

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СТРУЙ ПРИ ИНЖЕКЦИИ В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

© 2023 г. Т. В. Лосева^{a,b,*}, Е. М. Урвачев^{a,b,c,d}, Ю. И. Зецер^a, А. Н. Ляхов^{a,b},
И. Б. Косарев^a, Ю. В. Поклад^a

^a Институт динамики геосфер им. ак. М.А. Садовского, РАН, Москва, Россия

^b ФГУП Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

^c НИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия

^d Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, Москва, Россия

*e-mail: Tatiana.Losseva@gmail.com

Поступила в редакцию 11.05.2023 г.

После доработки 01.06.2023 г.

Принята к публикации 01.06.2023 г.

Приводятся результаты численного моделирования динамики высокоскоростных алюминиевых плазменных струй при множественной инжекции в ионосфере Земли. Рассмотрены сценарии одиночной инжекции, встречной инжекции и слияния плазменных струй при заданном угле схождения. Определены газодинамические параметры плазменных образований и их оптические характеристики.

Ключевые слова: высокоскоростная алюминиевая плазменная струя, активные ракетные эксперименты в ионосфере, кумулятивные взрывные плазменные генераторы, численное моделирование, тепловое излучение струи

DOI: 10.31857/S0367292123600450, EDN: JKCRGO

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение процессов образования и слияния плазменных струй является важной частью исследований в астрофизике, фундаментальной физике высоких энергий и физике управляемого термоядерного синтеза (УТС) [1–8]. Разработанная в ИДГ РАН методика инжекции высокоскоростных плазменных струй в ионосферу Земли позволяет максимально приблизить условия проведения эксперимента к астрофизическим и исключить влияние отражения излучения и раннего замыкания индуцированных токов на стенках камеры. К настоящему времени успешно проведены инжекции одиночных струй в опытах “Флаккус” (на высоте 140 км) и “Северная звезда” (350 и 270 км). Высокоскоростная алюминиевая плазма создавалась взрывным кумулятивным плазменным генератором ВГПС, имела энергию 3–6 МДж, массу 15–30 г и обладала начальной скоростью 40 км/сек. Подробная постановка наземных и ионосферных экспериментов и результаты измерений приведены в [9].

Из-за ограничений на возможности диагностической аппаратуры при измерениях *in situ*, особенно на начальной стадии динамики струи,

была сформулирована обратная задача восстановления сценариев инжекции плазмы – определение зависимостей от времени газодинамических параметров инжектируемой струи (скорости, плотности, температуры) при ее выходе из сопла генератора. В работах [10–12] был разработан простой алгоритм определения сценариев инжекции, в котором использовались все имеющиеся данные измерений: газодинамические параметры на определенных расстояниях от сопла генератора в наземных экспериментах и полученные в ионосферных экспериментах с фотодиодов кривые светимости, характеризующие тепловое излучение плазмы. Полученные характеристики и результаты численного радиационно-газодинамического моделирования для моментов времени до 100 мкс в экспериментах “Флаккус” и “Северная звезда” представлены в [10–12].

Переход к множественной инжекции позволит повысить эффективность преобразования энергии плазмы в оптическое излучение с регулированием спектральных характеристик сменой рабочего материала, до свинца включительно. В целях планирования возможных будущих экспериментов была поставлена задача исследования

влияния геометрии множественной инжекции в следующих сценариях: встречная инжекция и коллимация плазменных струй при заданном угле схождения. Для каждого генератора использовалась зависимость от времени газодинамических параметров плазмы при ее инжекции из сопла генератора ВГПС-400, приведенная в [12], которая показала хорошее согласие данных расчетов со всеми имеющимися данными измерений как в наземных, так и в ионосферных экспериментах.

2. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Динамика взаимодействия двух и более алюминевых плазменных струй, инжектируемых с помощью взрывных генераторов ВГПС-400, исследовалась с помощью численного 3D-моделирования. Использовался параллельный многомерный радиационно-газодинамический код FRONT [13, 14], основанный на явной схеме годуновского типа на фиксированной эйлеровой сетке (XYZ геометрия) с использованием римановского решателя HLLC [15]. В начальный момент времени область моделирования была заполнена идеальным газом с плотностью 10^{-7} г/см³ и температурой 300 К (параметры ионосферы на высоте ~70 км или достижимые в лабораторном эксперименте). Длина свободного пробега при таких параметрах составляет величину ~1 мм, характерное отношение геометрических размеров к длине свободного пробега частиц много больше 1, т.е. в первом приближении можно рассматривать газодинамический режим распространения ударной волны и движение газа за ней. Для более разреженной среды, когда длина свободного пробега частиц сравнима с характерным масштабом задачи, используемая численная схема, приводящая к появлению в расчетах “ложной” ударной волны, некорректно описывает режим разлета в вакуум.

Предполагается, что достаточно плотная алюминиевая плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия. Система газодинамических уравнений замыкается табличными уравнениями состояния паров алюминия [16] $p = p(\rho, T)$, $e = e(\rho, T)$.

Как показали радиационно-газодинамические расчеты динамики струи при одиночной инжекции, вклад излучения в общую динамику движения плазмы при рассматриваемых параметрах крайне мал, поэтому для упрощения расчетов численное моделирование динамики струй при множественной инжекции рассматривалось в газодинамическом приближении без учета переноса теплового излучения. Кроме того, мы ограничиваемся рассмотрением начальной стадии, когда давление инжектируемой плазмы на много порядков превышает магнитное давление при значении напряженности магнитного поля 0.5 Гс

(геомагнитное поле Земли, см. <https://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/igrf/point/index.html>).

Характеристики теплового излучения плазменного образования рассчитывались независимым интегрированием уравнений переноса излучения вдоль совокупности большого количества лучей, проходящих в точку наблюдения через расчетную область. Направление луча соответствует единичному вектору Ω . Дифференциальное уравнение переноса теплового излучения, описывающее распространение излучения вдоль луча s имеет вид

$$\frac{\partial I_\epsilon}{\partial s} + k_\epsilon I_\epsilon = k_\epsilon B_\epsilon, \quad B_\epsilon = \frac{15}{\pi^5} \frac{\sigma \epsilon^3}{\exp(\epsilon/T) - 1}. \quad (1)$$

Здесь I_ϵ — спектральная интенсивность излучения, зависящая от пространственных координат, времени, энергии фотонов ϵ и направления их распространения, k_ϵ — спектральный коэффициент поглощения излучения, исправленный на вынужденное испускание, B_ϵ — равновесная интенсивность излучения, $\sigma = 0.1029$ МВт/(см² эВ⁴) — постоянная Стефана—Больцмана. Для групповой

интенсивности излучения $I_i = \int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} I_\epsilon d\epsilon$, уравнение переноса излучения вдоль луча формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial I_i}{\partial s} + k_{pi} I_i = k_{pi} B_i, \quad k_{pi} = \frac{\int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} k_\epsilon B_\epsilon d\epsilon}{\int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} B_\epsilon d\epsilon}, \quad B_i = \int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} B_\epsilon d\epsilon, \quad \mathbf{q}_i = \int I_i \Omega d\Omega. \quad (2)$$

Здесь $\epsilon_{i,1}$ и $\epsilon_{i,2}$ — границы i -й группы по энергиям фотонов, $\mathbf{q}_i$ — вектор групповой плотности потока излучения, $d\Omega$ — элемент телесного угла около единичного вектора Ω . Яркостные температуры

T_{rad} определялись по формуле $I_i = \int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} B_\epsilon(\epsilon, T_{rad}) d\epsilon$.

Зависимости $k_\epsilon = k_\epsilon(T, \rho, \epsilon)$, характеризующие оптические свойства паров алюминия в рассматриваемом диапазоне изменения параметров задаются в виде таблиц [16]. В расчетах оптических характеристик рассматривались следующие группы по длинам волн λ (энергиям фотонов ϵ), соответствующие предполагаемым диапазонам измерений датчиков: инфракрасное излучение (ИК) $\lambda = 124\text{--}0.8$ мкм ($\epsilon = 0.01\text{--}1.55$ эВ), видимый свет (ВИ) $\lambda = 0.8\text{--}0.38$ мкм ($\epsilon = 1.55\text{--}3.26$ эВ) и ультрафиолетовый (УФ) диапазон длин волн $\lambda = 0.38\text{--}0.1$ мкм ($\epsilon = 3.26\text{--}12.4$ эВ).

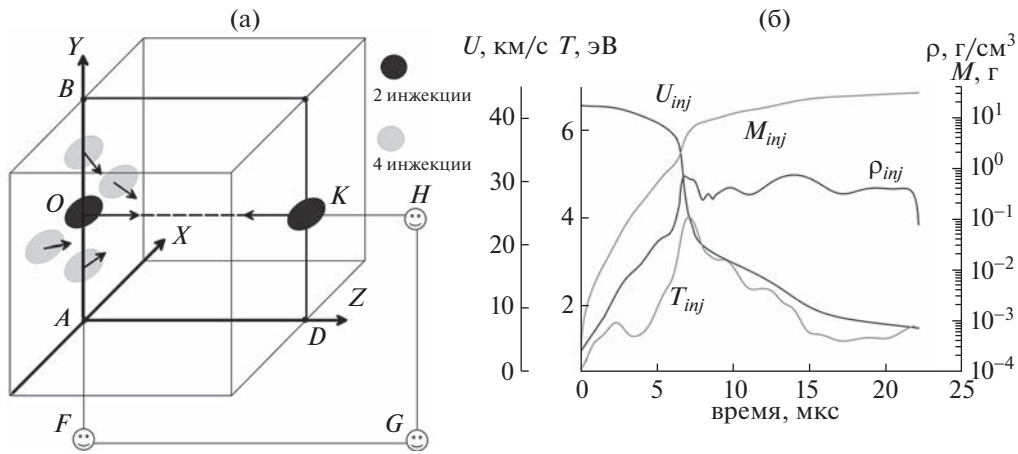


Рис. 1. Геометрическая схема численных экспериментов (а) и зависимости от времени газодинамических параметров струи при вылете из сопла генератора ВГПС-400 (б). Здесь M_{inj} – инжестируемая масса алюминиевых паров, U_{inj} – их скорость, ρ_{inj} – плотность, T_{inj} – температура.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ СТРУЙ

На рис. 1а приведена геометрическая схема численных экспериментов. При встречной инжестии двух струй они инжестировались с левой и правой вертикальных плоскостей друг навстречу другу вдоль оси OK . Расстояние между выходными отверстиями генераторов $OK = 150$ см. Зависимости от времени газодинамических параметров каждой струи при ее вылете из сопла генератора задавались в соответствии с полученным в [12] сценарием инжестии для ВГПС-400. Радиус отверстия инжестии в расчетах, соответствующий радиусу выходного отверстия сопла генератора, составлял величину порядка 1 см. На рис. 1б приведены зависимости от времени газодинамических параметров плазмы при ее вылете из сопла генератора ВГПС-400: здесь M_{inj} – инжестированная масса алюминиевых паров, U_{inj} – их скорость, ρ_{inj} – плотность, T_{inj} – температура. Полная инжестированная масса алюминия составляла величину 30 г, а кинетическая энергия струи – 6 МДж. В эксперименте (как видно из рис. 1б) в момент времени ~ 20 мкс происходила “отсечка” плазмы – сопло закрывалось, и инжестия прекращалась. При численном моделировании граничные условия на плоскостях инжестии задавались как условия на жестких стенках, что соответствует конструкции генератора ВГПС [9], на остальных границах задано свободное истечение плазмы.

На рис. 2 приведены распределения в направлении Z (вдоль оси OK) температуры T , плотности ρ , давления p и проекции на ось OK скорости u_z в различные моменты времени t . Максимальная температура после столкновения в момент времени 30 мкс достигает величины 22 эВ. На рис. 3

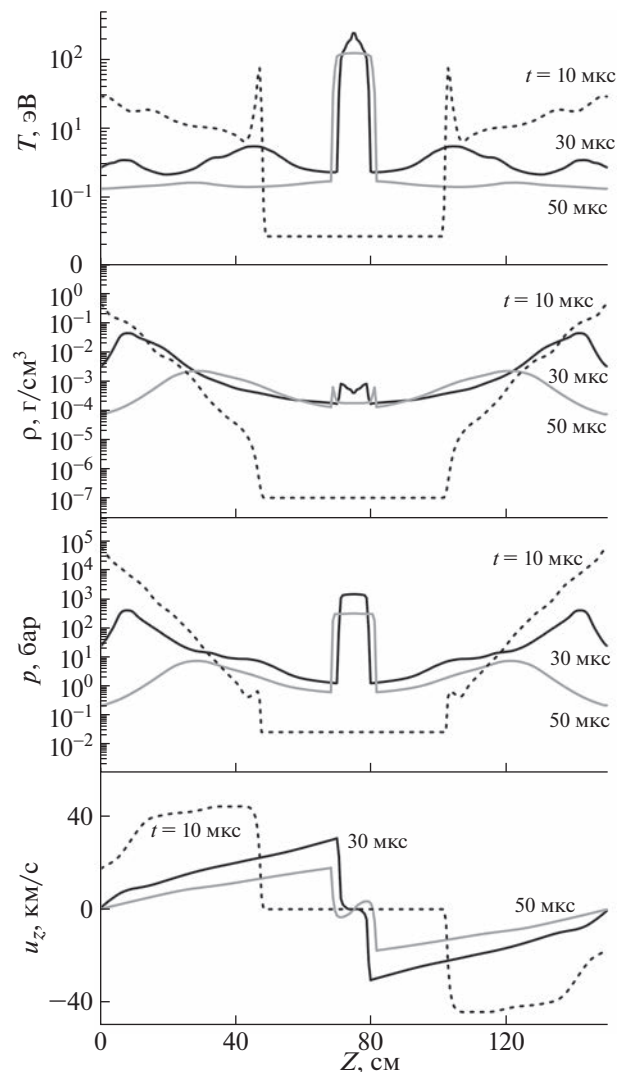


Рис. 2. Распределения вдоль оси OK (направление Z) температуры T , плотности ρ , давления p и скорости u_z в различные моменты времени t при встречной инжестии двух струй.

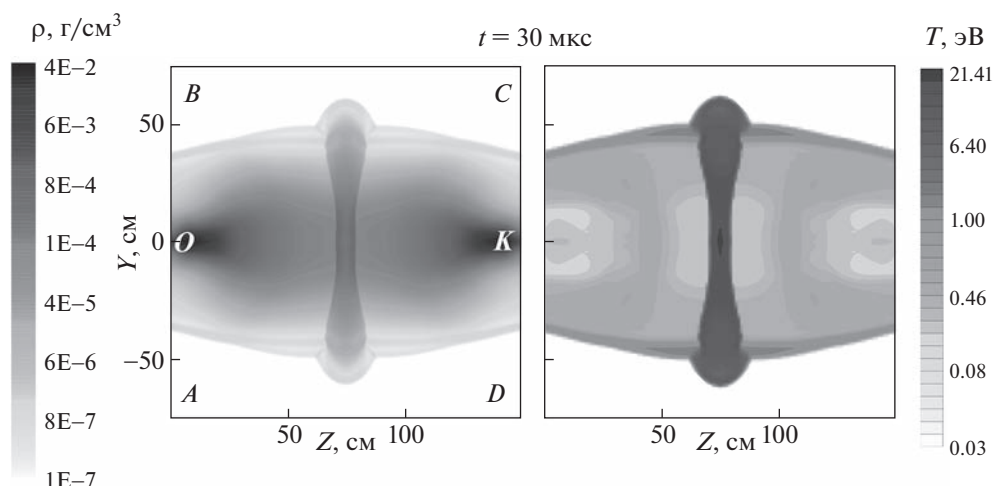


Рис. 3. Изолинии равной плотности ρ и температуры T в плоскости $ABCD$ в момент времени $t = 30$ мкс при встречной инъекции двух плазменных струй.

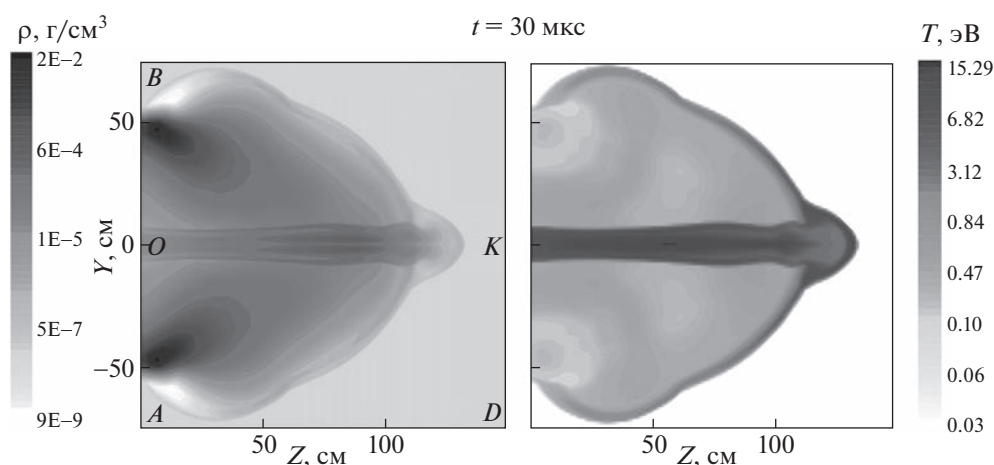


Рис. 4. Изолинии равной плотности ρ и температуры T в плоскости $ABCD$ в момент времени $t = 30$ мкс при слиянии четырех плазменных струй под углом к оси OK .

приведены изолинии равной плотности ρ и температуры T , в плоскости $ABCD$ (см. схему на рис. 1а) в момент времени $t = 30$ мкс. Взаимодействие высокоскоростной струи с окружающим воздухом приводит к ее торможению и образованию ударной волны в воздухе. Значительное повышение температуры в области столкновения струй связано с взаимодействием ударных волн от каждой струи. Образуется плум, распространяющийся перпендикулярно направлению инъекции. Численный эксперимент с взаимодействием четырех алюминиевых струй был проведен для параметров каждой струи и параметров фоновой среды тех же, что и эксперимент с двумя струями. На рис. 1а также приведена схема этого числен-

ного эксперимента. Струи инжестировались с вертикальной плоскости XY ($Z = 0$) под углом 30° к центральной оси OK . Расстояние между точками инъекции составляло величину 100 см вдоль осей XYZ . На рис. 4 приведены изолинии равной плотности ρ и температуры T в плоскости $ABCD$ (см. схему на рис. 1а) в момент времени $t = 30$ мкс. В центральной области между струями после их слияния формируется квазиосесимметричное плазменное образование. Увеличение числа струй приведет к улучшению осевой симметрии суммарного плазменного образования. На рис. 5 для наглядности приведены изоповерхности равных плотности ρ и температуры T в этот момент

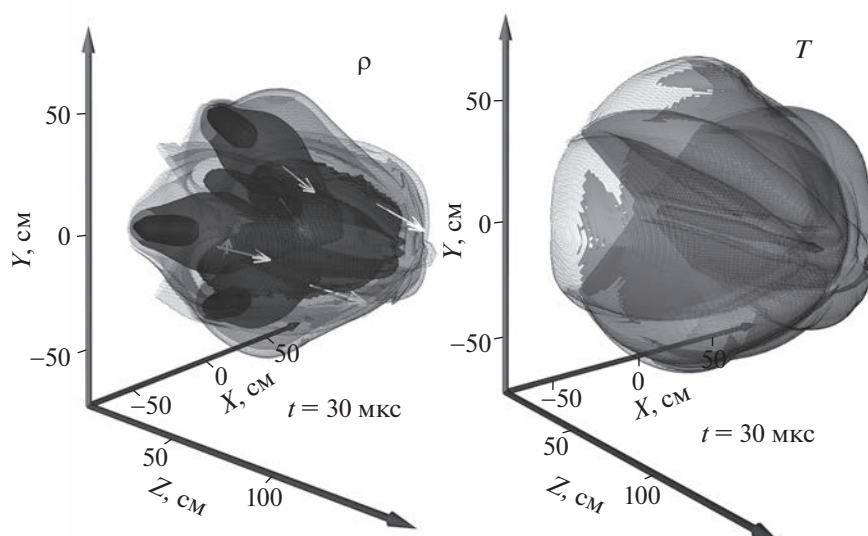


Рис. 5. Изоповерхности равной плотности ρ и температуры T в момент времени $t = 30$ мкс при слиянии четырех плазменных струй под углом к оси OK .

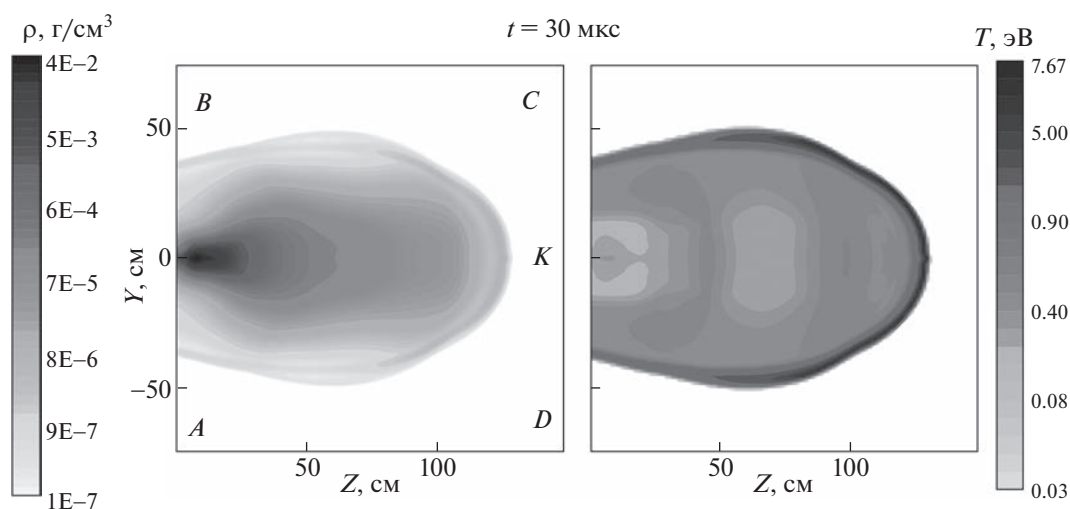


Рис. 6. Изолинии равной плотности ρ и температуры T в момент времени $t = 30$ мкс при инъекции одиночной плазменной струи.

времени, которые демонстрируют форму образовавшейся коллимационной струи.

Для сравнения с инъекцией одиночной струи были проведены расчеты в условиях, идентичных условиям для двух и четырех струй. Струя инжестировалась с левой вертикальной плоскости вдоль оси OK (см. рис. 1а). На рис. 6 приведены изолинии равной плотности ρ и температуры T в плоскости $ABCD$ в момент времени $t = 30$ мкс. На рис. 7 приведены распределения в направлении Z (вдоль оси OK) температуры T , плотности ρ , дав-

ления p и проекции на ось OK скорости u_z в моменты времени $t = 10$ и 30 мкс, полученные в расчетах динамики одиночной струи (сплошные кривые), и в момент времени $t = 30$ мкс для струи, образовавшейся в результате слияния четырех, таких же, как одиночная, струй (пунктир). Как видно из рис. 7, к моменту времени 30 мкс средняя температура в струе, образовавшейся в результате взаимодействия четырех струй, становится более, чем на порядок выше, чем в одиночной струе и составляет величину 10 эВ. Это

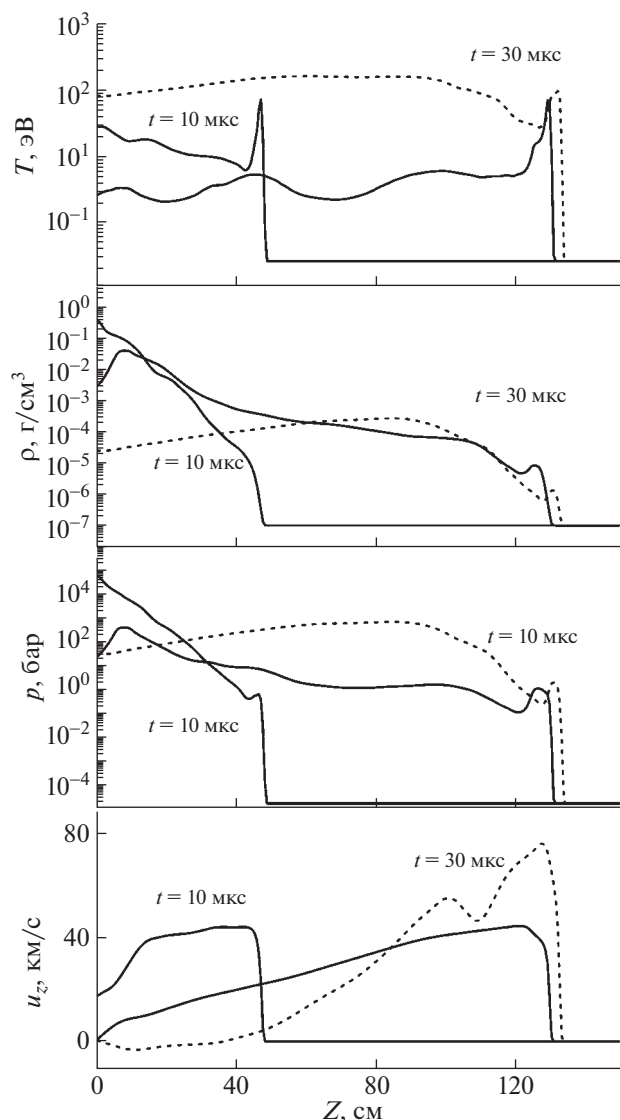


Рис. 7. Распределения вдоль оси температуры T , плотности ρ , давления p и скорости u_z в моменты времени $t = 10$ и 30 мкс, полученные в расчетах динамики одиночной струи (сплошные кривые), и в момент времени 30 мкс для струи, образовавшейся в результате слияния четырех таких же, как одиночная, струй (штриховая линия).

приводит к существенному изменению оптических характеристик плазмы.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАЗМЕННЫХ ОБРАЗОВАНИЙ

Результаты расчетов спектров излучения (интенсивностей излучения I_ϵ в зависимости от энергий фотонов ϵ), полученных с помощью решения уравнений переноса излучения (1) для спектральной интенсивности излучения вдоль

луча OK , приведены на рис. 8. Здесь серая кривая соответствует одиночной инжекции, черная — множественной с четырьмя струями. Как видно из рисунка, интенсивность излучения последней сдвигается в область ультрафиолета, в том числе жесткого, и по своей величине на 3–4 порядка превышает интенсивность при одиночной инжекции. Заметим, что одиночная инжекция в этом диапазоне дает свечение в линиях испускания. При свечении струи, образованной четырьмя инжекциями, наблюдаются линии поглощения в области энергий фотонов 4–10 эВ.

Важной характеристикой излучения является изображение плазменного образования в различных диапазонах длин волн в различных точках наблюдений. Такие изображения для момента времени $t = 30$ мкс были получены интегрированием уравнений переноса излучения (2) вдоль большого числа лучей, проходящих через плазменное образование и сходящихся в три точки наблюдения F , G и H , отмеченные на схеме рис. 1а. На рис. 9–11 представлены изображения (яркостные температуры в видимом и инфракрасном диапазонах длин волн), полученные для этих точек. Значения максимальных яркостных температур приведены на этих рисунках. Расстояния $OF = 200$ см, $FG = 200$ см, $OH = 200$ см (см. схему на рис. 1а). Рисунок 9 демонстрирует конфигурацию яркостных температур T_{rad} на изображениях плазменного образования при слиянии четырех струй, рис. 10 — при встречном взаимодействии и рис. 11 — при одиночной инжекции. Сравнение яркостных температур, видимых из разных точек наблюдения, с истинными (рис. 4 и 9) характеризует степень непрозрачности плазменных образований. Максимальная яркостная температура струи, образовавшейся после слияния четырех струй, существенно меньше истинной. Тепловое излучение горячей плазмы внутренней струи “запирается” окружающей ее плазмой. Сама горячая внутренняя струя, образовавшаяся в результате коллимации четырех одиночных струй, видна только в ИК-диапазоне. При встречной инжекции максимальные яркостные температуры и истинные температуры различаются примерно вдвое. Мы видим свечение плюма, образовавшегося при столкновении струй (см. рис. 2, 3 и 10). В одиночной струе основной вклад в наблюдаемое излучение вносит средняя температура ~ 1 эВ (см. рис. 7 и 11).

В табл. 1 приведены величины плотностей потоков излучения, испущенного плазменными образованиями в момент времени 30 мкс для точек наблюдения F , G и H в трех диапазонах длин волн (инфракрасном — ИК, видимом — ВИ и ультрафиолетовом — УФ для интервалов λ , приведенных выше) для всех трех вариантов инжекций. Хорошо видно влияние на плотность потока из-

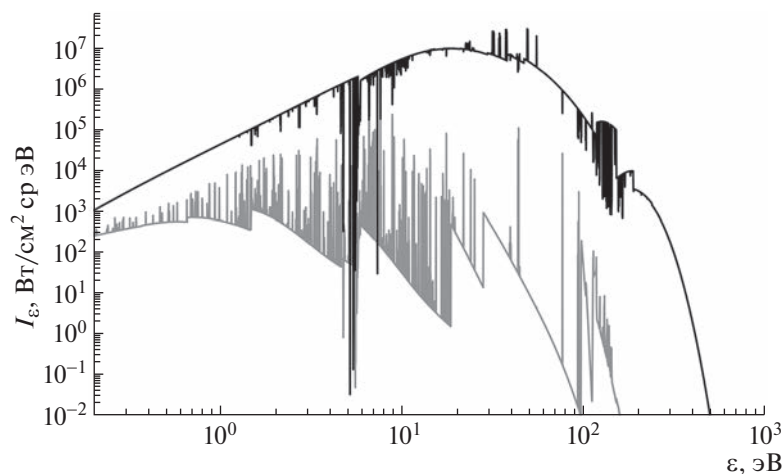


Рис. 8. Зависимости от энергий фотонов ε интенсивностей излучения I_ε (одиночная струя — серая кривая, коллимационная струя — черная кривая).

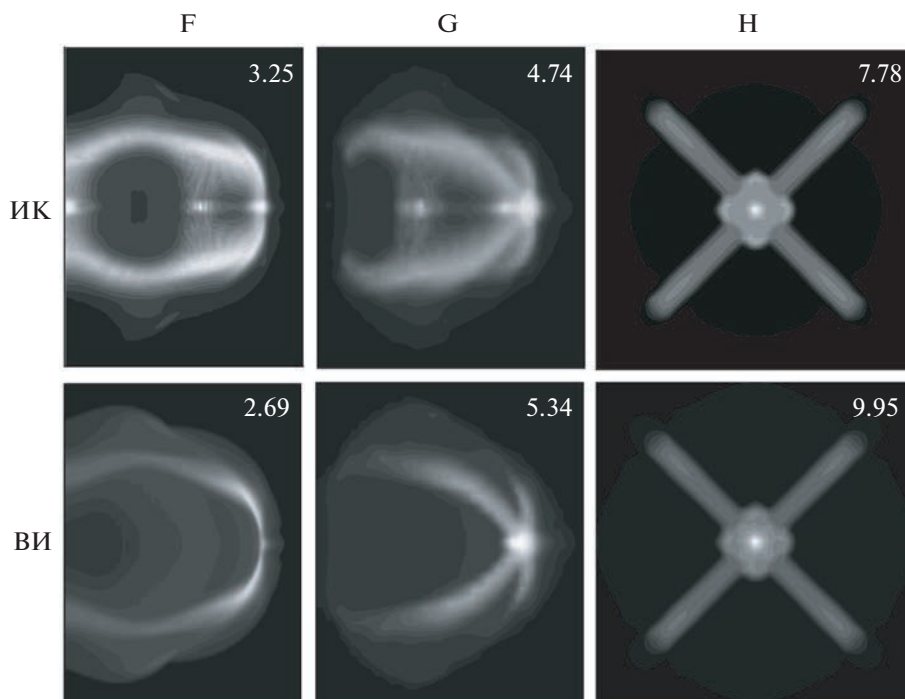


Рис. 9. Изображения плазменного образования при слиянии четырех струй в яркостных температурах T_{rad} для различных точек наблюдения (F , G и H) в ИК ($\lambda = 124\text{--}0.8$ мкм) и ВИ ($\lambda = 0.8\text{--}0.38$ мкм) диапазонах длин волн. Числами на рисунках отмечены максимальные значения T_{rad} .

лучения расположения точек наблюдения и диапазона длин волн.

Заметим, что, как следует из рис. 8, основная часть излучения для точки наблюдения H будет сдвигаться в более коротковолновую, чем рассматриваемые здесь, область длин волн, соответствующую вакуумному ультрафиолету, и даже

рентгену. Так, значение плотности потока излучения в точке H , рассчитанное для диапазона длин волн $124\text{ мкм--}1.2\text{ нм}$ ($0.01\text{--}1000\text{ эВ}$) для коллимационной струи, образованной из четырех одиночных струй, в рассматриваемый момент времени 30 мкс составляет величину 2.55 МВт/см^2 , что вдвое превышает аналогичное

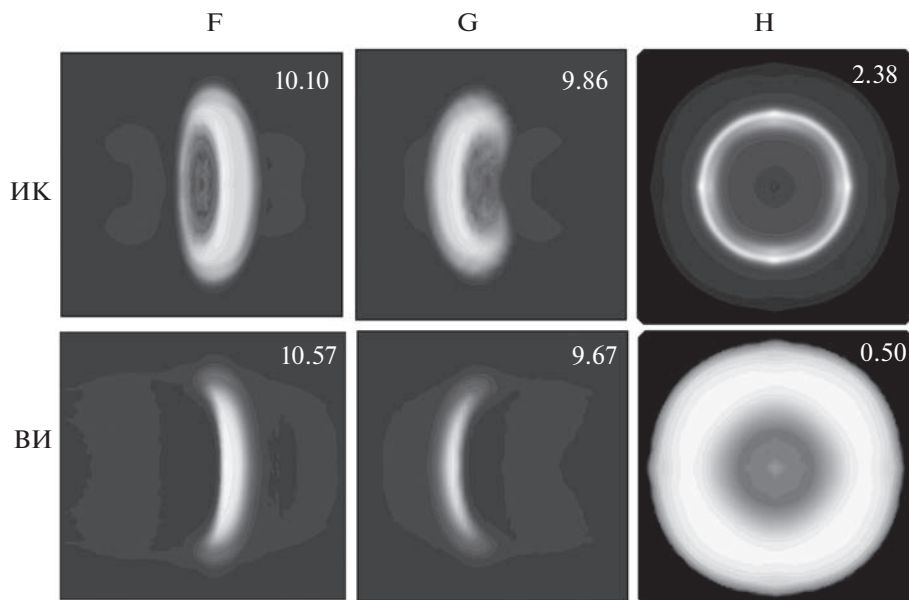


Рис. 10. Изображения плазменного образования встречной инжекции двух струй в яркостных температурах T_{rad} для различных точек наблюдения (F , G и H) в ИК ($\lambda = 124\text{--}0.8$ мкм) и ВИ ($\lambda = 0.8\text{--}0.38$ мкм) диапазонах длин волн. Числами на рисунках отмечены максимальные значения T_{rad} .

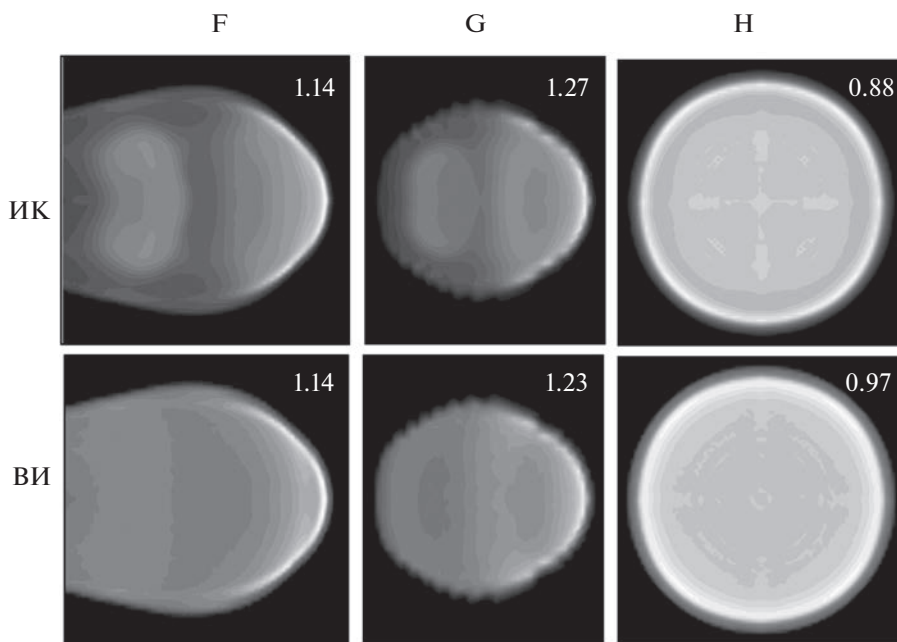


Рис. 11. Изображения плазменного образования одиночной струи в яркостных температурах T_{rad} для различных точек наблюдения (F , G и H) в ИК ($\lambda = 124\text{--}0.8$ мкм) и ВИ ($\lambda = 0.8\text{--}0.38$ мкм) диапазонах длин волн. Числами на рисунках отмечены максимальные значения T_{rad} .

значение для одиночной струи, равное 0.87 МВт/см^2 . Так как точка H расположена позади одной из струй, при встречной инжекции соответствующее значение плотности потока излу-

чения в этой точке значительно меньше — 0.06 МВт/см^2 . При этом средние яркостные температуры 2.23 , 1.71 и 0.87 эВ , соответственно, существенно ниже максимальных, наблюдаемых в

Таблица 1. Плотности потоков излучения в различных точках наблюдения в различных диапазонах длин волн для всех рассмотренных конфигураций инжекции

Плотность потока излучения, кВт/см ²									
Точка наблюдения	<i>G</i>			<i>F</i>			<i>H</i>		
Диапазон длин волн	ИК	ВИ	УФ	ИК	ВИ	УФ	ИК	ВИ	УФ
Количество струй									
Одна	0.4	1.2	0.007	0.46	1.15	0.033	2.01	6.78	12.32
Две	6.75	15.9	0.03	8.03	28.1	0.37	5.07	1.65	1.02
Четыре	2.64	7.37	0.015	3.61	3.78	0.08	6.47	36.77	20.22

этих трех случаях, 9.6, 2.72, 1.17 эВ соответственно, что связано с неравномерностью свечения плазменных образований.

Заметим, что тепловое излучение, испущенное плазмой, будет приводить к ионизации окружающего воздуха, его нагреву и образованию ореола горячей ионизованной плазмы, поэтому для расчета продолжительной эволюции плазменного образования в ионосфере необходимо учитывать ионизацию и нагрев окружающей среды в рамках соответствующих плазмохимических моделей, например, [17].

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью численного 3D-моделирования получены радиационно-газодинамические характеристики алюминиевого плазменного образования, возникающего при множественной инжекции высокоскоростных плазменных струй в разреженную окружающую среду. В качестве источников плазмы использованы зависимости от времени газодинамических параметров, соответствующих работе генератора ВГПС-400. За счет множественной инжекции образуется суммарная плазменная струя, обладающая повышенными температурными и радиационными параметрами. Рассмотрены два метода создания суммарной струи: соударение струй, движущихся навстречу друг другу при их одновременной инжекции, и слияние струй, направленных под углом друг к другу, при их одновременной инжекции. Приведены распределения яркостных температур при наблюдениях с различных точек предполагаемого размещения датчиков в трех диапазонах длин волн: инфракрасном, видимом и ближнем ультрафиолетовом.

Проведено сравнение параметров суммарных струй с аналогичными параметрами одиночной струи. Показано, что взаимодействие струй приводит к существенному увеличению температуры результирующей струи и смещению спектра излучения плазмы струи в более коротковолновую

часть спектра, включая вакуумный ультрафиолет (10–200 нм).

Численное моделирование в эйлеровых координатах разлета струй в вакуум или сильно разреженную среду, например, с параметрами, соответствующими высоте ионосферных экспериментов “Флаксус” и “Северная звезда”, требует модификации вычислительного 3D-кода по аналогии с работами [18, 19], что предполагается осуществить в дальнейшем. Кроме того, предполагается продолжение численных экспериментов в МГД-постановке, так как при исследовании динамики плазменных струй в ионосфере Земли важной составляющей является численное моделирование их взаимодействия с геомагнитным полем.

Моделирование переноса излучения выполнено в рамках государственного задания № FMWN-2022-0021. Работа Е.М. Урвачева по газодинамическому численному моделированию поддержана грантом РНФ № 21-11-00362.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Underwood T.C., Loebner K.T.K., Miller V.A., Cappelli M.A.* // Scientific Reps. 2019. V. 9(1). P. 2588. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-39827-6>
2. *Meier D.L., Koide S., Uchida Y.M.* // Science. 2001. V. 291. P. 84. <https://doi.org/10.1126/science.291.5501.84>
3. *Beskin V.S.* // Astron. Reps. 2023. V. 67. P. 27. <https://doi.org/10.1134/s1063772923010018>
4. *Крауз В.И., Харрасов А.М., Ламзин С.А., Додин А.В., Мялтон В.В., Ильичев И.В.* // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 506. <https://doi.org/10.31857/S0367292122600443>
5. *Wen H., Ren C., Hansen E.C., Michta D., Zhang Y., Langendorf S., Tzeferacos P.* // Phys. Plasmas. 2022. V. 29. P. 062706. <https://doi.org/10.1063/5.0087035>
6. *Александров В.В., Баско М.М., Браницкий А.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Сасоров П.В., Фролов И.Н.* // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 613. <https://doi.org/10.31857/S0367292121070039>

7. Митрофанов К.Н., Александров В.В., Грицук А.Н., Браницкий А.В., Фролов И.Н., Грабовский Е.В., Сасоров П.В., Ольховская О.Г., Зайцев В.И. // Физика плазмы. 2018. Т. 44. С. 157.
<https://doi.org/10.7868/S0367292118020105>
8. Кузенов В.В., Рыжков С.В. // Ядерная физика и инжиниринг. 2018. Т. 9. № 1. С. 63.
<https://doi.org/10.1134/S106377881811011X>
9. Зецер Ю.И., Поклад Ю.В., Erlandson R.E. // Физика Земли. 2021. № 5. С. 184.
<https://doi.org/10.31857/S0002333721050227>
10. Лосева Т.В., Голубь А.П., Косарев И.Б., Поклад Ю.В., Ляхов А.Н., Зецер Ю.И. // Динамические процессы в геосферах / М.: ИДГ РАН, 2021. № 13. С. 175.
11. Losseva T.V., Golub' A.P., Kosarev I.B., Poklad Yu.V., Lyakhov A.N. // Proc. SPIE 11916, 27th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics, Atmospheric Physics, 119167O (15 December 2021).
<https://doi.org/10.1117/12.2603249>.
12. Лосева Т.В., Косарев И.Б., Поклад Ю.В., Ляхов А.Н., Зецер Ю.И., Урвачев Е.М. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 956.
<https://doi.org/10.31857/S0367292122600583>
13. Glazyrin S.I. // Astron. Lett. 2013. V. 39. P. 221.
<https://doi.org/10.1134/S1063773713040026>
14. Urvachev E.M., Blinnikov S.I., Glazyrin S.I., Baklanov P.V. // Astron. Lett. 2022. V. 48(1). P. 20.
<https://doi.org/10.1134/S1063773722010078>
15. Toro E.F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Springer. 2009
16. Косарев И.Б. // Динамические процессы в геосферах / М.: ИДГ РАН. 2017. Вып. 9. С. 110.
17. Лосева Т.В., Косарев И.Б., Ляхов А.Н., Зецер Ю.И., Черменин А.В. // Динамические процессы в геосферах / М.: ИДГ РАН. 2019. Вып. 11. С. 126.
18. Munz C.D. // Mathem. methods in the applied sci. 1994. V. 17. P. 597.
<https://doi.org/10.1002/mma.1670170803>
19. Subramaniam V., Raja L.L. // J. Computational Phys. 2018. V. 366. P. 207.
<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.03.041>