

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ
СВОЙСТВА

УДК 537.623;537.624

ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТЫ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ
НА ДИНАМИЧЕСКИЙ МАГНИТНЫЙ ГИСТЕРЕЗИС
ДЛЯ ПЛАСТИНЫ ИЗ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ СТАЛИ

© 2023 г. Н. Е. Миронюк^а *, М. В. Саматов^а

^аИнститут физики металлов УрО РАН, ул. С. Ковалевской, 18, Екатеринбург, 620108 Россия

*e-mail: mironujk48@yandex.ru

Поступила в редакцию 11.01.2023 г.

После доработки 31.03.2023 г.

Принята к публикации 07.04.2023 г.

Экспериментально получены электродинамические, квазистатические петли магнитного гистерезиса и вид доменной текстуры монокристаллической пластины. С помощью математического моделирования показано изменение динамического магнитного гистерезиса (энергия магнитных потерь, приходящаяся на единицу объема образца за цикл перемагничивания) в зависимости от частоты магнитного поля. Эта зависимость обусловлена инерционностью намагниченности образца. С изменением частоты динамический магнитный гистерезис может существенно отличаться от гистерезиса при квазистатическом перемагничивании.

Ключевые слова: квазистатический и динамический магнитный гистерезис, электромагнитный гистерезис, домены, потери на вихревые токи, математическое моделирование

DOI: 10.31857/S0015323023600041, EDN: ОКQHKP

ВВЕДЕНИЕ

В научно-технической литературе пока нет единой физической интерпретации составляющих электромагнитных (суммарных) потерь при динамическом перемагничивании трансформаторной стали. Некоторые авторы считают, что электромагнитные потери P при перемагничивании складываются только из потерь на вихревые токи P_v и магнитный гистерезис P_g [1–4]. Главное внимание уделяют расчету потерь на вихревые токи с учетом магнитной доменной структуры. Другие – к перечисленным потерям добавляют еще одну составляющую P_n , вызванную магнитным последствием, не связанным с вихревыми токами, а обусловленную наличием в ферромагнетике различных примесей, неоднородностей, дислокаций, перемещающихся в решетке под действием поля и таким образом влияющих на намагниченность [5]. Третьи авторы [6–8] являются сторонниками введения дополнительных (аномальных) потерь P_d , обусловленных проявлением магнитной вязкости, куда включают составляющую P_n . В работе [9] приводится дальнейшее развитие идеи учета магнитной вязкости. Из вышеизложенного в современном представлении следует, что потери за

цикл перемагничивания в общем случае можно представить в виде трех составляющих:

$$P = P_v + P_g + P_d. \quad (1)$$

В этой формуле P_g – квазистатический магнитный гистерезис (в научно-технической литературе общепринято, что за цикл перемагничивания в динамическом режиме магнитный гистерезис не зависит от частоты). Практически это легло в основу метода разделения магнитных потерь на потери от вихревых токов и магнитный гистерезис [10], если пренебречь третьим слагаемым P_d . У нас, как и у автора [11], возникли сомнения в том, что магнитный гистерезис, в частности, для электротехнической стали в динамическом режиме перемагничивания такой же, как и в квазистатическом случае. Ответ на этот вопрос поможет определиться с третьим слагаемым P_d в формуле (1).

ЦЕЛЬ СТАТЬИ

- Показать, что магнитный гистерезис в динамическом и квазистатическом режиме перемагничивания – это разные характеристики;
- аномальные дополнительные потери, связанные с магнитной вязкостью, являются прояв-

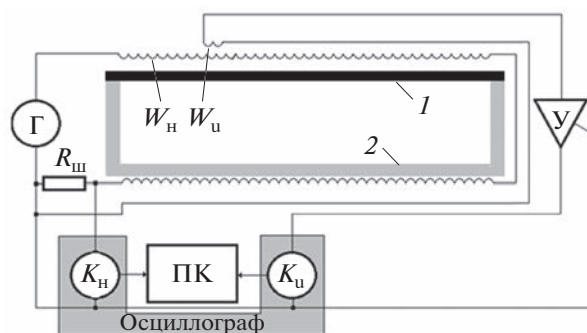


Рис. 1. Схема установки для снятия петель электромагнитного гистерезиса: 1 – образец; 2 – ярмо для замыкания магнитного потока; W_n , W_u – намагничивающая и измерительная обмотки; Γ – источник питания (1–20000 Гц); U – усилитель; $R_{ш}$ – безреактивный шунт; K_n , K_u – каналы цифрового осциллографа; ПК – персональный компьютер.

лением инерционности намагниченности (дополнительным отставанием намагниченности от магнитного поля);

- электромагнитные или суммарные потери при перемагничивании практически складываются из потерь на *вихревые токи* и *динамический магнитный гистерезис*.

Для решения поставленных задач нам необходимо:

- снять семейство квазистатических и динамических петель гистерезиса при различных частотах перемагничивания;
- рассчитать потери на вихревые токи с учетом доменной структуры, потери на квазистатическое перемагничивание, усредненные по толщине образца;
- сравнить суммы этих двух составляющих с экспериментальными электромагнитными потерями при различных частотах, произвести анализ результатов исследования и сделать соответствующие выводы.

Если принять в качестве базовых две величины, а именно, расчетные потери на вихревые токи P_v и экспериментальные электромагнитные потери $P_{экс}$, то потери на магнитный гистерезис в динамическом режиме можно определить по формуле:

$$P_{гд} = P_{экс} - P_v. \quad (2)$$

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА.

Петли магнитного гистерезиса снимали в диапазоне частот 2–200 Гц на установке, схема которой приведена на рис. 1. Исследования проводили на образце в виде прямоугольной полоски



Рис. 2. Доменная структура на поверхности образца.

кремнистого железа (3% Si), вырезанной из листового кристаллита, с размерами $120 \times 5.0 \times 0.29$ мм. Поверхность полоски практически совпадала с плоскостью (110), а ось длинной стороны – с осью [001].

Для повышения уровня полезного сигнала на низких частотах (менее 20 Гц) в схеме предусмотрен усилитель (U). Перед началом измерений образцы размагничивали на частоте 200 Гц. Снятие квазистатических петель гистерезиса осуществляли на частоте 2 Гц. Измерения проводили в режиме синусоидального поля. Осциллограммы напряжений заносили в ПК в формате Excel и после математической обработки преобразовывали в массивы данных поля и индукции для петель электромагнитного гистерезиса. В размагниченном состоянии по ширине образца наблюдали 7 доменов со 180-градусными границами рис. 2 (визуализацию доменов осуществляли с помощью ферромагнитного порошка), где белые участки – это сами полосовые домены, черные – блоховские границы между ними.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ.

Расчеты потерь на вихревые токи по формулам (3) основаны на результатах решения системы уравнений Максвелла для модели доменной структуры ферромагнетика с 180-градусными границами [1, 3] для ферромагнитного образца. Такая модель приведена на рис. 3. Начало координат лежит в центре одного из изображенных доменов в средней части полоски. Магнитное поле (H_z) направлено вдоль оси Z . Границы доменов, двигаясь с разной скоростью по толщине пластины при перемагничивании, изгибаются относительно равновесного положения, как изображено на рис. 3. Домены, индукция насыщения (B_s) которых ориентирована против поля, на рисунке окрашены в серый цвет. Границы доменов при действии переменного поля колеблются вдоль оси (Y) около своих равновесных положений, отмеченных штрихпунктирными линиями. Для построения математической модели образец по толщине условно разбит на $2N$ -слоев.

Это позволило воспроизвести частные петли магнитного гистерезиса для каждого слоя, а затем

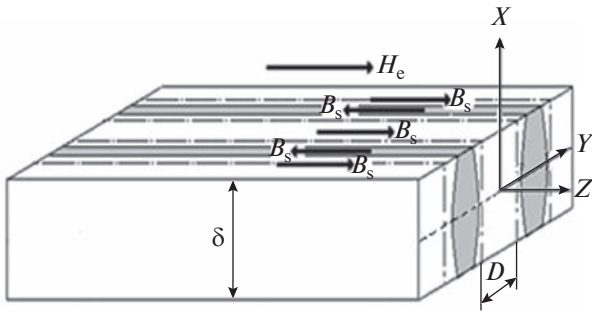


Рис. 3. Модель 180-градусной сквозной доменной структуры в ферромагнитной полосе при динамическом перемагничивании.

усреднить потери на гистерезис по толщине образца. Моделирование проводили при следующих допущениях.

1. Границы между доменами принимали бесконечно тонкими, при этом ширина полоски намного больше ширины доменов, что позволило пренебречь влиянием ее боковых поверхностей.

2. Амплитуды колебаний точек границ в слое для всех доменов одинаковые.

$$\begin{aligned}
 P_v(t) &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{4B_s}{D\delta} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{J_{nl}^2(t)}{k_n^2 + p_l^2} \right) + \frac{2}{\rho\delta} \int_0^{0.5\delta} f^2(x,t) dx; \\
 \langle P_v \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T P_v(t) dt; \quad 0 \leq x \leq 0.5\delta; \\
 J_{nl}(t) &= \int_{-0.5\delta}^{0.5\delta} \frac{\partial y_0(x,t)}{\partial t} \times \\
 &\times \cos(0.5n\pi + y_0(x,t)k_n) \cos(p_l x) dx; \\
 f(x,t) &= -2 \frac{B_s}{D} \int_0^x \frac{\partial y_0(x,t)}{\partial t} dx; \\
 k_n &= \frac{n\pi}{D}; \quad p_l = (2l+1) \frac{\pi}{\delta}. \\
 y_0(x,t) &= Y_0(x) \sum_{k=0}^N a_k \sin((2k+1)[\omega t + \alpha(x)b_k]); \\
 Y_0(x) &= DC_1 \left[1 + C_2 \left(\frac{2x}{\delta} \right)^2 \right]; \\
 \alpha(x) &= C_3 \pi \left(\frac{2x}{\delta} \right)^2 \left[2 - \left(\frac{2x}{\delta} \right)^2 \right]; \\
 B(x,t) &= y_0(x,t) \frac{B_s}{D}; \quad \frac{\partial B(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial y_0(x,t)}{\partial t} \frac{B_s}{D}; \\
 \overline{\frac{\partial B(t)}{\partial t}} &= \frac{2}{\delta} \int_0^{\delta/2} \frac{\partial B(x,t)}{\partial t} dx;
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\left. \begin{aligned}
 B &= B(x,t); \quad \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial B(x,t)}{\partial t}; \\
 H_m &= f(B_m); \quad H = H(x,t); \\
 \frac{\partial B}{\partial t} &\geq 0 \\
 B_1 &= \frac{(B_m + B)}{2}; \quad H_1 = f(B_1); \\
 H &= \frac{(2H_1 - H_m)}{2}; \\
 \frac{\partial B}{\partial t} &< 0 \\
 B_1 &= \frac{(B_m - B)}{2}; \quad H_1 = f(B_1); \\
 H &= \frac{(H_m - 2H_1)}{2}; \\
 P_g(x) &= \frac{1}{T} \int_0^T H \frac{\partial B}{\partial t} dt; \\
 P_{гд} &= C_4 P_g(x); \quad \overline{P_{гд}} = \frac{\delta}{2} \int_0^{\delta/2} P_g dx; \\
 H_1 &= \sqrt{\frac{\mu_a + |B_1(x)|}{4b} - \frac{\mu_a}{2b}}; \\
 H_m &= \sqrt{\frac{\mu_a + B_m(x)}{4b} - \frac{\mu_a}{2b}}.
 \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

В формулах (3) введены обозначения (в системе СИ): $\rho = 5 \times 10^{-7}$ Ом м, $B_s = 2$ Тл – соответственно удельное электросопротивление и магнитная индукция насыщения образца; T – период частоты внешнего магнитного поля; D, δ – соответственно средняя ширина доменов и толщина образца; $y_0(x,t)$ – положение точек границы домена в зависимости от координаты x и времени t ; ω – циклическая частота перемагничивания образца; C_1, C_2, C_3, a_k, b_k – безразмерные параметры, зависящие от режима перемагничивания образца, определяются в процессе решения при сопоставлении с экспериментальными данными осциллограмм магнитного поля и ЭДС в измерительной обмотке; P_v – потери на вихревые токи; $n = 1, 2-50; l = 1, 2-5; B(x,t)$ – индукция в каждом слое образца. Кроме того, были применены формулы Релея и Кондорского (4), позволяющие аппроксимировать семейство квазистатических петель магнитного гистерезиса [12, 13]. В уравнениях (4) введены обозначения: H_m, H и B_m, B – наибольшие и мгновенные значения соответственно магнитного поля и индукции, аппроксимируемых по формулам Релея; $P_g(x)$ – потери на квазистатический магнитный гистерезис (Дж/м³) в каждом слое; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (Гн/м), $P_{гд}$ – динамический магнитный гистерезис, C_4 – коэффициент, показывающий во

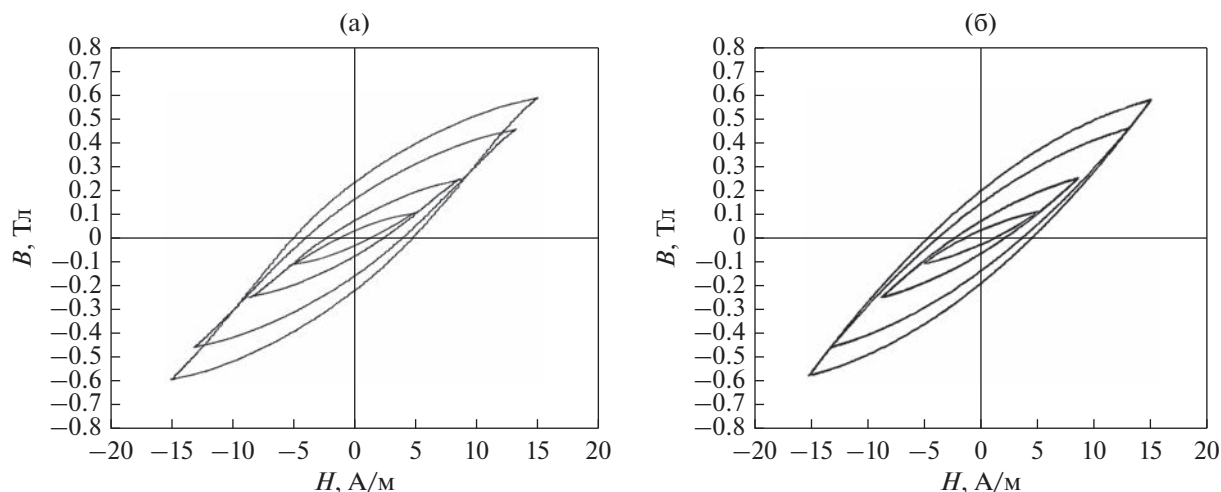


Рис. 4. Семейство экспериментальных петель электромагнитного гистерезиса (а); семейство моделируемых петель магнитного гистерезиса (б).

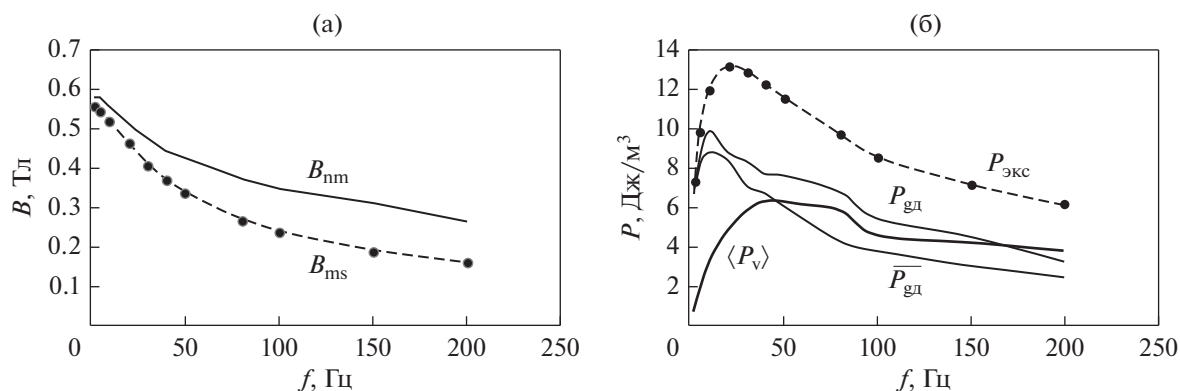


Рис. 5. Частотная зависимость параметров электромагнитного гистерезиса и его составляющих: точки – эксперимент, сплошные и штриховые линии – расчет.

сколько раз изменяются потери на магнитный гистерезис $P_g(x)$ в динамическом режиме; $\overline{P_{гд}}$ – усредненные по слоям образца значения потерь на магнитный гистерезис.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Семейства экспериментальных петель электромагнитного гистерезиса (а) и моделируемых петель динамического магнитного гистерезиса (б) на частоте 2 Гц приведены на рис. 4. Из приведенных графиков видно, что петли на этой частоте мало отличаются друг от друга. Это значит, что влиянием вихревых токов можно пренебречь и принять в качестве магнитоэлектростатического гистерезиса петли на рис. 4б.

На рис. 5 представлены экспериментально полученные графики зависимости максимума средней

индукции B_{ms} и электромагнитных потерь $P_{экс}$ от частоты магнитного поля с амплитудой $H_0 = 15$ А/м. Вид графика B_{ms} на рис. 5а достаточно убедительно объясняется экранирующим действием вихревых токов. Чем больше частота, тем на меньшую глубину намагничивается образец и, следовательно, тем сильнее снижается средняя индукция. Для графика $P_{экс}$ на рис. 5б такое объяснение неочевидно и, возможно, недостаточно. Первоначально будем исходить из общепринятой базовой версии, а именно, динамический магнитный гистерезис не зависит от частоты перемагничивания. Из этого следует, что при заданной амплитуде магнитного поля $H_0 = 15$ А/м максимальная индукция и потери на магнитный гистерезис на поверхности образца не изменяются и сохраняют свои значения, соответствующие квазистатическому перемагничиванию независимо от частоты поля. В табл. 1 приведены результаты моделирования для этой версии в диапазоне частот 5–200 Гц.

Таблица 1. Экспериментальные и рассчитанные магнитные характеристики (магнитный гистерезис не зависит от частоты)

f^* , Гц	5	10	20	30	40	50	80	100	150	200
$P_{\text{экс}}^*$, Дж/м ³	9.89	12.0	13.2	12.9	12.3	11.6	9.8	8.6	7.2	6.1
$B_{\text{мс}}^*$, Тл	0.55	0.52	0.46	0.41	0.37	0.34	0.27	0.24	0.19	0.16
D_p , мм	1.52	1.60	1.50	1.44	1.28	1.30	1.30	1.30	1.35	Решения не суще- ствует
$\overline{P_{\text{гд}}}$, Дж/м ³	6.75	6.42	4.97	3.94	3.37	2.92	2.13	1.83	1.48	
$\langle P_v \rangle$, Дж/м ³	3.23	5.63	8.26	8.98	8.99	8.70	7.70	6.76	5.73	
$B_{\text{мп}}$, Тл						0.58				
$P_{\text{гд}}$, Дж/м ³						6.90				
C_4						1				
D^* , мм						0.714				

* – экспериментальные данные.

Для того чтобы кривые расчетного электромагнитного гистерезиса приблизить к кривым экспериментального снятых петель, потребовалось варьировать среднюю ширину доменов в пределах 1.28–1.6 мм до частоты 150 Гц включительно. На частоте 200 Гц никакой вариацией средней ширины доменов D_p приблизить расчетные петли электромагнитного гистерезиса к экспериментальным кривым не удалось.

Итак, предположение о независимости магнитного гистерезиса от частоты перемагничивания мы считаем неверным по двум причинам (табл. 1). Во-первых, средняя ширина доменов D^* , наблюдаемых в эксперименте, более чем в два раза меньше расчетной величины D_p . Во-вторых, уже при частоте 200 Гц решения задачи не существует.

На следующем этапе исследований в математической модели будем варьировать параметры магнитного гистерезиса для различных частот. Как и в случае магнитоэластического перемагничивания, для описания магнитного гистерезиса применим формулы Релея и преобразования Кондорского [13], но с параметрами, отличными от магнитоэластики. Считаем маловероятным, что в динамическом режиме перемагничивания функциональная связь между индукцией и магнитным полем для кривой петли магнитного гистерезиса внутри образца будет существенно отличаться от квадратичной зависимости. В нашем случае пластинка по техническим характеристикам, химическому составу и кристаллографической структуре аналогична образцу в работе [2] (взята из той же партии образцов), то это позволило нам оценить поверхностную индукцию $B_{\text{мп}}$, основываясь на экспериментальных результатах данной публикации. Следует отметить, что сохранение средней ширины доменов D_p^* независимо от частоты перемагничива-

ния удавалось достигать путем предварительной магнитной подготовки образца по методике, предложенной в работе [14]. Угол Q фазового сдвига в математической модели появляется при вариации параметров a_k и c_3 в системе уравнений (3), когда моделируемая форма производной магнитной индукции приближается к экспериментальной осциллограмме напряжения на измерительной обмотке. Очевидно, что при синусоидальном внешнем магнитном поле из-за нелинейности магнитной характеристики образца осциллограмма магнитной индукции будет несинусоидальной, и, напротив, при синусоидальной магнитной индукции осциллограмма магнитного поля несинусоидальная. В нашем случае, в отличие от [2], осциллограмма магнитной индукции несинусоидальная. Угол фазового сдвига Q на модели определяли по осциллограммам средней и поверхностной индукции при переходе их значений через нулевую отметку. На рис. 5 приведены графики индукции $B_{\text{мп}}$ и потери на магнитный гистерезис $P_{\text{гд}}$ в динамическом режиме перемагничивания на поверхности образца, а также потери на вихревые токи P_v и усредненные по толщине образца потери на магнитный гистерезис $\overline{P_{\text{гд}}}$. Если последние два графика не противоречат предположению о независимости магнитного гистерезиса от частоты, то о первых двух этого не скажешь. На рис. 5а видно, что поверхностная индукция $B_{\text{мп}}$ с ростом частоты снижается, хотя этого не должно быть, поскольку амплитуда внешнего поля поддерживалась неизменной. Потери на магнитный гистерезис $P_{\text{гд}}$ (рис. 5б) в поверхностном слое вначале растут, достигая максимального значения, а затем уменьшаются. Все это тоже противоречит логике о независимости магнитного гистерезиса от частоты перемагничивания. Для наглядности на рис. 6 приведены экспериментальные и расчетные петли электромагнитного, квазистатического и ди-

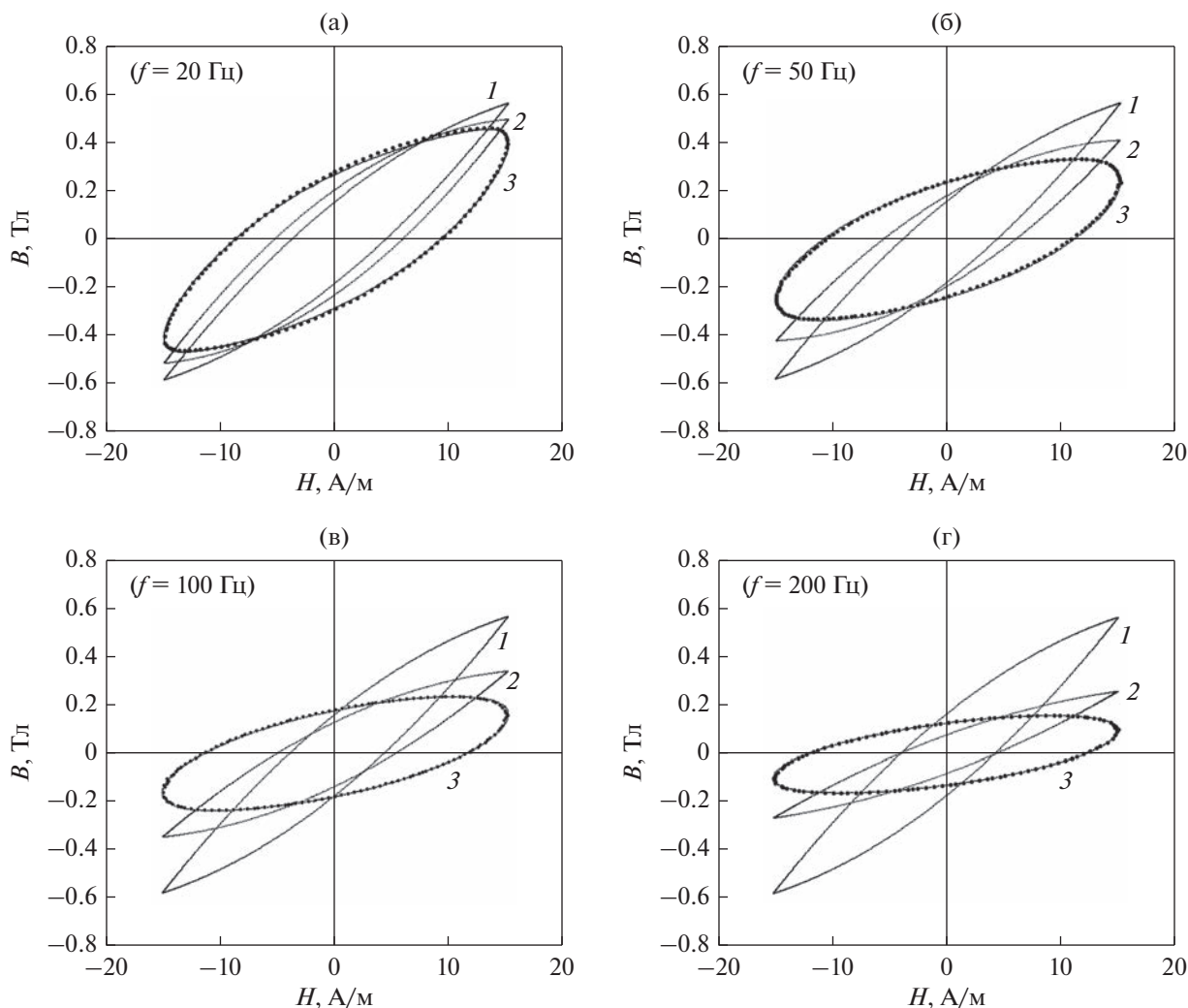


Рис. 6. Петли электромагнитного и магнитного гистерезиса при частотах перемагничивания 20, 50, 100, 200 Гц. 1 – квазистатический магнитный гистерезис; 2 – динамический магнитный гистерезис; 3 – электромагнитный гистерезис; •••• эксперимент; сплошные кривые – расчет.

намического магнитного гистерезиса. Если бы магнитный гистерезис не зависел от частоты, то на поверхности образца петли динамического гистерезиса под индексом 2 на рис. 6 совпадали бы с петлями под индексом 1 на том же рисунке для всех частот перемагничивания.

Возникает вопрос – какова причина снижения индукции на поверхности образца, если экранирующее действие вихревых токов в этом слое физически отсутствует?

Ответ, очевидно, заключается в том, что намагниченность образца в силу инерционности обменного взаимодействия между магнитными моментами элементарных частиц отстает от магнитного поля и не успевает достичь своего максимума, соответствующего магнитостатике. И чем выше частота внешнего магнитного поля, тем меньше магнитная индукция на поверхности (из-

меняется магнитная проницаемость материала). На графиках рис. 5 видно, если максимум потерь для усредненного магнитного гистерезиса $\overline{P}_{\text{гд}}$ приходится на частоту 10 Гц, а потери $P_{\text{в}}$ от вихревых токов – 40 Гц, то для электромагнитных потерь $P_{\text{экс}}$, представляющих сумму первых двух составляющих, точка перегиба приходится на частоту, близкую к 20 Гц. Отставание средней индукции от поверхностной (уменьшение угла Q) с ростом частоты перемагничивания (табл. 2) мы объясняем линейризацией магнитного гистерезиса, обусловленной инерционностью намагниченности, хотя в этом же направлении действуют и вихревые токи. Отличие заключается в том, что с ростом частоты перемагничивания последние, не влияя на магнитную проницаемость материала, изменяют магнитную проницаемость образца в целом.

Таблица 2. Экспериментальные и рассчитанные магнитные характеристики (магнитный гистерезис зависит от частоты)

f^* , Гц	5	10	20	30	40	50	80	100	150	200
$P_{\text{экс}}^*$, Дж/м ³	9.89	12.0	13.2	12.9	12.3	11.6	9.8	8.6	7.2	6.2
$V_{\text{мс}}^*$, Тл	0.55	0.52	0.46	0.41	0.37	0.34	0.27	0.24	0.19	0.16
$P_{\text{гд}}$, Дж/м ³	8.29	9.21	9.67	8.57	7.4	6.41	6.51	5.65	5.45	3.23
Q , град	27	35	48	38	35	30	25	20	12	11
Q^{**} , град						37		7		0
$\overline{P}_{\text{гд}}$, Дж/м ³	8.07	8.74	8.4	7.15	6.26	5.55	4.06	3.07	2.15	1.5
$\langle P_v \rangle$, Дж/м ³	1.82	3.23	5.00	5.70	6.1	6.04	5.73	5.55	5.06	4.64
$V_{\text{мп}}$, Тл	0.58	0.55	0.51	0.47	0.44	0.42	0.37	0.35	0.31	0.26
C_4	1.20	1.33	1.40	1.24	1.07	0.93	0.94	0.82	0.79	0.47
$V_{\text{мп}}/V_{\text{мс}}^*$	1.06	1.06	1.10	1.16	1.19	1.25	1.38	1.45	1.62	1.64
D^* , мм	0.714									

Q – угол фазового сдвига между средней и поверхностной индукцией в образце.

Q^{**} – угол фазового сдвига, взятый из [2].

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что электромагнитные потери состоят из потерь от вихревых токов (электрическая природа) и потерь на магнитный гистерезис (магнитная природа). Последняя составляющая тоже зависит от частоты из-за инерционности намагниченности. С ростом частоты влияние инерционности только увеличивается, и составляющая потерь на магнитный гистерезис тоже изменяется и может быть сопоставима с потерями от вихревых токов или, возможно, больше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования о выявлении составляющих потерь при динамическом перемагничивании образца электротехнической стали показали следующее.

1. Потери складываются из потерь на вихревые токи и динамический магнитный гистерезис.

2. Магнитный гистерезис в динамическом и квазистатическом режимах перемагничивания – это различные характеристики, отличающиеся по своим параметрам.

3. Магнитный гистерезис в динамическом режиме перемагничивания зависит от частоты внешнего поля.

4. При заданном внешнем магнитном поле индукция на поверхности образца не остается постоянной, а снижается с ростом частоты. Потери

на магнитный гистерезис на поверхности вначале растут, а затем уменьшаются.

5. Потери от магнитной вязкости есть не что иное, как потери, обусловленные изменением магнитного гистерезиса при динамическом режиме в зависимости от частоты перемагничивания.

Работа выполнена в рамках государственного задания МИНОБНАУКИ России (тема “Магнит”, номер госрегистрации 122021000034-9).

Нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жаков С.В., Филиппов Б.Н. К теории электромагнитных потерь в монокристаллических ферромагнитных листах при наличии в них доменных структур // ФММ. 1974. Т. 38. Вып. 3. С. 471–478.
2. Драгошанский Ю.Н., Зайкова В.А., Тиунов В.Ф. Влияние изгиба 180° доменных границ на электромагнитные потери в монокристаллах кремнистого железа // ФММ. 1975. Т. 39. Вып. 3. С. 519–523.
3. Жаков С.В., Тиунов В.Ф., Филиппов Б.Н., Зайкова В.А., Драгошанский Ю.Н. О влиянии изгиба 180° доменных границ на мощность электромагнитных потерь в сплаве Fe–3% Si // ФММ. 1977. Т. 44. Вып. 5. С. 1185–1190.
4. Зайкова В.А., Старцева И.Е., Филиппов Б.Н. Доменная структура и магнитные свойства электротехнических сталей. М.: Наука, 1992. 270 с.
5. Бозорт Р. Ферромагнетизм. М.: Иностранная литература, 1956. 784 с.
6. Вонсовский С.В. Магнетизм. М.: Наука, 1971. 1032 с.

7. *Сивенцев А.А., Кадочников А.И., Леонов В.В.* Динамическое перемагничивание магнитномягких материалов и доменная структура // ФММ. 1974. Т. 38. Вып. 3. С. 529–535.
8. *Дунаев Ф.Н.* Магнитная текстура и процессы перемагничивания ферромагнетиков. Свердловск: Изд-во Урал. гос. ун-та, 1978. 109 с.
9. *Кадочников А.И.* Динамические петли магнитного гистерезиса. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2007. 287 с.
10. *Чечерников В.И.* Магнитные измерения. М.: Изд-во Московского ун-та, 1969. 387 с.
11. *Скулкина Н.А.* Распределение намагниченности и магнитные свойства кристаллических, аморфных и нанокристаллических магнитных материалов. Екатеринбург. Дис. на соискание уч. степени д. ф. м. н. 2008. 372 с.
12. *Вонсовский С.В., Шур Я.С.* Ферромагнетизм. М.—Л.: ОГИЗ, 1948. 816 с.
13. *Кадочников А.И., Миронюк Н.Е.* Область применимости формул Релея и преобразований Кондорского для описания петель гистерезиса электротехнических сталей // Электротехника. 1982. № 9. С. 14–16.
14. *Шур Я.С., Хан Е.Б., Зайкова В.А.* Доменная структура монокристаллов кремнистого железа в переменных магнитных полях // ФММ. 1971. Т. 31. Вып. 2. С. 286–293.