

УДК 534.6.08

ОЦЕНКА АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИСТОЧНИКА ЗВУКА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ В БАССЕЙНЕ С ОТРАЖАЮЩИМИ ГРАНИЦАМИ

© 2024 г. В. К. Бахтин^{a,b}, А. Л. Вировлянский^{a,*}, М. С. Дерябин^{a,b}, А. Ю. Казарова^a

^aИнститут прикладной физики Российской Академии наук,
ул. Ульянова 46, 603950 Россия

^bНижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
пр. Гагарина 23, Нижний Новгород, 603022 Россия

*e-mail: viro@ipfran.ru

Поступила в редакцию 28.03.2024 г.

После доработки 24.07.2024 г.

Принята к публикации 29.10.2024 г.

Приведены результаты лабораторного эксперимента по тестированию метода реконструкции звукового поля, возбуждаемого калибруемым источником в свободном пространстве, по измерениям поля, возбужденного тем же источником в бассейне с отражающими границами. Процедура реконструкции базируется на использовании эталонного акустического монополя и сопоставлении полей, излученных им из специально выбранных точек бассейна, с полем калибруемого источника. Выполнена оценка частотной зависимости интенсивности поля калибруемого источника, усредненной по сфере большого радиуса.

Ключевые слова: излучатель звука, калибровка, бассейн, метод эквивалентных источников

DOI: 10.31857/S0320791924060041, **EDN:** JT WZRD

1. ВВЕДЕНИЕ

Традиционные методы калибровки источников звука в бассейне с отражающими границами базируются на выделении прямых сигналов, т.е. сигналов, приходящих в точки приема без отражений от границ. Для подавления отражений обычно используются поглощающие покрытия стенок бассейна и/или разделение прямых и отраженных сигналов по временем прихода [1, 2]. Оба метода применимы лишь на достаточно высоких частотах. На низких частотах вклады отраженных сигналов подавляются с помощью специальной обработки [3–6]. В работах [7, 8] предложен альтернативный подход, позволяющий осуществить калибровку источника, т.е. реконструировать его диаграмму направленности в свободном пространстве по измерениям в бассейне, без выделения прямых сигналов. Подход основан на предположении о том, что поле калибруемого источника (КИ) и в бассейне, и в свободном пространстве можно представить в виде суперпозиции полей некоторого количества одних и тех же воображаемых акустических монополей, которые называют эквивалентными источниками (ЭИ) [9–14].

Реконструкция поля КИ в свободном пространстве по измерениям в бассейне (она кратко описана в следующем разделе) выполняется с использованием вспомогательного источника, рассматриваемого как эталонный акустический монополь (ЭМ) с известной амплитудно-частотной характеристикой. Процедура реконструкции включает калибровку бассейна, в ходе которой ЭМ поочередно помещается в точки расположения ЭИ и из каждой точки излучает один и тот же сигнал. Волны, излученные ЭМ из каждой точки, регистрируются стационарно установленными приемными гидрофонами. Теми же гидрофонами регистрируется поле КИ, излучившего тот же сигнал. В процессе обработки данных измерений амплитуды ЭИ подбираются таким образом, чтобы суперпозиция возбуждаемых ими полей наилучшим образом аппроксимировала поле КИ в бассейне. После этого поле КИ в свободном пространстве вычисляется аналитически с использованием известной функции Грина свободного пространства и найденных амплитуд ЭИ.

В статье представлены результаты тестирования данного метода в лабораторном эксперименте.

В качестве КИ использован излучатель монопольного типа, интенсивность которого в свободном пространстве слабо зависит от направления распространения. По данным измерений в бассейне восстанавливалась частотная зависимость интенсивности КИ, усредненной по всем направлениям. Результат сопоставлен с оценками амплитудно-частотной характеристики КИ, полученными другими методами.

2. ТЕОРИЯ

Рассматриваемый метод калибровки источника звука базируется на представлении поля u , возбуждаемого им в свободном пространстве на заданной частоте f , в виде суперпозиции полей N ЭИ – акустических монополей, расположенных в точках \mathbf{r}_n , $n = 1, \dots, N$. При этом

$$u(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^N G(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n) A_n, \quad (1)$$

где \mathbf{R} – радиус-вектор точки наблюдения,

$$G(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n) = \frac{\exp(ik|\mathbf{R} - \mathbf{r}_n|)}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}_n|} \quad (2)$$

– поле ЭМ, $k = 2\pi f / c$ – волновое число, c – скорость звука, A_n – подлежащие определению неизвестные амплитуды.

Как отмечено во Введении, наше ключевое предположение заключается в том, что поле \tilde{u} , возбуждаемое калибруемым источником в бассейне с отражающими границами, можно представить в виде суперпозиции тех же ЭИ с теми же амплитудами A_n . Это означает, что

$$\tilde{u}(\mathbf{R}) = \sum_{n=1}^N \tilde{G}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n) A_n, \quad (3)$$

где $\tilde{G}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n)$ – поле, возбуждаемое в бассейне ЭМ, помещенным в точку \mathbf{r}_n . Функции $\tilde{G}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_n)$, опиывающие многократные переотражения волн от границ бассейна, нам неизвестны.

Поле в бассейне регистрируется M приемниками, расположенными в точках \mathbf{R}_m , $m = 1, \dots, M$. Значения комплексных амплитуд \tilde{u} , зарегистрированные этими приемниками, образуют вектор $\tilde{\mathbf{u}} = [\tilde{u}(\mathbf{R}_1), \dots, \tilde{u}(\mathbf{R}_M)]^T$, где символ T означает операцию транспонирования. Согласно (3), связь этого вектора с вектором неизвестных амплитуд $\mathbf{A} = [A_1, \dots, A_N]^T$ выражается соотношением

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{A}, \quad (4)$$

где $\tilde{\mathbf{G}}$ – матрица размера $M \times N$ с элементами

$$\tilde{G}_{mn} = \tilde{G}(\mathbf{R}_m, \mathbf{r}_n). \quad (5)$$

Эти матричные элементы измеряются в процессе описанной во Введении процедуры калибровки бассейна [7, 8]: ЭМ поочередно помещается во все точки \mathbf{r}_n и поле, возбуждаемое им из каждой точки, регистрируется всеми M приемниками. Матричный элемент \tilde{G}_{mn} – это комплексная амплитуда поля в точке приема \mathbf{R}_m при установке ЭМ в точке \mathbf{r}_n .

Таким образом, измерения в бассейне дают вектор $\tilde{\mathbf{u}}$ и матрицу $\tilde{\mathbf{G}}$. После этого выражение (4) рассматривается как система из M линейных алгебраических уравнений относительно N неизвестных элементов вектора \mathbf{A} . Для решения таких систем имеется ряд известных методов [15, 16]. Мы применяем метод, базирующийся на использовании сингулярного разложения матрицы \mathbf{G} [17]

$$\tilde{\mathbf{G}} = \sum_{q=1}^Q \lambda_q \xi_q \eta_q^H,$$

где λ_q – сингулярные числа ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \geq \lambda_Q$), а ξ_q и η_q – сингулярные векторы $\tilde{\mathbf{G}}$, символ H означает эрмитово сопряжение. Ограничивааясь учетом первых $Q_1 \leq Q$ сингулярных чисел, превышающих некоторый заданный порог, и отвечающих им сингулярных векторов, находим оценку вектора \mathbf{A}

$$\mathbf{A} = \sum_{q=1}^{Q_1} \frac{1}{\lambda_q} (\xi_q^H \tilde{\mathbf{u}}) \eta_q. \quad (6)$$

Подстановка найденных таким образом амплитуд ЭИ в (1) дает искомую оценку поля калибруемого источника в свободном пространстве.

В следующем разделе описан пример применения данного метода для калибровки источника звука монопольного типа. Пренебрегая слабой зависимостью амплитуды этого источника от направления на точку приема, мы полагаем, что его поле в свободном пространстве приближенно описывается функцией $u(\mathbf{R}) = b / R$, где b – постоянная величина. Своей целью мы ставим оценку значения $|b|$ по данным измерений в бассейне. Выражение для $|b|$ через реконструированные амплитуды ЭИ A_n найдем, приравнивая величину $|b|^2$ к интенсивности поля КИ в свободном пространстве, усредненной по сфере S большого радиуса R :

$$|b|^2 = \frac{R^2}{4\pi} \int_S |u|^2 d\sigma, \quad (7)$$

где $d\sigma$ – элемент телесного угла. Выбирая радиус сферы $R \gg l^2 / \lambda$, где l – характерный размер области, занятой ЭИ, а λ – длина волны, воспользуемся приближением $|\mathbf{R} - \mathbf{r}_n| \simeq R - q\mathbf{r}_n$, где $q = \mathbf{R} / R$ и перепишем (1) в виде

$$u(\mathbf{R}) = \frac{e^{ikR}}{R} \sum_{n=1}^N A_n e^{-ikq\mathbf{r}_n}.$$

Подставляя это выражение в (7), находим

$$|b|^2 = \frac{1}{4\pi} \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N A_{n_1} A_{n_2}^* \int doe^{-ik\mathbf{q}(\mathbf{r}_{n_1} - \mathbf{r}_{n_2})}. \quad (8)$$

Отметим, что поле, возбуждаемое реальным эталонным источником, отличается от (2) некоторым постоянным множителем a . Данное обстоятельство легко учесть, заменив в приведенных выше формулах G на aG и \tilde{G} на $a\tilde{G}$. При этом элементы вектора \mathbf{A} не зависят от a и результатом реконструкции станет

$$\frac{|u(\mathbf{R})|}{|a|} = \frac{|b|}{|a|R}.$$

С учетом этого замечания постоянную $|b|$ левой части (8) следует заменить на

$$w_{es} = \frac{|b|}{|a|}. \quad (9)$$

Для каждого интеграла в правой части (8) введем свою сферическую систему координат (r, θ, ϕ) с полярным углом θ , отсчитываемым от направления, заданного вектором $\mathbf{r}_{n_1} - \mathbf{r}_{n_2}$. Тогда

$$\begin{aligned} \int doe^{-ik\mathbf{q}(\mathbf{r}_{n_1} - \mathbf{r}_{n_2})} &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin\theta^{ik|\mathbf{r}_{n_1} - \mathbf{r}_{n_2}| \cos\theta} = \\ &= 4\pi \frac{\sin(k|\mathbf{r}_{n_1} - \mathbf{r}_{n_2}|)}{k|\mathbf{r}_{n_1} - \mathbf{r}_{n_2}|} \end{aligned}$$

и

$$w_{es}^2 = \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N A_{n_1} A_{n_2}^* \frac{\sin(k|\mathbf{r}_{n_1} - \mathbf{r}_{n_2}|)}{k|\mathbf{r}_{n_1} - \mathbf{r}_{n_2}|}. \quad (10)$$

3. ЭКСПЕРИМЕНТ

В лабораторном эксперименте, проведенном для тестирования обсуждаемого метода, измерения проводились в бассейне, представляющем собой заполненный водой куб со стороной 1 м. Точки \mathbf{r}_n , в которые поочередно помещался ЭМ, играющий роль ЭИ, образовывали куб размером $3 \times 3 \times 3$ см, показанный в центре рис. 1. Были проведены две серии измерений с кубами, в которых расстояния между соседними точками (шаг кубической решетки) составляли 2 и 3 см. Таким образом, в каждой серии были измерены поля $N = 27$ ЭИ.

Приемные гидрофоны располагались в 32 точках \mathbf{R}_m , удаленных от куба на расстояния около 30 см. Пять из этих гидрофонов оказались неисправными и калибровка выполнялась с использованием $M = 27$ приемников. Схема размещения ЭИ и приемников приведена на рис. 1.

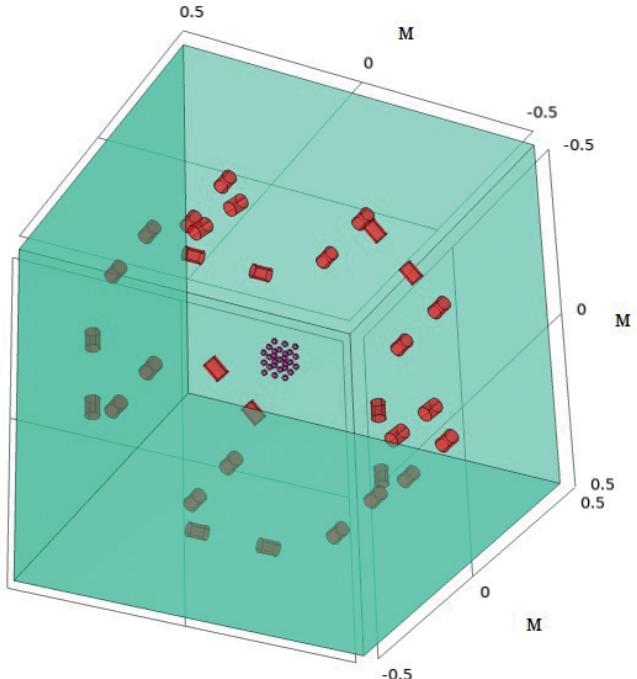


Рис. 1. Позиции ЭИ (точки в центре) и приемных гидрофонов (небольшие цилиндры).

В качестве ЭМ использовался миниатюрный эталонный обратимый гидрофон B&K 8103. В режиме излучения он не имеет резонансов и других особенностей в амплитудно-частотной характеристике в используемом в работе диапазоне частот. Для позиционирования ЭМ использовалась автоматизированная система, обеспечивающая точность перемещения по каждой из трех координат не хуже 0.1 мм. В качестве КИ использовался излучатель простейшей конструкции на основе кольца из пьезокерамики. Размеры кольца: внешний диаметр 50 мм, внутренний диаметр 46 мм, высота 30 мм. Для герметизации пьезокерамический элемент был покрыт воском. Рассматриваемый излучатель существенно меньше характерных длин волн, излучаемых в эксперименте, поэтому имеет характеристику направленности монопольного типа, что было проверено с помощью моделирования методом конечных элементов. Оба источника звука показаны на рис. 2.

В процессе калибровки бассейна из каждой точки куба ЭМ излучал одинаковый ЛЧМ звуковой импульс длительности 1 с с вариацией частоты от 5 до 10 кГц. Возбужденное поле регистрировалось всеми M приемниками. С использованием преобразования Фурье вычислялись комплексные амплитуды зарегистрированных звуковых импульсов на сетке частот f_l , $l = 1, \dots, 2001$, равномерно заполняющих интервал от 5 до 10 кГц с шагом 25 Гц. Таким образом, для каждого куба на каждой частоте были получены значения $M \times N = 729$ комплексных амплитуд a_j , $j = 1, \dots, 729$, представляющие

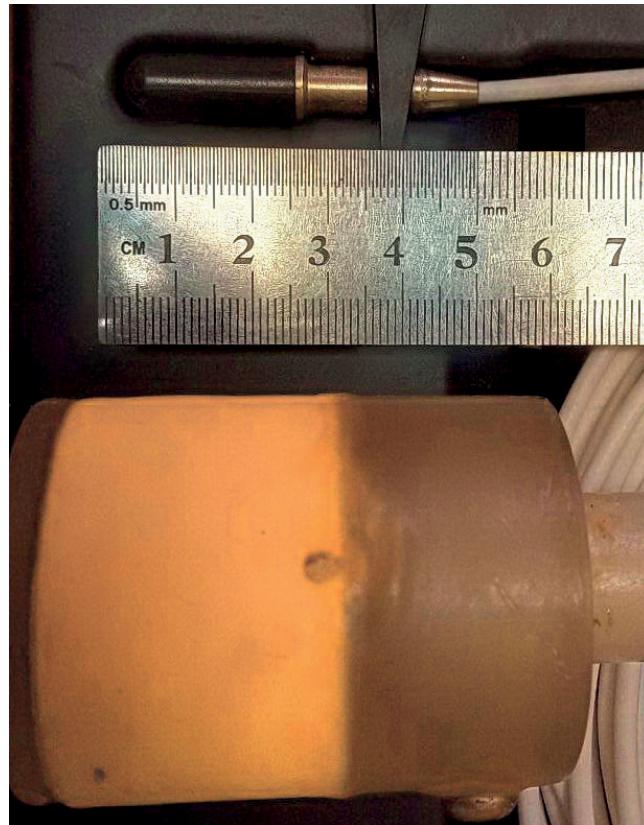


Рис. 2. Вверху: гидрофон B&K 8103, используемый в качестве эталонного монополя. Внизу: калируемый источник.

значения введенных выше матричных элементов \tilde{G}_{mn} (см. (5)) для всех возможных пар $(\mathbf{r}_n, \mathbf{R}_m)$.

Аналогичным образом были измерены поля, возбуждаемые КИ, который последовательно помещался в точки тех же кубов и излучал тот же ЛЧМ импульс. С помощью преобразования Фурье на каждой частоте f_l были найдены значения комплексных амплитуд КИ b_j , $j = 1, \dots, 729$, для тех же пар $(\mathbf{r}_n, \mathbf{R}_m)$.

Фигурирующий в (4) и (6) вектор комплексных амплитуд КИ $\tilde{\mathbf{u}}$ на каждой частоте f_l формировался M амплитудами b_j , отвечающими точке \mathbf{r}_n в центре куба. При оценке амплитуд ЭИ A_n по формуле (6) в сумме учитывались лишь те слагаемые, которые отвечали сингулярным числам λ_q , превышающим $\lambda_1 / 300$. Оценки отношений амплитуд КИ и ЭМ w_{es} на каждой частоте f_l были получены подстановкой найденных A_n в (10). Полученные значения w_{es} были сопоставлены с альтернативными оценками того же отношения. Эти оценки были получены на основе следующих соображений.

Если бы калируемый и эталонный источники были идеальными монополями, на каждой частоте f_l отношения $w_j = |b_j / a_j|$ для всех j принимали бы одно и то же значение, совпадающее с отношением амплитуд данных источников в свободном

пространстве (9). В действительности это не так. На рис. 3 приведены значения w_j , полученные на частоте $f_l = 7000$ Гц для куба с шагом 2 см и (в верхнем левом углу) гистограмма распределения этих значений. Похожие распределения наблюдаются на всех частотах для обоих кубов. В качестве оценок отношения амплитуд сравниваемых источников на каждой частоте мы принимаем w_{mean} и w_{median} — среднее и медианное значения измеренных величин w_j . В качестве еще одной оценки принимаем

$$w_{rms} = \left(\sum_{j=1}^{729} |b_j|^2 / \sum_{j=1}^{729} |a_j|^2 \right)^{1/2}$$

— отношение среднеквадратичных значений амплитуд КИ и ЭМ для всех 729 пар $(\mathbf{r}_n, \mathbf{R}_m)$.

Таким образом, мы имеем четыре оценки отношений амплитуд КИ и ЭМ: w_{es} , w_{mean} , w_{median} и w_{rms} . На рис. 4 представлены полученные с их помощью оценки отношений мощности калируемого источника I_c к мощности эталонного источника I_e . Значения I_c / I_e выражены в децибеллах: они представлены величинами $20 \lg w$, где в качестве w берутся описанные выше оценки отношений амплитуд, сглаженные по частоте с интервалом

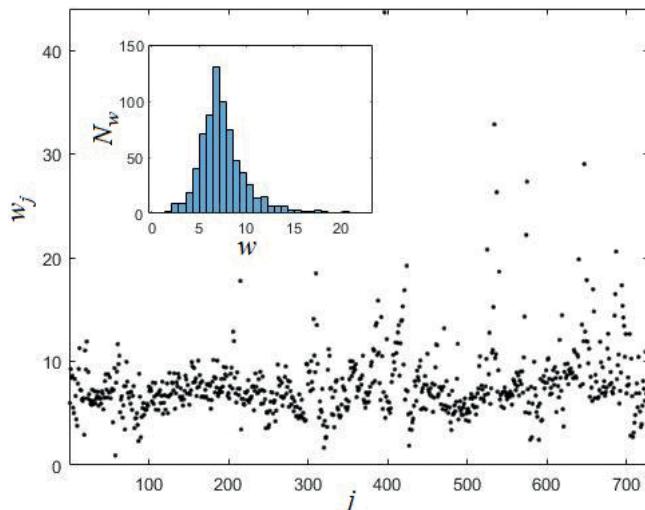


Рис. 3. Точки показывают отношения амплитуд КИ и ЭМ для всех 729 пар $(\mathbf{r}_n, \mathbf{R}_m)$ на частоте 7 кГц. В левом верхнем углу показана гистограмма распределения этих отношений.

300 Гц. Отметим, что значения каждой из четырех сравниваемых оценок, полученные для кубов с шагом 2 и 3 см, почти совпадают на всех частотах. Поэтому на рис. 4 представлены лишь результаты, полученные для куба с шагом 2 см.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обсуждаемый метод позволяет реконструировать диаграмму направленности КИ в свободном пространстве, а также оценивать амплитуды сферических гармоник возбужденного им поля [8]. Однако в данной работе для демонстрации работоспособности метода мы ограничиваемся реконструкцией частотной зависимости интенсивности источника, который приближенно можно считать монопольным. Дело в том, что при работе с таким источником найденную оценку отношений КИ и ЭМ w_{es} мы можем сопоставить с альтернативными оценками того же отношения w_{mean} , w_{median} и w_{rms} , полученными на основе тех же измерений. На рис. 4 мы видим, что все четыре оценки, как и должно быть, дают близкие результаты. Разброс их значений на каждой из рассмотренных частот не превышает 2.5 дБ. Практическое применение обсуждаемого подхода для реконструкции диаграммы направленности более сложного мультипольного КИ и разложения его поля по сферическим гармоникам мы планируем рассмотреть в последующих работах.

Следует отметить, что возможности метода ЭИ, а поэтому и возможности нашего подхода, заметно ограничиваются отсутствием обоснованных общих рекомендаций по выбору количества ЭИ и точек их размещения, гарантирующих эффективность моделирования поля произвольного

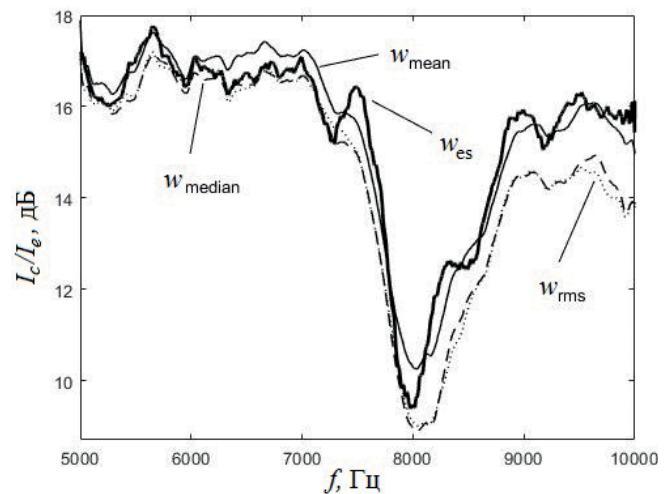


Рис. 4. Оценки отношения интенсивностей КИ и ЭМ, полученные с использованием оценок отношения амплитуд этих источников w_{es} (жирная сплошная кривая), w_{mean} (тонкая сплошная кривая), w_{median} (пунктир) и w_{rms} (точки).

источника звука [10, 14]. Несмотря на то, что в работе [8] сформулированы некоторые критерии для выбора точек расположения приемников и точек, в которые помещается ЭМ (эти критерии учитывались при планировании эксперимента), окончательный выбор количества таких точек и их координат приходится выполнять эмпирически. Этот вопрос требует дальнейшего изучения.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (проект FFUF-2024-0041).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bobber R.J. Underwater electroacoustic measurement.* CA: Peninsula Press, Los Altos, 1988.
2. *Robinson S.P. Review of methods for low frequency transducer calibration in reverberant tanks.* NPL Report CMAM 034. 1999.
3. *Robinson S.P., Hayman G., Harris P.M., Beamiss G.A. Signal-modeling methods applied to the free-field calibration of hydrophones and projectors in laboratory test tanks // Meas. Sci. Technol.* 2018. 29:085001.
4. *Исаев А.Е., Матвеев А.Н. Градуировка гидрофонов по полю при непрерывном излучении в реверберирующем бассейне // Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 6. С. 727–736.
5. *Исаев А.Е., Матвеев А.Н. Применение метода скользящего комплексного взвешенного усреднения для восстановления неравномерной частотной характеристики приемника // Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 5. С. 651–654.
6. *Исаев А.Е., Николаенко А.С., Черников И.В. Подавление реверберационных искажений сигнала приемника с использованием передаточной функции бассейна // Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 2. С. 165–174.

7. *Virovlyansky A.L., Deryabin M.S.* On the use of the equivalent source method for free-field calibration of an radiator in a reverberant tank // *J. Sound. Vibr.* 2019. V. 455. P. 69–81.
8. *Вироўлянскі А.Л., Казарова А.Ю., Любавін Л.Я.* Рэканструкцыя диаграммы направленности источника звука в свободном пространстве по измерениям его поля в бассейне // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 5. С. 509–516.
9. *Koopmann G.H., Song L., Fahy J.B.* A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 86. № 6. P. 2433–2438.
10. *Бобровницкій Ю.І., Томилина Т.М.* Общие свойства и принципиальные погрешности метода эквивалентных источников // *Акуст. журн.* 1995. Т. 41. № 5. С. 737–750.
11. *Johnson M.E., Elliott S.J., Baek K-H., Garcia-Bonito J.* An equivalent source technique for calculating the sound field inside an enclosure containing scattering objects // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 104. № 3. P. 1221–1231.
12. *Mao J., Wang Z., Liu J., Song D.* A Forward- Backward Splitting Equivalent Source Method Based on S-Difference // *Appl. Sci.* 2024. V. 14. № 3. P. 1086.1–1086.17.
13. *Gounot Y.J.R., Musafir R.E.* Simulation of scattered fields: some guidelines for the equivalent source method // *J. Sound. Vibr.* 2011. V. 330. № 15. P. 3698–3709.
14. *Lee S.* Review: the use of equivalent source method in computational acoustics // *J. Comput. Acoustics.* 2017. V. 25. № 1. 1630001.
15. *Fernandez-Grande E., Xenaki A., Gerstoft P.* A sparse equivalent source method for near-field acoustic holography // *J. Acoust. Soc. Am.* 2017. V. 141. № 1. P. 532–542.
16. *He T., Mo S., Fang E., Wang M., Zhang R.* Modeling three-dimensional underwater acoustic propagation over multi-layered fluid seabeds using the equivalent source method // *J. Acoust. Soc. Am.* 2021. V. 150. № 4. P. 2854–2864.
17. *Golub G.H., Van Loan C.F.* Matrix computations. Baltimore: The John Hopkins University Press, 1989.

ESTIMATION OF THE AMPLITUDE-FREQUENCY RESPONSE OF A SOUND SOURCE FROM MEASUREMENTS IN A TANK WITH REFLECTING BOUNDARIES

V.K. Bakhtin^{a,b}, A.L. Virovlyansky^{a,*}, M.S. Deryabin^{a,b}, A.Yu. Kazarova^a

^a*Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences,
603950 N. Novgorod, Ul'yanov str., 46*

^b*Lobachevsky State University, 603022 N. Novgorod, Gagarin Ave., 23*

The results of a laboratory experiment testing a method for reconstructing a sound field excited by a calibrated source in free space from measurements of a field excited by the same source in a tank with reflecting boundaries are presented. The reconstruction procedure is based on the use of an etalon acoustic monopole and comparison of the fields emitted by it from specially selected points of the tank with the field of the calibrated source. In the experiment, the frequency dependence of the field intensity of the calibrated source averaged over a sphere of large radius was evaluated.

Keywords: sound source, calibration, tank, equivalent source method