

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ЛАНДАУ РЕЗОНАНСА С ЭМИЦ-ВОЛНОЙ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2024 г. А. А. Лужковский^{а,*}

^аИнститут космических исследований РАН, Москва, Россия

*e-mail: luzartyom@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.06.2024 г.

После доработки 15.08.2024 г.

Принята к публикации 01.09.2024 г.

Исследуется нелинейное резонансное взаимодействие между электромагнитной ионно-циклотронной (ЭМИЦ) волной и магнитосферными электронами на черенковском резонансе, также называемом резонансом Ландау или нулевым циклотронным резонансом. На основе данных, зарегистрированных 10 сентября 2017 г., одним из космических аппаратов Van Allen Probes (RBSP), получена траектория монохроматического волнового пакета в неоднородной многокомпонентной плазме. Произведено вычисление амплитуды волны вдоль траектории распространения, в котором учитывается не только линейное резонансное взаимодействие с протонами и электронами, но также изменение геометрических факторов, таких как групповая скорость и поперечное сечение лучевой трубки. Численное интегрирование нелинейной системы уравнений движения электронов в поле смоделированного пакета ЭМИЦ-волн показало важную роль нелинейных эффектов в динамике резонансных частиц.

Ключевые слова: ЭМИЦ-волны, резонансное взаимодействие, циклотронные резонансы, фазовый захват, резонанс Ландау, магнитосферная плазма

DOI: 10.31857/S0367292124110045, EDN: FBZMDI

1. ВВЕДЕНИЕ

Поперечные плазменные электромагнитные ионно-циклотронные (ЭМИЦ) волны с частотой ниже циклотронной частоты протонов наблюдаются в земной магнитосфере в широком диапазоне L -оболочек как внутри, так и вне плазмосферы [1–5]. Считается, что источником свободной энергии для генерации левополяризованных ЭМИЦ-волн является неустойчивое анизотропное ($T_{\parallel} < T_{\perp}$) распределение энергичных (~ 10 – 100 кэВ) протонов [6–10], где T_{\parallel} и T_{\perp} обозначают продольную и поперечную температуру протонов относительно внешнего магнитного поля B_0 .

В магнитосферной плазме помимо протонов содержатся тяжелые ионы [11, 12], которые даже в небольшой концентрации могут существенно изменять характеристики распространения и усиления электромагнитных волн. Присутствие тяжелых ионов в составе плазмы приводит к возникновению новых частот резонанса и отсечки, появляются частоты межонного гибридного резонанса и кроссовера (см., например, [9, 13]). Наблюдаемые в земной магнитосфере ЭМИЦ-волны традиционно разделяют (см., например, [14] и имеющиеся там ссылки) на три частотных диапазона: полоса H^+ между локальной гирочастотой протона ω_{cH^+} и гелия ω_{cHe^+} ; полоса He^+ между локаль-

ной гирочастотой гелия ω_{cHe^+} и кислорода ω_{cO^+} ; и полоса O^+ ниже локальной гирочастоты кислорода ω_{cO^+} . Статистические исследования показывают [14], что ЭМИЦ-волны He^+ полосы, которые регистрируются преимущественно в утреннее и дневное время, доминируют во внутренней магнитосфере ($L \sim 4$ – 6) среди трех частотных диапазонов. ЭМИЦ-волны H^+ диапазона обычно наблюдаются в предполуденное ($09:00 < MLT < 12:00$ на $L = 4$ – 6) и послеполуденное время ($15:00 < MLT < 17:00$ на $L = 5.5$ – 6.5). Пик возникновения волн O^+ полосы приходится на малые L -оболочки ($L < 4$) в $09:00 < MLT < 11:00$.

Как следует из линейной теории и спутниковых наблюдений, основная область генерации ЭМИЦ-волн располагается вблизи магнитного экватора во внутренней магнитосфере Земли [1, 7, 8], где напряженность магнитного поля B_0 достигает своего локального минимума вдоль выбранной силовой линии. Выделяют также механизм возбуждения ЭМИЦ-волн на средних и больших широтах, когда вследствие возрастания давления солнечного ветра дневная магнитосфера сжимается, и на больших L -оболочках образуются области локального минимума магнитного поля вдалеке от экватора [15–18].

Известно, что ЭМИЦ-волны играют важную роль в динамике энергичных частиц земной магнитосфе-

ры. Эти интенсивные волны могут взаимодействовать с электронами и ионами посредством циклотронного резонанса, что приводит к ускорению, рассеянию или высыпанию этих частиц. Взаимодействие с ЭМИЦ-волнами рассматривается как важный механизм нагрева тяжелых ионов земной магнитосферы [19–23], а рассеяние протонов кольцевого тока связывают с циклотронным резонансным взаимодействием ЭМИЦ-волн с частицами [24–27]. Взаимодействие высокоэнергичных электронов с ЭМИЦ-волнами на циклотронных резонансах является предметом многих экспериментальных и теоретических исследований (см., например, [28–34]). Считается, что основным результатом такого взаимодействия является питч-угловое рассеяние релятивистских электронов радиационного пояса, приводящее к питч-угловой диффузии электронов в конус потерь и высыпанию этих частиц в атмосферу. При этом обмен энергией между волной и релятивистскими электронами не существен из-за малой частоты ионно-циклотронных волн $\omega < \omega_{cH^+} \ll \omega_{ce}$.

Электроны с энергией в единицы или десятки электрон-вольт способны вступать в резонансное взаимодействие с ЭМИЦ-волнами на нулевом циклотронном резонансе [35], также известном, как черенковский или Ландау резонанс. Наиболее эффективно это взаимодействие реализуется для сильнонаклонных волн из-за наличия у них продольной компоненты электрического поля [36]. В отличие от взаимодействия на ненулевых циклотронных резонансах $n \neq 0$, в этом случае может происходить эффективный обмен энергией между волной и частицами. В работе [37] было показано, что нелинейное циклотронное взаимодействие электронов с энергией 1–10 эВ с монохроматическим пакетом ЭМИЦ-волн на Ландау резонансе может быть реализовано при наблюдаемых в экспериментах амплитудах. Авторами был произведен параметрический анализ нелинейного взаимодействия в зависимости от характеристик волны (угол волновой нормали, частота), динамических характеристик электронов (энергия, экваториальный питч-угол) и параметров среды (плотность плазмы), в котором было установлено, что нелинейному процессу способствует большая амплитуда и более наклонное распространение волны.

В настоящей работе исследуется нелинейное взаимодействие квазимонохроматического пакета ЭМИЦ волн с электронами на нулевом циклотронном резонансе, где за основу численного моделирования берется реальное событие в He^+ полосе, зарегистрированное на одном из спутников Van Allen Probes вблизи экватора. Траектория монохроматического волнового пакета в магнитосфере Земли определяется в соответствии с уравнениями геометрической оптики, а его амплитуда вычисляется из закона сохранения энергии согласно линейной теории резонансного взаимодействия волн с заряженными частицами. Плотность

фоновой плазмы в рамках аналитической модели [38] устанавливается по измерениям плотности, произведенным спутником Van Allen Probe-B в период регистрации исследуемого события. Нелинейная система уравнений движения частиц в поле смоделированного волнового пакета численно решается для группы пробных электронов с начальной энергией 5–50 эВ. Для захваченных и пролетных частиц приводятся статистические результаты по изменению энергии и экваториального питч-угла за один баунс-период.

Мы используем данные спутника Van Allen Probe-B за 10 сентября 2017 г., в частности, данные 3 уровня ($L3$) по магнитному полю с временным разрешением 1/64 секунды, зарегистрированные бортовым магнитометром, входящим в состав EMFISIS [39]. Кроме того, используются данные 4-го уровня ($L4$) по плотности плазмы, полученные на основе наблюдений частоты верхнего гибридного резонанса волновым высокочастотным приемником (HFR) [40].

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Резонансное циклотронное взаимодействие ионов и электронов земной магнитосферы с ЭМИЦ-волнами реализуется в случае, когда продольная скорость заряженных частиц v_{\parallel} оказывается близка к значению резонансной скорости v_{rms} :

$$v_{\parallel} \approx v_{rms} = \frac{\omega - n\omega_{cs}}{k_{\parallel}}. \quad (1)$$

Здесь ω — частота волны, $\omega_{cs} = |q_s|B_0/m_sc$ — абсолютное значение циклотронной частоты частиц сорта $s = e, H^+, He^+, O^+$ с массой m_s и зарядом q_s , n — номер циклотронного резонанса, c — скорость света в вакууме, $k_{\parallel} = k \cos \theta$ — продольная компонента волнового вектора k , а θ — угол волновой нормали. Показатель преломления $N = kc/\omega > 0$ ЭМИЦ-волн в условиях холодной многокомпонентной плазмы, содержащей протоны H^+ , ионы гелия He^+ и кислорода O^+ задается известным уравнением [41]

$$\begin{aligned} N^2 &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \\ A &= \epsilon_1 \sin^2 \theta + \epsilon_3 \cos^2 \theta, \\ B &= -\epsilon_1 \epsilon_3 (1 + \cos^2 \theta) - (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) \sin^2 \theta, \\ C &= \epsilon_3 (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2), \end{aligned} \quad (2)$$

где действительные компоненты тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_{ij}(\omega)$

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}$$

определяются следующим образом

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2 - \omega_{cs}^2}, \\ \epsilon_2 &= - \sum_s \text{sign}(q_s) \frac{\omega_{ps}^2 \omega_{cs}}{\omega(\omega^2 - \omega_{cs}^2)}, \\ \epsilon_3 &= 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2},\end{aligned}\quad (3)$$

а плотность холодных частиц n_s сорта s связана с плазменной частотой соотношением $\omega_{ps} = \sqrt{4\pi n_s q_s^2 / m_s}$. Следуя приведенным в работах [3, 30, 42, 43] оценкам ионного состава магнитосферной плазмы, мы выбираем типичное соотношение для концентрации холодных ионов: $n_{H^+}/n_e = 0.86$, $n_{He^+}/n_e = 0.10$, $n_{O^+}/n_e = 0.04$. Предполагается, что внешнее магнитное поле \mathbf{B}_0 направлено вдоль оси z , а волновой вектор лежит в плоскости (x, z) , так что $k_y = 0$. В таком случае компоненты комплексного вектора поляризации электрического поля \mathbf{a} могут быть представлены в виде

$$a_y = -i \frac{\epsilon_2}{N^2 - \epsilon_1} a_x, \quad a_z = \frac{N^2 \sin \theta \cos \theta}{N^2 \sin^2 \theta - \epsilon_3} a_x. \quad (4)$$

Без ограничения общности мы полагаем $a_x = 1$. Плотность энергии волны U включает в себя энергию электромагнитного поля и колебательную энергию нерезонансных частиц. Общее выражение для плотности энергии волны определяется через поляризационные коэффициенты a_i и компоненты диэлектрического тензора ϵ_{ij} и может быть записано следующим образом [44]:

$$U = \frac{|E|^2}{16\pi\omega} \sum_i \sum_j \frac{\partial}{\partial\omega} (\omega^2 \epsilon_{ij}) a_i^* a_j, \quad (5)$$

где $|E|$ — амплитуда x -компоненты электрического поля волны ($a_x = 1$), a_i^* обозначает комплексно-сопряженную величину a_i , а суммирование ведется по $i, j = (x, y, z)$.

Рассматривая процесс резонансного взаимодействия волн с заряженными частицами, удобно записать закон сохранения энергии в системе «волна — резонансные частицы» [44]

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_g U) = -(\mathbf{j}_{\text{RES}} \cdot \mathbf{E}) \equiv 2\gamma U, \quad (6)$$

где изменение плотности энергии волны U во времени равно, с обратным знаком, работе электрического поля над резонансным током. Здесь \mathbf{v}_g — групповая скорость волны, \mathbf{j}_{RES} — плотность тока резонансных частиц, \mathbf{E} — электрическое поле волны, угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по периоду волны, а γ — инкремент волны, определяемый из последнего равенства в (6). Выражение для локального инкремента электромагнитной волны, взаимодействующей

с заряженными частицами на циклотронных резонансах, в линейном приближении может быть представлено в виде [44, 45]

$$\begin{aligned}\gamma_L &= \sum_s \gamma_{Ls} = \sum_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_{Ln} = \\ &= \sum_s \frac{(\pi q_s |E| c)^2}{2m_s |k_{\parallel}| U} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{w_{rms}}^{\infty} dw f'_{0ns}(w) V_{ns}^2(w),\end{aligned}\quad (7)$$

где суммирование производится по сортам заряженных частиц s и по номеру циклотронного резонанса n , а интегрирование по кинетической энергии частиц w ведется от резонансной продольной энергии $w_{rms} = m_s v_{rms}^2 / 2$, соответствующей n -му циклотронному резонансу, до бесконечности. Интеграл, входящий в выражение для инкремента волны в работах [44, 45], определялся интегрированием по магнитному моменту $\mu = m_s v_{\perp}^2 / 2\omega_{cs}$. С подробностями перехода к интегрированию по кинетической энергии можно ознакомиться в работе [46]. Приведенная формула для линейного инкремента справедлива, когда инкремент много меньше частоты волны $\gamma_L / \omega \ll 1$, что выполняется в нашей работе, где это отношение не превышает 5%. Величина V_{ns} , также называемая матричным элементом, характеризует амплитуду взаимодействия отдельной частицы сорта s с волной на n -м циклотронном резонансе и выражается соотношением

$$\begin{aligned}V_{ns}(w) &= \left(\frac{n\omega_{cs}}{k_{\perp} c} + \frac{v_{rms}}{c} a_z \right) J_n(\rho_{ns}) + \\ &+ \text{sign}(q_s) i a_y \frac{\rho_{ns} \omega_{cs}}{k_{\perp} c} J'_n(\rho_{ns}), \\ \rho_{ns} &= \frac{k_{\perp}}{\omega_{cs}} \sqrt{\frac{2(w - w_{rms})}{m_s}},\end{aligned}$$

где J_n — функция Бесселя первого рода, $k_{\perp} = k \sin \theta$ — поперечная компонента волнового вектора, а ρ_{ns} — безразмерный ларморовский радиус. Смешанная производная невозмущенной функции распределения $f'_{0ns}(w)$ частиц s вблизи n -го резонанса, входящая в определение линейного инкремента (7), является функцией w

$$\begin{aligned}f'_{0ns}(w) &= \left[\frac{\partial f_{0s}}{\partial w} + \frac{1}{w \sin(2\alpha_{eq})} \frac{\partial f_{0s}}{\partial \alpha_{eq}} \times \right. \\ &\times \left. \left(-\sin^2 \alpha_{eq} + n \frac{\omega_{ceqs}}{\omega} \right) \right]_{\sin^2 \alpha_{eq} = (1 - \frac{w_{rms}}{w}) \frac{\omega_{ceqs}}{\omega_{cs}}}.\end{aligned}\quad (8)$$

Значение выражения в квадратных скобках берется вдоль резонансной кривой, которая удовлетворяет равенству $\omega_{cs} \sin^2 \alpha_{eq} = \omega_{ceqs} \sin^2 \alpha_r$. Здесь ω_{ceqs} — циклотронная частота частиц s на экваторе, а локальный питч-угол резонансной частицы α_r связан с кинетической энергией w соотношением $\sin^2 \alpha_r = 1 - w_{rms}/w$, где продольная энергия частицы w_{\parallel} заменена резонансным значением w_{rms} . Функция распределения f_{0s}

рассматривается как функция интегралов движения заряженной частицы s в отсутствие волны, а именно, кинетической энергии w , экваториального питч-угла α_{eq} и L -оболочки.

Вычисление линейного инкремента ЭМИЦ-волны, взаимодействующей с заряженными частицами, мы реализуем с помощью модельной невозмущенной функции распределения. Выбранная неустойчивая функция распределения учитывает температурную анизотропию и конус потерь и может быть представлена в виде

$$f_{0s} = C_s(L) (\sin^2 \alpha_{eq})^{v_s} \times \exp\left(-\frac{w \cos^2 \alpha_{eq}}{T_{\parallel s}} - \frac{w \sin^2 \alpha_{eq}}{T_{\perp s}}\right), \quad (9)$$

где нормировочная константа $C_s(L)$ записывается следующим образом:

$$C_s(L) = n_{heqs} \left(\frac{m_s}{2\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{T_{\perp s} T_{\parallel s}^{1/2} G(v_s, \eta_s)} \equiv \frac{n_{heqs}}{v_{Ts}^3}. \quad (10)$$

Экваториальная плотность энергичных частиц сорта s вводится величиной n_{heqs} , v_{Ts} определяется последним равенством в (10), а $G(v_s, \eta_s)$ является сложной функцией параметра анизотропии $\eta_s = T_{\parallel s}/T_{\perp s} \leq 1$ и показателя конуса потерь $v_s > 0$ (см. подробнее в [46]). Подставляя (8)–(10) в уравнение (7), получим линейный инкремент ЭМИЦ-волны

$$\gamma_L = \sum_s \frac{\pi}{8} \frac{\omega_{phs}^2 c^3}{\omega v_T^3} \left(\frac{\omega_{ceqs}}{\omega_{cs}}\right)^v \frac{|E|^2}{N |\cos \theta| U} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{ns}, \quad (11)$$

где

$$R_{ns} = \int_{w_{rms}}^{\infty} \left(\frac{w - w_{rms}}{w}\right)^{v_s} \times \exp\left(-\frac{w - (w - w_{rms}) \frac{\omega_{ceqs}}{\omega_{cs}}}{T_{\parallel s}} - \frac{\omega_{ceqs}}{\omega_{cs}} \frac{w - w_{rms}}{T_{\perp s}}\right) \times \left[-\frac{1}{T_{\parallel s}} - \frac{v_s}{w} + n \frac{\omega_{ceqs}}{\omega} \left(\frac{v_s \omega_{cs}}{\omega_{ceqs} (w - w_{rms})} + \frac{T_{\perp s} - T_{\parallel s}}{T_{\perp s} T_{\parallel s}}\right)\right] v_{ns}^2 dw. \quad (12)$$

Здесь введена величина $\omega_{phs}^2 = 4\pi n_{heqs} q_s^2 / m_s$. В рамках линейной теории мы исследуем резонансное взаимодействие ЭМИЦ-волны с протонами пяти наиболее эффективных циклотронных резонансов $n = -2, -1, 0, 1, 2$ и электронами Ландау резонанса $n = 0$. Модельная неустойчивая функция распределения (9) энергичных протонов задается со следующими параметрами: $v_{H^+} = 0.5$, $\eta_{H^+} = 0.5$, $T_{\parallel H^+} = 15$ кэВ, $n_{heqH^+} = 1.5$ см⁻³. Экваториальная плотность горячих протонов выбирается постоянной величиной, не зависящей от L -оболочки, и составляет около 4.5% общей плотности электронов n_e . Степень неустойчивости выбранного модельного распределения приводит

к росту амплитуды волны вдоль лучевой траектории (см. раздел 3.). Положительный вклад в линейный инкремент от протонов $n = 1$ и $n = 2$ резонанса превосходит эффект затухания волны на трех других циклотронных резонансах $n = -2, n = -1$ и $n = 0$.

Продольная резонансная энергия электронов нулевого циклотронного резонанса w_{r0e} вдоль рассчитанной траектории меняется в диапазоне от 0.7 эВ (на экваторе $\lambda = 0^\circ$) до ~ 10 эВ ($\lambda \approx 25^\circ$). Здесь и далее под λ мы понимаем геомагнитную широту в дипольном поле. Предполагается, что основная плотность холодной плазмы формируется электронами с энергией меньше 0.7 эВ. Исследование линейного резонансного взаимодействия Ландау электронов с ЭМИЦ-волной проводится с использованием функции распределения (9) без учета неустойчивостей: $v_e = 0$, $\eta_e = 1.0$, $T_{\parallel e} = 5$ эВ, $n_{heqe} = 10$ см⁻³ ($\sim 30\% n_e$), что приводит к затуханию волны на электронах.

3. ТРАЕКТОРИЯ И УСИЛЕНИЕ ВОЛНЫ

В модели, которую мы развиваем в настоящей работе, магнитосферная плазма рассматривается как совокупность двух компонент. Предполагается, что значительно более плотная холодная компонента плазмы, состоящая из нерезонансных электронов, ионов водорода H^+ , гелия He^+ и кислорода O^+ определяет дисперсионные свойства среды, но не участвует во взаимодействии с волной. Частицы энергичной составляющей плазмы, напротив, вносят определяющий вклад в инкремент/декремент волны, но из-за их малого количества не влияют на дисперсионные свойства плазмы и не учитываются в расчете уравнений геометрической оптики. Кстати отметим, что несмотря на значительный рост показателя преломления $N \propto k$ вблизи области ион-ионного гибридного резонанса, энергичные частицы не вносят заметного вклада в скорость роста/затухания волны, поскольку их резонансная энергия $w_r \propto k_{\parallel}^{-2}$ в области межюнного гибридного резонанса очень велика из-за малой продольной компоненты волнового вектора $k_{\parallel} \rightarrow 0$ ($\theta \rightarrow 90^\circ$).

Многие экспериментальные и теоретические исследования указывают на то, что область генерации ЭМИЦ-волн в земной магнитосфере преимущественно располагается вблизи магнитного экватора, а энергия анизотропного распределения энергичных протонов является главным источником свободной энергии для такого процесса. В нашей работе мы полагаем, что в результате развития анизотропной неустойчивости в локальной области вблизи экватора на $L = 5.2$ непрерывно генерируется монохроматическая ЭМИЦ-волна He^+ -полосы с нулевым начальным углом волновой нормали. В условиях многокомпонентной плазмы волна испытывает множественные магнитосферные отражения на межюнном гибридном резонансе гелия и кислорода в северном и южном полушариях. Используемый нами стационарный подход

к описанию пространственно-временного профиля волны подразумевает некий механизм стока ее энергии, который в данной работе подробно не обсуждается. Предполагается, что таким механизмом может быть частичное поглощение энергии волны на упомянутых гибридных резонансах или взаимодействие волны с электронами нулевого резонанса, которое становится все более эффективным с увеличением электростатичности волны. Важно отметить, что L -оболочка магнитосферной траектории такой волны меняется незначительно и немонотонно (см. далее), поэтому на траектории частицы, которая захвачена в магнитную ловушку и совершает баунс-осцилляции вдоль определенной L -оболочки, могут в рамках такой модели возникнуть разные волновые пакеты, соответствующие различным скачкам волны. Показатель преломления, угол волновой нормали таких волновых пакетов существенно отличаются из-за постоянного роста электростатичности волны. Для исследования нелинейного взаимодействия электронов с волной мы выбираем волновой пакет, который способствует наиболее эффективному нелинейному взаимодействию с электронами Ландау резонанса из-за большого показателя преломления волны. Структуру волнового пакета мы определяем исходя из уравнений геометрической оптики и закона сохранения энергии. За основу вычислений берется реальное событие в ЭМИЦ-диапазоне, зарегистрированное спутником Van Allen Probe В.

На рис. 1 представлен спектр сигнала, зарегистрированного прибором EMFISIS на спутнике Van Allen Probe-B с помощью магнитометра с временным разрешением 1/64 с. Спектр B_x компоненты магнитного

поля в системе координат GSE был получен с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ). Сплошной линией показана локальная гирочастота гелия ω_{He^+} , а штриховой линией — 0.2 локальной гирочастоты протонов ω_{CH^+} . Во временном промежутке с 01:00 по 02:00 UT 10 сентября 2017 г. в послеполуденное время MLT = 13:00–14:00 наблюдается излучение в частотных диапазонах выше и ниже локальной гирочастоты гелия ω_{He^+} . Основное зарегистрированное излучение лежит в He^+ полосе в диапазоне частот от 0.4 Гц до 0.65 Гц, соответствующем 0.16–0.23 локальной циклотронной частоты протонов ω_{CH^+} . Спутник Van Allen Probe-B в период регистрации волны находился вблизи экватора $\lambda \approx 2\text{--}4^\circ$ и двигался от $L = 5.4$ до $L = 4.8$.

Для расчета магнитосферной траектории монохроматической ЭМИЦ-волны выполнено численное интегрирование уравнений геометрической оптики. Описание используемой программы для поиска лучевой траектории можно найти в работе [47]. Предполагается, что внешнее магнитное поле Земли является дипольным, а плотность холодной плазмы задается аналитической моделью из работы [38]. Параметры модели были подобраны на основе измерений спутника Van Allen Probe-B в момент регистрации события. Сравнение измеренной (сплошная линия) и модельной (штриховая линия) плотности холодной плазмы n_e вдоль траектории спутника Van Allen Probe-B в промежуток времени с 00:00 по 03:20 UT 10 сентября 2017 г. показано на рис. 2а. На рис. 2б модельное и экспериментальное значения параметра $p = \omega_{pe}/\omega_{ce} \propto \sqrt{n_e}$ представлены штриховой и сплошной линией соответственно. Отметим, что при расче-

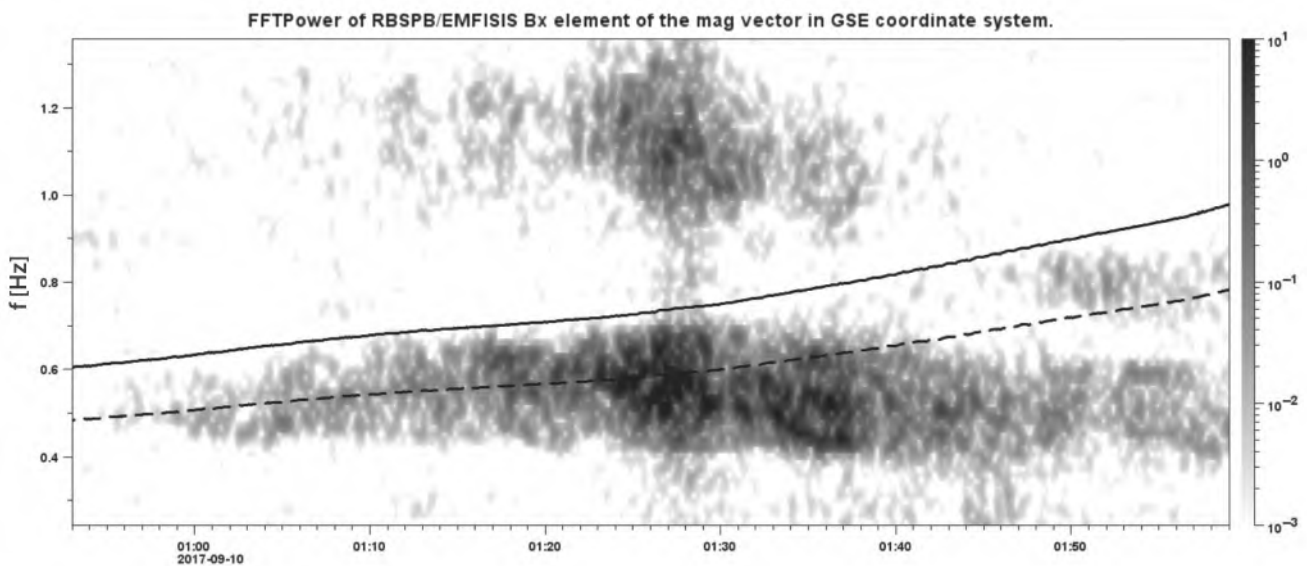


Рис. 1. БПФ-спектр сигнала, зарегистрированного с 01:00 до 02:00 UT 10 сентября 2017 г. на спутнике Van Allen Probe-B. Локальная циклотронная частота ионов гелия ω_{He^+} и 0.2 локальной циклотронной частоты протонов ω_{CH^+} как функции времени представлены сплошной и штриховой линией соответственно.

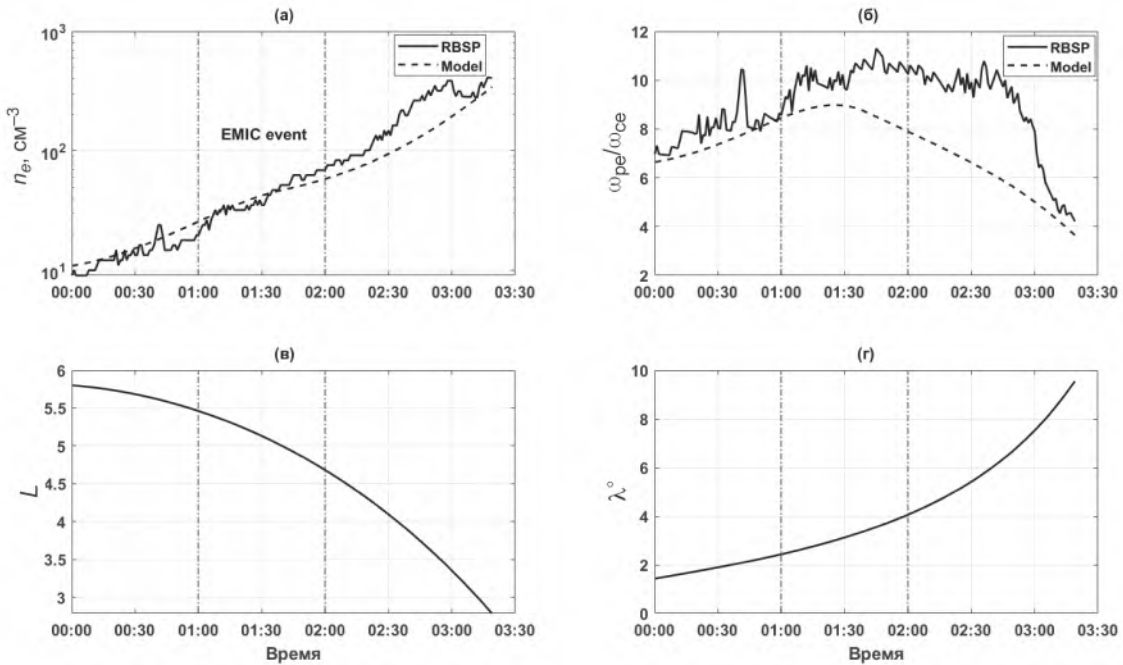


Рис. 2. Экспериментальные (сплошная линия) и модельные (штриховая) значения плотности фоновой плазмы n_e (а) и параметра $p = \omega_{pe}/\omega_{ce}$ (б) вдоль траектории спутника Van Allen Probe-B 10 сентября 2017 года с 00:00 по 03:20 UT. Значения L -оболочки и геомагнитной широты λ вдоль траектории спутника представлены на (в) и (г) соответственно.

те модельной величины p используется значение напряженности магнитного поля Земли $B_0 \propto \omega_{ce}$ из дипольной модели, которое отличается от измеренного в эксперименте. Значения L -оболочки и геомагнитной широты λ вдоль траектории спутника приведены на рис. 2в, г.

В нашем анализе мы предполагаем, что ЭМИЦ-волна генерируется неустойчивым анизотропным распределением энергичных протонов (9) на экваторе $\lambda = 0^\circ$ на $L = 5.2$, что соответствует области регистрации волны спутником Van Allen Probe-B. Частота моделируемого квазимонохроматического волнового пакета выбирается относительно циклотронной протонной частоты из наблюдаемого диапазона $0.16\text{--}0.23 \omega_{cH^+}$. Рассчитанная магнитосферная траектория ЭМИЦ-волны с постоянной частотой $\omega \approx 4.23$ рад/с (или $\sim 0.2 \omega_{cH^+}$ в точке старта) и начальным углом волновой нормали $\theta = 0^\circ$ представлена на рис. 3. Из-за наличия тяжелых ионов гелия и кислорода в плазме волна подвергается множественным магнитосферным отражениям на ион-ионном гибридном резонансе гелия и кислорода в южном и северном полушариях вблизи широт $\lambda = \pm 29^\circ$. В течение первых ~ 50 с моделирования угол волновой нормали θ увеличивается с 0° до 90° , где волна испытывает первое отражение на межполюсном гибридном резонансе. При дальнейшем распространении угол волновой нормали θ колеблется около значения в 90° все с меньшими отклонениями, что со-

провождается постепенным увеличением показателя преломления N и ростом электростатичности волны. Начиная с ~ 100 -й секунды, значение L -оболочки низкочастотной альфвеновской волны практически не изменяется и остается близким к $\bar{L} = 5.33$.

Исследование нелинейной динамики электронов в поле смоделированного волнового пакета проводится в предположении стационарной волны ($\partial U/\partial t = 0$). Мы полагаем, что возбуждение ЭМИЦ-волны в приэкваториальной области вблизи $L = 5.2$ неустойчивым распределением анизотропных протонов происходит на протяжении продолжительного времени, так что вдоль рассчитанной лучевой траектории устанавливается стационарный профиль волны. В этом случае параметры волны, представленные на рис. 3 в зависимости от группового времени t , рассматриваются нами как постоянные во времени функции длины магнитосферной траектории волны l . Учитывая $\partial U/\partial t = 0$, проинтегрируем закон сохранения энергии (6) и получим выражение для амплитуды электрического поля волны $|E|$ в виде

$$|E(l)| = |E_0| \sqrt{\frac{\sigma_0 v_g^0 u_0}{\sigma v_g u}} \exp\left(\int_0^l \frac{\gamma}{v_g} dt'\right). \quad (13)$$

Здесь локальные значения поперечного сечения лучевой трубки σ , абсолютной величины групповой скорости волны v_g и нормированной плотности энергии волны $u = U/|E|^2$ взяты в точке l , а значения вели-

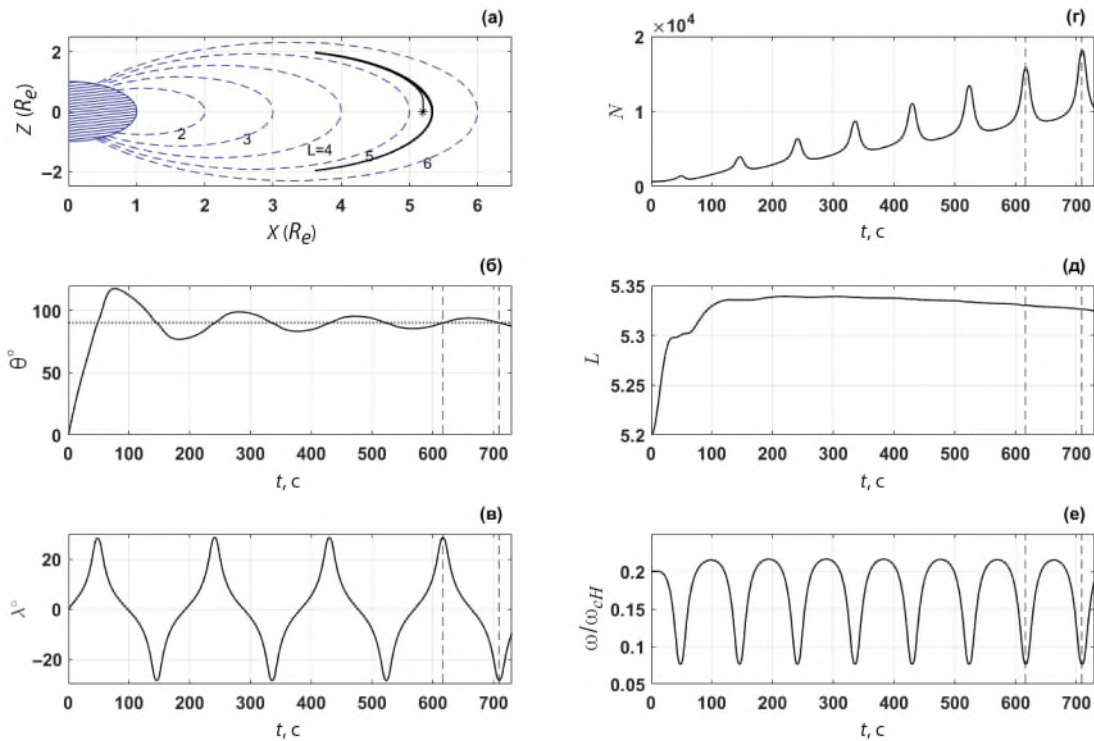


Рис. 3. Лучевая траектория волнового пакета в земной магнитосфере и параметры волны вдоль траектории: траектория луча в меридиональной плоскости (а); угол волновой нормали θ (б) и геомагнитная широта λ (в) как функции времени t ; показатель преломления N (г), L -оболочка (д), отношение частоты волны к локальной циклотронной частоте протонов ω/ω_{cH^+} (е) как функции времени t .

чин с нижним индексом 0 берутся в начальной точке траектории на экваторе на $L = 5.2$, где $l = 0$. Начальная амплитуда электрического поля волны выбирается равной $|E(l = 0)| = |E_0| = 0.05$ мВ/м ($|B| \sim \sim 0.1$ нТл), что соответствует типичным наблюдаемым ЭМИЦ-волнам малой амплитуды [48, 49]. Распространение волны практически вдоль силовой линии позволяет оценить поперечное сечение лучевой трубки следующим образом $\sigma \propto 1/B_0(l) \propto 1/\omega_{ce}(l)$, где $B_0(l)$ — величина геомагнитного поля. Инкремент волны γ рассчитывается в линейном приближении в соответствии с уравнениями (11), (12) и указанными параметрами функций распределения протонов и электронов. На рис. 4 показано усиление волны $G = 20\log_{10}(|E|/|E_0|)$ как функция нормированной на радиус Земли длины l/R_e с учетом линейного резонансного взаимодействия с протонами и электронами и с учетом изменения геометрических факторов (сплошная линия); с учетом только линейного резонансного взаимодействия с протонами и электронами (штриховая линия); с учетом только линейного резонансного взаимодействия с протонами (штрихпунктирная линия). Сравнивая представленные графики для трех случаев, отметим определяющий вклад линейного резонансного взаимодействия с протонами в общее усиление волны. Кроме того, наблюдаемое

затухание волны является следствием линейного взаимодействия с электронами на нулевом циклотронном резонансе, которое усиливается с течением времени из-за роста продольной компоненты электрического поля. Как следует из приведенных результатов, учет изменения поперечного сечения лучевой трубки σ , групповой скорости v_g и нормированной плотности энергии u вдоль траектории волны приводит к заметному увеличению ее амплитуды. Резкие пики в усилении волны соответствуют областям магнитосферного отражения, где продольная компонента групповой скорости равна нулю, а абсолютная величина групповой скорости минимальна.

4. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Исследование нелинейной динамики электронов Ландау резонанса в электромагнитном поле волны выполняется с помощью численного интегрирования нелинейной системы уравнений движения частиц. Для моделирования такого процесса необходимо знать параметры волны вдоль траектории частицы, включая угол волновой нормали θ , показатель преломления N , коэффициенты поляризации a_i и амплитуду электрического поля $|E|$. Распространение исследуемого волнового пакета вдоль $\bar{L} = 5.33$ позволяет

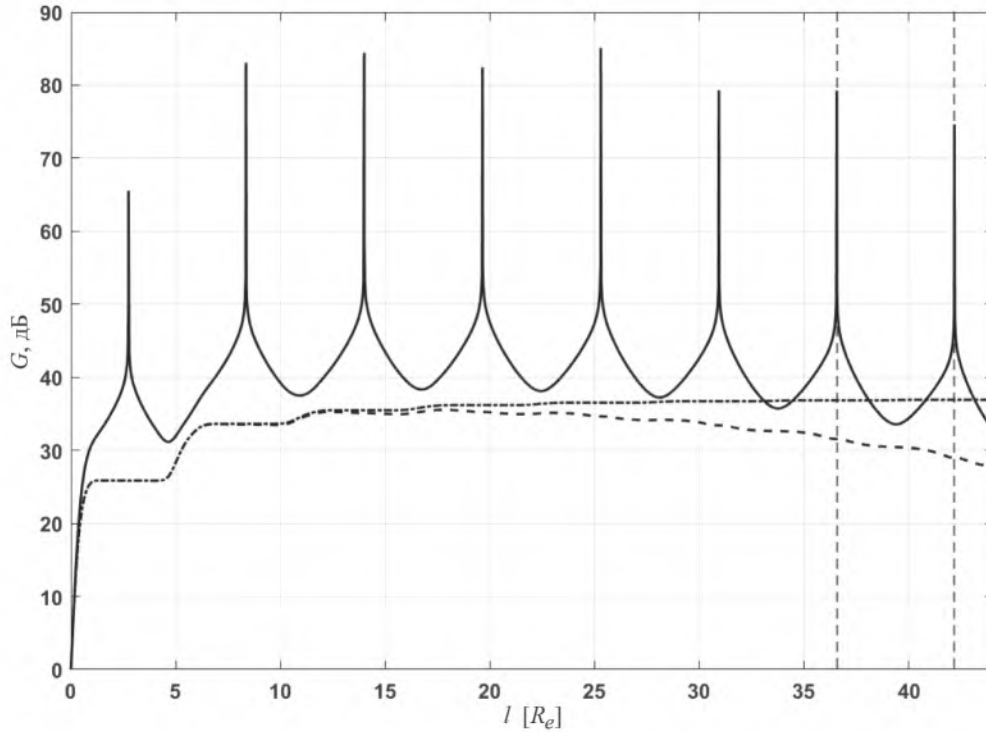


Рис. 4. Усиление волны G как функция нормированной длины l/R_e вдоль лучевой траектории для трех случаев: с учетом линейного взаимодействия с протонами и электронами и изменения геометрических факторов (сплошная линия); с учетом только линейного взаимодействия с протонами и электронами (штриховая линия); с учетом только линейного взаимодействия с протонами (штрих-пунктирная линия).

рассматривать его взаимодействие с захваченными в магнитную ловушку на данной L -оболочке электронами во всем широтном интервале $|\lambda| < 29^\circ$, ограниченном широтами магнитосферного отражения волны на межполюсном гибридном резонансе в южном и северном полушариях. Параметры волны как функции широты λ определяются из последнего рассчитанного пролета волны между точками отражения, что соответствует временному промежутку от ~ 620 до ~ 710 с. (на рис. 3 и 4 этот промежуток обозначен вертикальными штриховыми линиями). Компоненты электрического и магнитного поля волны могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} E_x &= |E| \cos \Psi, \quad E_y = -ia_y |E| \sin \Psi, \quad E_z = a_z |E| \cos \Psi, \\ B_x &= N_{\parallel} ia_y |E| \sin \Psi, \quad B_y = (N_{\parallel} - a_z N_{\perp}) |E| \cos \Psi, \\ B_z &= -N_{\perp} ia_y |E| \sin \Psi, \quad \Psi = \int \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r} - \omega t, \end{aligned} \quad (14)$$

где $N_{\parallel} = N \cos \theta$, $N_{\perp} = N \sin \theta$, а Ψ — это фаза волны. На рис. 5 показаны амплитуды компонент электрического и магнитного поля волны как функции широты λ для выбранного временного интервала. Эти амплитуды были рассчитаны с учетом линейного резонансного взаимодействия с протонами и электронами, а также изменения геометрических факторов вдоль луче-

вой траектории. Полученные амплитуды электрического $|E| \approx 3\text{--}5$ мВ/м и магнитного $|B| \approx 3\text{--}4.5$ нТл поля делают возможным, как показывают численные расчеты, захват электронов в фазовую ловушку. Следует отметить, что ЭМИЦ-волны подобной и даже большей интенсивности широко наблюдаются в земной магнитосфере [48, 50]. На широте $|\lambda| \approx 20^\circ$, где обращаются в ноль E_y , B_x , B_z компоненты электромагнитного поля волны, поляризационный коэффициент ia_y меняет свой знак.

Из теории циклотронного резонансного взаимодействия известно, что изменение кинетической энергии электронов в единицу времени пропорционально полю волны и для изолированного циклотронного резонанса n может быть представлено таким уравнением:

$$\frac{dw}{dt} = e|E|c|V_n| \cos \psi_n, \quad (15)$$

где введены фаза $\psi_n = \int k_{\parallel} dz + n\phi - \omega t$ и giroфаза электрона ϕ , а величина z представляет собой длину вдоль силовой линии. Определим отклонение продольной скорости v_{\parallel} от резонансного значения v_m величиной $u_n = k_{\parallel}(v_{\parallel} - v_m)$. Тогда условие циклотронного резо-

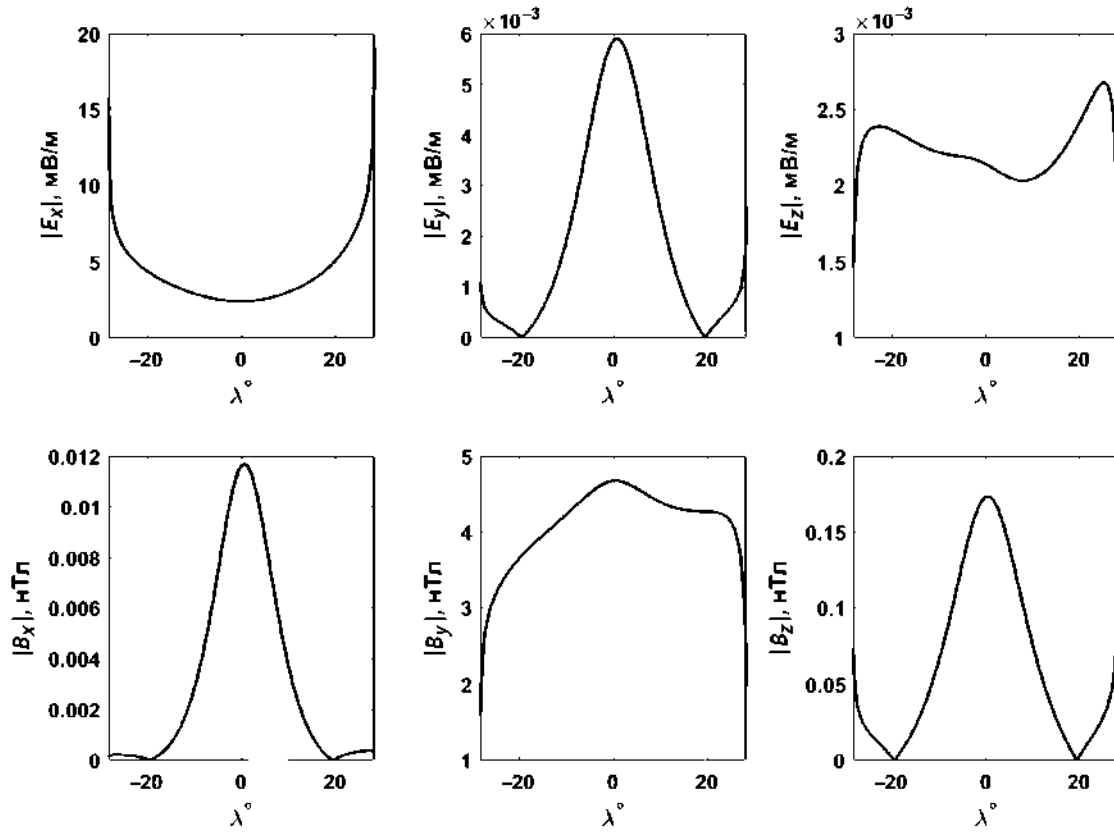


Рис. 5. Амплитуды компонент электрического и магнитного поля волны на выбранном участке траектории как функции геомагнитной широты λ .

нанса n (1) может быть выражено в ином виде

$$u_n = \frac{d\psi_n}{dt} = k_{\parallel}v_{\parallel} - \omega + n\omega_{ce} = k_{\parallel}(v_{\parallel} - v_{rn}) \approx 0. \quad (16)$$

Мы ограничиваемся рассмотрением взаимодействия волны только с электронами Ландау резонанса, поэтому, подразумевая $n = 0$, далее нижний индекс в обозначениях переменных u и ψ опускаем. Дифференцируя левую и правую части уравнения (16) по времени t , получим нелинейную систему уравнений, описывающую динамику резонансных Ландау электронов

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= u, \\ \frac{du}{dt} &= \frac{1}{\tau^2} \cos \psi - \alpha. \end{aligned} \quad (17)$$

Введенные величины неоднородности плазмы α

$$\alpha = \frac{k_{\parallel}}{2} \left(\frac{v_{\perp}^2}{\omega_{ce}} \frac{d\omega_{ce}}{dz} + \frac{2v_{\parallel}^2}{k_{\parallel}} \frac{dk_{\parallel}}{dz} \right) \quad (18)$$

и нелинейного времени τ

$$\frac{1}{\tau^2} = \frac{ek_{\parallel}^2|E|c|V_0|}{m_e\omega} \quad (19)$$

являются фундаментальными параметрами задачи. Когда нелинейность доминирует над неоднородностью, т. е. справедливо неравенство $|\alpha|\tau^2 < 1$, часть резонансных электронов захватывается в фазовую ловушку, а их продольная скорость v_{\parallel} колеблется около резонансного значения v_{r0} . В этом же случае существуют и так называемые пролетные частицы, которые после единичного резонансного взаимодействия с волной ($u = 0$) покидают резонансную область. Вследствие продолжительного резонансного взаимодействия с волной, которое претерпевают захваченные по фазе частицы, их динамические характеристики (энергия, экваториальный питч-угол) существенно изменяются по сравнению с аналогичными величинами для пролетных частиц. Если величина $|\alpha|\tau^2$ оказывается больше единицы, что происходит на некотором отдалении от экватора, захваченные по фазе частицы отсутствуют, и динамика резонансных частиц хорошо описывается в линейном приближении. Из теории резонансного взаимодействия известно, что у частиц, взаимодействующих с волной на нулевом резонансе, сохраняется величина первого адiabатического инварианта $\mu = m_e v_{\perp}^2 / 2\omega_{ce}$, а полная кинетическая энергия резонансной частицы может быть представлена в виде $w = w_{\parallel} + \mu\omega_{ce} \approx w_{r0} + \mu\omega_{ce}$, где про-

дольная энергия w_{\parallel} заменена резонансным значением w_{r0} . Это позволяет выразить изменение кинетической энергии частицы через изменение величин w_{r0} и ω_{ce} в следующем виде:

$$\Delta w = \Delta w_{r0} + \mu \Delta \omega_{ce}. \quad (20)$$

Для исследуемого волнового пакета резонансная энергия частицы минимальна на экваторе и монотонно растет с увеличением $|\lambda|$. Поэтому при движении захваченной по фазе частицы к экватору величина w_{r0} , как и ω_{ce} , уменьшается, т. е. $\Delta \omega_{ce}, \Delta w_{r0} < 0$, и в соответствии с уравнением (20) частица теряет кинетическую энергию $\Delta w < 0$, а экваториальный питч-угол, связанный с μ и w соотношением $\sin^2 \alpha_{eq} = \mu \omega_{ce} / w$, увеличивается. Захваченная по фазе частица, отдаляющаяся от экватора, напротив, увеличивает свою кинетическую энергию и уменьшает экваториальный питч-угол. Важно отметить, что для выбранного волнового пакета угол волновой нормали $\theta > 90^\circ$, поэтому резонансная скорость электронов нулевого резонанса отрицательна $v_{r0} = \omega / k_{\parallel} < 0$ и в резонансное взаимодействие с волной вступают лишь электроны, движущиеся в направлении к южному полушарию. Если волновой пакет располагается по обе стороны магнитосферного экватора, что предполагается в постановке нашей задачи, то захваченная в фазовую ловушку в северном полушарии частица сначала уменьшит свою энергию при движении к экватору, а потом будет ускоряться при отдалении от него вплоть до выхода из захвата в южном полушарии. Таким образом, в этом случае эффекты уменьшения и увеличения энергии захваченной по фазе частицы во многом будут скомпенсированы. То же рассуждение справедливо и для изменения экваториального питч-угла такой частицы. Последовательное и полное изложение теории нелинейного циклотронного взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами можно найти в работах [44, 51–54] (см. также имеющиеся там ссылки).

Параметры α и τ являются функциями координаты вдоль силовой линии z , поэтому мы дополняем дифференциальную систему (17) уравнением $dz/dt = v_{\parallel}$. Пробные электроны запускаются на $L = 5.33$ с начальной энергией W_0 и экваториальным питч-углом α_{eq0} . Для заданных параметров волны продольная резонансная энергия электронов w_{r0} минимальна на экваторе ~ 0.7 эВ и достигает значения ~ 10 эВ на широте $\lambda = 25^\circ$.

Результаты численного моделирования нелинейной системы уравнений представлены на рис. 6 для двух частиц, запущенных на экваторе $\lambda = 0^\circ$, с идентичными начальными значениями $W_0 = 20$ эВ и $\alpha_{eq0} = 75^\circ$ ($W_{\perp 0} \approx 18.7$ эВ, $W_{\parallel 0} \approx 1.3$ эВ), но с различными начальными фазами ψ_0 . Траектории захваченной по фазе и пролетной частицы представлены на рис. 6 сплошными и штриховыми линиями соответственно. В начальный момент времени обе частицы

находятся вблизи резонанса $u \leq 1/k_{\parallel} \tau$, а их динамика существенно нелинейна. Пролетная частица в результате однократного резонансного взаимодействия с волной уменьшает свою кинетическую энергию на ~ 1 эВ, а ее экваториальный питч-угол увеличивается до 80° . Изменение динамических характеристик захваченной по фазе частицы согласуется с уравнением (20) при условии ее движения от экватора. В результате 7 резонансных взаимодействий с волной частица увеличивает свою кинетическую энергию более чем на 10 эВ, а ее экваториальный питч-угол уменьшается до $\sim 50^\circ$. Значение параметра $\alpha \tau^2$ вдоль траектории захваченной по фазе частицы превосходит единицу на 15-й секунде расчета, что соответствует моменту последнего резонанса $u = 0$ частицы с волной.

С целью изучения влияния исследуемого волнового пакета на динамику электронов Ландау резонанса нами был выполнен статистический анализ изменения энергии и экваториального питч-угла для группы электронов. Моделирование нелинейной системы уравнений движения проводилось для $10 \times 9 \times 400 = 36000$ пробных частиц, равномерно распределенных по 10 значениям начальной кинетической энергии $W_0 = [5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50]$ эВ, 9 начальным значениям экваториального питч-угла $\alpha_{eq0} = [40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 70^\circ, 75^\circ, 80^\circ]$ и по 400 начальным фазам ψ_0 от 0 до 2π . В нашей модели волна заполняет магнитную силовую трубку по обе стороны от экватора в широтном диапазоне $|\lambda| < 29^\circ$. Полноценный анализ динамики захваченных частиц на одном баунс-периоде должен учитывать резонансное взаимодействие с волной в обоих полушариях, поэтому мы запускаем каждую пробную частицу в северном полушарии вблизи ее точки магнитного отражения ($v_{\parallel} = 0$). Такой подход ограничивает снизу диапазон начальных значений экваториального питч-угла пробных частиц. При значениях α_{eq0} меньше 40° область магнитного отражения электронов оказывается за пределами широтного диапазона $|\lambda| < 29^\circ$, в котором определены параметры волны, поэтому такие частицы мы не рассматриваем. Работа программы останавливается либо при достижении частицей точки магнитного отражения ($v_{\parallel} = 0$) в южном полушарии, либо при выходе частицы за пределы области, где определены параметры ЭМИЦ-волны. Обратное движение электронов к северному полушарию в программе не рассчитывается, поскольку такие частицы не вступают в резонанс с исследуемым волновым пакетом.

На основе проделанного численного моделирования были получены данные по относительному количеству захваченных по фазе (рис. 7а) и пролетных (рис. 7б) частиц в зависимости от начальных значений W_0, α_{eq0} . Эти результаты изображены на рис. 7 в черно-белом цвете. Мы определяли частицу захваченной по фазе, если она испытывала точный резонанс с волной ($u = 0$) более двух раз за время своего

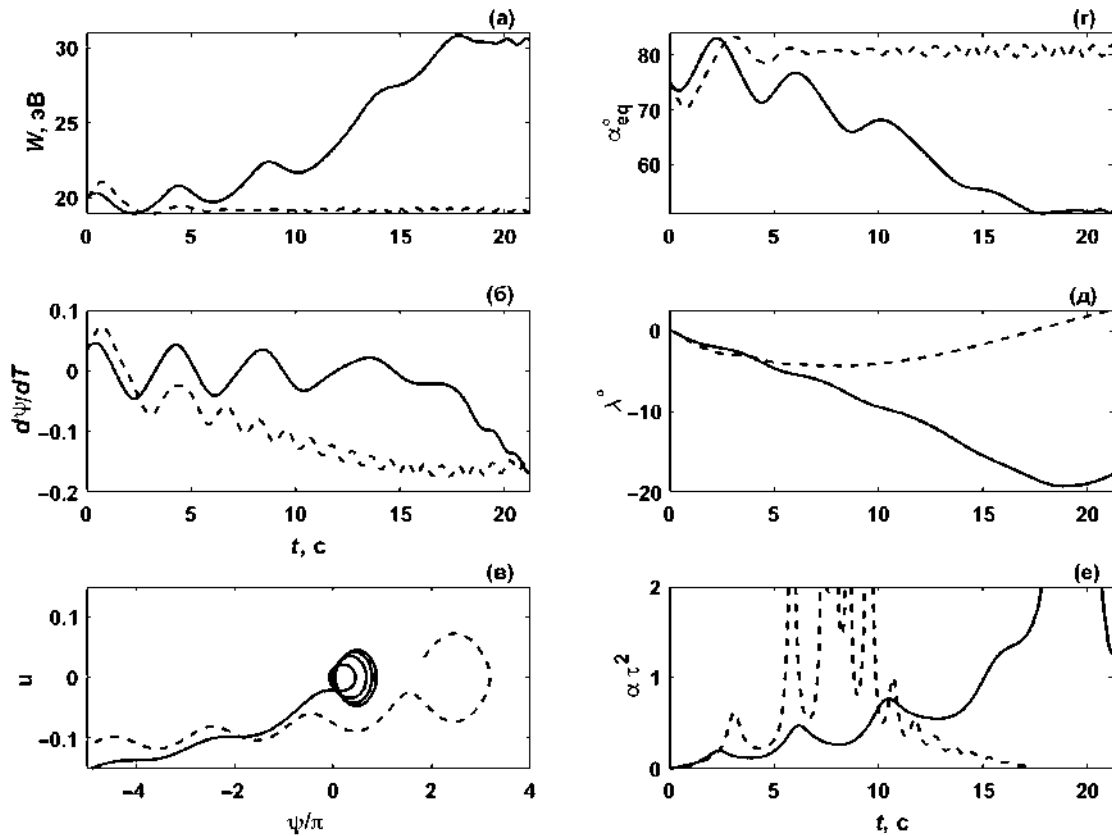


Рис. 6. Результаты численного интегрирования нелинейной системы уравнений движения электронов Ландау резонанса в поле смоделированного пакета ЭМИЦ-волн. Траектории захваченного в фазовую ловушку и пролетного электрона представлены сплошными и штриховыми линиями соответственно; кинетическая энергия частицы W в эВ (а), отклонение u продольной скорости частицы от резонансного значения (б) как функции времени t ; траектория электрона на фазовой плоскости $\psi-u$ (в); экваториальный питч-угол α_{eq} (г), широта λ (д), величина $\alpha\tau^2$ (е) как функции времени t .

движения между точками магнитного зеркала. В случае же если частица только два раза взаимодействовала резонансно с волной, то она считалась пролетной. Доля захваченных по фазе частиц была максимальной для электронов с начальной энергией $W_0 \sim 5-20$ эВ и начальным экваториальным питч-углом $\alpha_{eq0} \sim 65-75^\circ$. Вместе с тем среди частиц с большой начальной кинетической энергией $W_0 \sim 40-50$ эВ и относительно малым начальным экваториальным питч-углом $\alpha_{eq0} \sim 40-60^\circ$ захваченные частицы не наблюдались вовсе. Это объясняется тем, что такие частицы взаимодействуют резонансно с волной на довольно больших широтах λ , где неоднородность плазмы α высока, так что $|\alpha|\tau^2 > 1$. Обратим внимание, что для некоторых пар начальных значений (W_0, α_{eq0}) сумма захваченных и пролетных частиц не совпадает с общим числом запущенных частиц (400 частиц). Дело в том, что в нашей модели эффективная амплитуда волны, определяемая матричным элементом V_0 , достаточно велика, поэтому частицы вблизи резонанса испытывают существенное изменение динамических

характеристик. При этом изменение продольной скорости частицы по порядку величины может быть сопоставимо с самой продольной скоростью. В рамках численного расчета для некоторых частиц такая динамика может приводить к изменению знака продольной скорости $v_{||}$ еще до достижения частицей первого резонанса ($u = 0$). Этому преимущественно были подвержены частицы с малой кинетической энергией $W_0 \sim 5-15$ эВ и большим экваториальным питч-углом. Такие частицы мы не относили ни к захваченным, ни к пролетным частицам, а их вклад в средние изменения значений энергии и экваториального питч-угла (см. далее) никак не учитывался.

Статистические данные по изменению динамических характеристик электронов в зависимости от начальной энергии и экваториального питч-угла представлены на рис. 8. Среднее изменение энергии и экваториального питч-угла захваченных по фазе частиц изображены на рис. 8а, б соответственно. Начальные значения W_0 и α_{eq0} , при которых в рамках нашего моделирования не наблюдалось захваченных по фазе ча-

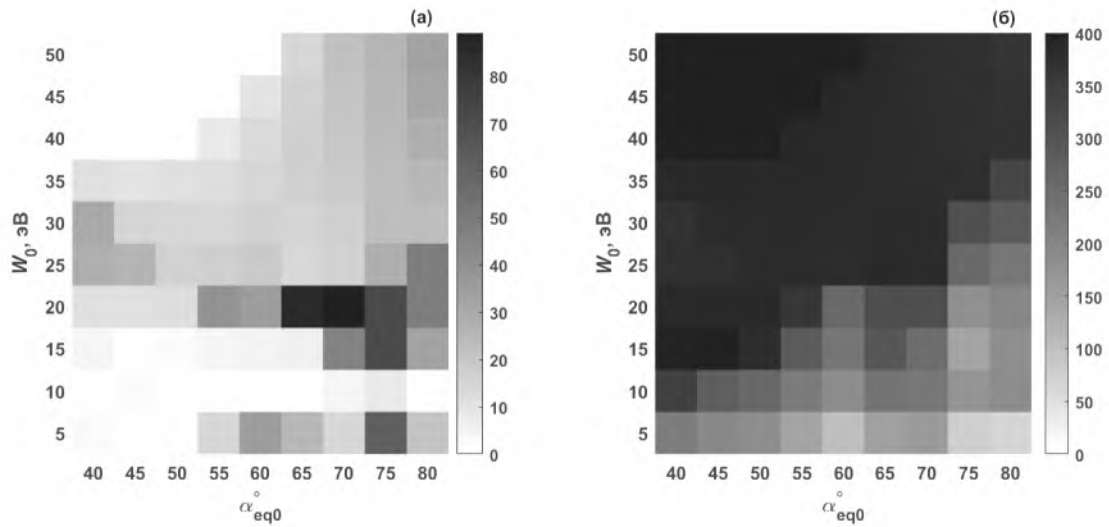


Рис. 7. Результаты численного интегрирования нелинейной системы уравнений движения электронов Ландау резонанса в поле смоделированного пакета ЭМИЦ-волн для группы пробных электронов. Доля захваченных по фазе (а) и пролетных (б) частиц в зависимости от начальных значений α_{eq0}° и W_0 представлены серой шкалой.

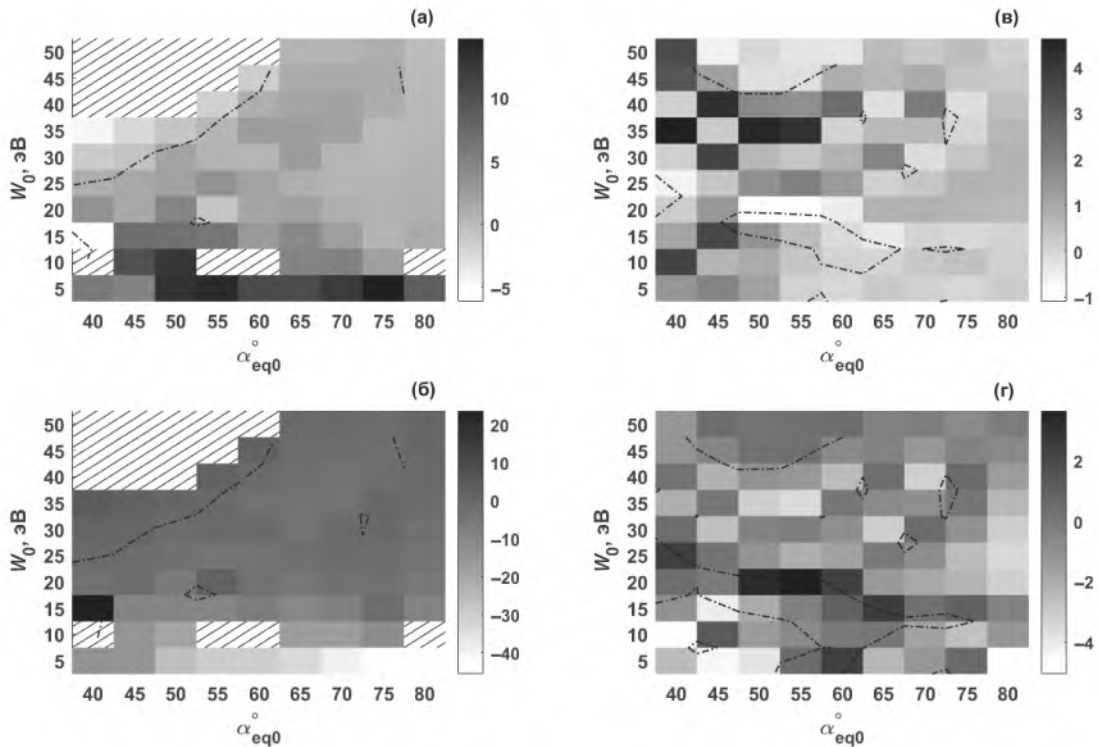


Рис. 8. Результаты численного интегрирования нелинейной системы уравнений движения электронов Ландау резонанса в поле смоделированного пакета ЭМИЦ-волн для группы пробных электронов: среднее изменение энергии ΔW в эВ (а) и экваториального питч-угла $\Delta\alpha_{eq}^\circ$ (б) захваченных по фазе частиц в зависимости от начальных значений α_{eq0}° и W_0 ; среднее изменение энергии ΔW в эВ (в) и экваториального питч-угла $\Delta\alpha_{eq}^\circ$ (г) пролетных частиц в зависимости от начальных значений α_{eq0}° и W_0 . Контур нулевого изменения представлены штрих-пунктирными линиями.

стиц, для удобства выделены на этих панелях диагональной штриховкой. Средние изменения энергии и экваториального питч-угла для пролетных частиц

показаны на рис. 8в, г соответственно. Из представленных результатов следует, что средние изменения энергии пролетных частиц были порядка несколь-

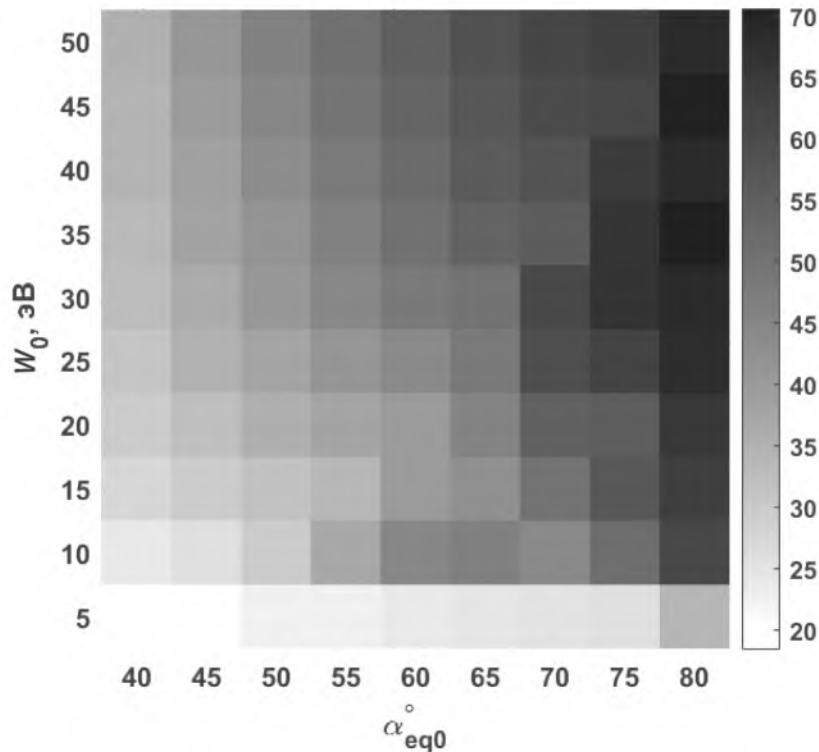


Рис. 9. Минимальное значение конечного экваториального питч-угла среди 400 частиц, запущенных с начальными значениями α_{eq0} и W_0 .

ких электрон-вольт, а экваториальный питч-угол таких частиц менялся не более чем на 5° . Захваченные по фазе частицы существенно изменяли свою кинетическую энергию в процессе взаимодействия с волной, однако вследствие разнонаправленности этих изменений при движении частицы к экватору и от него (см. уравнение (20)) результирующее изменение энергии оказывалось также порядка нескольких электрон-вольт для большинства начальных значений W_0 и α_{eq0} . Вместе с тем захваченные по фазе частицы с начальной энергией $W_0 = 5$ эВ значительно $\langle \Delta W \rangle \sim 5-15$ эВ увеличили свою кинетическую энергию, а результирующее изменение экваториального питч-угла таких частиц доходило до $\Delta \alpha_{eq} = -50^\circ$. Вследствие таких больших рассчитанных изменений экваториального питч-угла нами был проведен анализ возможности питч-углового рассеяния исследуемых электронов в конус потерь в результате взаимодействия с волновым пакетом. Отдельно отметим, что частицы с энергией $W_0 > 40$ эВ и экваториальным питч-углом $\alpha_{eq0} < 55^\circ$ не могут быть захвачены по фазе исследуемым волновым пакетом, поскольку резонансное взаимодействие таких частиц с волной происходит на больших широтах, где плазма существенно неоднородна. Поэтому говорить о возможности питч-угловой диффузии таких электронов в конус потерь не приходится. Для выбранной L -оболочки экваториальный угол ко-

нуса потерь оказывается равен $\alpha_{lc} \approx 3.5^\circ$. Как следует из данных рисунка 9, на котором показано минимальное (среди 400 частиц, распределенных равномерно по начальной фазе ψ_0) вычисленное значение экваториального питч-угла электронов в зависимости от W_0 и α_{eq0} , ни одна из частиц не оказывается в результате взаимодействия вблизи конуса потерь. Электроны с меньшим начальным экваториальным питч-углом $\alpha_{eq0} < 40^\circ$ потенциально могут быть рассеяны в конус потерь, но не рассматриваются нами из-за ограниченности волнового пакета по широтам.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Большие значения наблюдаемых амплитуд электромагнитных ионно-циклотронных волн (1–10 нТл) позволяют считать, что этот тип излучения играет значительную роль в динамике заряженных частиц. Наравне с магнитосферными ионами ЭМИЦ-волны могут вступать в резонансное взаимодействие с электронами, что является предметом изучения множества экспериментальных и теоретических исследований. Их взаимодействие с электронами на ненулевых циклотронных резонансах ($n \neq 0$) осуществляется только для релятивистских частиц с энергией больше 0.5 МэВ и считается основным механизмом быстрых потерь высокоэнергичных электронов радиационных

поясов Земли. В настоящей работе мы, напротив, фокусируем внимание на нелинейном взаимодействии ЭМИЦ-волн с электронами малых энергий на нулевом ($n = 0$) Ландау резонансе, которое может быть реализовано только для сильнонаклонных ЭМИЦ-волн с большими амплитудами.

На основе экспериментальных данных, зарегистрированных спутником Van Allen Probe-B 10 сентября 2017 г., в условиях многокомпонентной неоднородной плазмы была получена магнитосферная траектория ЭМИЦ-волны He^+ диапазона. Использование линейной теории резонансного взаимодействия совместно с законом сохранения энергии позволило вычислить амплитуду моделируемого монохроматического волнового пакета вдоль всей его траектории. Решение системы уравнений движения электронов Ландау резонанса в поле такой волны показало большую роль нелинейных эффектов в динамике частиц. В частности, фазовый захват электронов, приводящий к длительному резонансному взаимодействию с волной и значительному росту кинетической энергии частиц, был реализован для частиц с энергией в диапазоне от 5 до 50 эВ.

Автор благодарит создателей спутников Van Allen Probes и разработчиков инструментов за возможность свободного использования данных (EMFISIS — Крэйг Клетцинг). Автор благодарит Д.Р. Шкляра за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Loto'aniu T.M., Fraser B.J., Waters C.L.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2005. V. 110. P. A07214. Doi: 10.1029/2004JA010816.
2. *Min K., Lee J., Keika K., Li W.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2012. V. 117. P. A05219. Doi: 10.1029/2012JA017515.
3. *Sakaguchi K., Kasahara Y., Shoji M., Omura Y., Miyoshi Y., Nagatsuma T., Kumamoto A., Matsuoka A.* // Geophys. Res. Lett. 2013. V. 40. P. 5587. Doi: 10.1002/2013GL058258.
4. *Meredith N.P., Horne R.B., Kersten T., Fraser B.J., Grew R.S.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2014. V. 119. P. 5328. Doi: 10.1002/2014JA020064.
5. *Chen H., Gao X., Lu Q., Tsurutani B.T., Wang, S.* // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. Doi: 10.1029/2020GL090275.
6. *Сагдеев П.З., Шафранов В.Д.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 181.
7. *Kennel C.F., Petschek H.E.* // J. Geophys. Res. 1966. V. 71(1). P. 1. Doi: 10.1029/JZ071i001p00001.
8. *Cornwall J.M.* // J. Geophys. Res. 1965. V. 70(1). P. 61. Doi: 10.1029/JZ070i001p00061.
9. *Young D.T., Perraut S., Roux A., de Villedary C., Gendrin R., Korth A., Kremser G., Jones D.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 1981. V. 86. P. 6755. Doi: 10.1029/JA086iA08p06755.
10. *Rauch J.L., Roux A.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 1982. V. 87. P. 8191. Doi: 10.1029/JA087iA10p08191.
11. *Taylor Jr. H.A., Brinton H.C., Smith C.R.* // J. Geophys. Res. 1965. V. 70(23). P. 5769. Doi: 10.1029/JZ070i023p05769.
12. *Young D.T., Geiss J., Balsiger H., Eberhardt P., Ghielmetti A., Rosenbauer H.* // Geophys. Res. Lett. 1977. V. 4. P. 561. Doi: 10.1029/GL004i012p00561.
13. *Smith R.L., Brice N.* // J. Geophys. Res. 1964. V. 69(23). P. 5029. Doi: 10.1029/JZ069i023p05029.
14. *Saikin A.A., Zhang J.-C., Allen R.C., Smith C.W., Kistler L.M., Spence H.E., Torbert R.B., Kletzing C.A., Jordanova V.K.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2015. V. 120. P. 7477. Doi: 10.1002/2015JA021358.
15. *McCough J.P., Elkington S.R., Usanova M.E., Mann I.R., Baker D.N., Kale Z.C.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2010. V. 115. P. A10214. Doi: 10.1029/2010JA015393.
16. *McCough J.P., Elkington S.R., Baker D.N.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2012. V. 117. P. A01208. Doi: 10.1029/2011JA016948.
17. *Allen R.C., Zhang J.-C., Kistler L.M., Spence H.E., Lin R.-L., Klecker B., Dunlop M.W., Andre M., Jordanova V.K.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2015. V. 120. P. 5574. Doi: 10.1002/2015JA021333.
18. *Vines S.K., Allen R.C., Anderson B.J., Engebretson M.J., Fuselier S.A., Russell C.T., Strangeway R.J., Ergun R.E., Lindqvist P.A., Torbert R.B., Burch J.L.* // Geophys. Res. Lett. 2019. V. 46. P. 5707. Doi: 10.1029/2019GL082152.
19. *Суворов Е. В., Трахтенгерц В. Ю.* // Геомагнетизм и аэрономия. 1987. Т. 27. С. 86.
20. *Horne R.B., Thorne R.M.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 1997. V. 102(A6). P. 11457. Doi: 10.1029/97JA00749.
21. *Zhang J.-C., Kistler L.M., Mouikis C.G., Dunlop M.W., Klecker B., Sauvaud J.-A.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2010. V. 115. P. A06212. Doi: 10.1029/2009JA014784.
22. *Zhang J.-C., Kistler L.M., Mouikis C.G., Klecker B., Sauvaud J.-A., Dunlop M.W.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2011. V. 116. P. A11201. Doi: 10.1029/2011JA016690.
23. *Wang Z., Sun K., Zhang Y., Zhai H.* // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. P. 022903. Doi: 10.1063/1.5075509.
24. *Jordanova V.K., Farrugia C.J., Thorne R.M., Khazanov G.V., Reeves G.D., Thomsen M.F.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2001. V. 106(A1). P. 7. Doi: 10.1029/2000JA002008.

25. *Jordanova V.K., Spasojevic M., Thomsen M.F.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2007. V. 112. P. A08209. Doi: 10.1029/2006JA012215.
26. *Engebretson M.J., Posch J.L., Wygant J.R., Kletzing C.A., Lessard M.R., Huang C.L., Spence H.E., Smith C.W., Singer H.J., Omura Y., Horne R.B., Reeves G.D., Baker D.N., Gkioulidou M., Oksavik K., Mann I.R., Raita T., Shiokawa K.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2015. V. 120. P. 5465. Doi: 10.1002/2015JA021227.
27. *Yahnin A.G., Popova T.A., Demekhov A.G., Lubchich A.A., Matsuoka A., Asamura K., Miyoshi Y., Yokota S., Kasahara S., Keika K., Hori T., Tsuchiya F., Kumamoto A., Kasahara Y., Shoji M., Kasaba Y., Nakamura S., Shinohara I., Kim H., Noh S., Raita T.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2021. V. 126. Doi: 10.1029/2020JA029091.
28. *Thorne R.M., Kennel C.F.* // J. Geophys. Res. 1971. V. 76(19). P. 4446. Doi: 10.1029/JA076i019p04446.
29. *Summers D., Thorne R.M.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2003. V. 108. P. 1143. Doi: 10.1029/2002JA009489.
30. *Jordanova V.K., Albert J., Miyoshi Y.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2008. V. 113. P. A00A10. Doi: 10.1029/2008JA013239.
31. *Zhu H., Chen L., Claudepierre S.G., Zheng L.* // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. Doi: 10.1029/2019GL085637.
32. *Grach V.S., Artemyev A.V., Demekhov A.G., Zhang X.-J., Bortnik J., Angelopoulos V., Nakamura R., Tsai E., Wilkins C., Roberts O.W.* // Geophys. Res. Lett. 2022. V. 49. Doi: 10.1029/2022GL099994.
33. *Angelopoulos V., Zhang X.-J., Artemyev A.V., Mourenas D., Tsai E., Wilkins C., Runov A., Liu J., Turner D.L., Li W., Khurana K., Wirz R.E., Sergeev V.A., Meng X., Wu J., Hartinger M.D., Raita T., Shen Y., An X., Shi X., Bashir M.F., Shen X., Gan L., Qin M., Capannolo L., Ma Q., Russell C.L., Masongsong E.V., Caron R., He I., Iglesias L., Jha S., King J., Kumar S., Le K., Mao J., McDermott A., Nguyen K., Norris A., Palla A., Roosnov A., Tam J., Xie E., Yap R.C., Ye S., Young C., Adair L.A., Shaffer C., Chung M., Cruce P., Lawson M., Leneman D., Allen M., Anderson M., Arreola-Zamora M., Artinger J., Asher J., Branchevsky D., Cliffe M., Colton K., Costello C., Depe D., Domae B.W., Eldin S., Fitzgibbon L., Flemming A., Frederick D.M., Gilbert A., Hesford B., Krieger R., Lian K., McKinney E., Miller J.P., Pedersen C., Qu Z., Rozario R., Rubly M., Seaton R., Subramanian A., Sundin S.R., Tan A., Thomlinson D., Turner W., Wing G., Wong C., Zarifian A.* // Space Sci. Rev. 2023. V. 219. P. 37. Doi: 10.1007/s11214-023-00984-w.
34. *Grach V.S., Artemyev A.V., Demekhov A.G., Zhang X.-J., Bortnik J., Angelopoulos V.* // Geophys. Res. Lett. 2024. V. 51. Doi: 10.1029/2023GL107604.
35. *Thorne R.M., Horne R.B.* // Geophys. Res. Lett. 1992. V. 19. P. 417. Doi: 10.1029/92GL00089.
36. *Usanova M.E.* // Front. Astron. Space Sci. 2021. V. 8. Doi: 10.3389/fspas.2021.744344.
37. *Wang B., Li P., Huang J., Zhang B.* // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. Doi: 10.1063/1.5088374.
38. *Bortnik J., Chen L., Li W., Thorne R.M., Horne R.B.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2011. V. 116. Doi: 10.1029/2011JA016499.
39. *Kletzing C.A., Kurth W.S., Acuna M., MacDowall R.J., Torbert R.B., Averkamp T., Bodet D., Bounds S.R., Chutter M., Connerney J., Crawford D., Dolan J.S., Dvorsky R., Hospodarsky G.B., Howard J., Jordanova V., Johnson R.A., Kirchner D.L., Mokrzycki B., Needell G., Odom J., Mark D., Pfaff R., Phillips J.R., Piker C.W., Remington S.L., Rowl D., Santolik O., Schnurr R., Sheppard D., Smith C.W., Thorne R.M., Tyler J.* // Space Sci. Rev. 2013. V. 179. P. 127. Doi: 10.1007/s11214-013-9993-6.
40. *Kurth W.S., De Pascuale S., Faden J.B., Kletzing C.A., Hospodarsky G.B., Thaller S., Wygant J.R.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2015. V. 120. P. 904. Doi: 10.1002/2014JA020857.
41. *Ахиезер И.А., Половин П.В., Сутенко А.Г., Степанов К.Н.* Электродинамика плазмы / Ред. Ахиезер А.И. М.: Наука, 1974.
42. *Gamayunov K.V., Min K., Saikin A.A., Rassoul H.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2018. V. 123. P. 8533. Doi: 10.1029/2018JA025629.
43. *Gamayunov K.V., Kim H., Shin Y.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2024. V. 129. Doi: 10.1029/2023JA032399.
44. *Shklyar D.R., Matsumoto H.* // Surv. Geophys. 2009. V. 30(2). P. 55. Doi: 10.1007/s10712-009-9061-7.
45. *Шкляр Д.П.* // Плазменная гелиогеофизика / Под ред. Л.М. Зеленого и И.С. Веселовского. М.: Физматлит, 2008. Т. 2. С. 391.
46. *Luzhkovskiy A.A., Shklyar D.R.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2023. V. 128. Doi: 10.1029/2023JA031962.
47. *Shklyar D.R., Chum J., Jiříček, F.* // Ann. Geophys. 2004. V. 22. P. 3589. Doi: 10.5194/angeo-22-3589-2004.
48. *Fu S., He F., Gu X., Ni B., Xiang Z., Liu J.* // Adv. Space Res. 2018. V. 61. P. 2091. Doi: 10.1016/j.asr.2018.01.041.
49. *Yan Y., Yue C., Yin Z.-F., Zhou X.-Z., Zong Q.-G., Li J.-H.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2023. V. 128. Doi: 10.1029/2023JA031451.
50. *Nakamura S., Omura Y., Kletzing C., Baker D.N.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2019. V. 124. P. 6701. Doi: 10.1029/2019JA026772.

51. *Nunn D.* // Planet. Space Sci. 1971. V. 19. P. 1141.
Doi: 10.1016/0032-0633(71)90110-3.
52. *Su Z., Zhu H., Xiao F., Zheng H., Zhang M., Liu Y. C.-M., Shen C., Wang Y., Wang S.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21(5).
Doi: 10.1063/1.4880036.
53. *Albert J.M.* // Phys. Fluids. 1993. V. 5(8). P. 2744.
Doi: 10.1063/1.860715.
54. *Albert J.M.* // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2000. V. 105. P. 21191.
Doi: 10.1029/2000JA000008.

NONLINEAR INTERACTION OF LANDAU-RESONANCE ELECTRONS WITH THE EMIC WAVE IN A MULTICOMPONENT PLASMA

A. A. Luzhkovskii^{a,*}

^a*Space Research Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997 Russia*

**e-mail: luzartyom@yandex.ru*

Nonlinear resonant interaction between the electromagnetic ion-cyclotron (EMIC) wave and magnetospheric electrons at the Cerenkov resonance, also referred to as the Landau or the zero-order cyclotron resonance, is investigated. Based on the data obtained on September 10, 2017, by one of the Van Allen Probe (RBSP) spacecrafts, the trajectory of a monochromatic wave packet in an inhomogeneous multicomponent plasma is found. The amplitude of the wave along the propagation trajectory is calculated taking into account not only the linear resonant interaction with protons and electrons but also variation of geometric factors such as the group velocity and the ray tube cross section. Numerical integration of the nonlinear system of equations describing the motion of electrons in the field of modeled packet of the EMIC waves revealed an important role played by nonlinear effects in the dynamics of resonant particles.

Keywords: EMIC waves, resonant interaction, cyclotron resonances, phase trapping, Landau resonance, magnetospheric plasma