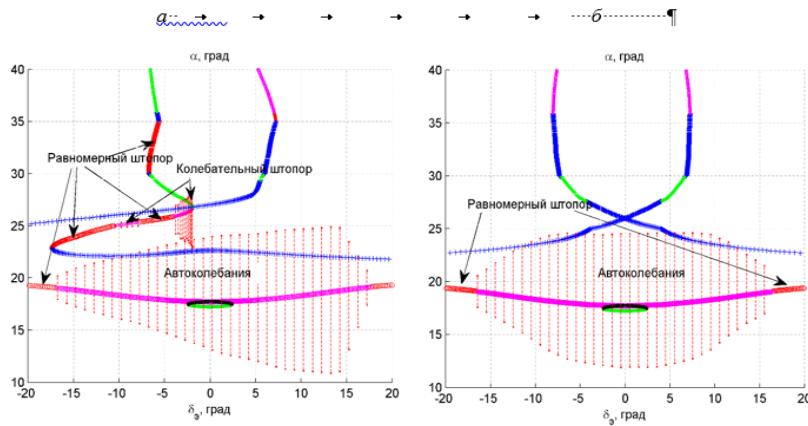


Рис. 10. Сравнение стационарных решений и предельных циклов для модели 1 в зависимости от отклонения элеронов ($\delta_B = -15^\circ$, $\delta_H = 0$): а – с асимметрией, б – без асимметрии.

аэродинамическая асимметрия в диапазоне углов атаки $\alpha = 50 \dots 70^\circ$ не оказывает заметного влияния на динамику самолета на этих углах атаки.

Поскольку величина аэродинамической асимметрии является весьма неопределенным параметром, необходимо проанализировать зависимость параметров штопора от ее величины. На рис. 12 и 13 приведены стационарные режимы штопора для различных значений параметра k_a , определяющего уровень аэродинамической асимметрии (здесь представлены только три компоненты: α , β , ω_x из всего вектора состояния). Видно, что диапазон отклонения элеронов, при котором возможен штопор, значительно уменьшается с уменьшением уровня аэродинамической асимметрии k_a и при $k_a = 0.25$ штопора не существует. Таким образом, для надежного прогнозирования штопора самолета в полете важно точно оценивать величину аэродинамической асимметрии и уточнять ее при переносе данных, полученных в аэrodинамической трубе для динамически подобной модели, на реальный полет самолета.

3.2. Чувствительность параметров штопора, вызванного аэродинамической асимметрией, к неопределенности других аэро-

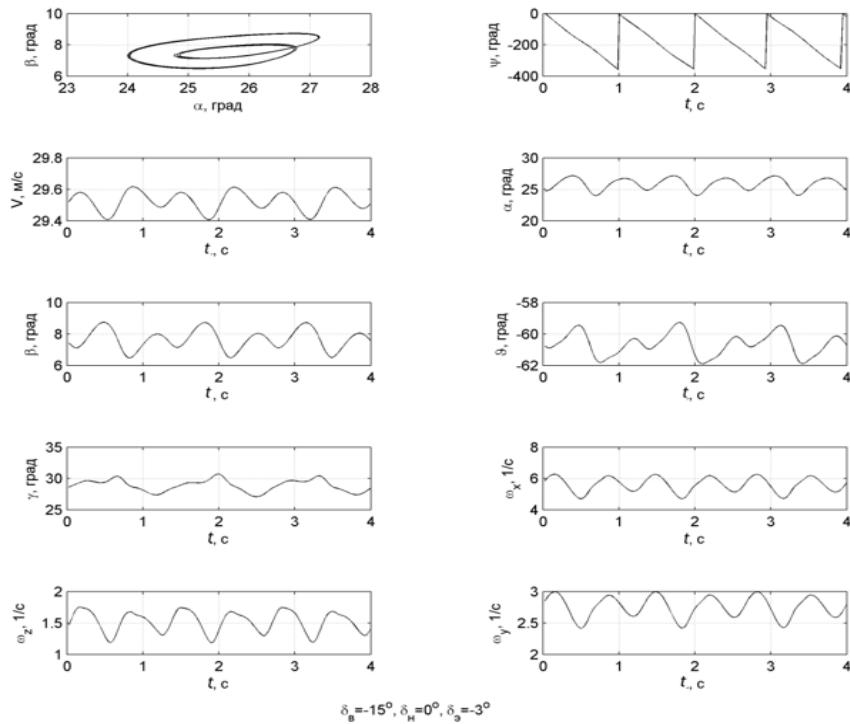


Рис. 11. Пример траектории в колебательном штопоре, обусловленном аэродинамической асимметрией.

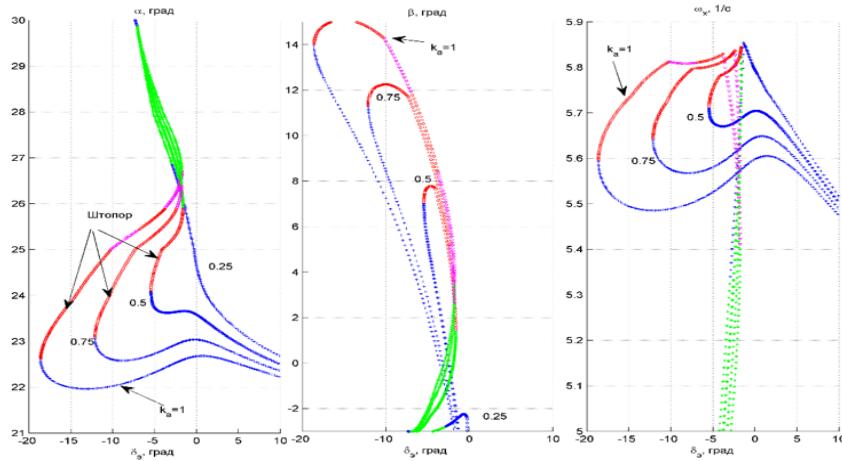


Рис. 12. Режимы штопора при различных значениях параметра аэродинамической асимметрии, $\omega > 0$.

динамических параметров. В работе [9] было обнаружено, что неопределенности аэродинамической модели могут существенно влиять на бифуркационные диаграммы, рассчитанные для анализа штопора, и параметры штопора. Значения неопределенностей, включенных в аэродинамическую модель в [9], были получены в результате многократных измерений статических характеристик самолета при различных комбинациях угла атаки и скольжения, различных методах и условиях экспериментов в АДТ. Анализ проводился путем прямого расчета параметров штопора с помощью метода продолжения по параметру.

В данной работе используется другой подход к анализу чувствительности параметров штопора к неопределенностям аэродинамической модели. Рассмотрим любой стационарный ре-

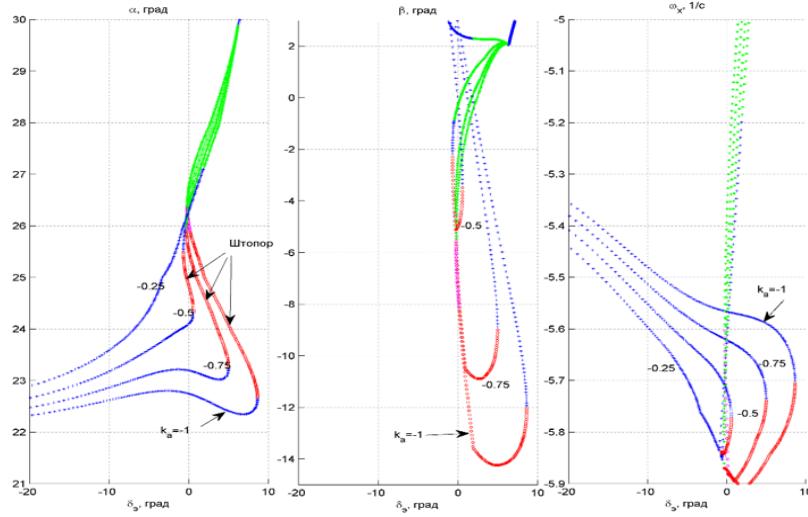


Рис. 13. Режимы штопора при различных значениях параметра аэродинамической асимметрии, $\omega < 0$.

жим штопора, вызванный аэродинамической асимметрией (рис. 8, 11, *a*). Его устойчивость определяется путем вычисления собственных значений системы 8-го порядка, линеаризованной вблизи этого устойчивого положения равновесия:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}, \quad \mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{X}_S}, \quad (3.2)$$

где \mathbf{X}_S – какой-либо стационарный режим штопора. Определить, остается ли положение равновесия устойчивым, когда аэродинамические параметры изменяются вблизи их номинальных значений, возможно с применением методов анализа робастной устойчивости [15]. В частности, анализа с помощью структурированных сингулярных чисел – μ -анализа, который гарантирует робастную устойчивость системы (3.2) с неопределенной матрицей \mathbf{A} при любом разбросе значений элементов матрицы \mathbf{A} внутри заданных границ, если μ (верхняя граница структурированного сингулярного числа) для заданной линейной неопределенной системы меньше 1.

Поскольку рассматриваемая модель аэродинамики является эвристической, все параметры будут неопределенными. Было установлено [9], что неопределенности коэффициентов момента крена и рыскания оказывают особенно большое влияние на параметры штопора. По этой причине неопределенными считаем аэродинамические производные $m_x^\alpha, m_x^\beta, m_x^{\omega_x}, m_y^\alpha, m_y^\beta, m_y^{\omega_x}, m_y^{\omega_y}$ все вместе или по отдельности, рассчитанные вблизи нескольких режимов штопора, которые обусловлены аэродинамической асимметрией. Это означает, что элементы $A_{6,2}, A_{6,3}, A_{6,6}, A_{6,7}, A_{7,2}, A_{7,3}, A_{7,6}, A_{7,7}$ матрицы \mathbf{A} в уравнении (3.2) являются неопределенными. Считаем, что значение неопределенности каждой из этих производных равно 10%. На рис. 14 приведены значения μ , рассчитанные для случаев одной из перечисленных неопределенностей или всех вместе. Видно, что система может потерять устойчивость в случае всех неопределенных производных для первого режима штопора ($\alpha = 23.06^\circ$), но остается робастно устойчивой в трех других случаях. Отметим, что если равновесие становится неустойчивым, это не означает исчезновения штопора, так как установившийся штопор может стать колебательным и ответ может быть дан с помощью бифуркационного анализа.

Величина $\text{margin} = 1 / \mu$ дает запас устойчивости неопределенной системы: система устойчива, если норма i -й неопределенности меньше $\text{margin} \beta_i$. Рисунок 14 позволяет оценить, неопределенность какой производной больше влияет на робастную устойчивость штопора: в данном случае это производные $m_x^{\omega_x}$ и m_y^α . В случае робастного анализа устойчивости режимов штопора чем больше запас устойчивости, тем более опасным является этот режим. Другими словами, этот режим штопора существует, несмотря на неточное знание аэродинамических характеристик самолета, и это важный вывод для эвристических моделей аэродинамики.

На рис. 15 показаны бифуркационные диаграммы, аналогичные части рис. 8, 10, *a*, при различных неопределенностях моментов рыскания и крена в рассматриваемых пределах. Видно, что крутой штопор при $\alpha = 30\dots35^\circ$ изменяется незначительно, но область очень крутого штопора при $\alpha = 23\dots28^\circ$, обусловленного аэродинамической асимметрией, может значительно измениться.

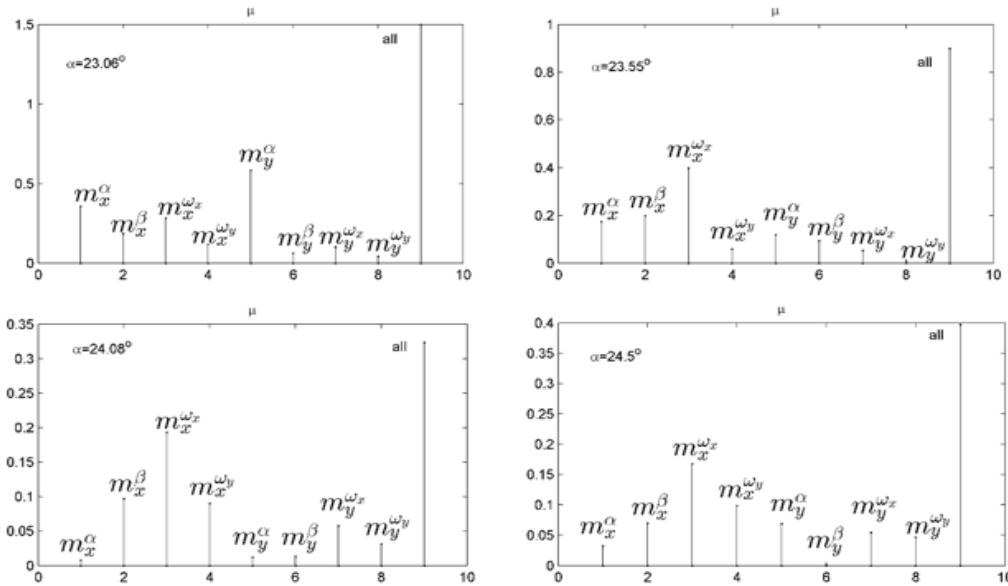


Рис. 14. Робастная устойчивость режимов штопора, обусловленного аэродинамической асимметрией при различных неопределенностях аэродинамических производных в моментах рыскания и крена.

4. Влияние аэродинамической асимметрии на восприимчивость самолета к штопору. Влияние аэродинамической асимметрии на параметры критических режимов и восприимчивость к штопору магистрального самолета может существенно зависеть от типа самолета. Для сравнительного анализа рассмотрим критические режимы для модели самолета 2, для которого уровень асимметрии боковых аэродинамических характеристик выше, чем для модели 1. Зависимость коэффициента момента крена от углов атаки и скольжения для модели 2 приведена на рис. 7. Параметры стационарных критических режимов, вычисленные методом продолжения по параметру при имеющейся аэродинамической асимметрии, в зависимости от отклонения руля направления при $\delta_B = -5^\circ$, $\delta_e = 0$ представлены на рис. 16. В отличие от ранее рассмотренного типа самолета, в данном случае во всем диапазоне отклонения руля направления имеются режимы устойчивого штопора, диапазон углов атаки которых составляет от 20 до 55° , причем при

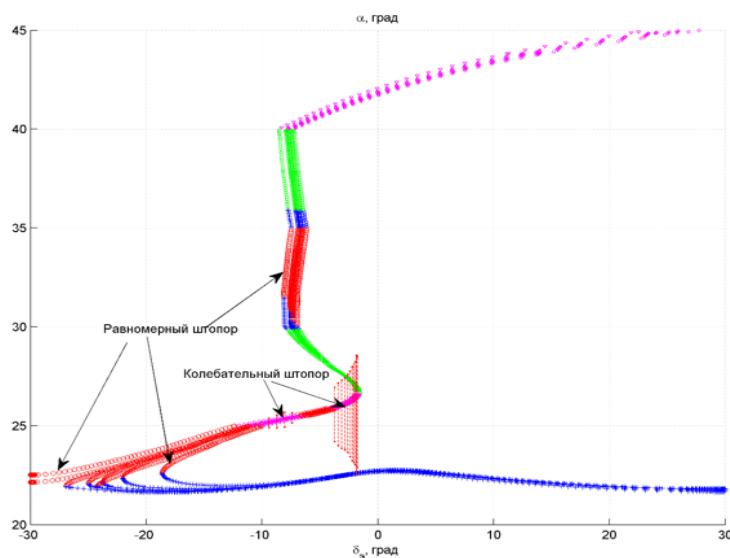


Рис. 15. Параметры штопора, вызванного аэродинамической асимметрией, в зависимости от отклонения элеронов, при различных неопределенностях моментов рыскания и крена.

некоторых отклонениях руля направления имеется несколько устойчивых режимов штопора. Параметры правого и левого штопора различны. Чтобы оценить, в какой из режимов штопора может попасть самолет, желательно ввести меру восприимчивости самолета к штопору.

Эффективный подход к оценке восприимчивости самолета к штопору был предложен в [16], где для этой цели использовался размер области притяжения (ОП) устойчивого режима штопора, рассматриваемый как метрика для оценки относительной опасности различных режимов штопора и вероятность попадания в конкретный режим в случае нескольких устойчивых режимов для одного и того же набора параметров. Оценка размера ОП проведена с помощью разработанных в последние годы количественных методов анализа нелинейных систем, применяющихся до этого лишь для анализа нормальных режимов полета. Количественные методы анализа нелинейных систем основаны на SOS-оптимизации (sum-of-squares – сумма квадратов) [17–19].

Поскольку количественные методы анализа [17–19] применимы лишь к полиномиальным системам, получены полиномиальные аппроксимации редуцированной системы 5-го порядка, аппроксимирующей систему 8-го порядка (2.1) с учетом нелинейности динамики и всех нелинейностей аэродинамических характеристик самолета вблизи ряда устойчивых режимов штопора [16], подтвержденные сравнительным моделированием. Для полученных прибли-

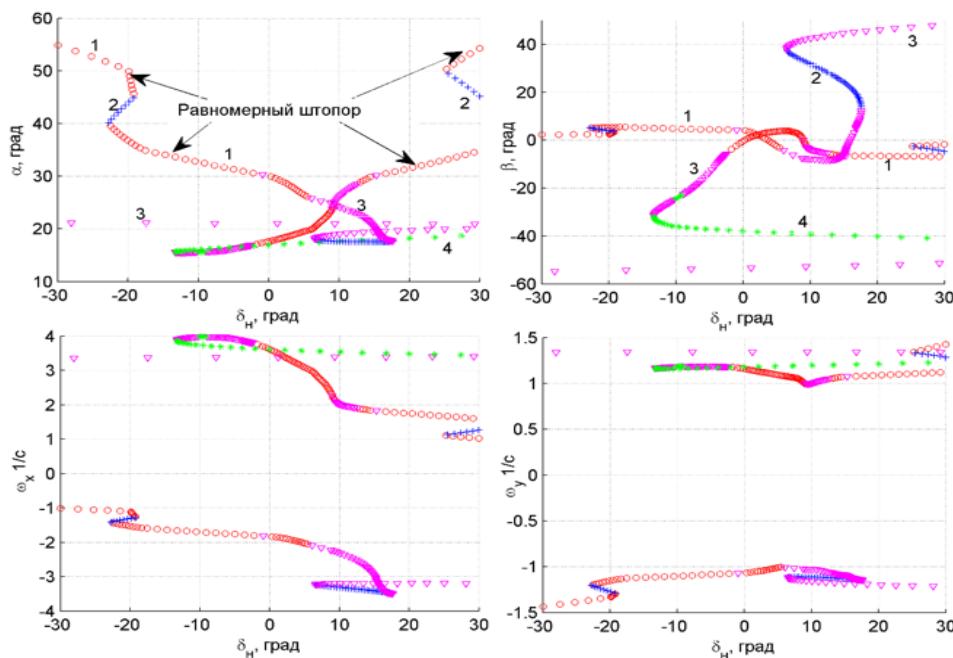


Рис. 16. Параметры стационарных критических режимов для модели 2 в зависимости от отклонения руля направления при $\delta_B = 5^\circ$, $\delta_s = 0$: 1 – устойчивые решения, 2 – апериодически неустойчивые, 3 – колебательно неустойчивые, 4 – три или более собственных значений в правой полуплоскости.

женных полиномиальных уравнений 5-го порядка оценены нижние границы эллипсоидальных аппроксимаций областей притяжения с использованием метода оптимизации на основе функций Ляпунова, дающих оценку области притяжения. Размеры области притяжения для различных режимов штопора могут рассматриваться как мера восприимчивости самолета к штопору и относительной опасности отдельных штопоров.

Результаты оценок ОП для режимов штопора, перечисленных в таблице, приведены на рис. 17. Видно, что из-за боковой аэродинамической асимметрии правый и левый режимы штопора имеют разные размеры областей притяжения, т.е. разные вероятности попадания в эти режимы штопора. Сравнение ОП для двух режимов, существующих при одних и тех же значениях параметров (режимы № 2: $\delta_H = -20^\circ$, $\alpha = 50^\circ$ и № 3: $\delta_H = -20^\circ$, $\alpha = 37^\circ$ в таблице), показывает, что второй режим имеет несколько больший размер ОП и, следовательно, более вероятен. Сравнение ОП для двух разных режимов штопора при $\delta_H = 30^\circ$ (режимы № 7: $\alpha = 35^\circ$ и № 8: $\alpha = 54^\circ$) показывает, что в этом случае размеры ОП практически равны, т.е. эти режимы равновероятны. Сравнение ОП правого и левого штопора (№ 1: $\delta_H = -30^\circ$, $\alpha = 55^\circ$ и № 8:

$\delta_h = 30^\circ$, $\alpha = 55^\circ$, а также № 3: $\delta_h = -20^\circ$, $\alpha = 37^\circ$ и № 6: $\delta_h = 20^\circ$, $\alpha = 31.5^\circ$) показывает, что для левого штопора (отрицательные отклонения руля направления) размер области притяжения значительно больше, чем для правого. Таким образом, аэродинамическая асимметрия существенно влияет на размер области притяжения штопора и соответственно на восприимчивость самолета к правому или левому штопору.

5. Влияние уровня аэродинамической асимметрии на управление при выводе самолета из штопора для двух типов самолета. Известно, что аэродинамическая асимметрия играет важную роль в характере штопора истребителей, делая некоторые режимы штопора невыводимыми [1,2]. Как показывает анализ, для модели 1 величина аэродинамической асимметрии практически не влияет на вывод из штопора, который может быть осуществлен приведением органов управления в нейтральное положение. Для модели 2 это не так, и аэродинамическая асимметрия влияет на вывод из самолета штопора. Это имеет место для штопора при нейтральном положении органов управления. Отклонение руля направления против штопора на несколько секунд приводит к выходу из штопора в случае симметричной модели аэродинамики (рис. 18, *a*) и не приводит к выходу из штопора при учете аэродинамической асимметрии (рис. 18, *b*).

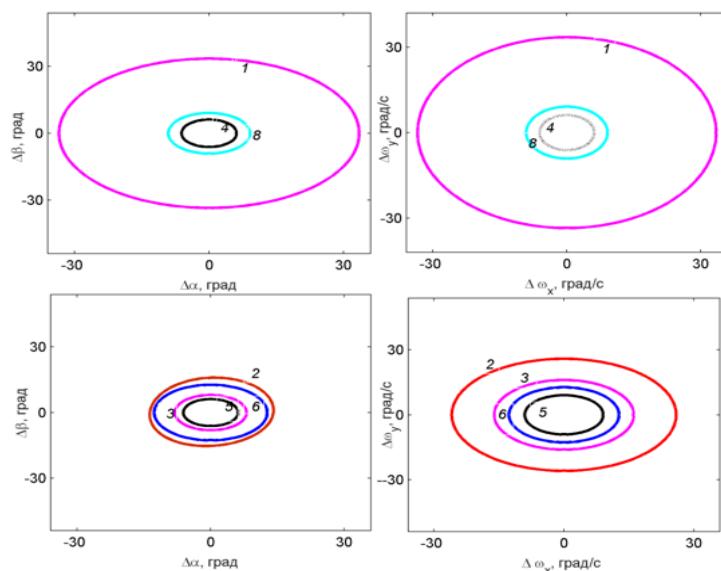


Рис. 17. Проекции областей притяжения для нескольких режимов штопора, цифры соответствуют номерам режимов в таблице: 1 – $\delta_h = -30^\circ$, $\alpha = 55^\circ$; 8 – $\delta_h = 30^\circ$, $\alpha = 55^\circ$; 4 – $\delta_h = 0^\circ$, $\alpha = 30^\circ$; 2 – $\delta_h = -20^\circ$, $\alpha = 50^\circ$; 3 – $\delta_h = -20^\circ$, $\alpha = 37^\circ$; 5 – $\delta_h = 0^\circ$, $\alpha = 18^\circ$; 6 – $\delta_h = 20^\circ$, $\alpha = 32^\circ$; проекции для режима 7 ($\delta_h = -30^\circ$, $\alpha = 35^\circ$) практически совпадают с проекциями для режима 8.

Таблица 1. Список оцениваемых режимов штопора

Номер режима	δ_h , град	V , м/с	α	β	ω_x	ω_y	ω_z
			град			с^{-1}	
1	-30	77.8	54.8	2.34	-1.01	-1.43	0.029
2	-20	83.8	50.1	2.43	-1.11	-1.33	0.037
3	-20	101.8	36.8	5.34	-1.53	-1.15	-0.046
4	0	119.8	30.0	4.23	-1.83	-1.07	-0.012
5	0	174.3	17.6	-0.39	3.62	1.16	0.155
6	20	114.4	31.5	-6.59	1.75	1.09	-0.097
7	30	106.4	34.8	-6.87	1.59	1.12	-0.099
8	30	78.4	54.3	-1.78	1.023	1.43	0.047

Штопор при нейтральном положении органов управления может произойти, например, в результате интенсивного управления рулем высоты и рулем направления, как на рис. 19, 20. Приведение органов управления в нейтральное положение не прекращает штопора, но кратковременное отклонение руля направления против штопора при отсутствии асимметрии приводит к успеху (рис. 18, a).

При наличии аэродинамической асимметрии такой способ оказывается неприменим. Однако в этом случае самолет может быть выведен из штопора так называемым усиленным методом: одновременное отклонение руля направления против штопора, (элеронов по штопору или в нейтральное положение, если они отклонены), руля высоты на кабрирование до прекращения вращения, затем перевод всех органов управления в нейтральное положение (рис. 20). Этот способ применим для вывода из штопора рассматриваемого самолета при любом уровне аэродинамической асимметрии. Таким образом, приведенный пример показывает возможность влияния аэродинамической асимметрии на параметры и выход магистрального самолета из штопора и важность учета этого фактора при разработке рекомендаций летчикам по способам пилотирования для вывода самолета из штопора.

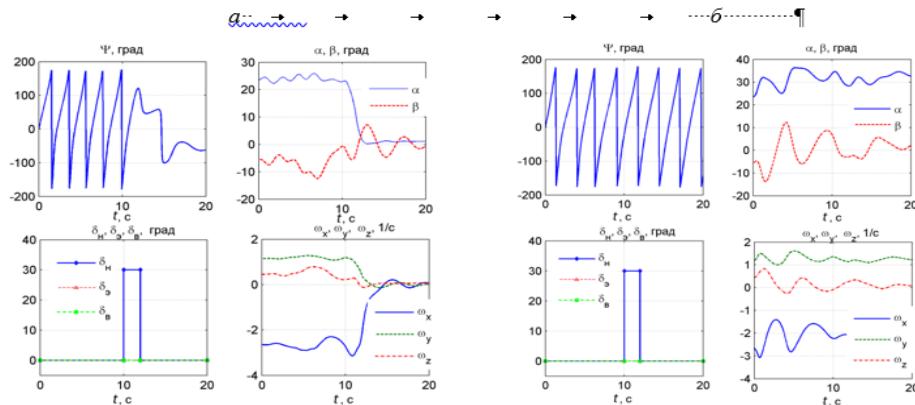


Рис. 18. а – симметричная модель аэродинамики: выход из штопора,
б – модель аэродинамики с учетом асимметрии: невыход.

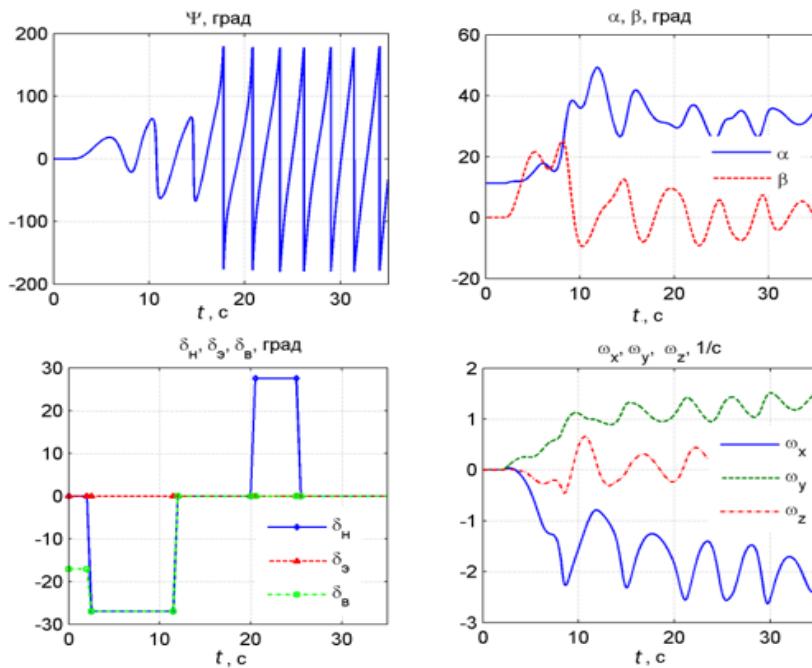


Рис. 19. Модель аэродинамики с учетом асимметрии: невыход из штопора.

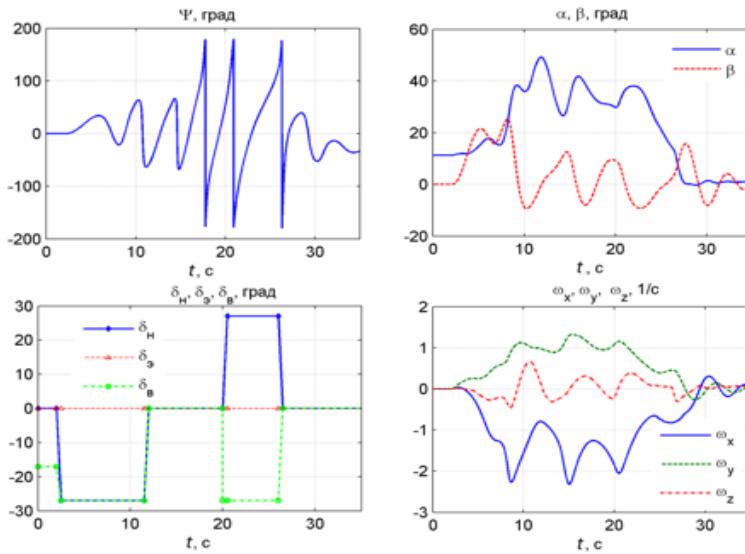


Рис. 20. Модель аэродинамики с учетом асимметрии, выход усиленным методом пилотирования.

Заключение. Исследованы вопросы влияния развития аэродинамической асимметрии на особенности критических режимов полета и, в частности, штопора, для двух моделей дозвуковых самолетов. Показано, что это влияние зависит от величины боковых моментов, вызываемых аэродинамической асимметрией, и может быть значительным, обусловливая появление устойчивых режимов штопора, не существующих при ее отсутствии или малой величине, а также различие параметров правого и левого штопора. Оценка размера области притяжения различных режимов штопора, рассматриваемая как мера восприимчивости самолета к штопору, показывает различие относительной опасности правого и левого штопора при наличии аэродинамической асимметрии. Продемонстрировано также влияние аэродинамической асимметрии на возможный способ выхода самолета из штопора и важность учета этого фактора при разработке рекомендаций летчикам по способам вывода самолета из штопора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под. ред. Г. С. Бюшгенса. М.: Наука. Физматлит, 1998.
- Goman M.G., Khrabrov A.V. Application of Continuation and Bifurcation Methods to the Design of Control Systems // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Ser. A: Mathematical, Physical, and Engineering Sciences. 1998. V. 356. P. 2277–2295.
- <https://commonresearchmodel.larc.nasa.gov/geometry/>.
- Jackson P, Munson K, Peacock L. Jane's All the Worlds Aircraft 2005–2006. Surrey: Jane's Information Group. 2006.
- Richardson T.S, McFarlane C., Isikveren A., Badcock K.J., Da Ronch A. Analysis of Conventional and Asymmetric aircraft Configurations using CEASIOM // Progress in Aerospace Sciences. 2011. V. 47. № 8. P. 647–659.
- Khrabrov A., Sidoryuk M. Flight Control Law Design for Asymmetrical General Aviation Aircraft // Frontiers in Aerospace Engineering. 2013. V.2. № 4. P. 258–266.
- Goman M.G., Zagaynov G.I., Khrabrov A.V. Application of Bifurcation Methods to Nonlinear Flight Dynamics Problems // Progress in Aerospace Sciences. 1997. V. 33. № 59. P. 539–586.
- Guicheteau P. Bifurcation Theory: a Tool for Nonlinear flight Dynamics // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Ser. A. 1998. № 356. P. 2181–2201.
- Farcy D., Khrabrov A., Sidoryuk M. Sensitivity of Spin Parameters to Uncertainties of the Aircraft Aerodynamic Model // Journal of Aircraft. 2020. V. 57. № 5. P. 1–16.
- Гоман М.Г., Захаров С.Б., Храбров А.Н. Симметричное и несимметричное отрывное обтекание крыла малого удлинения с фюзеляжем // Уч. зап. ЦАГИ. 1985. № 6. С. 1–8.
- Гоман М.Г., Захаров С.Б., Храбров А.Н. Аэродинамический гистерезис при стационарном отрывном обтекании удлиненных тел // Докл. АН СССР. 1985. № 1. С. 28–31.
- ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М., 1981.
- ГОСТ 21890-76. Фюзеляж, крылья и оперение самолетов и вертолетов. Термины и определения. М., 1976.
- ГОСТ 22833-77. Характеристики самолета геометрические. Термины, определения и буквенные обозначения. М., 1987.

15. *Packard A., Balas G., Safonov M., Chiang R., Gahinet P., Nemirovski A., Apkarian P.* Robust Control Toolbox // The MathWorks Inc. Natick. 2016.
16. *Sidoryuk M., Khrabrov A.* Estimation of Regions of Attraction of Aircraft Spin Modes // Journal of Aircraft. 2019. V. 56. № 1. P. 205–216.
17. *Topcu U., Packard A., Seiler P., Wheeler T.* Stability Region Analysis Using Simulations and Sum-Of-Squares Programming // Proc. American Control Conf. N.Y., 2007. P. 6009–6014.
18. *Topcu U., Packard A., Seiler P.* Local Stability Analysis Using Simulations and Sum-Of-Squares Programming // Automatica. 2008. V. 44. № 10. P. 2669–2675.
19. *Tibken B.* Estimation of the Domain of Attraction for Polynomial Systems via LMIS // Proc. IEEE Conf. on Decision and Control. Sydney, 2000. P. 3860–3864.