

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

© 2023 г. А. В. Филиппов^{a,b,*}

^a Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

^b ГНЦ РФ “Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований”, Москва, Россия

*e-mail: fav@triniti.ru

Поступила в редакцию 01.08.2022 г.

После доработки 17.10.2022 г.

Принята к публикации 20.10.2022 г.

На основе интегральных уравнений Орнштейна–Цернике для многокомпонентной жидкости проведено исследование термодинамической устойчивости многокомпонентной плазмы. В условиях применимости дебаевского приближения для прямых корреляционных функций для всех компонент плазмы, кроме самой неидеальной подсистемы, для плазмы с любым числом компонент выполнен переход к однокомпонентному уравнению Орнштейна–Цернике для самой неидеальной подсистемы. Показано, что все парные корреляционные функции, структурные факторы заряд-заряд и частица-частица остаются положительными при всех значениях аргумента во всем исследованном диапазоне параметра неидеальности самой неидеальной подсистемы. Исследованы условия нарушения термодинамической устойчивости трехкомпонентной пылевой плазмы при разных знаках заряда пылевых частиц и разных их концентрациях.

Ключевые слова: многокомпонентная плазма, интегральные уравнения жидкости, пылевая плазма, термодинамическая устойчивость, дебаевский потенциал, уравнение Орнштейна–Цернике

DOI: 10.31857/S0367292122601321, **EDN:** KNEUSR

ВВЕДЕНИЕ

Плазма с частицами конденсированной дисперсной фазы (КДФ) или пылевая плазма широко распространена в природе и технике, поэтому ее исследование представляет значительный интерес как для развития фундаментальной науки [1–6], так и для ряда приложений, например, для индустрии производства наночастиц [7]. Теоретическое исследование взаимодействия заряженных макрочастиц в такой плазме (электролите) все еще остается одним из самых важных вопросов [8–14]. При моделировании свойств пылевой плазмы, например, методом молекулярной и броуновской динамики, сегодня широко используется потенциал Юкавы или Дебая в качестве парного потенциала взаимодействия (см., например, [15–22]) или с добавочным к нему потенциалом, который на больших расстояниях спадает обратно пропорционально квадрату расстояния (см. [23]). Дебаевский вид потенциала взаимодействия заряженных пылевых частиц имеет место только в случае применимости теории Дебая–Гюккеля [24] и его использование для изучения пылевой плазмы при высоких значениях параметра неидеальности (по взаимодействию в пылевой подсистеме) вызывает вопросы. Также

приближение Дебая–Гюккеля приводит к отрицательным значениям парной корреляционной функции на малых расстояниях, которая по определению как вероятность должна быть сугубо неотрицательной величиной.

В работах [25, 26], в отличие от вышеупомянутых работ, взаимодействие заряженных частиц плазмы описывалось кулоновским потенциалом, а для описания свойств пылевой плазмы использовалось многокомпонентное уравнение Орнштейна–Цернике [27, 28]. Уравнение Орнштейна–Цернике (ОЦ) в гиперцепном приближении (ГЦП) очень хорошо описывает термодинамические свойства пылевой плазмы вплоть до высоких значений параметра неидеальности порядка 100 [29, 30], поэтому для замыкания уравнений ОЦ в работах [25, 26] использовалось гиперцепное приближение.

В [25, 26] уравнения Орнштейна–Цернике в гиперцепном приближении решались для трехкомпонентной кулоновской плазмы в случае, когда средние энергии взаимодействия электрон-пылевая частица, ион-пылевая частица, электрон-электрон, электрон-ион и ион-ион много меньше их тепловой энергии. Было показано, как формируется эффективный потенциал взаимо-

действия пылевых частиц друг с другом и были определены условия, когда статическая диэлектрическая функция пылевой плазмы принимает отрицательные значения в длинноволновой области и детально изучена термодинамическая устойчивость пылевой плазмы.

В [25, 26] было установлено, что при значениях параметра неидеальности пылевой подсистемы, меньших единицы: $\Gamma_{00} < 1$, потенциал взаимодействия заряженных частиц плазмы друг с другом достаточно хорошо описывается дебаевским потенциалом с полной постоянной экранирования.

Здесь $\Gamma_{00} = e^2 z_0^2 \beta / a$, e — элементарный заряд, z_0 — заряд пылевых частиц в элементарных зарядах, β — обратная температура: $\beta = T^{-1}$, T — температура пылевых частиц в энергетических единицах, a — среднее расстояние между пылевыми частицами: $a = n_0^{-1/3}$, n_0 — концентрация пылевых частиц. При $\Gamma_{00} > 1$ статическая диэлектрическая функция в области малых значений волнового вектора становилась отрицательной и с ростом параметра неидеальности Γ_{00} эта область расширялась. Это приводило к появлению области расстояний, где наблюдается притяжение одноименно заряженных частиц и отталкивание разноименно заряженных. При этом как суммарное давление, так и изотермическая сжимаемость во всем исследованном диапазоне параметра неидеальности $\Gamma_{00} < 250$ были положительными, но изотермическая сжимаемость только неидеальной подсистемы становилась отрицательной при превышении параметром неидеальности критического значения, зависящего от значения структурного параметра, как в пылевой плазме с отрицательными, так и с положительными зарядами (в термической пылевой плазме). Было показано, что знак производной химического потенциала по полному числу пылевых частиц, положительность которого является третьим условием термодинамической устойчивости растворов, в дебаевском приближении совпадает со знаком изотермической сжимаемости пылевой подсистемы. Было установлено, что изотермическая сжимаемость пылевой подсистемы по данным расчетов на основе интегральных уравнений жидкости ОЦ в ГЦП становится отрицательной при $\Gamma_{00} > 2$. Поэтому был сделан вывод, что равновесная пылевая плазма при $\Gamma_{00} > 2$ становится термодинамически неустойчивой. Данный вывод оказался достаточно неожиданным, и настоящая работа посвящена более подробному исследованию этого вопроса.

УРАВНЕНИЕ ОРНШТЕЙНА—ЦЕРНИКЕ ДЛЯ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

Мы рассматриваем многокомпонентную плазму, взаимодействие между заряженными части-

цами в которой описывается кулоновским потенциалом

$$V_{\nu\mu}(|\mathbf{r}_\nu - \mathbf{r}_\mu|) = \frac{e^2 z_\nu z_\mu}{|\mathbf{r}_\nu - \mathbf{r}_\mu|}, \quad (1)$$

где греческие индексы ν и μ пробегает значения от 0 до q , где $(q + 1)$ — полное число компонент плазмы, z_ν — зарядовое число частиц сорта ν , $\mathbf{r}_\nu$ и $\mathbf{r}_\mu$ — радиус-векторы положений частиц сорта ν и μ соответственно. Индексом 0 обозначается самая неидеальная компонента. В случае трехкомпонентной пылевой плазмы самой неидеальной компонентой является пылевая подсистема, поэтому индекс 0 используется для пылевых частиц, 1 — для электронов и 2 — для ионов, $z_1 = -1$. Для устранения проблем с электрон-ионным взаимодействием и взаимодействием пылевых частиц с заряженными частицами плазмы противоположного знака, для учета квантовых эффектов для электрон-электронного взаимодействия можно ввести эффективные потенциалы [31–36] (см. также [37, 38] и цитированную там литературу) и явно учесть конечный размер пылевых частиц [39–41]. При рассматриваемых в настоящей работе плотностях заряженных частиц плазма далека от вырождения и взаимодействие на малых расстояниях вносит пренебрежимо малый вклад, поэтому вид потенциала на этих расстояниях не имеет существенного значения. В настоящей работе для определенности для e – e , i – i и e – i взаимодействия мы используем потенциал Кельбга [32, 33] ($r = |\mathbf{r}_\nu - \mathbf{r}_\mu|$):

$$V_{\nu\mu}(r) = \frac{e^2 z_\nu z_\mu}{r} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda_{\nu\mu}^2}\right) + \sqrt{\pi} \frac{r}{\lambda_{\nu\mu}} \operatorname{erfc}\left(\frac{r}{\lambda_{\nu\mu}}\right) \right], \quad (2)$$

где $\lambda_{\nu\mu}$ — длина волны де Бройля, $\lambda_{\nu\mu} = \sqrt{\hbar^2 / 2m_{\nu\mu}T_{\nu\mu}}$, $m_{\nu\mu}$ — приведенная масса: $m_{\nu\mu} = m_\nu m_\mu / (m_\nu + m_\mu)$, $\operatorname{erfc}(x)$ — дополнительный интеграл ошибок: $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$, $T_{\nu\mu}$ — массовзвешенная температура: $T_{\nu\mu} = (m_\nu T_\nu + m_\mu T_\mu) / (m_\nu + m_\mu)$. (Отметим, что наибольшими длинами волн де Бройля являются λ_{ee} и λ_{ei} , которые при комнатной температуре примерно равны 1.7×10^{-7} см, что на несколько порядков меньше всех средних межчастичных расстояний, включая электронные и ионные.)

Система уравнений ОЦ для однородной многокомпонентной жидкости имеет вид [27]

$$h_{\nu\mu}(r) = C_{\nu\mu}(r) + \sum_\lambda n_\lambda \int C_{\nu\lambda}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) h_{\lambda\mu}(r') dr', \quad (3)$$

где $v, \mu = 0, 1, \dots, q$, $h_{v\mu} = g_{v\mu} - 1$ — парциальная парная корреляционная функция и $C_{v\mu}$ — прямая корреляционная функция, n_λ — усредненная концентрация частиц сорта λ : $n_\lambda = N_\lambda/V$, N_λ — полное число частиц сорта λ в системе с объемом V . Концентрации заряженных частиц плазмы связаны условием полной квазинейтральности

$$\sum_{\lambda=0}^q z_\lambda n_\lambda = 0. \quad (4)$$

С учетом симметрии корреляционных функций: $h_{v\mu} = h_{\mu v}$, $C_{v\mu} = C_{\mu v}$, система уравнений (3) в общем случае определяет $q(q+1)/2$ корреляционных функций (в пылевой трехкомпонентной плазме шесть функций). После трехмерного интегрального преобразования Фурье, система интегральных уравнений (3) переходит в систему алгебраических уравнений

$$h_{v\mu}(k) = C_{v\mu}(k) + \sum_{\lambda=0}^q n_\lambda C_{v\lambda}(k) h_{\lambda\mu}(k), \quad (5)$$

$v, \mu = 0, 1, \dots, q.$

Здесь и ниже Фурье-образы функций обозначаются той же буквой и их смысл определяется аргументом. Для замыкания уравнений ОЦ (3) в настоящей работе используется гиперцепное приближение

$$C_{v\mu}(\mathbf{r}) = \exp[-\beta V_{v\mu}(\mathbf{r}) + \gamma_{v\mu}(\mathbf{r})] - \gamma_{v\mu}(\mathbf{r}) - 1, \quad (6)$$

где $\gamma_{v\mu} = h_{v\mu} - C_{v\mu}$.

Выпишем все уравнения системы (5) с индексом $\mu = 0$ (аргумент k для сокращения записи опускаем)

$$\begin{aligned} h_{00} &= C_{00} + n_0 C_{00} h_{00} + n_1 C_{10} h_{01} + \dots + n_q C_{q0} h_{0q}, \\ h_{10} &= C_{10} + n_0 C_{10} h_{00} + n_1 C_{11} h_{10} + \dots + n_q C_{1q} h_{q0}, \\ &\dots \\ h_{q0} &= C_{q0} + n_0 C_{q0} h_{00} + n_1 C_{q1} h_{10} + \dots + n_q C_{qq} h_{q0}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из этих уравнений для нахождения связи функций $h_{0\lambda}$ ($\lambda = 1, 2, \dots, q$) с функцией h_{00} получаем систему уравнений

$$\mathbf{A}\mathbf{H}_0 = (1 + n_0 h_{00}) \mathbf{C}_0, \quad (8)$$

где $\mathbf{A}$ — матрица размерности $q \times q$ с элементами $a_{ij}(k) = \delta_{ij} - n_i C_{ij}(k)$, $\mathbf{H}_0$ — столбец неизвестных $\mathbf{H}_0 = (h_{10}, h_{20}, \dots, h_{q0})^T$, верхний индекс “Т” означает операцию транспонирования, $\mathbf{C}_0 = (C_{10}, C_{20}, \dots, C_{q0})^T$.

Из системы (8) видно, что ее решение можно представить в виде

$$h_{0v}(k) = [1 + n_0 h_{00}(k)] F_v(k), \quad (9)$$

где величины F_v являются решением системы

$$\mathbf{A}\mathbf{F} = \mathbf{C}_0 \quad (10)$$

и их можно найти численными методами при известных $C_{10}, C_{20}, \dots, C_{q0}$ или, в случае в рассматриваемой в настоящей работе трехкомпонентной плазмы ($q = 2$), аналитически методом Крамера (см. [25, 26, 39, 42]).

Теперь, подставив решение (9) в уравнение для h_{00} в системе (5), находим (см. [25, 26])

$$h_{00}(k) = C_{eff}(k) + n_0 C_{eff}(k) h_{00}(k), \quad (11)$$

где введена эффективная прямая корреляционная функция

$$C_{eff}(k) = C_{00}(k) + \sum_{v=1}^q n_v C_{0v}(k) F_v(k). \quad (12)$$

Уравнение (11) имеет вид уравнения Орнштейна—Цернике для однокомпонентной жидкости.

В работах [25, 26] были рассмотрены условия, когда неидеальность имела место только в пылевой подсистеме и для всех пар взаимодействующих частиц, кроме пары пылевая частица—пылевая частица, для прямых корреляционных функций использовалось дебаевское приближение. При этом были рассмотрены только два набора параметров пылевой плазмы. В настоящей работе исследования проведены для более широкого набора параметров плазмы.

Гиперцепное приближение (6) для замыкания нового уравнения Орнштейна—Цернике (11) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} h_{00}(\mathbf{r}) &= \exp[-\beta V_{00}(\mathbf{r}) + h_{00}(\mathbf{r}) - C_{00}(\mathbf{r})] - 1 \equiv \\ &\equiv \exp[-\beta V_{eff}(\mathbf{r}) + h_{00}(\mathbf{r}) - C_{eff}(\mathbf{r})] - 1, \end{aligned} \quad (13)$$

где V_{eff} — фурье-образ эффективного потенциала

$$V_{eff}(k) = V_{00}(k) - \frac{C_a(k)}{\beta}, \quad (14)$$

$$C_a(k) = \sum_{v=1}^q n_v C_{0v}(k) F_v(k).$$

Соответственно сам эффективный потенциал определяется выражением

$$V_{eff}(r) = V_{00}(r) - \frac{C_a(r)}{\beta}, \quad (15)$$

$$C_a(r) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_0^\infty C_a(k) k \sin(kr) dk.$$

Как отмечалось в работах [25, 26], эффективный потенциал V_{eff} вводится только для расщепления системы уравнений Орнштейна—Цернике и выделения из нее одного уравнения для h_{00} , которое может быть решено стандартными численными методами, если известны прямые корреля-

ционные функции $C_{v\mu}$ для $v = 0, 1, \dots, q$ и $\mu = 1, 2, \dots, q$. Парный потенциал взаимодействия заряженных частиц в плазме при этом остается кулоновским.

Метод решения уравнений ОЦ в ГПЦ для многокомпонентной плазмы при идеальности всех подсистем, кроме пылевой, подробно описан в работе [26]. В качестве начальных решений используются прямые корреляционные функции в дебаевском приближении [27]

$$C_{v\mu}^D(r) = -\beta V_{v\mu}(r) \equiv -\frac{e^2 z_v z_\mu \beta}{r}, \quad (16)$$

$$C_{v\mu}^D(k) = -\frac{4\pi e^2 z_v z_\mu \beta}{k^2}.$$

При этом для всех v и μ парная корреляционная функция имеет вид

$$h_{v\mu}^D(k) = -\frac{4\pi e^2 \beta z_v z_\mu}{k^2 + k_D^2}, \quad (17)$$

где k_D — полная постоянная экранирования:

$$k_D^2 = 4\pi\beta e^2 \sum_v z_v^2 n_v. \quad (18)$$

Отметим, что условие полного экранирования [43] подразумевает, что равенство (16) будет выполняться на больших расстояниях при $r \rightarrow \infty$.

Из условия полного экранирования следует равенство [43]

$$\sum_{v=0}^q z_v n_v \int \sum_{\mu=0}^q z_\mu n_\mu g_{v\mu}(r) dr = -\sum_{v=0}^q z_v^2 n_v. \quad (19)$$

Вследствие дальнедействующего характера кулоновского взаимодействия из условия полного экранирования можно получить также второе равенство [43]

$$4\pi e^2 \int \sum_{v=0}^q \sum_{\mu=0}^q z_v z_\mu n_v n_\mu g_{v\mu}(r) r^2 dr = -6T. \quad (20)$$

Используя условие квазинейтральности (4), равенства (19) и (20) можно привести к виду

$$\sum_{\mu=0}^q z_\mu n_\mu \int h_{v\mu}(r) r^2 dr = -\frac{z_v}{4\pi}, \quad v = 0, 1, \dots, q; \quad (21)$$

$$\sum_{v=0}^q \sum_{\mu=0}^q z_v z_\mu n_v n_\mu \int h_{v\mu}(r) r^4 dr = -\frac{3T}{8\pi^2 e^2}.$$

Эти равенства будут использованы ниже для проверки физичности результатов численного решения уравнения ОЦ в ГЦП.

В работах [25, 26] было показано, что в случае трехкомпонентной пылевой плазмы эффективный потенциал определяется выражением

$$V_{eff}(r) = V_{00}(r) - \frac{1}{2\pi^2 \beta r} \int_0^\infty \frac{n_1 C_{01}^2 (1 - n_2 C_{22}) + n_2 C_{02}^2 (1 - n_1 C_{11}) + 2n_1 n_2 C_{01} C_{02} C_{12} k \sin(kr) dk}{(1 - n_1 C_{11})(1 - n_2 C_{22}) - n_1 n_2 C_{12}^2}. \quad (22)$$

При применимости дебаевского приближения (16) для прямых корреляционных функций для электронов и ионов, эффективный потенциал (22) принимает вид

$$V_{eff}(r) = \frac{e^2 z_0^2}{r} e^{-k_{ei} r}, \quad (23)$$

где k_{ei} — электрон-ионная постоянная экранирования:

$$k_{ei}^2 = 4\pi\beta e^2 (n_1 + z_2^2 n_2). \quad (24)$$

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

В работе [26] было показано, что первые два условия термодинамической устойчивости (ТДУ), а именно положительность изохорической теплоемкости и положительность изотермической сжимаемости, в пылевой плазме выполнены. Третье условие термодинамической устойчивости имеет вид [44]

$$\mu_{00} > 0, \quad \mu_{11} > 0, \quad \mu_{00}\mu_{11} - \mu_{01}\mu_{10} > 0, \quad (25)$$

где μ_v — химический потенциал v -компоненты плазмы, $\mu_{v\lambda}$ — производные химического потенциала v -компоненты плазмы по полному числу частиц λ -компоненты:

$$\mu_{v\lambda} = \mu_{\lambda v} = \left(\frac{\partial \mu_v}{\partial N_\lambda} \right)_{P, T, N_{\tau, \tau \neq \lambda}}. \quad (26)$$

Определение химических потенциалов компонент пылевой плазмы в численных расчетах встречается с определенными трудностями. В работах [45, 46] было показано, что третье условие ТДУ (25) можно свести к требованию устойчивости неидеальной подсистемы без учета идеальных подсистем, для которой должна быть положительной изотермическая сжимаемость:

$$K_{T,00} = -\frac{1}{V} \left[\left(\frac{\partial P_{00}}{\partial V} \right)_T \right]^{-1}. \quad (27)$$

Здесь в качестве давления пылевой подсистемы использовано P_{00} как в однокомпонентном приближении. Именно условие положительности $K_{T,00}$ используется для определения термодина-

мической устойчивости в однокомпонентном приближении. В качестве третьего условия в работах [25, 26] использовалось условие положительности изотермической сжимаемости только пылевой подсистемы. Это же условие будет использовано в настоящей работе.

Давление многокомпонентной плазмы определяется выражением [27]

$$P = \frac{n}{\beta} - \frac{1}{6} \sum_v \sum_\mu n_v n_\mu \int \mathbf{r} \frac{\partial V_{v\mu}(r)}{\partial \mathbf{r}} g_{v\mu}(r) d\mathbf{r}. \quad (28)$$

Отсюда, для кулоновского потенциала взаимодействия (1), с учетом условия полной квазинейтральности (4), находим

$$P = \frac{n}{\beta} + \frac{2\pi e^2}{3} \sum_v \sum_\mu n_v n_\mu z_v z_\mu \int_0^\infty h_{v\mu}(r) r dr \equiv \frac{n}{\beta} + \frac{1}{3} \Delta U. \quad (29)$$

Здесь ΔU — внутренняя энергия плазмы, обусловленная взаимодействием частиц. В качестве парциального давления пылевой компоненты P_{00} в работах [25, 26] использовалась величина

$$P_{00} = \frac{n_0}{\beta} + \frac{2\pi e^2}{3} n_0^2 z_0^2 \int_0^\infty h_{00}(r) r dr. \quad (30)$$

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 приведены зависимости изотермической сжимаемости пылевой компоненты $K_{T,00}$ от параметра неидеальности Γ_{00} при $T = 300$ К, $z_0 < 0$ и различных значениях концентрации пылевых частиц и ионов. В расчетах параметр неидеальности варьировался путем изменения заряда пылевых частиц, при этом концентрация электронов определялась из условия квазинейтральности плазмы (4). Видно, что с ростом параметра неидеальности изотермическая сжимаемость пылевой компоненты монотонно уменьшается и становится отрицательной при превышении критического значения параметра неидеальности, которое обозначим как Γ_{cr} . Следовательно, пылевая плазма становится термодинамически неустойчивой при $\Gamma_{00} > \Gamma_{cr}$.

Из рис. 1 видно, что при постоянной концентрации ионов по мере роста концентрации пылевых частиц левая граница области термодинамической неустойчивости пылевой плазмы монотонно сдвигается влево в сторону меньших значений параметра неидеальности. А увеличение концентрации ионов при постоянной концентрации пылевых частиц сдвигает левую границу вправо в сторону больших значений параметра неидеальности.

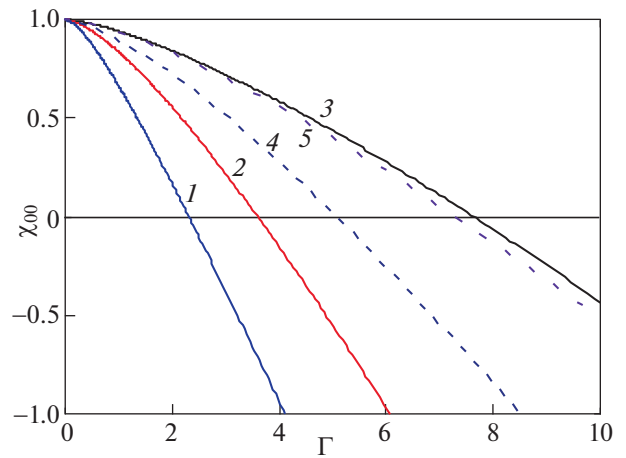


Рис. 1. Зависимости изотермической сжимаемости пылевой компоненты $K_{T,00}$ от параметра неидеальности $\Gamma = \Gamma_{00}$ при $T = 300$ К, $z_0 < 0$: кривая 1 — $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$, $n_2 = 10^8 \text{ см}^{-3}$; 2 — $n_0 = 10^4 \text{ см}^{-3}$, $n_2 = 10^8 \text{ см}^{-3}$; 3 — $n_0 = 10^3 \text{ см}^{-3}$, $n_2 = 10^8 \text{ см}^{-3}$; 4 — $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$, $n_2 = 10^9 \text{ см}^{-3}$; 5 — $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$, $n_2 = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$.

Аналогичная картина имеет место и в термической пылевой плазме с положительно заряженными пылевыми частицами, в которой смена знака изотермической сжимаемости пылевой компоненты при $T = 2000$ К, $n_2 = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ происходит при $\Gamma = 2.2$ для $n_0 = 10^7 \text{ см}^{-3}$, $\Gamma = 3.2$ для $n_0 = 10^6 \text{ см}^{-3}$ и $\Gamma = 6.3$ для $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$. Как показали расчеты при изменении концентрации пылевых частиц от 10^3 до $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$, концентрации положительных ионов от 10^8 до $4 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$, температурах 300 ($z_0 < 0$), 1700 и 2000 К ($z_0 > 0$), при этом параметр $\kappa = k_{ei} a$ менялся в диапазоне от 2.2 до 25.5, критическое значение параметра неидеальности, выше которого пылевая компонента становится термодинамически неустойчивой, очень хорошо описывается зависимостью (см. рис. 2)

$$\Gamma_{cr} \approx 1.2 + 0.39\kappa + 0.0127\kappa^2. \quad (31)$$

Стабилизация пылевой подсистемы возможна, например, при следующем наиболее вероятном сценарии развития термодинамической неустойчивости пылевой компоненты, когда происходит ее стратификация с формированием двух областей с разными плотностями, в одной из которых пылевые частицы, при учете их конечного размера, будут плотно упакованы, а в другой концентрация пылевых частиц в процессе разделения будет снижаться, пока параметр неидеальности не упадет до значения, ниже которого пылевая плазма станет термодинамически устойчивой. Такая картина подобна фазовому разделению натрий-аммиачных растворов при увеличе-

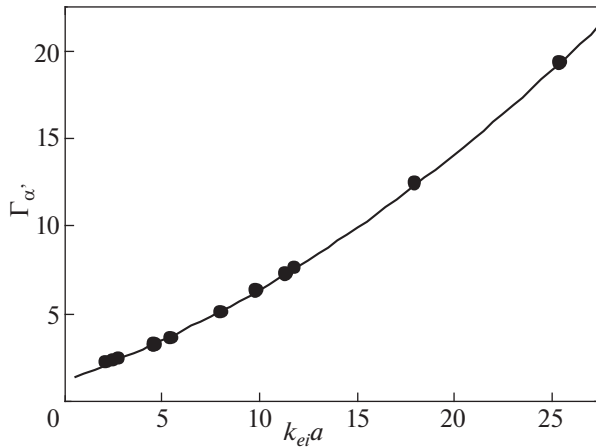


Рис. 2. Зависимость критического значения параметра неидеальности Γ_{cr} , при превышении которого $K_{T,00}$ меняет знак, от произведения электрон-ионной постоянной экранирования на среднее расстояние между пылевыми частицами: • — по данным численного решения уравнения ОЦ в ГЦП, сплошная линия — аппроксимация (31).

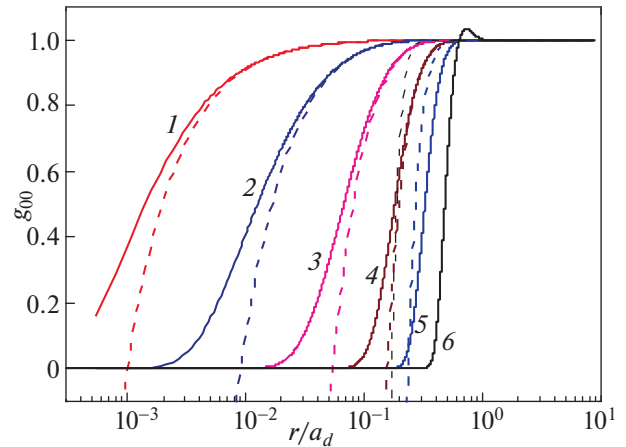


Рис. 3. Парная корреляционная функция пылевая частица-пылевая частица при $n_2 = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$, $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$, $z_0 < 0$, $T = 300 \text{ К}$ как функция приведенного расстояния для различных значений параметра неидеальности Γ_{00} : 1 — 10^{-3} , 2 — 10^{-2} , 3 — 10^{-1} , 4 — 1, 5 — 10, 6 — 100; сплошные линии — численное решение уравнения ОЦ в ГЦП, штриховые — дебаевское приближение.

нии концентрации раствора, что приводит к резкому падению действительной части диэлектрической проницаемости к большим (по модулю) и отрицательным значениям [47]. Это падение можно интерпретировать как переход метал-неметалл, связанный с очень быстрым уменьшением массы отрицательно заряженных носителей с ростом концентрации раствора.

В экспериментах в земных условиях при развитии термодинамической неустойчивости пылевая плазма может вернуться в область термодинамической устойчивости вследствие ухода части пылевых частиц из области разряда под действием силы тяжести. При этом вырастет параметр a , и, соответственно, вырастет значение произведения $\kappa_{ei}a$, которому уже соответствует большее значение критического параметра неидеальности.

Вообще говоря, в земных условиях пылевая плазма является сильно анизотропной из-за действия силы тяжести и использование интегральных уравнений для однородной жидкости для ее описания нужно дополнительно обосновывать. Но теория интегральных уравнений может быть использована для описания поведения микро-частиц в электролитах и в термической плазме, где система близка к термодинамически равновесному состоянию и роль силы тяжести существенно ослаблена.

ФИЗИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ

Хорошо известно, что в дебаевском приближении парная корреляционная функция для частиц

с зарядом одного знака на малых расстояниях становится отрицательной (см. (17) и рис. 3). В то же время, найденные путем численного решения уравнения ОЦ в ГЦП функции g_{00} (см. рис. 3), g_{10} , g_{11} и g_{22} оказались положительными во всем исследованном диапазоне расстояний.

Для многокомпонентной плазмы есть еще величины, которые должны быть неотрицательными — это структурные факторы частица-частица и заряд-заряд [27]:

$$\begin{aligned} S_{NN}(k) &= \sum_v \sum_\mu S_{v\mu}(k), \\ S_{ZZ}(k) &= \sum_v \sum_\mu z_v z_\mu S_{v\mu}(k), \end{aligned} \quad (32)$$

где парциальные структурные факторы определены выражением

$$S_{v\mu}(k) = \frac{n_v}{n} [\delta_{v\mu} + n_\mu h_{v\mu}(k)], \quad (33)$$

$\delta_{v\mu}$ — символ Кронекера.

На рис. 4 приведены зависимости структурных факторов частица-частица S_{NN} и заряд-заряд S_{ZZ} от волнового числа при $n_2 = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$, $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$, $z_0 < 0$, $T = 300 \text{ К}$ и различных значениях параметра неидеальности Γ_{00} . Оказалось, что структурный фактор частица-частица практически не отличается от единицы. Значения структурного параметра заряд-заряд также оказались положительными во всем исследованном диапазоне изменения волнового числа, причем с

Таблица 1. Зависимости величин $I_v = 4\pi \sum_{\mu} z_{\mu} n_{\mu} \int h_{v\mu}(r) r^2 dr$, $v = 0, 1, 2$ и $I_s = \sum_v \sum_{\mu} z_v z_{\mu} n_v n_{\mu} \int h_{v\mu}(r) r^4 dr$ от параметра неидеальности при $n_2 = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$, $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$, $T = 300 \text{ К}$

Γ_{00}	z_0	I_0	I_1	I_2	I_s	$3T/8\pi^2 e^2$
10^{-3}	-1.9667	1.9668	1.0001	-1.0001	-6822.3	6821.4
10^{-2}	-6.2193	6.2197	1.0001	-1.0001	-6822.3	6821.4
10^{-1}	-19.667	19.668	1.0001	-1.0001	-6822.3	6821.4
1	-62.193	62.197	1.0001	-1.0001	-6822.3	6821.4
10	-196.67	196.68	1.0001	-1.0001	-6822.3	6821.4
100	-621.93	621.97	1.0001	-1.0001	-6822.3	6821.4

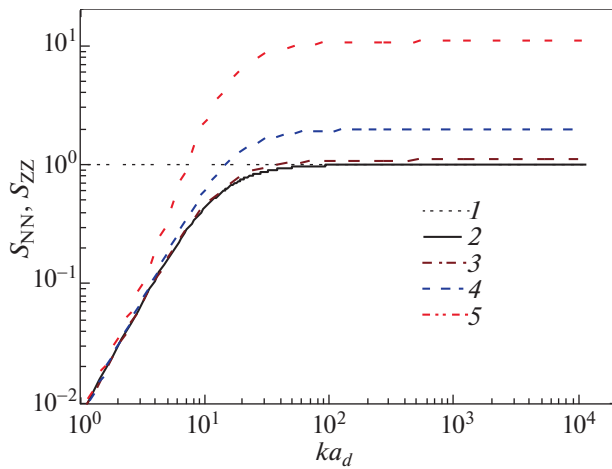


Рис. 4. Структурные факторы частица-частица S_{NN} (кривая 1) и заряд-заряд S_{ZZ} (кривые 2–5) как функции приведенного волнового числа при $n_2 = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$, $n_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$, $z_0 < 0$, $T = 300 \text{ К}$ и различных значениях параметра неидеальности Γ_{00} : 2 – 10^{-3} , 3 – 1, 4 – 10, 5 – 100.

ростом параметра неидеальности значения S_{ZZ} тоже росли.

Проверка выполнения равенств (21) показала, что они выполнены с высокой относительной точностью, которая превышала 0.01% (см. табл. 1). Поэтому мы можем сделать вывод, что численное решение уравнения ОЦ в ГЦП дает корреляционные функции и структурные факторы, которые не нарушают существующие физические ограничения на них.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведено исследование термодинамической устойчивости многокомпонентной плазмы на основе интегральных уравнений Орнштейна–Цернике для многокомпонентной жидкости. Выполнен переход к однокомпо-

нентному уравнению Орнштейна–Цернике для самой неидеальной подсистемы для плазмы с любым числом компонент в условиях применимости дебаевского приближения для прямых корреляционных функций для всех компонент плазмы, кроме самой неидеальной подсистемы. Показано, что все парные корреляционные функции, структурные факторы заряд-заряд и частица-частица остаются положительными при всех значениях аргумента во всем исследованном диапазоне параметра неидеальности самой неидеальной подсистемы. Исследованы условия нарушения термодинамической устойчивости трехкомпонентной пылевой плазмы при разных знаках заряда пылевых частиц и разных их концентрациях. Показано, что стабилизация термодинамической неустойчивости многокомпонентной плазмы может происходить путем уменьшения числа пылевых частиц и перехода за счет этого в область параметров неидеальности, где плазма является термодинамически устойчивой.

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-22-01000).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цытович В.Н. // УФН. 1997. Т. 167. С. 57.
2. Фортвов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф. // УФН. 2004. Т. 174. С. 495.
3. Fortov V.E., Ivlev A.V., Khrapak S.A., Khrapak A.G., Morfill G.E. // Phys. Rep. 2005. V. 421. P. 1.
4. Mann I., Meyer-Vernet N., Czechowski A. // Phys. Rep. 2014. V. 536. P. 1.
5. Ivlev A.V., Khrapak S.A., Molotkov V.I., Khrapak A.G. Introduction to the Physics of Dust and Complex Plasma. M.: Intellect Publishing House, 2017.
6. Shukla P.K., Mamun A.A. Introduction to dusty plasma physics. CRC Press, 2015.
7. Greiner F., Melzer A., Tadsen B., Groth S., Killer C., Kirchschrager F., Wieben F., Pilch I., Kruger H., Block D., Piel A., Wolf S. // Eur. Phys. J. D. 2018. V. 72. P. 81.
<https://doi.org/10.1140/epjd/e2017-80400-7>

8. *Ivlev A., Lowen H., Morfill G., Royall C.P.* Complex plasmas and colloidal dispersions: particle-resolved studies of classical liquids and solids. Series in Soft Condensed Matter, vol. 5. Singapore: World Scientific, 2012.
9. Филиппов А.В., Старостин А.Н., Паль А.Ф. // ЖЭТФ. 2015. Т. 148. С. 1039.
10. *Babick F.* // Suspensions of Colloidal Particles and Aggregates / Eds. J. Manuel, V. Millan. V. 20 of the series Particle Technology Serie. Cham: Springer International Publishing, 2016. P. 75.
11. *Ohshima H.* // Encyclopedia of Biocolloid and Biointerface Science. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2016.
<https://doi.org/10.1002/9781119075691.ch34>
12. Филиппов А.В., Дербенев И.Н. // ЖЭТФ. 2016. Т. 150. С. 1262.
13. *Derbenev I.N., Filippov A.V., Stace A.J., Besley E.* // J. Chem. Phys. 2016. V. 145. P. 084103.
<https://doi.org/10.1063/1.4961091>
14. *Chen C., Huang W.* // Environ. Sci. Technol. 2017. V. 51. P. 2077.
<https://doi.org/10.1021/acs.est.6b04575>
15. *Fortov V.E., Morfill G.E.* Complex and Dusty Plasmas. London: Taylor Francis, 2009.
16. Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортвов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А. Пылевая плазма. Эксперимент и теория. М.: Физматлит, 2009. 316 с.
17. *Hamaguchi S., Farouki R.T.* // J. Chem. Phys. 1994. V. 101. P. 9876.
18. *Farouki W.T., Hamaguchi S.* // J. Chem. Phys. 1994. V. 101. P. 9885
19. *Hamaguchi S., Farouki R.T., Dubin D.H.E.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 4671.
20. *Totsuji H.* // Phys. Plasmas. 2008. V. 15. P. 072111.
21. *Totsuji H.* // Microgravity Sci. Technol. 2011. V. 23. P. 159.
22. *Khrapak S.A., Khrapak A.G., Ivlev A.V., Morfill G.E.* // Phys. Rev. E. 2014. V. 89. P. 023102.
23. *Khrapak S.A., Morfill G.E., Ivlev A.V., Thomas H.M., Beysens D.A., Zappoli B., Fortov V.E., Lipaev A.M., Molotkov V.I.* // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 015001.
24. *Debye P., Huckel E.* // Phys. Zeitschr. 1923. V. 24. S. 185.
25. Филиппов А.В., Решетняк В.В., Старостин А.Н., Ткаченко И.М., Фортвов В.Е. // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 110. С. 651.
<https://doi.org/10.1134/S0370274X19220041>
26. *Filippov A.V., Fortov V.E., Reshetniak V.V., Starostin A.N., Tkachenko I.M.* // AIP Advances. 2020. V. 10. P. 045232.
<https://doi.org/10.1063/1.5144901>
27. *Hansen J.-P., McDonald I.R.* Theory of Simple Liquids. London: Elsevier, 2006.
28. Саркисов Г.Н. // УФН. 1999. Т. 169. С. 625.
29. Решетняк В.В., Старостин А.Н., Филиппов А.В. // ЖЭТФ. 2018. V. 154. С. 1258.
30. Решетняк В.В., Филиппов А.В. // ЖЭТФ. 2019. V. 156. С. 545.
31. Зеленер Б.В., Норман Г.Э., Филинов В.С. Теория возмущений и псевдопотенциалов в статистической термодинамике. М.: Наука, 1981.
32. *Kelbg G.* // Ann. Phys. V. 1964. V. 12. P. 219.
33. *Kelbg G.* // Ann. Phys. 1964. V. 12. P. 354.
34. Климонтович Ю.Л., Крэфт В.Д. // ТВТ. 1974. V. 12. P. 239.
35. *Deutsch C.* // Phys. Lett. 1977. V. 60A. P. 317.
36. *Deutsh C., Gombert M.M., Minoo H.* // Phys. Lett. 1978. V. 66A. P. 381; 1979. V. 72A. P. 481.
37. *Schwarz V., Bornath T., Kraeft W.D., Glenzer S.H., Holl A., Redmer R.* // Contrib. Plasma Phys. 2007. V. 47. P. 324.
38. *Wunsch K., Hilse P., Schlenges M., Gericke D.O.* // Phys. Rev. E. 2008. V. 77. P. 05640.
39. *Fushiki M.* // J. Chem. Phys. 1988. V. 89. P. 7445.
<https://doi.org/10.1063/1.455275>
40. *Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Arkhipov Yu.V., Mukhametkarimov Ye.S., Kissan A., Tkachenko I.M.* // J. Plasma Phys. 2018. V. 84. P. 905840410.
41. *Yerimbetova L.T., Davletov A.E., Arkhipov Y.V., Tkachenko I.M.* // Contrib. Plasma Phys. 2019. V. 59. P. e201800160.
<https://doi.org/10.1002/ctpp.201800160>
42. *Beresford-Smith B., Chan D.Y., Mitchell D.J.* // J. Colloid Interface Sci. 1985. V. 105. P. 216.
43. *Stillinger F.H., Lovett B.* // J. Chem. Phys. 1968. V. 49. P. 1991.
44. *Prigogine I., Defay R.* Chemical Thermodynamics. London, New York, Toronto: Longmans Green and Co., 1954.
45. Норман Г.Э., Старостин А.Н. // ТВТ. 1968. Т. 6. С. 410.
46. Норман Г.Э., Старостин А.Н. // ТВТ. 1970. V. 8. P. 413.
47. *Mahaffey D.W., Jerde D.A.* // Rev. Mod. Phys. 1968. V. 40. P. 710.