

## ВЛИЯНИЕ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА ОРБИТЫ ПЛАНЕТЫ НА ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОТЕМНЕНИЯ К КРАЮ ЗАТМЕВАЕМОЙ ЗВЕЗДЫ

© 2023 г. Е. В. Бекесов<sup>1,\*</sup>, А. М. Черепашук<sup>1,\*\*</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

\*E-mail: egor03121996@mail.ru

\*\*E-mail: cherepashchuk@gmail.com

Поступила в редакцию 25.10.2022 г.

После доработки 27.11.2022 г.

Принята к публикации 08.12.2022 г.

Показано, что введение в модель двойной системы с экзопланетой небольшого эксцентриситета орбиты, допустимого ошибками определения лучевых скоростей затмеваемой звезды, позволяет значительно уменьшить и даже устранить различие в зависимостях от длины волны между наблюдаемыми и теоретическими значениями коэффициентов потемнения к краю звезды HD 209458.

*Ключевые слова:* двойные системы, экзопланеты, моделирование, звездные атмосферы, коэффициенты потемнения к краю звезды, HD 209458

DOI: 10.31857/S0004629923020020, EDN: CIZPKY

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из выдающихся достижений современной астрономии является открытие внесолнечных планет [1].

К настоящему времени открыты тысячи экзопланет вокруг звезд Галактики (см., напр., [2]). Уже имеются фундаментальные результаты в исследованиях параметров экзопланет и структуры их атмосфер. На недавно запущенной космической обсерватории имени Джеймса Вебба ведутся детальные спектральные исследования экзопланет и их атмосфер. Стоит задача поиска биомаркеров в атмосферах экзопланет и обнаружения следов внеземной жизни на них.

На фоне этих грандиозных достижений и перспектив отошел на второй план весьма интересный вопрос о наблюдательном исследовании эффектов потемнения к краю дисков звезд, затмеваемых экзопланетами, что важно для проверки современных моделей звездных атмосфер. Если в классических затменных двойных системах эффекты потемнения к краю дисков звезд сравнительно слабо влияют на наблюдаемую затненную кривую блеска, то при затмении звезды экзопланетой влияние потемнения к краю звезды на кривую блеска является очень сильным. Это позволяет надеяться, что анализ высокоточных кривых затмения звезд экзопланетами даст возможность определить не только характеристики экзопла-

нет, но и исследовать эффекты потемнения к краю для многих звезд.

Массовое исследование затмений звезд экзопланетами началось после открытия прохождения экзопланет по дискам звезд [3, 4]. При этом эффекты потемнения к краю дисков звезд чаще всего задавались, исходя из теории тонких звездных атмосфер (см., напр., [5]). Например, в работе [5] на основе обширных расчетов с применением различных нелинейных законов потемнения к краю (квадратичный закон, кубический закон, закон квадратного корня, логарифмический закон) даны рекомендации по использованию нелинейных законов потемнения при интерпретации кривых затмения звезд экзопланетами, полученных с помощью наземных фотометрических наблюдений (точность не выше  $10^{-3}$  звездной величины). Во всех случаях при точности наземных фотометрических наблюдений должны быть использованы нелинейные законы потемнения (лучше всего подходит квадратичный закон), но при этом в большинстве случаев достаточно искать лишь один коэффициент потемнения, а второй коэффициент в нелинейном законе должен быть зафиксирован, исходя из теории звездных атмосфер. Высокоточные космические наблюдения затмений звезд экзопланетами (точность лучше  $10^{-4}$  звездной величины) позволяют определять полные нелинейные законы потемнения для

звезд. Например, наблюдения с борта космического телескопа Хаббла системы с экзопланетой HD 209458 [6, 7] позволили, наряду с надежным определением параметров экзопланеты, определить оба коэффициента нелинейного (квадратичного) закона потемнения к краю [5, 8]. Однако при анализе десяти многоцветных ( $\lambda\lambda 3200\text{--}9800 \text{ \AA}$ ) кривых блеска системы HD 209458, полученных с борта космического телескопа Хаббла [9], была обнаружена неожиданная проблема. И в случае линейного закона потемнения, и в случае квадратичного закона потемнения зависимость определенных из наблюдений коэффициентов потемнения от длины волны [5] показала существенное отличие от теоретической зависимости, следующей из моделей тонких звездных атмосфер [10]. Даже после оценки ошибок определения коэффициентов потемнения методом доверительных областей (которые в 3–4 раза больше ошибок, найденных методом наименьших квадратов) расхождения между наблюдениями и теорией остались значимыми [11]. В связи с такими расхождениями были предприняты дополнительные исследования по пересчету значений теоретических коэффициентов потемнения как функции длины волны, с использованием современных моделей тонких звездных атмосфер [12]. Они также не смогли устранить расхождение между наблюдениями и теорией.

В работах [13, 14] указанные несоответствия увязывались с переменной структурой пятен на поверхности затмеваемой звезды в системе HD 209458.

Ультрафиолетовые наблюдения показали значительное увеличение ширины и искажение формы кривой блеска при затмении звезды экзопланетой, связанное с поглощением света звезды в протяженной несимметричной атмосфере экзопланеты – горячего юпитера [15]. Однако в оптическом диапазоне влияние этой атмосферы очень мало, и модель экзопланеты с резким краем в оптическом диапазоне, по-видимому, является адекватной наблюдениям. Об этом свидетельствует идеальная симметрия наблюдаемых кривых блеска HD 209458 и их хорошее описание (по критерию  $\chi^2$ ) теоретическими кривыми блеска в рамках модели круглого диска экзопланеты с резким краем.

Если планета, затмевающая звезду, обладает атмосферой, то рефракция света затмеваемой звезды в атмосфере экзопланеты может приводить к искажению соответствующей затменной кривой блеска. Эффекты рефракции в классических затменных системах рассмотрены в работах Кудзея [16, 17]. Эти эффекты должны приводить к появлению небольших горбиков (полярний) на кривой блеска перед входом в затмение и после выхода из него, а также в середине кольцевой фа-

зы затмения. Количественно влияние эффектов рефракции света на кривую блеска при затмении звезд экзопланетами детально не рассматривалось. Эта задача представляет собой предмет отдельного исследования.

В работе [18] рассмотрено влияние эффектов гравитационного микролинзирования на кривую блеска при затмении звезды экзопланетой. Показано, что эффекты гравитационного микролинзирования существенны лишь в случаях, когда размеры орбиты экзопланеты превышают 10 а.е. (соответствующий орбитальный период более 10 лет). Эффекты микролинзирования приводят к появлению небольших ( $\leq 10^{-4}$  звездной величины) горбиков-поярчий перед входом в затмение и после выхода из затмения. Кроме того, в кольцевых фазах затмения эффекты гравитационного микролинзирования обуславливают некоторое “выгибание” вверх кривой блеска, что слегка компенсирует влияние эффекта потемнения к краю на кривую блеска при затмении. В случае коротких орбитальных периодов (что имеет место в системе HD 209458), влияние эффектов гравитационного микролинзирования на кривую блеска при затмении звезды экзопланетой, по-видимому, весьма мало. В работе [19] рассчитаны эффекты релятивистского бининга излучения оптической звезды, вызванные ее орбитальным движением, а также эффекты отражения и эллипсоидальности при затмении звезды экзопланетой и экзопланеты звездой. Эти эффекты весьма малы, но при высокой точности космических наблюдений они могут быть наблюдаемыми (см., напр., [20]).

В работе [8] обнаружено, что в системе HD 189733 радиус экзопланеты слегка возрастает с укорочением длины волны, что может свидетельствовать о наличии у этой экзопланеты атмосферы, рассеивающей свет звезды по рэлеевскому закону.

Таким образом, проблема расхождения между зависимостями от длины волны наблюдаемых и теоретических коэффициентов потемнения к краю звезды к настоящему времени остается нерешенной. Поскольку эта проблема имеет прямое отношение к надежности современных моделей тонких звездных атмосфер, имеет смысл дальнейший поиск причин указанного несоответствия между наблюдениями и теорией.

В настоящей работе показано, что включение в модель системы HD 209458 небольшого эксцентриситета орбиты (который вполне допустим ошибками кривых лучевых скоростей для этой системы) позволяет значительно уменьшить и даже устранить расхождение между наблюдениями и теорией.

Дальнейшее изложение расположено в следующем порядке.

Во втором разделе изложена постановка задачи, в третьем — метод исследования. В четвертом разделе приведены результаты моделирования, в пятом обсуждаются итоги исследования. Полученные результаты суммированы в Заключение.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей статье мы выдвинули гипотезу, что разница между теоретическими и эмпирическими коэффициентами потемнения к краю в случае системы HD 209458 можно объяснить тем, что в предыдущих работах обработка данных транзита проводилось с использованием модели круговой орбиты. В то же время, ввиду небольшой амплитуды лучевых скоростей звезды, даже при точности спектральных определений лучевых скоростей порядка нескольких метров в секунду относительная погрешность кривой лучевых скоростей звезды с экзопланетой весьма велика, и в пределах этой погрешности даже в случае околокруговой орбиты допустимы значения эксцентриситета орбиты вплоть до нескольких сотых. Так, в существующих работах, посвященных исследованию лучевых скоростей системы HD 209458 [21, 22], величина эксцентриситета была определена равной 0.01–0.02 при  $\sigma = 0.01$  (в работе [4] даже 0.04), что дает нам возможность предположить, что согласно правилу  $3\sigma$  допустимо использовать диапазон  $e = 0.00$ – $0.05$ . Как показано в работе [23], даже такое небольшое изменение эксцентриситета может серьезно повлиять на полученные результаты для коэффициентов потемнения к краю. Тем не менее целью данной статьи не является точное определение значения эксцентриситета орбиты HD 209458. Нашей основной задачей является исследование того, как изменение значения эксцентриситета орбиты может влиять на значения остальных параметров. Поскольку работа носит методический характер, мы решали нашу обратную задачу при фиксированном значении долготы периастроа орбиты планеты  $90^\circ$ . Отметим, что предположение о небольшой эллиптичности орбиты планеты в системе HD 209458 с весьма коротким орбитальным периодом в  $3.5^d$  не кажется необоснованным. Как известно, в отличие от планет Солнечной системы, экзопланеты во многих случаях имеют эллиптические орбиты со значительным эксцентриситетом до 0.9 (для орбитальных периодов порядка  $100^d$ ). У нескольких короткопериодических (период около  $4^d$ ) экзопланет надежно измеренные значения эксцентриситета орбиты достигают величин 0.03–0.08.

В рамках используемого нами метода наименьших квадратов мы исходили из того, что при значении  $\chi^2 = 0.5$  уровень значимости близок к

единице для тех чисел степеней свободы, которые использовались при обработке результатов в данной статье. Для  $\chi^2 = 1.0$  уровень значимости составляет уже порядка 0.48. Это говорит о том, что, отбросив данную модель, мы с высокой долей вероятности совершаем ошибку первого рода. При значениях  $\chi^2 = 1.2$  и  $1.3$  все еще остается значительная вероятность того, что модель верна (уровни значимости соответственно 0.1 и 0.05), при  $\chi^2 = 1.5$  и выше уровень значимости стремится к нулю, и данная модель может быть отброшена без особых сожалений (подробнее см. [24]).

## 3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Как уже было сказано выше, для наших расчетов мы выбрали серию транзитов, проведенную при помощи HST в 2007 г. [9]. Данные наблюдений представляют собой 20 кривых блеска для четырех транзитов, наблюдавшихся в десяти фильтрах с диапазоном от 3201 до 9708 Å. Кривые блеска для каждой длины волны были объединены с целью увеличения точности и устранения имевшихся пробелов. Далее, при помощи разработанной нами в прошлом программы, позволяющей провести аппроксимацию и моделирование кривых блеска экзопланет [23], была проведена интерпретация кривых блеска. Радиус планеты и наклонение орбиты в каждом случае определялись в соответствии с используемым в программе алгоритмом на основе метода наименьших квадратов. Точки начала и конца транзита определялись на основе программы, представленной на сайте Exoplanet transit database [25]. Для уменьшения числа искомых параметров использовался линейный закон потемнения к краю звезды, где линейный коэффициент потемнения менялся с шагом 0.02, и по итогу наиболее оптимальным признавался тот, для которого сумма квадратов отклонений наблюдаемой кривой блеска от теоретической (невязка) оказывалась минимальной. Значение эксцентриситета менялось нами в диапазоне от 0 до 0.0575 с шагом 0.0025, и радиус звезды брался в диапазоне от 1.16 до 1.22  $R_\odot$  [21, 26].

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Полученный результат представляет собой серию из десяти таблиц с линейными коэффициентами потемнения к краю и соответствующими им невязками для каждого возможного значения эксцентриситета и радиуса звезды. Ключевые результаты для радиусов звезды 1.18, 1.19, 1.2 и 1.21  $R_\odot$  представлены соответственно в табл. 1, 2, 3 и 4. Также на рис. 1–4 показано сравнение полученных для различных радиусов звезды коэффициентов потемнения к краю с коэффициента-

**Таблица 1.** Общая таблица для радиуса звезды  $R = 1.18 R_{\odot}$ 

$\lambda, \text{\AA}$	$e = 0$		$e = 0.02$		$e = 0.05$	
	$x$	$\chi^2$	$x$	$\chi^2$	$x$	$\chi^2$
3201	0.82	1.10738	0.86	1.11177	0.92	1.14157
3750	0.72	1.19482	0.76	1.18602	0.82	1.28658
4300	0.66	1.48337	0.70	1.49505	0.76	1.79425
4849	0.64	1.24624	0.68	1.47195	0.74	2.20671
5398	0.58	1.12802	0.62	1.34888	0.68	2.05469
5802	0.42	1.22475	0.48	1.176	0.54	1.63252
6779	0.40	1.3213	0.44	1.1922	0.50	1.68933
7755	0.38	1.29418	0.42	1.34106	0.48	1.85679
8732	0.36	1.27232	0.42	1.4258	0.48	1.88535
9708	0.34	1.3684	0.40	1.45882	0.46	1.70829
$\langle \chi^2 \rangle$		1.23076		1.32076		1.72561

Примечание.  $\langle \chi^2 \rangle$  — Среднее значение  $\chi^2$  по всем длинам волн.

**Таблица 3.** Общая таблица для радиуса звезды  $R = 1.20 R_{\odot}$ 

$\lambda, \text{\AA}$	$e = 0$		$e = 0.02$		$e = 0.05$	
	$x$	$\chi^2$	$x$	$\chi^2$	$x$	$\chi^2$
3201	0.78	1.12153	0.82	1.10648	0.88	1.12262
3750	0.68	1.26182	0.72	1.19236	0.78	1.21967
4300	0.62	1.63559	0.66	1.4822	0.72	1.60198
4849	0.60	1.27296	0.64	1.24969	0.70	1.74025
5398	0.54	1.14727	0.58	1.14172	0.64	1.6136
5802	0.42	1.49722	0.44	1.18888	0.50	1.3151
6779	0.34	1.75049	0.40	1.27662	0.48	1.20336
7755	0.32	1.45982	0.38	1.28285	0.44	1.38981
8732	0.32	1.25785	0.38	1.2857	0.44	1.32587
9708	0.28	1.32458	0.36	1.24721	0.42	1.33565
$\langle \chi^2 \rangle$		1.37291		1.2584		1.38679

ми, предсказанными Кнутсоном [9] на основании теоретических расчетов. Из этих рисунков видно, что при увеличении эксцентриситета наблюдаемая зависимость коэффициента потемнения от длины волны приближается к теоретической зависимости, следующей из современных моделей тонких звездных атмосфер, и при  $e = 0.05$  наблюдаемая и теоретическая зависимости практически совпадают. Таким образом, введение небольшого эксцентриситета орбиты, до-

**Таблица 2.** Общая таблица для радиуса звезды  $R = 1.19 R_{\odot}$ 

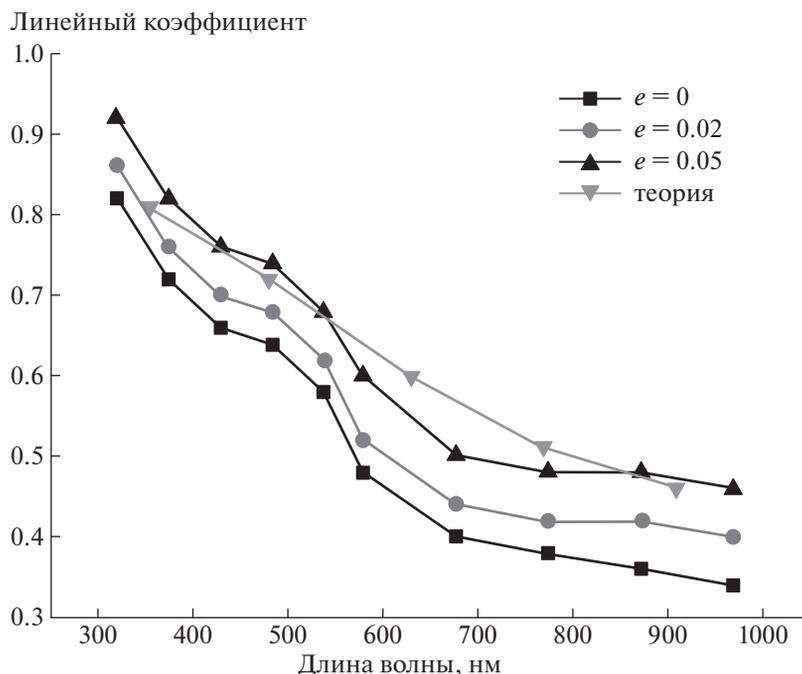
$\lambda, \text{\AA}$	$e = 0$		$e = 0.02$		$e = 0.05$	
	$x$	$\chi^2$	$x$	$\chi^2$	$x$	$\chi^2$
3201	0.80	1.11227	0.84	1.10726	0.90	1.13094
3750	0.70	1.22202	0.74	1.18269	0.80	1.24947
4300	0.64	1.54065	0.68	1.4715	0.74	1.68532
4849	0.62	1.23134	0.66	1.33492	0.72	1.95986
5398	0.56	1.10998	0.60	1.2227	0.66	1.81725
5802	0.48	1.33923	0.54	1.15793	0.50	1.4513
6779	0.38	1.50353	0.42	1.20065	0.50	1.468353
7755	0.36	1.36086	0.40	1.29063	0.46	1.66563
8732	0.34	1.249521	0.40	1.34158	0.46	1.73091
9708	0.32	1.35174	0.38	1.41107	0.44	1.62537
$\langle \chi^2 \rangle$		1.30211		1.27209		1.57844

**Таблица 4.** Общая таблица для радиуса звезды  $R = 1.21 R_{\odot}$ 

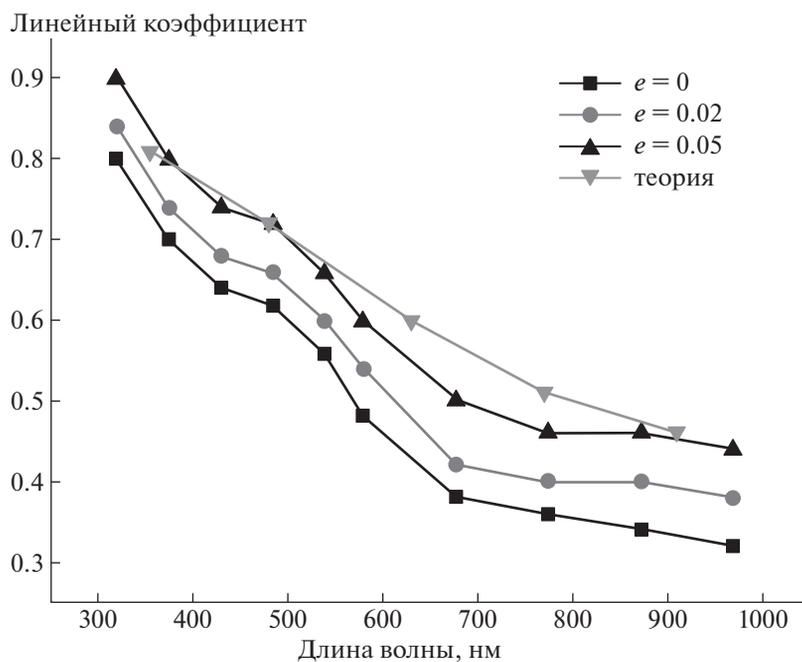
$\lambda, \text{\AA}$	$e = 0$		$e = 0.02$		$e = 0.05$	
	$x$	$\chi^2$	$x$	$\chi^2$	$x$	$\chi^2$
3201	0.76	1.13468	0.80	1.11035	0.86	1.11567
3750	0.66	1.31439	0.72	1.21513	0.78	1.19701
4300	0.60	1.7752	0.64	1.52602	0.72	1.53209
4849	0.56	1.3787	0.62	1.21917	0.68	1.55532
5398	0.52	1.23122	0.56	1.105	0.62	1.43797
5802	0.44	1.72297	0.50	1.28018	0.56	1.2224
6779	0.32	2.07053	0.38	1.42411	0.46	1.21026
7755	0.30	1.60923	0.36	1.32778	0.44	1.39207
8732	0.30	1.29202	0.36	1.25711	0.42	1.47936
9708	0.28	1.35713	0.34	1.35712	0.40	1.48827
$\langle \chi^2 \rangle$		1.48861		1.28219		1.36304

пустимого погрешностями определения лучевых скоростей звезды с экзопланетой, позволяет устранить несоответствие между теорией и наблюдениями.

Для лучшего понимания того, какое влияние оказывает изменение величины эксцентриситета на получаемые результаты, нами была проведена обработка кривых блеска транзитов, полученных на длинах волн 970 и 320 нм, при трех зафиксированных наборах параметров с фиксированным



**Рис. 1.** Значения линейного коэффициента потемнения к краю, соответствующее наименьшей сумме квадратов невязки для различных длин волн и значений эксцентриситета, и их сравнение с теоретическими предсказаниями Кларэ [10] для радиуса звезды, равного  $1.18 R_{\odot}$ .



**Рис. 2.** То же, что на рис. 1, для радиуса звезды, равного  $1.19 R_{\odot}$ .

радиусом звезды  $R = 1.20 R_{\odot}$ . В первом случае мы брали эксцентриситет  $e = 0$  и наиболее оптимальный для этого значения линейный коэффициент потемнения к краю, полученный из интер-

претации кривых блеска (0.28 для 970 нм и 0.78 для 320 нм). Во втором случае — также нулевой эксцентриситет, но коэффициент потемнения к краю был зафиксирован равным 0.42 для 970 нм

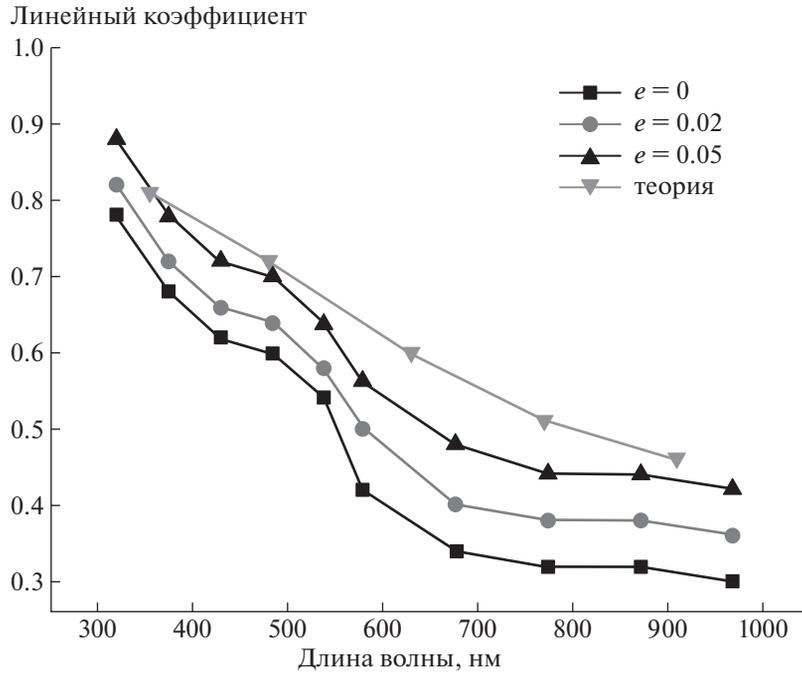


Рис. 3. То же, что на рис. 1, для радиуса звезды, равного  $1.20 R_{\odot}$ .

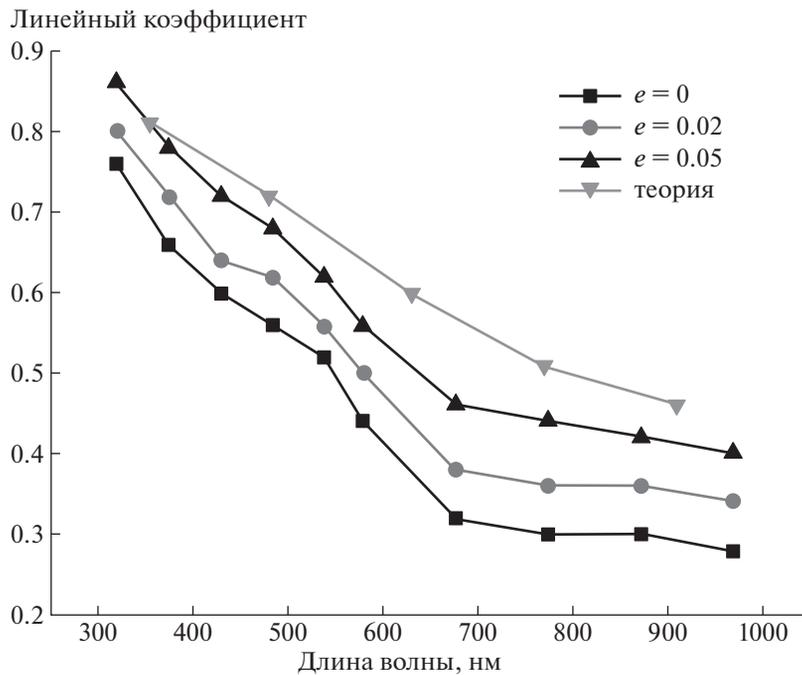
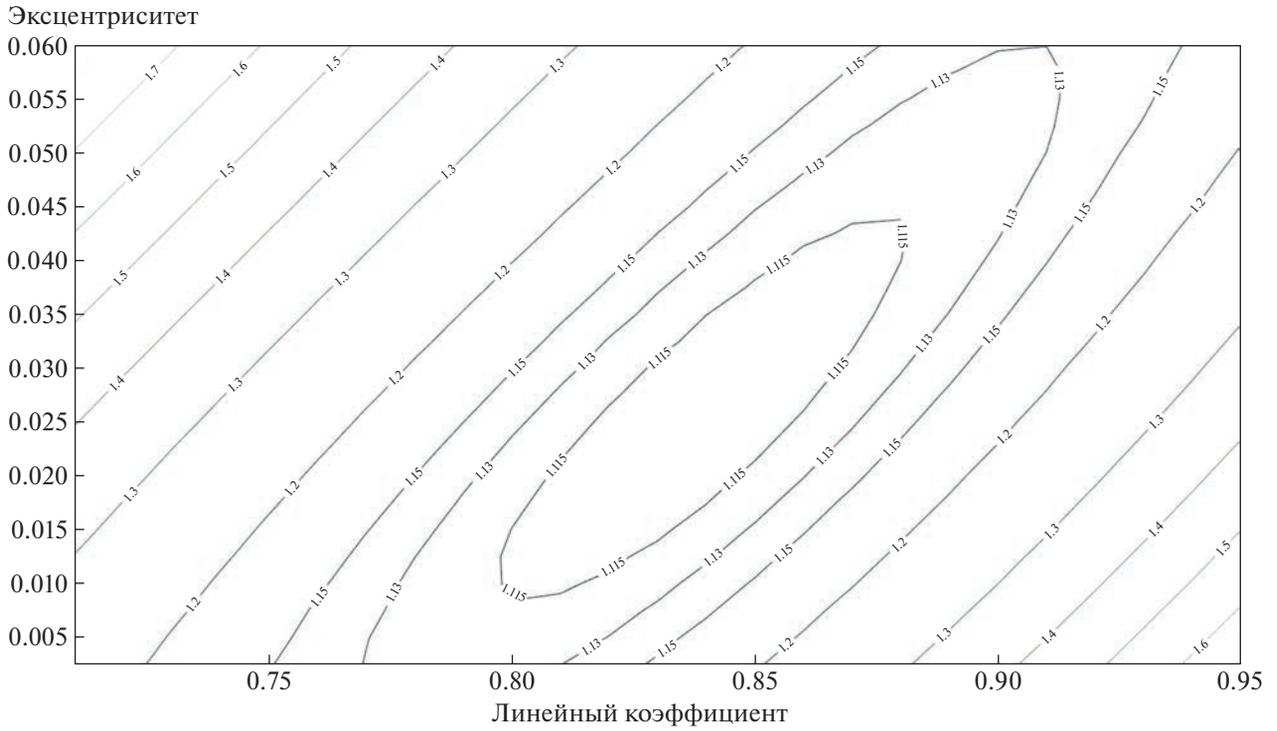


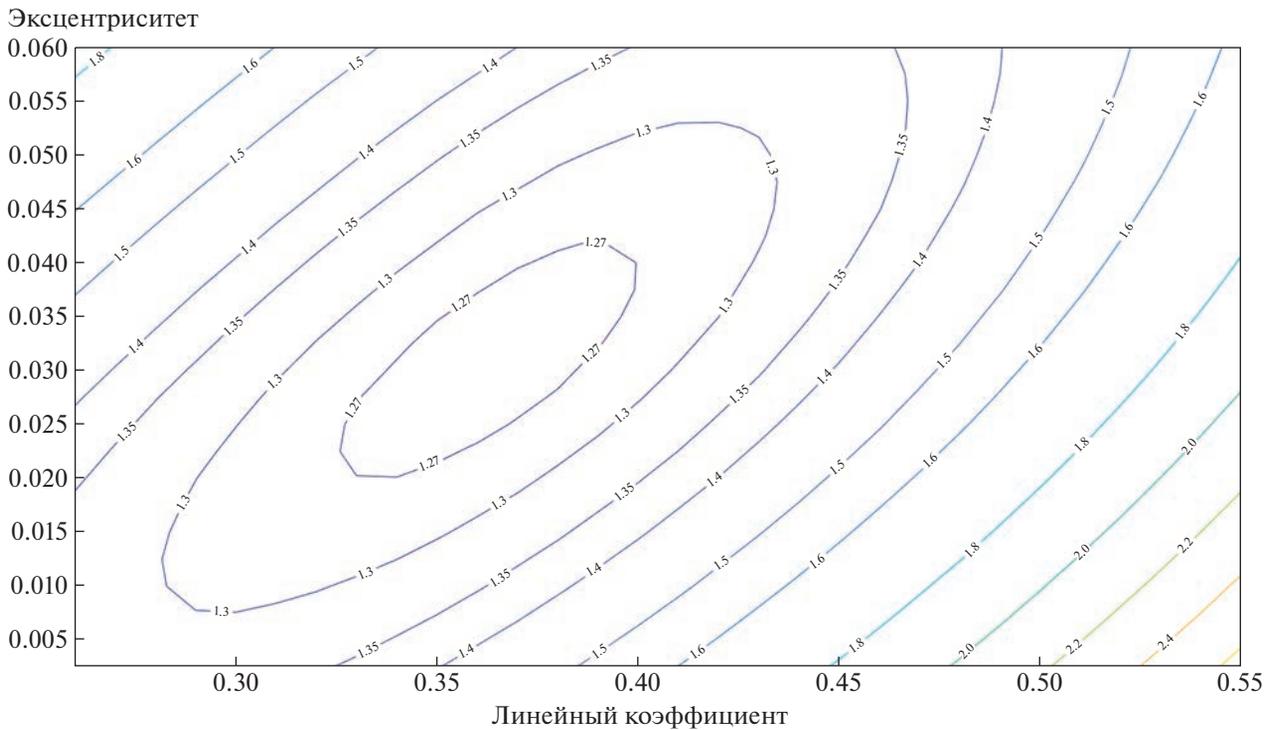
Рис. 4. То же, что на рис. 1, для радиуса звезды, равного  $1.21 R_{\odot}$ .

и 0.88 для 320 нм, что соответствует наиболее оптимальному коэффициенту, полученному из наблюдений, для значения эксцентриситета  $e = 0.05$ , и одновременно близко к теоретическим предсказаниям для данных длин волн [26].

И наконец, в третьем случае нами брались значения эксцентриситета  $e = 0.05$  и соответствующих ему коэффициентов потемнения к краю  $x = 0.42$  для 970 нм и 0.88 для 320 нм. Хотя, как видно, например, из рис. 5 и 6, эти значения не являются



**Рис. 5.** Распределение приведенного  $\chi^2$  для кривой блеска транзита, полученной на длине волны 320 нм, в зависимости от эксцентриситета и линейного коэффициента потемнения к краю. Радиус звезды был зафиксирован на значении  $1.2 R_{\odot}$ .



**Рис. 6.** То же, что на рис. 5, для кривой блеска транзита, полученной на длине волны 970 нм.

**Таблица 5.** Результаты обработки кривой блеска транзита, полученной на длине волны 970 нм

Параметр	$e = 0.00$ $x = 0.28$	$e = 0.00$ $x = 0.42$	$e = 0.05$ $x = 0.42$
Наклон орбиты, °	$86.119^{+0.228}_{-0.199}$	$86.1237^{+0.2280}_{-0.2070}$	$86.6155^{+0.2530}_{-0.2490}$
Радиус планеты, км	$103\,375^{+1252}_{-1429}$	$103\,093^{+1297}_{-1423}$	$101\,399^{+1235}_{-1244}$
Нормированный коэффициент невязки	1.32458	1.64252	1.33565

**Таблица 6.** Результаты обработки кривой блеска транзита, полученной на длине волны 320 нм

Параметр	$e = 0.00$ $x = 0.78$	$e = 0.00$ $x = 0.88$	$e = 0.05$ $x = 0.88$
Наклон орбиты, °	$86.235^{+0.327}_{-0.314}$	$86.240^{+0.342}_{-0.316}$	$86.827^{+0.405}_{-0.348}$
Радиус планеты, км	$103\,864^{+1915}_{-1977}$	$103\,564^{+1922}_{-2062}$	$99\,754^{+1619}_{-1861}$
Нормированный коэффициент невязки	1.12153	1.33191	1.12262

наиболее оптимальными с точки зрения минимизации  $\chi^2$ , они были выбраны как наиболее близкие к теоретическим предсказаниям коэффициентов потемнения к краю. Например, как видно из рис. 6, абсолютный минимум невязки соответствует приведенному значению  $\chi^2 = 1.27$  при эксцентриситете  $e = 0.025$  и коэффициенте потемнения к краю  $x = 0.36$ ; это значение существенно превышает значение  $x = 0.28$  при  $e = 0$  и приближается к теоретическому значению  $x = 0.42$ . Если же немного отступить от абсолютного минимума невязки, то при  $\chi^2 = 1.36$  значение потемнения к краю при  $e = 0.05$  близко к теоретическому 0.42. Видно (см. табл. 5 и 6), что приведенные значения  $\chi^2$  во втором ( $e = 0, x = 0.28$  в табл. 5 и  $e = 0, x = 0.78$  в табл. 6) и четвертом ( $e = 0.05, x = 0.42$  и  $e = 0.05, x = 0.88$ ) столбцах практически совпадают. Это говорит о том, что результаты интерпретации кривых блеска для случаев  $e = 0$  и 0.05 имеют одинаковый уровень значимости с точки зрения критерия  $\chi^2$ , но при этом значения коэффициентов потемнения для данной длины волны существенно различаются. На рис. 7 представлены результаты фитирования в виде графиков отклонения результатов наблюдения от полученных в ходе аппроксимации кривых блеска, полученных на длине волны 970 нм. На рис. 8 представлена разница между полученными во втором и третьем случае кривыми блеска относительно кривой, полученной в первом случае для той же длины волны. Также для обеих кривых блеска нами было проведено полное исследование того, как меняется сумма квадратов невязок при изменении эксцентриситета и линейного коэффициента потемнения к краю. Дан-

ная зависимость представлена на рис. 5 и 6. Значения угла наклона орбиты и радиуса планеты определялись программой на основании минимизации критерия  $\chi^2$  для каждой точки отдельно. То, как полученные значения радиуса планеты и наклона орбиты меняются в зависимости от эксцентриситета, отображено в табл. 5 и 6.

Также для кривых блеска, полученных на данных длинах волн (970 и 320 нм), мы провели расчеты с использованием квадратичного закона потемнения к краю в том виде, в котором он представлен в работе [27]. Результаты данных расчетов представлены в табл. 7 и 8. Во втором, третьем и четвертом столбцах обеих таблиц представлены результаты, полученные при фиксировании эксцентриситета равным соответственно 0.00, 0.02 и 0.05, в то время как линейный и квадратичный коэффициенты потемнения к краю определялись на основании критерия минимума невязки. В пятом столбце мы зафиксировали значения коэффициентов потемнения к краю, которые были получены из теоретических расчетов [27] и представлены в программе, описанной в [28]<sup>1</sup>, в то время как значения эксцентриситета, радиуса планеты и наклона орбиты были получены при помощи минимизации критерия  $\chi^2$ . Общий вывод, который можно сделать из результатов интерпретации кривых блеска в рамках модели квадратичного закона потемнения, состоит в том, что введение небольшого эксцентриситета орбиты улучшает согласие между наблюдаемыми и теоретическими коэффициентами потемнения для разных длин волн.

<sup>1</sup> <http://astroutils.astronomy.ohio-state.edu/exofast/limbdark.shtml>

**Таблица 7.** Результаты обработки кривой блеска транзита, полученной на длине волны 970 нм, при квадратичном законе потемнения к краю

Параметр	Значения			
Эксцентриситет	0.00	0.02	0.05	0.063
Линейный коэффициент	0.22	0.14	0.12	0.21
Квадратичный коэффициент	0.05	0.18	0.34	0.29
Наклон орбиты, °	86.1190 <sup>+0.2104</sup> <sub>-0.2097</sub>	86.2894 <sup>+0.1487</sup> <sub>-0.1917</sub>	86.6188 <sup>+0.2387</sup> <sub>-0.1787</sub>	86.7953 <sup>+0.2802</sup> <sub>-0.1804</sub>
Радиус планеты, км	103 383 <sup>+1314</sup> <sub>-1313</sub>	102 553 <sup>+1103</sup> <sub>-853</sub>	101 237 <sup>+881</sup> <sub>-1171</sub>	100 777 <sup>+821</sup> <sub>-1267</sub>
Нормированный коэффициент невязки	1.31737	1.25613	1.21396	1.25471

**Таблица 8.** Результаты обработки кривой блеска транзита, полученной на длине волны 320 нм, при квадратичном законе потемнения к краю

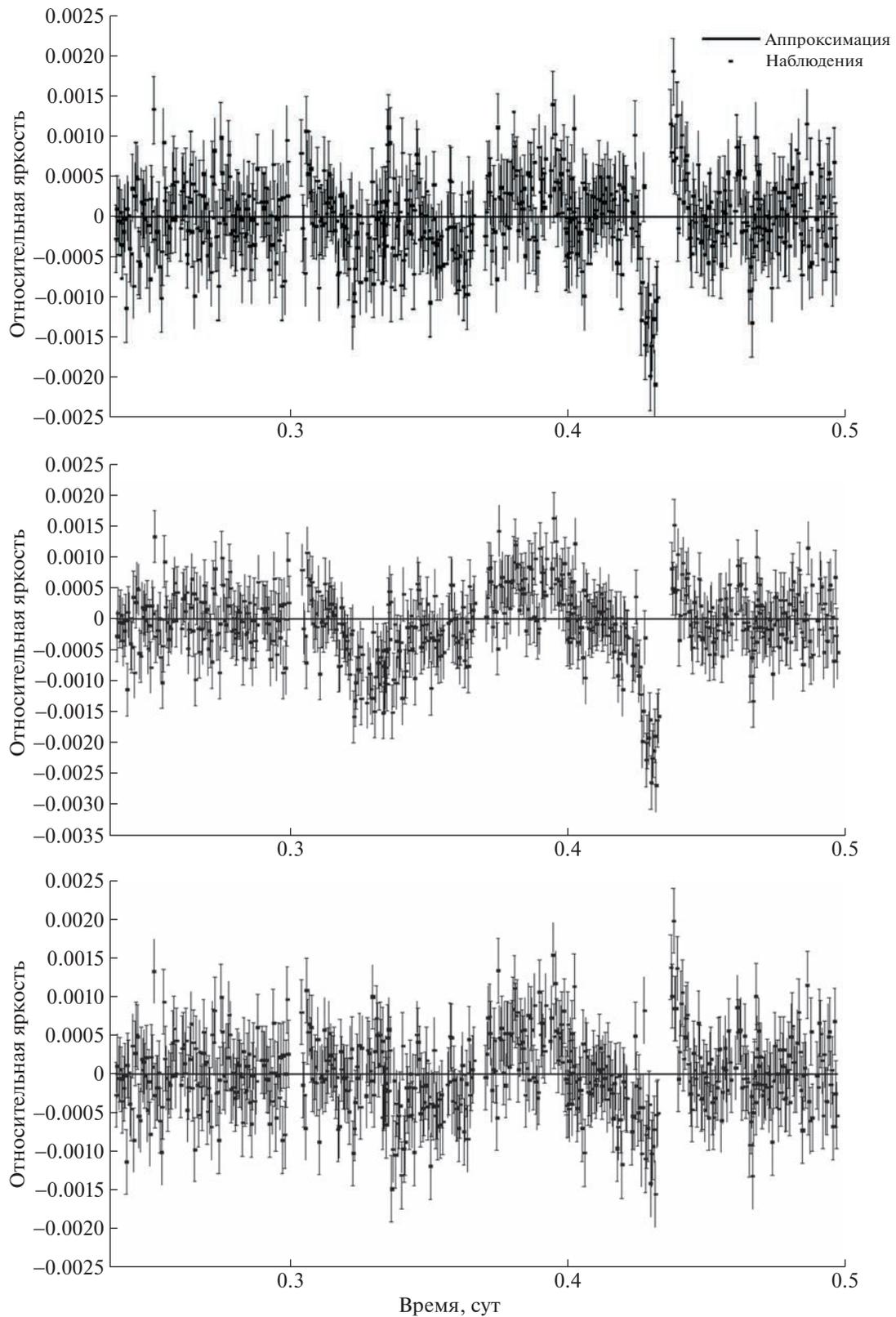
Параметр	Значения			
Эксцентриситет	0.00	0.02	0.05	0.013
Линейный коэффициент	0.78	0.82	0.83	0.68
Квадратичный коэффициент	0.01	0.02	0.08	0.17
Наклон орбиты, °	86.235 <sup>+0.324</sup> <sub>-0.312</sub>	86.435 <sup>+0.507</sup> <sub>-0.356</sub>	86.832 <sup>+0.508</sup> <sub>-0.356</sub>	86.367 <sup>+0.316</sup> <sub>-0.223</sub>
Радиус планеты, км	103 864 <sup>+1897</sup> <sub>-1959</sub>	102 311 <sup>+1744</sup> <sub>-1885</sub>	99 523 <sup>+1652</sup> <sub>-2330</sub>	102 477 <sup>+1277</sup> <sub>-1797</sub>
Нормированный коэффициент невязки	1.12153	1.10648	1.11913	1.13184

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

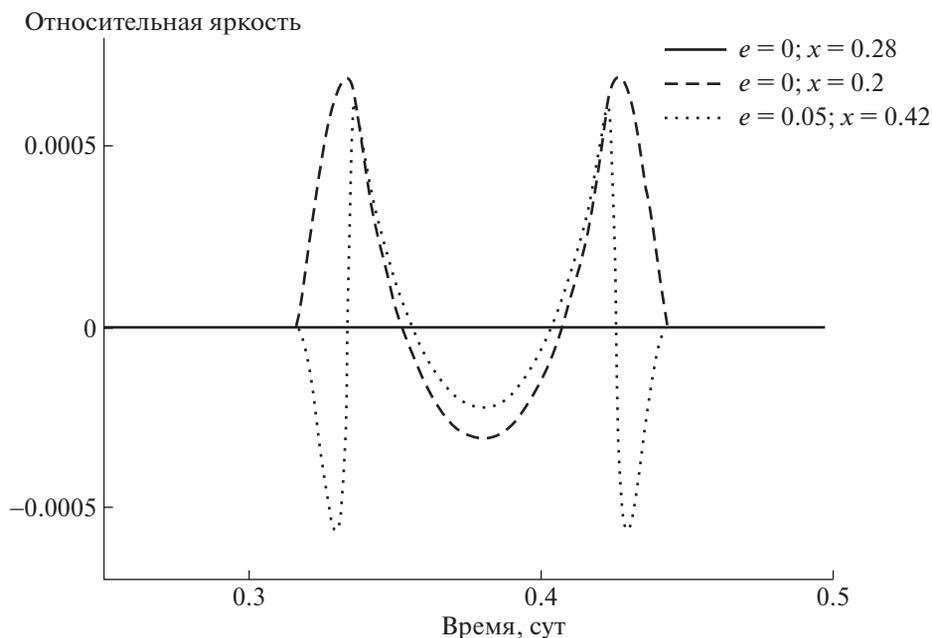
Во всех проведенных нами расчетах значение долготы периастра орбиты планеты мы брали равным  $\omega = 90^\circ$ , т.е. предполагалось, что середины транзита приходится точно на момент прохождения планеты через периастр орбиты. Таким образом, ключевым фактором, который влиял на параметры модели, являлось изменение расстояния от звезды до планеты в моменты транзита в пространственной модели. При небольших значениях эксцентриситета изменение долготы периастра оказывает пренебрежимо малое влияние на кривую блеска при условии сохранения постоянным значения  $e \sin \omega$  [23]. В то же время при более существенных значениях эксцентриситета пространственное движение экзопланеты приводит к заметному изменению расстояния до звезды в момент транзита, что в свою очередь должно влиять на величину прицельного параметра. Чем ближе планета к звезде в момент транзита, тем ближе к центру диска звезды она будет проходить по ее диску на картинной плоскости.

Необходимо отметить, что изменение коэффициента потемнения к краю меняет характер распределения яркости по диску звезды. Более высокий коэффициент потемнения означает, что большая часть излучения звезды приходится на ее центральные области, и наоборот. Таким образом, если в проекции на картинную плоскость планета находится близко к центру диска звезды, увеличение коэффициентов потемнения к краю

приведет к поярчанию закрываемой области и, соответственно, к дополнительной потере блеска при затмении звезды планетой. В то же время для момента, когда планета находится ближе к краю диска, эффект будет обратным. На рис. 8 хорошо видно на примере результатов обработки кривой блеска транзита, полученной на длине волны 970 нм, что получившиеся при аппроксимации с разными коэффициентами потемнения к краю кривые блеска отличаются в разные стороны в середине транзита и в областях, близких к моментам входа и выхода планеты с диска звезды. Добавление в модель эксцентриситета орбиты приводит, с одной стороны, к тому, что траектория планеты на картинной плоскости проходит ближе к центральным областям звезды, что должно приводить к увеличению глубины транзита. Однако изменение прицельного расстояния и скорости планеты в момент транзита при фиксированном радиусе звезды должно также оказывать влияние на другие параметры, на величины наклона орбиты и радиуса самой планеты. Как видно в табл. 5 и 6, изменение эксцентриситета в модели привело к увеличению наклона орбиты к картинной плоскости и к уменьшению радиуса планеты. Несмотря на то что величина подобной коррекции была равна всего  $(1-2)\sigma$ , этого оказалось достаточно, чтобы существенно снизить величину суммы квадратов невязок до уровня, практически равного значению для наиболее оптимального решения в случае круговой орбиты.



**Рис. 7.** Результаты фитирования кривой блеска транзита, полученной на длине волны 970 нм, при разных значениях эксцентриситета для радиуса звезды  $1.20 R_{\odot}$ . Сверху вниз:  $e = 0$ ,  $x = 0.28$ ;  $e = 0$ ,  $x = 0.42$ ;  $e = 0.05$ ,  $x = 0.42$ . Значение кривой блеска, получившейся в ходе аппроксимации, приняты за ноль.



**Рис. 8.** Отличия кривых блеска, полученных программой при фитировании кривой блеска транзита, полученной на длине волны 970 нм, для разных значений эксцентриситета и потемнения к краю. Кривая блеска, получившаяся в ходе аппроксимации с фиксированными значениями эксцентриситета  $e = 0$  и линейного коэффициента потемнения к краю  $x = 0.28$ , принята равной нулю.

Отдельно следует отметить влияние радиуса звезды на получаемые параметры системы. Как уже было сказано выше, существуют разные оценки радиуса звезды HD 209458, что заставило нас провести исследование с различными значениями радиуса. Как видно из табл. 1–4, наилучшие результаты с точки зрения величины невязок получены для значений радиуса звезды  $R = 1.20$  и  $1.21 R_{\odot}$ , причем значения суммы невязок для последнего даже несколько меньше; тем не менее, так как большинство работ (за исключением разве что [29, 30]) ограничивали радиус звезды HD 209458 значением  $R = 1.2 R_{\odot}$ , в своих расчетах мы в основном использовали его. В то же время для значений радиуса  $R = 1.18$  и  $1.19 R_{\odot}$  видно, что значения приведенного  $\chi^2$  при эксцентриситете  $e = 0.05$  существенно больше суммы ошибок для круговой орбиты почти на всех длинах волн настолько, что подобные модели можно уверенно отбросить. Для бóльших значений радиуса звезды картина становится обратной: наиболее оптимальные с точки зрения критерия  $\chi^2$  решения соответствуют эллиптическим моделям. Таким образом, можно увидеть, что даже небольшое изменение радиуса звезды в пределах 1–2% может существенно повлиять на полученные значения эксцентриситета и потемнения к краю. Причем в данном случае увеличение радиуса в пределах существующих оценок приводит к увеличению по-

лученных значений эксцентриситета и соответственно увеличению коэффициентов потемнения к краю, приближая их к теоретическим.

В табл. 9 и 10 представлены результаты решения полной обратной задачи для кривых блеска, полученных на длинах волн 320 и 970 нм при разных радиусах звезды с поиском наиболее оптимальных значений как по эксцентриситету, так и по линейному коэффициенту потемнения к краю. В данных таблицах можно видеть подтверждение сказанному выше о том, что с ростом радиуса звезды растет также и значение эксцентриситета, соответствующего наиболее оптимальной модели. Так, для значений радиуса, встречающихся в последних исследованиях для данной звезды [21, 31], согласно которым ее радиус составляет  $(1.19–1.20) R_{\odot}$ , наиболее оптимальные значения эксцентриситета составляют порядка  $e = 0.02–0.03$ , что укладывается в диапазон, представленный существующими исследованиями лучевых скоростей, однако, позволяет лишь наполовину уменьшить разрыв между теоретическими и эмпирическими значениями потемнения к краю. Полностью избавиться от несоответствия теоретических и эмпирических коэффициентов можно только допустив, что радиус звезды HD 209458 существенно ниже большинства оценок ( $R < 1.17 R_{\odot}$ ), либо, допустив, что значения эксцентриситета достигают значений  $e = 0.05–0.06$  и выше; это выходит за

**Таблица 9.** Результаты решения обратной задачи для кривой блеска транзита, полученной на длине волны 320 нм

Параметр	Решения						
	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22
$R, R_{\odot}$	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22
Эксцентриситет	0.00	0.0025	0.0025	0.01	0.02	0.0275	0.0375
Линейный коэффициент	0.86	0.84	0.82	0.82	0.82	0.82	0.82
Наклон орбиты, °	86.8331	86.704	86.5489	86.479	86.4346	86.3643	86.3211
погрешность, °	+0.0318 -0.0214	+0.0312 -0.0226	+0.0324 -0.0220	+0.0338 -0.0238	+0.0371 -0.0255	+0.0387 -0.0274	+0.0418 -0.0297
Радиус планеты, км	97661	99011	100645	101542	102311	103205	103938
погрешность, км	+1138 -1677	+1232 -1690	+1246 -1823	+1342 -1894	+1415 -2045	+1515 -2122	+1609 -2251
Нормированный коэффициент невязки	1.11119	1.10716	1.10654	1.10666	1.10648	1.10649	1.10651

**Таблица 10.** Результаты решения обратной задачи для кривой блеска транзита, полученной на длине волны 970 нм

Параметр	Решения						
	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22
$R, R_{\odot}$	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22
Эксцентриситет	0.00	0.0025	0.01	0.02	0.0275	0.035	0.045
Линейный коэффициент	0.32	0.34	0.34	0.34	0.36	0.36	0.36
Наклон орбиты, °	86.6657	86.5441	86.4738	86.4267	86.3559	86.2847	86.2377
погрешность, °	+0.0227 -0.0244	+0.0256 -0.0223	+0.0268 -0.0239	+0.0293 -0.0255	+0.0305 -0.0274	+0.0213 -0.0292	+0.0232 -0.0156
Радиус планеты, км	98847	100031	100902	101731	102597	103467	104292
погрешность, км	+1367 -1265	+1275 -1453	+1362 -1516	+1430 -1632	+1526 -1690	+1623 -1176	+849 -1258
Нормированный коэффициент невязки	1.28843	1.27745	1.26783	1.26475	1.25959	1.25988	1.26284

рамки значений, полученных на основе исследований кривых лучевых скоростей. Тем не менее эллиптичность орбиты, даже укладываемая в существующие оценки по лучевым скоростям, может существенно снизить расхождение теоретических и эмпирических результатов для коэффициентов потемнения к краю, чтобы оставшееся несоответствие можно было проще объяснить другими эффектами, такими как, например, затененность звездного диска [13, 14].

Проведенные нами аппроксимации для модели с квадратичным законом потемнения к краю показали, что при увеличении эксцентриситета закон потемнения к краю описывается более изогнутой кривой. Линейный коэффициент уменьшается по мере возрастания эксцентриситета, и в то же время квадратичный коэффициент увеличивается. Таким образом, закон потемнения к краю становится больше похож на теоретические предсказания, полученные нами из апплета Eclfast [28], основывающегося на теоретических расчетах [27]. В то же время расчеты с фиксированными коэффициентами потемнения к краю и варьированием значений эксцентриситета (пятые столбцы табл. 7 и 8) показали, во-первых, чуть большее значение невязки, во-вторых, расхождение

в получившихся значениях эксцентриситета для разных длин волн.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано влияние неопределенности в значении эксцентриситета орбиты экзопланеты, допустимой ошибками спектральных доплеровских наблюдений затмеваемой звезды, на значения параметров двойной системы. Основное внимание в данной статье уделено проблеме определения коэффициентов потемнения к краю звезд, затмеваемых экзопланетами, что важно для проверки современных моделей тонких звездных атмосфер.

На примере системы с экзопланетой HD 209458 мы показали, что введение в модель системы небольшого значения эксцентриситета орбиты, допустимой ошибками определения лучевых скоростей звезды, позволяет значительно уменьшить и даже практически устранить расхождение между наблюдаемой и теоретической зависимостями коэффициентов потемнения к краю от длины волны. В этой связи представляет интерес исследование влияния небольшой эллиптичности орбиты экзопланеты на другие параметры

двойной системы с экзопланетой, в частности, радиуса экзопланеты. Эта задача представляет предмет дальнейших исследований.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке гранта Научно-образовательной школы МГУ им. М.В. Ломоносова “Фундаментальные и прикладные космические исследования”, а также Программы развития МГУ им. М.В. Ломоносова.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *M. Mayor and D. Queloz*, *Nature* **378**, 355 (1995).
2. *Н. А. Сахибуллин*, *Экзопланеты* (Казань: Изд-во Казанского университета, 2020).
3. *B. Charbonneau, T. M. Brown, D. W. Latham, and M. Mayor*, *Astrophys. J.* **529**, L45 (2000).
4. *G. W. Henry, G. W. Marcy, R. P. Butler, and S. S. Vogt*, *Astrophys. J.* **529** L41 (2000).
5. *J. Southworth*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **386**, 1644 (2008).
6. *T. M. Brown, D. Charbonneau, R. L. Gilliland, and R. W. Noyes*, *Astrophys. J.* **552**, 699 (2001).
7. *J. F. Rowe*, *Astrophys. J.* **646**, 1241 (2006).
8. *М. К. Абубекеров, Н. Ю. Гостев, А. М. Черепашук*, *Астрон. журн.* **88** (12), 1139 (2011).
9. *H. A. Knutson, D. Charbonneau, L. Allen, A. Burrows, and S. T. Megeath*, *Astrophys. J.* **673**, 526 (2007).
10. *A. Claret*, *Astron. and Astrophys.* **428**, 1001 (2004).
11. *М. К. Абубекеров, Н. Ю. Гостев, А. М. Черепашук*, *Астрон. журн.* **87**, 1199 (2010).
12. *A. Claret*, *Astron. and Astrophys.* **506**, 1335 (2009).
13. *М. К. Abubekеров and N.Y. Gostev*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **459**, 2078 (2016).
14. *M. K. Abubekеров and N. Y. Gostev*, *Astron. and Astrophys.* **633**, id. A96 (2020).
15. *P. E. Cubillos, L. Fossati, T. Koskinen, M. E. Young, M. Salz, K. France, A. G. Sreejith, and C. A. Haswell*, *Astron. J.* **159** (3), 111 (2020).
16. *И. Кудзей*, *Бюлл. Абастум. Астрофиз. обсерв.* **58** (1985).
17. *И. Кудзей*, *Астрон. циркуляр № 1363* (1985).
18. *S. Kasuya, M. Honda, and R. Mishima*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **411**, 1863 (2011).
19. *S. Faigler and T. Mazeh*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **415**, 3921 (2011).
20. *A. G. Snellen, E. J. W. de Mooij, and S. Albrecht*, *Nature* **459** (7246), 543 (2009).
21. *L. J. Rosenthal, B. J. Fulton, L. A. Hirsch, H. T. Isaacson, et al.*, *Astrophys. J.* **255** (1), id. 8 (2021).
22. *A. S. Bonomo, S. Desidera, S. Benatti, F. Borsa, et al.*, *Astron. and Astrophys.* **602**, id. A107 (2017).
23. *Е. В. Бекесов, А. А. Белинский, С. Б. Попов*, *Астрон. журн.* **98** (12), 1043 (2021).
24. *А. М. Черепашук*, *Тесные двойные звезды. Часть 1* (М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013), с. 180.
25. *S. Poddany, L. Brát, and O. Pejcha*, *New Astronomy* **15** (3), 297 (2010).
26. *J. Southworth*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **408** (3), 1689 (2010).
27. *A. Claret and S. Bloemen*, *Astron. and Astrophys.* **529**, id. A75 (2011).
28. *J. Eastman, B. S. Gaudi, and E. Agol*, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **125** (923), 83 (2013).
29. *C. del Burgo and C. A. Prieto*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **462** (2), 1400 (2016).
30. *T. Boyajian, K. von Braun, G. A. Feiden, D. Huber, et al.*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **447** (1), 846 (2015).
31. *K. G. Stassun, K. A. Collins, and B. S. Gaudi*, *Astron. J.* **153** (3), 136 (2017).