

ВЛИЯНИЕ ИСПАРЕНИЯ ПЫЛИ И ТЕПЛОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПРОТОПЛАНЕТНОМ ДИСКЕ

© 2023 г. Я. Н. Павлюченков^{1,*}, В. В. Акимкин¹, А. П. Топчиева¹, Э. И. Воробьев¹

¹ Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: pavyar@inasan.ru

Поступила в редакцию 16.01.2023 г.

После доработки 22.03.2023 г.

Принята к публикации 27.03.2023 г.

Тепловая неустойчивость аккреционных дисков широко используется для объяснения активности катаклизмических переменных, однако ее проявление в газопылевых дисках у молодых звезд исследовалось менее подробно. Представлена полуаналитическая стационарная модель для расчета экваториальной температуры газопылевого диска вокруг молодой звезды. В модели учитывается непрозрачность, обусловленная пылью и газом, а также испарение пыли при температурах свыше 1000 К. С помощью данной модели рассчитаны распределения экваториальной температуры газопылевого диска при различных предположениях об источнике непрозрачности и присутствия пыли. Показано, что при учете всех рассмотренных процессов уравнение теплового баланса в области $r < 1$ а.е. имеет множественные температурные решения. Таким образом, в этой области реализуются условия для тепловой неустойчивости. В качестве иллюстрации возможного влияния неустойчивости на характер аккреции в протопланетном диске рассмотрена модель вязкого диска с α -параметризацией турбулентной вязкости. Продемонстрировано, что в такой модели реализуется нестационарный режим эволюции диска с чередующимися фазами накопления вещества во внутреннем диске и фазами его быстрого сброса на звезду, что приводит к вспышечному характеру аккреции. Полученные результаты свидетельствуют о необходимости учета данной неустойчивости при моделировании эволюции протопланетных дисков.

Ключевые слова: моделирование, аккреционные диски, протопланетные диски, тепловая неустойчивость

DOI: 10.31857/S0004629923050080, EDN: YWZIDE

1. ВВЕДЕНИЕ

Тепловая структура газопылевого (протопланетного) диска у молодой звезды неразрывно связана с множеством ключевых процессов, влияющих на эволюцию самого диска. Температура определяет физическую, химическую и ионизационную структуру протопланетного диска, расположение фронтов испарения льдов и мертвых зон. От распределения температуры в диске зависят его наблюдаемые свойства в инфракрасном диапазоне. Детали процессов нагрева и охлаждения определяют развитие целого ряда неустойчивостей, в частности, гравитационной, конвективной и тепловой (см., напр., [1, 2]). В связи с этим задачу расчета самосогласованной тепловой структуры диска при их численном моделировании трудно переоценить.

Основными механизмами нагрева диска являются поглощение звездного и межзвездного излучения, диссипативные процессы, связанные с турбулентностью и наличием магнитного поля, а также работа сил давления газа. Охлаждение дис-

ка связано главным образом с диффузией и выходом инфракрасного излучения. Совокупность этих процессов приводит к формированию сложной температурной структуры диска с вертикальной стратификацией и радиальными градиентами. Основным источником поглощения излучения в диске является пыль, поэтому важно знать параметры самой пыли и как они меняются в ходе эволюции. При сравнительно малых расстояниях от звезды температура в диске может повышаться настолько, что создаются условия для испарения пыли. В таких условиях источником поглощения звездного излучения и одновременно основным охладителем становится газ. Непрозрачность газа в свою очередь обеспечивается большим разнообразием процессов поглощения и излучения (колебательные, вращательные и электронные переходы различных атомов и молекул).

Сильная зависимость коэффициента поглощения газа от температуры, в частности, обусловленная ионизацией водорода, приводит к условиям для реализации тепловой неустойчивости.

Тепловая неустойчивость в условиях околозвездных дисков выражается в том, что при фиксированной поверхностной плотности возможно несколько значений равновесной температуры, т.е. диск может находиться в тепловом и гидростатическом равновесии в одной из двух фаз — условно холодной или горячей. В предположении, что температура влияет на турбулентную вязкость диска, тепловая неустойчивость приводит к динамической (вязкой) неустойчивости аккреционных дисков. Тепловая неустойчивость аккреционных дисков широко используется для объяснения активности карликовых новых, рентгеновских новых и других типов катаклизмических переменных (см. обзоры [3, 4]).

Изучение тепловой структуры и тепловой неустойчивости в протопланетных дисках имеет важное значение для понимания природы молодых звездных объектов типа FU Ориона и EX Волка. Эти объекты представляют собой вспышечные маломассивные протозвезды, характеризующиеся резким увеличением светимости в десятки и сотни раз [5, 6]. Природа вспышек до сих пор не ясна, но объяснение данного явления является необходимым условием любой самосогласованной теории звездообразования. Несмотря на то, что количество известных объектов типа FU Ориона и EX Волка исчисляется несколькими десятками [7], недавние наблюдения молодых звездных объектов в оптическом и ближнем инфракрасном диапазоне показали наличие переменности излучения на временных масштабах от нескольких месяцев до нескольких лет и более у большинства молодых протозвезд [8–10]. В то время как короткие вспышки светимости у объектов типа EX Волка можно объяснить процессами, вызванными взаимодействием внутренней границы протопланетного диска с протозвездной магнитосферой [11], более длительные вспышки скорее всего вызваны процессами, происходящими непосредственно в протопланетном диске [12]. Последние могут включать как магниторотационную неустойчивость [13], гравитационную фрагментацию диска [14], так и тепловую неустойчивость во внутреннем диске [15]. Данные неустойчивости существенно чувствительны к тепловой структуре протопланетного диска, что делает изучение тепловых процессов важной астрофизической задачей.

Моделирование тепловой неустойчивости в протопланетном диске в контексте объяснения феномена объектов типа FU Ориона проведено в ряде работ. В частности, в статье [16] представлены периодические кривые светимости, полученные в рамках одномерной модели диска. Ключевыми элементами модели [16] являются простые функции нагрева и охлаждения диска, постулируемое переключение коэффициента вязкости при переходе от ионизованного к нейтральному газу и

учет конвективного переноса тепла в вертикальном направлении. В статье [15] при сходных предположениях одномерной модели диска более детально исследовано влияние параметров модели на характеристики возникающего периодического режима аккреции. В статье [17] представлены результаты двумерного гидродинамического моделирования тепловой неустойчивости и исследован переход от спокойной (холодной) к активной (горячей) фазе эволюции внутренней части диска. Двумерные гидродинамические расчеты эволюции диска с магниторотационной и гравитационной неустойчивостями [16] также свидетельствуют о развитии тепловой неустойчивости во внутренних областях диска, однако авторы работы [16] делают вывод о том, что одна лишь тепловая неустойчивость недостаточна для обеспечения вспышек.

Целью представленной работы являются расчет и анализ распределения экваториальной температуры протопланетного диска на основе модели с более детальным описанием ряда физических процессов. В частности, в представленной модели используются реалистичные коэффициенты поглощения газа и пыли, а процесс испарения пыли трактуется явным образом. Кроме того, наряду с вязким нагревом диска мы учитываем нагрев звездным излучением, а сами функции нагрева и охлаждения корректны для произвольных оптических толщин. На основе представленной полуаналитической модели проводится исследование возможности развития тепловой неустойчивости в протопланетных дисках.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассматривается околозвездный стационарный аксиально-симметричный кеплеровский диск с заданным радиальным распределением поверхностной плотности газа

$$\Sigma^{\text{gas}} = \Sigma_{\text{au}}^{\text{gas}} \left(\frac{R}{R_{\text{au}}} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где поверхностная плотность отсчитывается от экватора, т.е. $\Sigma^{\text{gas}} = \int_0^{\infty} \rho(R, z) dz$, $\Sigma_{\text{au}}^{\text{gas}}$ — поверхностная плотность на $R_{\text{au}} = 1$ а.е., R — расстояние элемента диска до звезды. Внутренний и внешний радиусы диска выбраны равными 0.1 и 100 а.е. соответственно. Масса и светимость центральной звезды равны солнечным. В общем случае учитываются два источника нагрева диска — звездное излучение и вязкий нагрев. Звездное излучение предполагается чернотельным с температурой 6000 К. Вязкий нагрев диска вычисляется в приближении стационарной аккреции с заданным темпом аккреции \dot{M} . Охлаждение диска

происходит за счет высвечивания теплового излучения.

2.1. Метод расчета экваториальной температуры

Экваториальная температура T_{mid} на каждом расстоянии R от звезды находится из условия баланса нагрева и охлаждения:

$$\Lambda_{\text{IR}} = \Gamma_{\text{star}} + \Gamma_{\text{vis}}, \tag{2}$$

где Λ_{IR} – темп охлаждения экваториальных слоев диска за счет высвечивания ИК-излучения, Γ_{star} – темп нагрева экваториальных слоев звездным излучением, Γ_{vis} – темп нагрева в результате вязкой диссипации:

$$\Lambda_{\text{IR}} = \frac{4\tau_p \sigma T_{\text{mid}}^4}{1 + 2\tau_p \left(1 + \frac{3}{4}\tau_R\right)}, \tag{3}$$

$$\Gamma_{\text{star}} = \frac{\mu F_0 \tau_p \left[2(1 - e^{-\tau_{\text{uv}}}) + 3\mu \frac{\tau_R}{\tau_{\text{uv}}} (1 - e^{-\tau_{\text{uv}}} - \tau_{\text{uv}} e^{-\tau_{\text{uv}}}) + \frac{\tau_{\text{uv}}}{\tau_p} e^{-\tau_{\text{uv}}} \right]}{1 + 2\tau_p \left(1 + \frac{3}{4}\tau_R\right)}, \tag{4}$$

$$\Gamma_{\text{vis}} = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3}. \tag{5}$$

Подробный вывод этих функций представлен в Приложении А. В этих формулах F_0 – поток излучения от звезды, достигающий поверхности диска, μ – косинус угла между направлением на звезду и нормалью к поверхности диска (выбирается равным 0.05), τ_{uv} – оптическая толщина к звездному излучению, τ_p , τ_R – оптические толщины к тепловому излучению диска, усредненные по Планку и по Росселанду соответственно, σ – постоянная Стефана–Больцмана, G – гравитационная постоянная, M – масса центральной звезды, \dot{M} – темп аккреции вещества через диск. Оптические толщины определяются следующим образом:

$$\tau_{\text{uv}} = \frac{1}{\mu} (\kappa_F^{\text{gas}} \Sigma^{\text{gas}} + \kappa_F^{\text{dust}} \Sigma^{\text{dust}}), \tag{6}$$

$$\tau_p = \kappa_p^{\text{gas}} \Sigma^{\text{gas}} + \kappa_p^{\text{dust}} \Sigma^{\text{dust}}, \tag{7}$$

$$\tau_R = \kappa_R^{\text{gas}} \Sigma^{\text{gas}} + \kappa_R^{\text{dust}} \Sigma^{\text{dust}}, \tag{8}$$

где Σ^{gas} и Σ^{dust} – поверхностные плотности газа и пыли, κ_F^{gas} , κ_p^{gas} , κ_R^{gas} – коэффициенты непрозрачности для газа, усредненные по звездному спектру, по Планку и по Росселанду соответственно, κ_F^{dust} , κ_p^{dust} , κ_R^{dust} – коэффициенты непрозрачности для пыли. Коэффициенты непрозрачности в общем случае являются функциями плотности и температуры. Отметим, что выражение (8) справедливо в серотельном приближении, но в общем случае некорректно, т.е. оптические толщины, усредненные по Росселанду, не аддитивны – это связано с нелинейным характером процедуры усреднения. Тем не менее, мы используем данную формулу, поскольку она обеспечивает при-

емлемую точность и сильно упрощает последующий анализ.

Формулы (3), (4) выведены в предположении, что коэффициенты непрозрачности постоянны вдоль вертикального направления. Это, очевидно, является довольно грубым приближением, поскольку и температура, и плотность существенно меняются с высотой (расстоянием от экватора). Тем не менее, мы используем данную формулу, поскольку она позволяет описать тепловую структуру диска в первом приближении, причем в качестве аргументов для вычисления коэффициентов непрозрачности используются температура и плотность в экваториальной плоскости диска. Коэффициенты непрозрачности газа, как будет показано далее, зависят от плотности газа. При фиксированной экваториальной температуре экваториальная плотность находится нами из условия гидростатического равновесия изотермического в вертикальном направлении диска:

$$\rho_{\text{mid}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{2\Sigma^{\text{gas}}}{H}, \tag{9}$$

где $H = c_s/\Omega$ – характерная высота диска, $c_s = \sqrt{k_B T_{\text{mid}}/m}$ – изотермическая скорость звука, m – масса молекулы, k_B – коэффициент Больцмана, $\Omega = \sqrt{GM/R^3}$ – кеплеровская угловая скорость на радиусе R .

Поскольку коэффициенты непрозрачности являются функциями температуры, то уравнение (2) является нелинейным уравнением относительно T_{mid} . Мы находим его решение графическим способом, вычисляя знак разности между левой и правой частями уравнения (2) для последовательности пробных значений T_{mid} . Области изменения знака этой разности соответствуют корням уравнения.

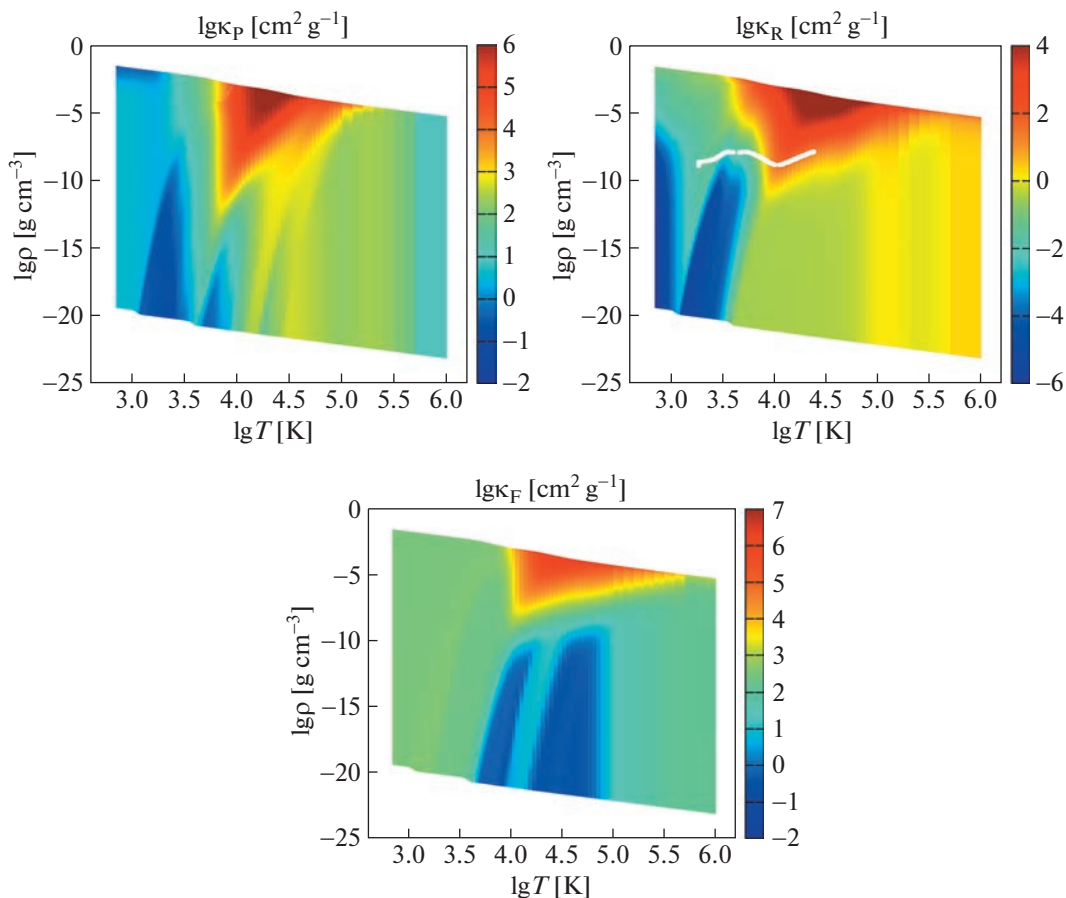


Рис. 1. Коэффициенты непрозрачности газа, усредненные по Планку (верхняя левая панель), по Росселанду (верхняя правая панель) и по звездному спектру (нижняя панель) из работы [18]. Белая кривая на верхней правой панели соответствует равновесным параметрам диска в области неустойчивости из модели M5 (см. рис. 3).

2.2. Коэффициенты поглощения газа

Коэффициенты непрозрачности газа κ_P^{gas} , κ_R^{gas} , κ_F^{gas} как функции температуры и плотности газа взяты из работы [18]¹ (см. рис. 1). Для расчета данных коэффициентов авторы [18] использовали программный код DFSYNTH [19, 20], ориентированный изначально на расчет звездных атмосфер. Используемые нами коэффициенты соответствуют солнечной металличности, κ_F берется для температуры звезды 6000 К. Отметим, что при относительно низких температурах ($T < 1000$ К) основной вклад в κ_P^{gas} и κ_R^{gas} вносят линии поглощения различных молекул. При более высоких температурах ($T > 3000$ К) становятся важными процессы поглощения атомарным водородом, ионом H^- , различными металлами, а также другие процессы. Отметим также, что распределение

$\kappa_F^{\text{gas}}(T, \rho)$ существенно отличается от распределений $\kappa_P^{\text{gas}}(T, \rho)$ и $\kappa_R^{\text{gas}}(T, \rho)$.

При вычислениях тепловой структуры диска для произвольных T_{mid} и ρ_{mid} используются линейная интерполяция коэффициентов между соседними узлами входной сетки и экстраполяция коэффициентов непрозрачности краевыми значениями в случае выхода за пределы исходной сетки по температуре и плотности.

2.3. Коэффициенты поглощения пыли и модель ее испарения

Используемые нами усредненные по Планку и Росселанду непрозрачности, зависящие от температуры пыли, показаны на левой панели рис. 2. Эти коэффициенты рассчитывались нами по частотно-зависимым коэффициентам поглощения и рассеяния для сферических силикатных пылинок. В качестве модели силикатной пыли был выбран форстерит Mg_2SiO_4 . Сами спектральные ко-

¹ <https://vizier.cds.unistra.fr/viz-bin/VizieR?-source=J/A+A/568/A91>

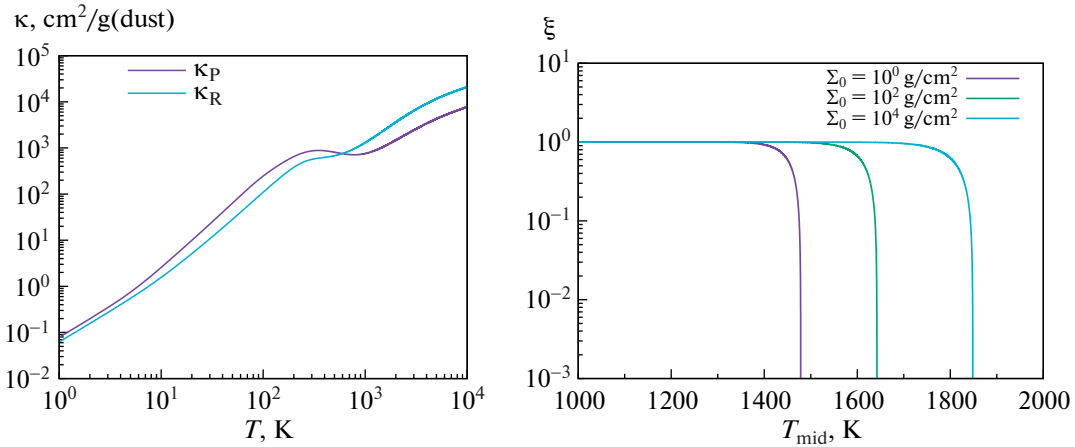


Рис. 2. Левая панель: зависимость от температуры планковской (лиловая кривая) и росселандовской (синяя кривая) непрозрачности для пыли. Правая панель: доля неиспаренной пыли как функция экваториальной температуры на радиусе 1 а.е. для трех значений поверхностной плотности диска.

эффиценты поглощения и рассеяния рассчитаны с помощью теории Ми, при этом распределение пылинок по размерам бралось степенным, $n(a) \propto a^{-3.5}$, с минимальным и максимальным радиусами пылинок $a_{\min} = 5 \times 10^{-7}$ см и $a_{\max} = 10^{-4}$ см. Отметим, что используемые непрозрачности показаны на рис. 2 в диапазоне до 10^4 К, хотя пыль должна испаряться при значительно более низких температурах (см. далее). Однако расчет коэффициентов непрозрачностей пыли (на единицу массы пыли) и доли испаренной пыли – независимые процедуры, объединение которых будет давать необходимые для моделирования тепловой структуры оптические толщины на основе соотношений (6)–(8).

При высоких температурах пыль испаряется. Мы учитываем этот процесс, рассчитывая поверхностную плотность пыли следующим образом:

$$\Sigma^{\text{dust}} = \xi(T_{\text{mid}}) \mu_{\text{dg}} \Sigma^{\text{gas}}, \quad (10)$$

где $\mu_{\text{dg}} = 0.01$ – предполагаемое нами отношение плотностей пыли и газа в отсутствие испарения, $\xi(T)$ – доля неиспаренной пыли при температуре T . Тепловое испарение форстерита – сложный процесс, он сопровождается образованием целого ряда компонентов в газовой фазе, таких как Si, O, Mg, MgO, O₂, SiO, SiO₂. Функция $\xi(T)$ выбирается из условия, что пыль находится в термодинамическом равновесии между твердой фазой и покидающими ее газообразными компонентами. В этом приближении сосуществование фаз возможно при условии, что парциальные давления газов из составляющих пыль компонентов равны давлениям их насыщенных паров при данной температуре. Вычисление равновесных парци-

альных давлений проводится методами химической термодинамики и представлено, например, в работе [21].

Приемлемым упрощением можно считать, что весь кремний в газообразной фазе находится в виде молекулы SiO. Для вычисления функции $\xi(T)$ мы используем следующее выражение:

$$\xi(T) = 1 - \frac{n_{\text{vap}}}{n_{\text{tot}}}, \quad (11)$$

где n_{vap} – концентрация кремния (в виде SiO) в насыщенном паре при температуре T , n_{tot} – общая объемная концентрация кремния (в твердой и газообразных фазах). Выразим концентрацию n_{vap} через давление ее насыщенных паров P_{vap} :

$$n_{\text{vap}} = \frac{P_{\text{vap}}}{k_B T}. \quad (12)$$

Зависимость P_{vap} от температуры для паров оксида кремния берется нами из работы [21], в которой она аппроксимирована в виде:

$$P_{\text{vap}} = f_a \exp(x_1/T + x_2 + x_3 T + x_4 T^2 + x_5 T^3), \quad (13)$$

где параметры $x_1 = -6.28 \times 10^4$ К, $x_2 = 1.80 \times 10^1$, $x_3 = 3.59 \times 10^{-4}$ К⁻¹, $x_4 = -3.72 \times 10^{-7}$ К⁻², $x_5 = 6.53 \times 10^{-11}$ К⁻³, а коэффициент $f_a = 10^6$ дин/см² учитывает перевод давления в единицы СГС.

Общую объемную концентрацию кремния n_{tot} будем считать пропорциональной объемной

Таблица 1. Рассматриваемые модели диска и их параметры

Модель	Непрозрачность пыли	Испарение пыли	Непрозрачность газа	Σ_0 , г/см ²	\dot{M} , M_\odot /год
M1	+	–	–	0.1	0
M2	+	–	–	1000	0
M3	+	–	–	1000	10^{-6}
M4	+	+	–	1000	10^{-6}
M5	+	+	+	1000	10^{-6}

плотности вещества в экваториальной плоскости диска:

$$n_{\text{tot}} = \frac{X_{\text{Si}} \rho_{\text{mid}}}{\mu_{\text{Si}} m_a}, \quad (14)$$

где $X_{\text{Si}} = 3.5 \times 10^{-5}$ – массовая доля кремния в межзвездной среде, $\mu_{\text{Si}} = 28$ – атомный вес кремния, m_a – атомная единица массы. Поскольку n_{tot} определяется экваториальной плотностью ρ_{mid} , которая зависит от ряда параметров (см. уравнение (9)), то зависимость $\xi(T)$ будет в общем случае уникальной для каждого R в диске.

При достаточно высокой температуре концентрация n_{vap} может оказаться больше n_{tot} , при этом ξ становится формально отрицательным согласно формуле (11). Это означает, что при данной температуре имеющегося в данном объеме кремния недостаточно для насыщения паров и равновесие фаз невозможно. При этом весь кремний должен переходить в газообразное состояние, т.е. пыль полностью испарится. Чтобы избежать физических неопределенностей в численной модели, мы дополнительно ограничиваем наименьшее значение ξ параметром $\xi_{\text{min}} = 10^{-5}$, т.е. предполагаем, что при условии $n_{\text{vap}} > n_{\text{tot}}$ малая доля пылинок не испаряется.

Вид функции $\xi(T_{\text{mid}})$ при трех значениях поверхностной плотности диска ($\Sigma = 1, 10^2, 10^4$ г/см²) на радиусе 1 а.е. вокруг звезды солнечной массы показан на правой панели рис. 2. Видно, что при малых значениях температуры функция $\xi(T)$ близка к единице, а при достижении области интенсивного испарения функция $\xi(T)$ очень быстро убывает.

Данная модель пыли достаточна примитивна и используется нами только для изучения физического эффекта испарения. В действительности протопланетная пыль может включать в себя углеродную составляющую, тугоплавкую органику, полициклические ароматические углеводороды, частицы с ледяными мантиями, сами пылинки

могут иметь сложную, в том числе, фрактальную форму.

2.4. Рассматриваемые модели

В модели M1 рассматривается разреженный маломассивный ($M_{\text{disk}} \approx 10^{-5} M_\odot$) диск, нагреваемый только звездным излучением, при этом учитывается только непрозрачность пыли, а сама пыль предполагается неиспаряемой. В модели M2 поверхностная плотность диска повышена на четыре порядка относительно модели M1, т.е. такой массивный диск ($M_{\text{disk}} \approx 0.1 M_\odot$) соответствует начальным фазам эволюции протозвездной системы. В модели M3 по отношению к M2 добавлен вязкий нагрев, соответствующий темпу аккреции $10^{-6} M_\odot$ /год в качестве дополнительного источника нагрева. В модели M4 снимается ограничение на невозможность испарения пыли. Наконец, в модели M5 в дополнении ко всему учитывается вклад газа в поглощение и излучение. Обозначения и параметры рассматриваемых моделей приведены в табл. 1.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 3 показаны результаты расчета распределений температуры для рассмотренных моделей. Равновесная температура проходит по границе между красной и синей областями, цвет которых определяется знаком разности между правой и левой частями уравнения (2).

В модели M1 температура монотонно падает с расстоянием до радиуса 7 а.е., после чего на распределении формируется “горб”. Монотонный внутренний участок распределения реализуется для области диска, непрозрачной к звездному излучению, и хорошо описывается соотношением (A26):

$$aT_{\text{mid}}^4 = \frac{2\mu F_0}{c}, \quad (15)$$

зависящим только от параметров потока звездного излучения. Зависимость (15) показана на рисунке штриховой линией. Диск в модели M1 раз-

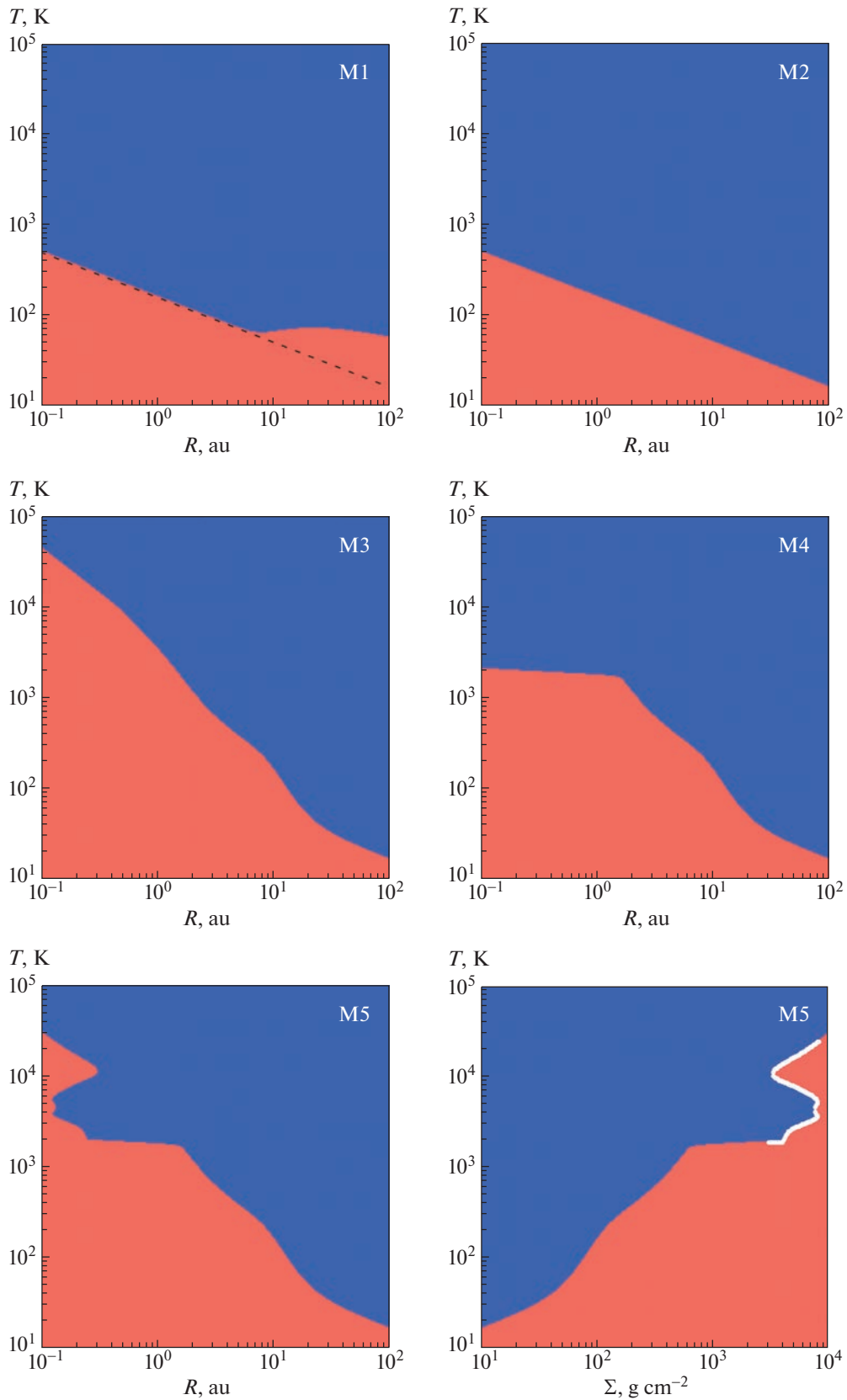


Рис. 3. Результаты моделирования тепловой структуры диска для моделей M1–M5. Равновесная температура проходит по границе между красной и синей областями, цвет которых определяется знаком разности между правой и левой частями уравнения (2). Штриховой линией показано распределение в соответствии с пределом (15). Белой кривой на панели с моделью M5 выделено многозначное решение, реализующее неустойчивость.

режен до такой степени, что внешние части данного диска ($R > 7$ а.е.) прозрачны к звездному излучению. Формирование горба температуры во внешней части диска связано с плавным переходом к пределу (A25) для оптически тонкого к звездному излучению диска:

$$aT_{\text{mid}}^4 = \frac{\kappa_F F_0}{\kappa_p c}, \quad (16)$$

при котором тепловая структура зависит не только от потока излучения, но и от соотношения непрозрачностей κ_F/κ_p .

Оптическая толщина к звездному излучению в модели массивного диска M2 велика для всей протяженности диска, поэтому распределение экваториальной температуры монотонно и определяется только дилуцией звездного излучения в соответствии с формулой (15).

В модели массивного диска с вязким нагревом M3 распределение температуры зависит не только от параметров звездного потока, но и от темпа диссипации и непрозрачностей среды. Тепловая структура такого диска описывается выражением (A27):

$$aT_{\text{mid}}^4 = \frac{2\mu F_0}{c} + \frac{\Gamma_{\text{vis}}}{c} \frac{1}{\tau_p} \left[1 + 2\tau_p \left(1 + \frac{3}{4} \tau_R \right) \right]. \quad (17)$$

При использованных параметрах модели температура меняется от 4×10^4 К до 20 К при движении от внутренней к внешней границе диска. Неровность распределения равновесной температуры связана с особенностями зависимостей $\kappa_p^{\text{dust}}(T)$ и $\kappa_R^{\text{dust}}(T)$. Эти особенности связаны, в частности, с немонотонным поведением коэффициента поглощения силикатной пыли в окрестности 10 микрон. Отметим, что температура внутри 2 а.е. оказывается значительно выше температуры испарения пыли (которая не превышает 2000 К, см. рис. 2). Поэтому модель M3, безусловно, является несогласованной в физическом плане, но мы приводим ее в методических целях, чтобы показать, к чему приводят рассмотренные приближения при расчете тепловой структуры диска.

В модели M4, где учитываются одновременно вязкий нагрев и испарение пыли, температура во внутренней области диска $R < 2$ а.е. существенно ниже, чем в модели M3. Температура в этой области составляет $T_{\text{mid}} \approx 2000$ К. При достижении таких температур в указанной области доля неиспаренной пыли становится равной минимальному постулированному в модели значению $\xi_{\text{min}} = 10^{-5}$. Значение 10^{-5} выбрано нами таким образом, чтобы соответствующие оптические толщины τ_p и τ_R в данной области оказывались близки к единице,

тем самым обеспечивая максимум темпа охлаждения Λ_{IR} . При этом темп охлаждения Λ_{IR} полностью компенсирует темп нагрева Γ_{star} и Γ_{vis} , обеспечивая равновесное значение T_{mid} . Выход на плато с несколько меньшей температурой $T_{\text{mid}} \approx 1600$ К наблюдается и в работе [22] (см. в ней рис. 1 и описание на стр. 895, третий абзац раздела 2.2). В статье [22] также учитывается сублимация пыли, а используемые в ней газовые непрозрачности для данных условий малы, что делает их модель концептуально близкой к нашей модели M4. Отличия в температуре плато связаны, вероятно, с различными моделями испарения пыли.

В модели M5, где учитывается вклад газа в непрозрачность среды, оптические толщины во внутренней части диска существенно возрастают, что в целом приводит к повышению температуры по сравнению с моделью M4. Ключевой особенностью данной модели является то, что равновесная температура внутри 0.15–0.3 а.е. имеет множественные решения, что связано с сильной зависимостью газовых непрозрачностей от температуры. Красный цвет на распределениях соответствует преобладанию нагрева над охлаждением, во время как синий цвет — преобладанию охлаждения. С учетом этого, приход к равновесию можно рассматривать на этой диаграмме как движение вверх (нагрев ведет к повышению температуры) в красной области и движение вниз (охлаждение приводит к понижению температуры) в голубой области до границы разграничения областей. Таким образом, внутри 0.15–0.3 а.е. устойчивое равновесие возможно при температурах 2–3 или 10–20 тыс. К. При учете неоднозначности решения для равновесной температуры можно ожидать, что во внутренней зоне рассматриваемого диска реализуются условия для тепловой неустойчивости — актуальная температура будет определяться, с какой стороны распределения диск приходит к равновесию.

Полученные для модели M5 результаты полезно также представить в виде зависимости $T_{\text{mid}}(\Sigma)$, показанной на правой нижней панели рис. 3. Полученная S-образная форма распределения равновесной температуры $T(\Sigma)$ неизбежно наводит на аналогию с формой зависимости $\Sigma - T_{\text{eff}}$ для классической тепловой неустойчивости в аккреционных дисках катаклизмических переменных [4], где формирование изгиба равновесной температуры связывают с ионизацией водорода, приводящей к сильной зависимости непрозрачности от температуры. На рис. 1 и рис. 3 белой кривой отмечены значения экваториальной плотности и температуры, соответствующие области тепловой неустойчивости. На рис. 1 видно, что белая кривая пересекает область сильных градиентов в распределении коэффициента непро-

зрачности. Полученный результат позволяет говорить о том, что при учете непрозрачности газа во внутренних областях протопланетных дисков возникает возможность развития неустойчивости, которая среди прочих может приводить к формированию морфологических особенностей во внутренних областях диска и/или нестационарному (вспышечному) характеру аккреции. Вспышечный характер аккреции естественным образом возникнет в модели вязкой эволюции диска, если использовать α -параметризацию турбулентной вязкости. При такой параметризации существует положительная обратная связь между температурой диска и темпом аккреции, что при наличии скачка в равновесной температуре приводит к накопительному режиму эволюции диска с последующим быстрым сбросом вещества диска на звезду. Пример такой модели рассмотрен в следующем разделе.

4. ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДИСКА

В качестве иллюстрации возможного влияния обсуждаемой неустойчивости на характер аккреции в протопланетном диске рассмотрим модель вязкого диска, эволюция которого описывается с помощью следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (R^{1/2} v \Sigma) \right), \quad (18)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \Gamma_{\text{star}} + \Gamma_{\text{vis}} - \Lambda_{\text{IR}} + \frac{3}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (R^{1/2} v \mathcal{E}) \right), \quad (19)$$

где $\mathcal{E} = c_v T_{\text{mid}} \Sigma$ – тепловая энергия единицы поверхности диска, $c_v = \frac{k_B}{m(\gamma - 1)}$, $\gamma = 7/5$ – показатель адиабаты, Γ_{star} , Γ_{vis} – темпы нагрева диска излучением звезды и вязкой диссипацией, вычисляемые по формулам (4) и (5) соответственно, Λ_{IR} – темп охлаждения за счет высвечивания ИК излучения (3), v – коэффициент турбулентной вязкости. Уравнение (18) для поверхностной плотности является классическим уравнением Прингла. В уравнении (19) для эволюции тепловой энергии наряду с темпами нагрева и охлаждения включен радиальный перенос тепловой энергии (последнее слагаемое в правой части). Перенос тепловой энергии трактуется здесь аналогично переносу индивидуальных компонентов в рамках приближения диффузионного аккреционно-декреционного диска. В этом приближении считается, что турбулентность приводит к эффективному перемешиванию вещества, т.е. к турбулентной диффузии вещества. В результате динамика всех индивидуальных компонентов вещества (например, примесей) описывается одним и тем же диффузионным уравнением, аналогичным уравнению Прингла (см. [23], уравнение (13)). Считая, что тепловая энергия нераз-

рывно связана с самим веществом, уравнение для ее переноса в этом приближении аналогично уравнению Прингла. При нулевых темпах нагрева и охлаждения такая система уравнений приводит к тому, что изначально изотермический диск останется таковым в ходе эволюции. Отметим, что для случая чисто вязкого диска пространственная динамика индивидуальных компонентов (и тепловой энергии) должна описываться с помощью уравнения адвекции. Отношение между коэффициентами вязкости и диффузии (число Шмидта) в протопланетных дисках является дискуссионным вопросом [23], и потому выбор в пользу того или иного приближения неочевиден. Отметим однако, что использование диффузионного приближения для расчета переноса тепловой энергии значительно упрощает численную модель и вместе с тем отражает основные особенности пространственного перераспределения энергии.

Коэффициент вязкости задается в рамках классической α -параметризации Шакуры–Сюняева [24]: $\nu = \alpha c_s H$, где c_s – скорость звука в экваториальной плоскости, H – характерная высота диска. Высота диска вычисляется из условия гидростатического равновесия по вертикали: $H/R = c_s/v_k$. При расчете используется постоянное значение $\alpha = 10^{-3}$. В качестве начального берется распределение поверхностной плотности из модели M5.

Интегрирование системы уравнений (18), (19) на каждом временном шаге осуществляется в два этапа. На первом этапе решается задача диффузии поверхностной плотности и тепловой энергии. На втором этапе вычисляется изменение тепловой энергии за счет источников нагрева и охлаждения. Для обоих этапов используются неявные методы (метод прогонки для решения системы линейных алгебраических уравнений при расчете диффузии и метод бисекции для нахождения температуры при учете источников соответственно), что позволяет значительно ослабить ограничение на временной шаг.

На рис. 4 показаны результаты расчета рассматриваемой модели эволюции диска спустя 15.4 тыс. лет от начального распределения. Во внутренней области диска ($R < 0.5$ а.е.) происходит периодическая перестройка структуры диска: при накоплении достаточного количества вещества ИК излучение “запирается”, что приводит к росту температуры и переходу на верхнюю ветвь квазиравновесного решения. Высокая температура в свою очередь приводит к повышению вязкому нагреву, что поддерживает высокоэнергетический режим до момента, когда существенная часть вещества из внутренней области в результате повышенной вязкости аккрецирует на

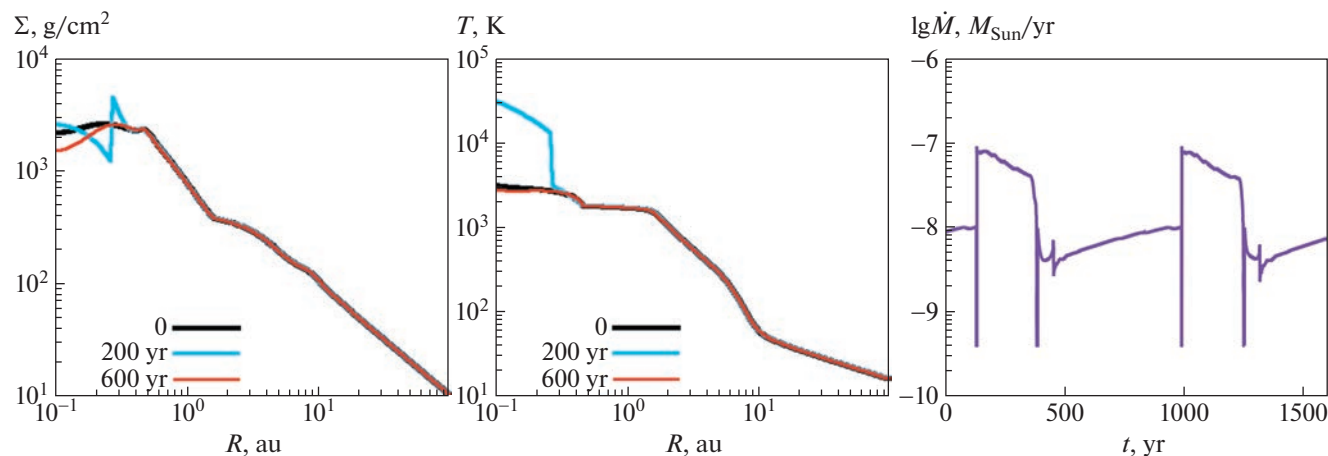


Рис. 4. Результаты расчета эволюции вязкого диска. Левая панель: распределения поверхностной плотности для трех эпох. Средняя панель: распределения экваториальной температуры для тех же эпох. Правая панель: изменение темпа аккреции из диска на звезду со временем. Нулевой момент времени выбран условно и соответствует 15.4 тыс. лет эволюции с начального состояния.

звезду. Этот режим приводит к эпизодическому характеру аккреции с периодом около 1000 лет, который, однако, будет меняться по мере истощения диска. Отметим, что проявление вспышечной активности в рамках данной модели сильно зависит от коэффициента вязкости: при уменьшении α максимальный темп аккреции уменьшается, а период всплеска увеличивается, при этом меняется и форма всплеска.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная в данной статье модель тепловой структуры газопылевого диска носит главным образом иллюстративный характер из-за целого ряда довольно грубых используемых приближений. Ее основной целью являлась демонстрация того, что в протопланетном диске действительно могут реализовываться условия для тепловой неустойчивости. Безусловно, полноценное исследование эволюции протопланетного диска при учете испарения пыли и использовании реалистичных коэффициентов поглощения газа должно проводиться на базе более согласованной динамической модели. В такой модели, в частности, необходимо отказаться от приближения термодинамического равновесия между твердой и газообразной фазами при расчете доли испаренной пыли. Вместо этого необходимо учитывать, что пыль испаряется и конденсируется за конечное время, причем, характерные времена этих процессов могут существенно отличаться. Динамическая модель должна учитывать не только движение газа, но и дрейф, осаждение и рост пылинок, поскольку эти процессы оказывают сильное влияние на тепловую и про-

странственную структуру диска. Тем не менее представленные в работе выражения для темпов нагрева и охлаждения совместно с формализмом расчета оптических толщин с учетом газовых непрозрачностей и испарения пыли могут быть использованы для более детального моделирования долговременной эволюции диска, например в рамках модели вязкого самогравитирующего диска из работ [7, 14].

Одним из ключевых вопросов, связанных с тепловой неустойчивостью в газопылевых дисках, на наш взгляд, является вопрос об ее действительном влиянии на морфологию диска и характере аккреции на звезду. Периодический характер аккреции, проиллюстрированный в последнем разделе, возникает при использовании α -параметризации турбулентной вязкости, которая обеспечивает положительную обратную связь между темпом аккреции и температурой. Между тем, источник вязкости в протопланетных дисках до сих пор надежно не установлен. Отметим, что при использовании β -параметризации турбулентной вязкости, где нет зависимости от температуры, никакой периодической аккреции в рамках вязкой модели диска не возникнет [25]. Таким образом, эффект тепловой неустойчивости должен изучаться совместно с вопросом об источнике турбулентной вязкости в диске.

Приложение А

6. ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДЛЯ ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ОКОЛОЗВЕЗДНОГО ДИСКА

Рассмотрим околозвездный диск в состоянии теплового равновесия. В плоско-параллельном

приближении тепловая структура такого диска в вертикальном направлении может быть описана системой моментных уравнений переноса для теплового излучения:

$$\frac{dF}{dz} = c\rho\kappa_p(B - E), \quad (A1)$$

$$\frac{cdE}{3dz} = -\rho\kappa_R F, \quad (A2)$$

где F – поток теплового излучения, E – плотность лучистой энергии, $B = aT^4$ – плотность лучистой энергии при термодинамическом равновесии, a – постоянная плотности излучения, T – температура среды, c – скорость света, z – вертикальная координата, отсчитываемая от экватора, ρ – плотность среды, κ_p и κ_R – коэффициенты непрозрачности, усредненные по Планку и Росселанду. Уравнение (A1) описывает изменение потока за счет разницы между излучением и поглощением лучистой энергии. Уравнение (A2) связывает поток излучения с плотностью энергии в эддингтоновском приближении. Система уравнений (A1), (A2) замыкается уравнением

$$\frac{dF}{dz} = \rho S, \quad (A3)$$

согласно которому поток теплового излучения генерируется некоторым источником нагрева ρS , где S [эрг $\text{с}^{-1} \text{г}^{-1}$] определена как мощность нагрева единицы массы вещества. Перепишем данные уравнения, используя поверхностную плотность

$\Sigma = \int_0^z \rho(z')dz'$ в качестве переменной:

$$c\kappa_p(B - E) = S, \quad (A4)$$

$$\frac{cdE}{3d\Sigma} = -\kappa_R F, \quad (A5)$$

$$\frac{dF}{d\Sigma} = S. \quad (A6)$$

Будем полагать, что мощность нагрева S обусловлена двумя процессами: поглощением звездного излучения и вязкой диссипацией,

$$S = S_{\text{star}} + S_{\text{vis}}. \quad (A7)$$

Мощности нагрева за счет вязкой диссипации газа в приближении стационарности можно найти по формуле:

$$S_{\text{vis}} = \frac{\Gamma_{\text{vis}}}{\Sigma_0} = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3} / \Sigma_0, \quad (A8)$$

где M – масса звезды, \dot{M} – темп аккреции вещества через диск, R – расстояние от звезды до рассматриваемого элемента диска, Σ_0 – поверхностная плотность от экватора до верхней границы диска, G – гравитационная постоянная. Исполь-

зование (A8) основано также на предположении, что темп вязкой диссипации в единице объема пропорционален плотности среды. Нагрев диска звездным излучением находится нами по формуле:

$$S_{\text{star}} = \kappa_F F_0 \exp\left(-\frac{\kappa_F(\Sigma_0 - \Sigma)}{\mu}\right), \quad (A9)$$

где κ_F – усредненный по спектру звезды коэффициент поглощения, $F_0 = \frac{L}{4\pi R^2}$ – поток излучения от звезды, достигающий поверхности диска, L – светимость звезды, μ – косинус угла между направлением на звезду и нормалью к поверхности диска. Формула (A9) получена из формального решения уравнения переноса излучения в предположении, что коэффициент поглощения κ_F является постоянным вдоль вертикального направления. При этом мы также пренебрегаем звездным излучением с противоположной поверхности диска. Учет нагрева диска звездным излучением путем введения функции S_{star} в систему (A4)–(A6) основан на предположении, что диск слабо излучает в видимом диапазоне, т.е. этот диапазон слабо пересекается с диапазоном теплового излучения самого диска. Введем обозначение

$$\tau_{\text{uv}} = \frac{\kappa_F \Sigma_0}{\mu}, \quad (A10)$$

представляющее собой оптическую толщину среды к звездному излучению до текущей позиции в диске. Интегрирование уравнения (A6) с учетом выражений (A7)–(A9) и условия равенства потока теплового излучения на экваторе (в силу симметрии задачи) дает

$$F = \mu F_0 e^{-\tau_{\text{uv}}} \left(\exp\left(\frac{\tau_{\text{uv}} \Sigma}{\Sigma_0}\right) - 1\right) + S_{\text{vis}} \Sigma. \quad (A11)$$

В частности, на поверхности диска поток теплового излучения равен

$$F(\Sigma_0) = \mu F_0 (1 - e^{-\tau_{\text{uv}}}) + S_{\text{vis}} \Sigma_0. \quad (A12)$$

Подставляя уравнение (A11) в уравнение (A5) и интегрируя полученное уравнение от экватора до верхней границы диска, можно получить связь между плотностью лучистой энергии на поверхности $E(\Sigma_0)$ и на экваторе диска $E(0)$:

$$E(\Sigma_0) - E(0) = -\frac{3\kappa_R \mu^2 F_0}{c\kappa_F} (1 - \tau_{\text{uv}} e^{-\tau_{\text{uv}}} - \tau_{\text{uv}}) - \frac{3\kappa_R S_{\text{vis}} \Sigma_0^2}{2c}. \quad (A13)$$

При получении соотношения (A13) предполагалось, что κ_R является постоянным вдоль вертикального направления. В качестве граничного

условия на поверхности диска можно использовать соотношение

$$F(\Sigma_0) = \eta c E(\Sigma_0), \quad (\text{A14})$$

где коэффициент η зависит от предполагаемой анизотропии выходящего теплового излучения.

Значение $\eta = \frac{1}{2}$ соответствует изотропности по

верхней полусфере, в то время как $\eta = 1$ описывает

случай строго вертикального выхода излучения. В дальнейшем мы будем полагать $\eta = \frac{1}{2}$.

Комбинируя уравнения (A12), (A13) и (A14), можно получить выражение для лучистой энергии теплового излучения на экваторе:

$$E(0) = \frac{F_0}{c} \times \left[2\mu(1 - e^{-\tau_{uv}}) + 3\mu^2 \frac{\kappa_R}{\kappa_F} (1 - e^{-\tau_{uv}} - \tau_{uv} e^{-\tau_{uv}}) \right] + \left[\frac{2S_{vis}\Sigma_0}{c} \left(1 + \frac{3}{4}\tau_R \right) \right], \quad (\text{A15})$$

где введена росселандовская оптическая толщина к тепловому излучению:

$$\tau_R = \kappa_R \Sigma_0. \quad (\text{A16})$$

Искомая экваториальная температура T_{mid} находится из соотношения

$$B(0) = aT_{mid}^4. \quad (\text{A17})$$

Величина $B(0)$, в свою очередь, выражается через уравнение (A4), которое с учетом значения функ-

ции источников на экваторе (A7)–(A9) принимает вид

$$B(0) = E(0) + \frac{\kappa_F F_0 e^{-\tau_{uv}}}{c\kappa_P} + \frac{S_{vis}}{c\kappa_P}. \quad (\text{A18})$$

Комбинируя уравнения (A15), (A17) и (A18), можно получить:

$$aT_{mid}^4 = \frac{\mu F_0}{c} \left[2(1 - e^{-\tau_{uv}}) + 3\mu \frac{\tau_R}{\tau_{uv}} (1 - e^{-\tau_{uv}} - \tau_{uv} e^{-\tau_{uv}}) + \frac{\tau_{uv}}{\tau_P} e^{-\tau_{uv}} \right] + \frac{\Gamma_{vis}}{c} \frac{1}{\tau_P} \left[1 + 2\tau_P \left(1 + \frac{3}{4}\tau_R \right) \right], \quad (\text{A19})$$

где введена планковская оптическая толщина по отношению к тепловому излучению

$$\tau_P = \kappa_P \Sigma_0. \quad (\text{A20})$$

Уравнение (A19) полезно также представить в следующем виде:

$$\Lambda_{IR} = \Gamma_{star} + \Gamma_{vis}, \quad (\text{A21})$$

где Λ_{IR} [эрг $\text{с}^{-1} \text{см}^{-2}$] – темп охлаждения экваториальных слоев диска, Γ_{star} [эрг $\text{с}^{-1} \text{см}^{-2}$] – темп нагрева экваториальных слоев звездным излучением, Γ_{vis} [эрг $\text{с}^{-1} \text{см}^{-2}$] – темп нагрева в результате вязкой диссипации:

$$\Lambda_{IR} = \frac{4\tau_P \sigma T_{mid}^4}{1 + 2\tau_P \left(1 + \frac{3}{4}\tau_R \right)}, \quad (\text{A22})$$

$$\Gamma_{star} = \frac{\mu F_0 \tau_P \left[2(1 - e^{-\tau_{uv}}) + 3\mu \frac{\tau_R}{\tau_{uv}} (1 - e^{-\tau_{uv}} - \tau_{uv} e^{-\tau_{uv}}) + \frac{\tau_{uv}}{\tau_P} e^{-\tau_{uv}} \right]}{1 + 2\tau_P \left(1 + \frac{3}{4}\tau_R \right)}, \quad (\text{A23})$$

$$\Gamma_{vis} = \frac{3 G M \dot{M}}{8\pi R^3}. \quad (\text{A24})$$

Проанализируем поведение (A19) при отсутствии вязкого нагрева $S_{vis} = 0$. При малых оптических толщинах по отношению к звездному излучению $\tau_{uv} \ll 1$ получаем

$$aT_{mid}^4 = \frac{\kappa_F F_0}{\kappa_P c}, \quad (\text{A25})$$

т.е. температура среды определяется отношением непрозрачностей среды к звездному и тепловому излучению. Если диск является оптически тол-

стым к звездному излучению $\tau_{uv} \gg 1$ и отношение κ_R/κ_F мало (что обычно выполняется), то

$$aT_{mid}^4 = \frac{2\mu F_0}{c}, \quad (\text{A26})$$

т.е. экваториальная температура зависит только от общего потока звездного излучения, поступающего в диск. Если диск является оптически толстым к звездному излучению и присутствует вязкий нагрев $S_{vis} \neq 0$, то

$$aT_{mid}^4 = \frac{2\mu F_0}{c} + \frac{\Gamma_{vis}}{c} \frac{1}{\tau_P} \left[1 + 2\tau_P \left(1 + \frac{3}{4}\tau_R \right) \right]. \quad (\text{A27})$$

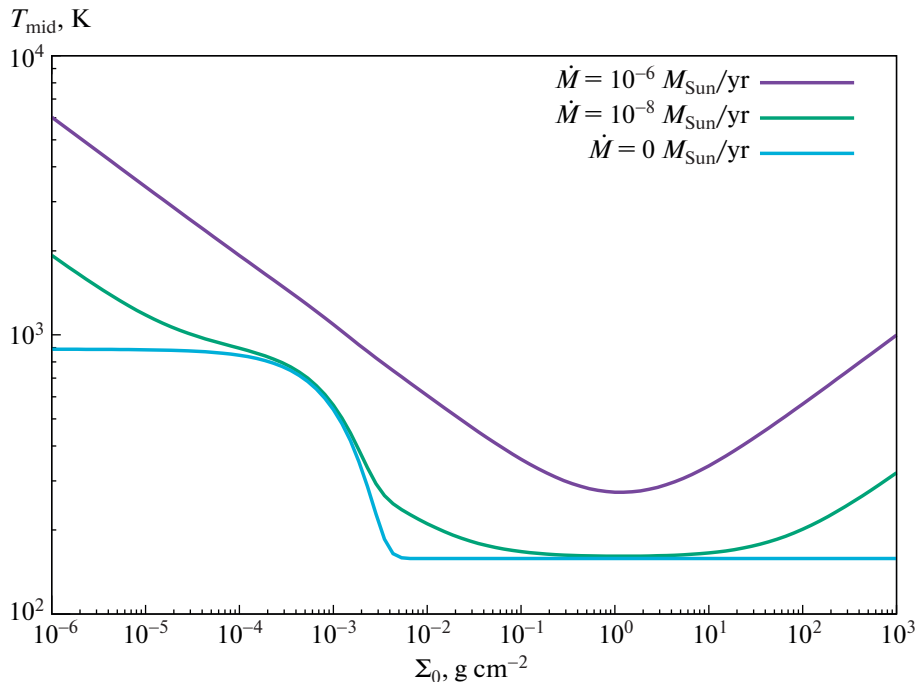


Рис. 5. Зависимости экваториальной температуры от поверхностной плотности диска для различных темпов аккреции $\dot{M} = 0, 10^{-8}$ и $10^{-6} M_{\odot}/\text{год}$.

В качестве примера на рис. 5 показаны распределения экваториальной температуры, полученные с помощью формулы (A19), в зависимости от поверхностной плотности диска. Для построения данных распределений использовались следующие параметры: $M = 1M_{\odot}$, $L = 1L_{\odot}$, $R = 1$ а.е., $\mu = 0.05$, $\kappa_p = \kappa_R = 1 \text{ см}^2/\text{г}$, $\kappa_F = 100 \text{ см}^2/\text{г}$. Построенные зависимости иллюстрируют полученные в (A25) и (A26) пределы, а также показывают влияние вязкого нагрева.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-72-10029, <https://rscf.ru/project/22-72-10029>.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны рецензенту за ценные замечания и предложения по улучшению статьи. Выражаем также признательность Ю.А. Фадееву, Д.А. Семёнову, Л.И. Машонкиной, Т.М. Ситновой за обсуждения проблемы расчета непрозрачностей газа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *P. J. Armitage*, arXiv:2201.07262 [astro-ph.HE] (2022).
2. *J. Bae, A. Isella, Z. Zhu, R. Martin, S. Okuzumi, and S. Suriano*, arXiv:2210.13314 [astro-ph.EP] (2022).
3. *J.-M. Hameury*, Adv. Space Research **66**, 1004 (2020), arXiv:1910.01852 [astro-ph.SR].
4. *J.-P. Lasota*, New Astron. Rev. **45**, 449 (2001), arXiv:astro-ph/0102072.
5. *M. Audard, P. Ábrahám, M. M. Dunham, J. D. Green, et al.*, in *Protostars and Planets VI*, edited by H. Beuther, R. S. Klessen, C. P. Dullemond, and T. Henning (Tucson: University of Arizona Press, 2014), p. 387, arXiv:1401.3368 [astro-ph.SR].
6. *M. S. Connelley and B. Reipurth*, Astrophys. J. **861**, id. 145 (2018), arXiv:1806.08880 [astro-ph.SR].
7. *E. I. Vorobyov, V. G. Elbakyan, H. B. Liu, and M. Takami*, Astron. and Astrophys. **647**, id. A44 (2021), arXiv:2101.01596 [astro-ph.SR].
8. *K. M. Flaherty, L. DeMarchi, J. Muzerolle, Z. Balog, W. Herbst, S. T. Megeath, E. Furlan, and R. Gutermuth*, Astrophys. J. **833**, id. 104 (2016), arXiv:1609.09100 [astro-ph.SR].
9. *C. Contreras Peña, P. W. Lucas, D. Minniti, R. Kurtev, et al.*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **465**, 3011 (2017), arXiv:1602.06267 [astro-ph.SR].
10. *L. Rigon, A. Scholz, D. Anderson, and R. West*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **465**, 3889 (2017), arXiv:1611.03013 [astro-ph.SR].
11. *C. R. D'Angelo and H. C. Spruit*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **420**, 416 (2012), arXiv:1108.3833 [astro-ph.SR].
12. *A. S. Kravtsova, S. A. Lamzin, L. Errico, and A. Vittone*, Astron. Letters **33**, 755 (2007).

13. *P. J. Armitage, M. Livio, and J. E. Pringle*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **324**, 705 (2001), arXiv:astro-ph/0101253.
14. *E. I. Vorobyov and S. Basu*, Astrophys. J. **805**, id. 115 (2015), arXiv:1503.07888 [astro-ph.SR].
15. *K. R. Bell and D. N. C. Lin*, Astrophys. J. **427**, 987 (1994), arXiv:astro-ph/9312015.
16. *E. Kawazoe and S. Mineshige*, Publ. Astron. Soc. Japan **45**, 715 (1993).
17. *W. Kley and D. N. C. Lin*, Astrophys. J. **518**, 833 (1999).
18. *M. G. Malygin, R. Kuiper, H. Klahr, C. P. Dullemond, and T. Henning*, Astron. and Astrophys. **568**, id. A91 (2014), arXiv:1408.3377 [astro-ph.SR].
19. *F. Castelli*, Mem. Soc. Astron. Ital. Suppl. **8**, 34 (2005).
20. *R. L. Kurucz*, SAO Special Report № 309 (1970).
21. *W. J. Duschl, H. P. Gail, and W. M. Tscharnuter*, Astron. and Astrophys. **312**, 624 (1996).
22. *P. D. Alessio, N. Calvet, L. Hartmann, S. Lizano, and J. Cantó*, Astrophys. J. **527**, 893 (1999), arXiv:astro-ph/9907330.
23. *Y. Pavlyuchenkov and C. P. Dullemond*, Astron. and Astrophys. **471**, 833 (2007), arXiv:0706.2614 [astro-ph].
24. *N. I. Shakura and R. A. Sunyaev*, Astron. and Astrophys. **24**, 337 (1973).
25. *J. M. Huré, D. Richard, and J. P. Zahn*, Astron. and Astrophys. **367**, 1087 (2001), arXiv:astro-ph/0012262.