

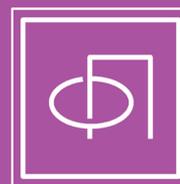
Том 50, Номер 5

ISSN 0367-2921

Май 2024



ФИЗИКА ПЛАЗМЫ



Журнал для научных работников в области теоретических и экспериментальных исследований по физике плазмы и взаимодействию плазмы с твердым телом, по проблеме управляемого термоядерного синтеза



НАУКА
— 1727 —



СОДЕРЖАНИЕ

Том 50, номер 5, 2024

ТОКАМАКИ

Применение многочастотного доплеровского обратного рассеяния для исследования периферийных локализованных мод на токамаке Глобус-М2

А. Ю. Токарев, А. Ю. Яшин, А. М. Пономаренко, В. К. Гусев, Н. С. Жильцов, Г. С. Курскиев, В. Б. Минаев, Ю. В. Петров, Н. В. Сахаров, В. В. Солоха, В. А. Велижанин 515

Сравнение переноса энергии в плазме с ЭЦР-нагревом на стеллараторе Л-2М и токамаке Т-10

А. Н. Днестровский, А. В. Мельников, С. Е. Лысенко, А. И. Мещеряков, Н. К. Харчев, Д. Г. Васильков, С. Е. Гребенчиков, Н. В. Касьянова, С. В. Черкасов, И. Ю. Вафин, Л. Г. Елисеев, Д. Ю. Сычугов 526

ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

СВЧ-интерферометр токамака Т-15МД для измерения средней электронной концентрации плазмы

А. С. Дрозд, Д. С. Сергеев, Р. А. Бегишев, Г. Б. Игонькина, М. М. Соколов, Н. В. Коршунов, Э. Н. Хайрутдинов, Т. Б. Мялтон 543

Увеличение мощности излучения и удельной концентрации энергии плазмы сильноточных Z-пинчей за счет сжатия каскадных сборок, взаимодействующих через магнитное поле

Г. С. Волков, Е. В. Грабовский, А. Н. Грицук, К. Н. Митрофанов, А. А. Рупасов, И. Н. Фролов 549

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Повышение эффективности плазменной масс-сепарации за счет оптимизации электрического потенциала

А.П. Ойлер, Р.А. Усманов, Антонов, А.В. Гавриков, В.П. Смирнов 563

ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

О моделировании нелинейной динамики электронного пучка в плазменном СВЧ-усилителе

И.Н. Карташов, М.В. Кузелев 572

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Магнитозвуковые уединенные волны

А.М. Игнатов 579

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

Кинетические коэффициенты электронов в слабоионизованной плазме смесей воздуха с парами воды в сильном электрическом поле

И. В. Кочетов, Н. Л. Александров 588

Многогрупповая модель расчета транспорта электронов низких энергий в слабоионизованных газах

Е. И. Бочков 597

Физико-химическая активация дистиллированной воды струей СВЧ-плазмы аргона в атмосфере водяного пара

К.Ф. Сергейчев, Н.А. Лукина 614

CONTENT

Volume 50, No. 5, 2024

TOKAMAKS

Application of Multi-Frequency Doppler Backscattering for Studying Edge Localized Modes at the Globus-M2 Tokamak

A. Yu. Tokarev, A. Yu. Yashin, A. M. Ponomarenko, V. K. Gusev, N. S. Zhiltsov, G. S. Kurskiev, V. B. Minaev, Yu. V. Petrov, N. V. Sakharov, V. Solokha, V. A. Velizhanin 515

Comparison of Energy Transport in Plasma with ECR Heating on the L-2M Stellarator and T-10 Tokamak

Yu. N. Dnestrovskij, A. V. Melnikov, S. E. Lysenko, A. I. Meshcheryakov, N. K. Kharcheva, D. G. Vasilkov, S. E. Grebenshchikove, N. V. Kasyanova, S. V. Cherkasova, I. Yu. Vafin, L. G. Eliseev, D. Yu. Sychugov 526

PLASMA DIAGNOSTICS

T-15MD Tokamak Microwave Interferometer for Measuring the Average Electron Density of Plasma

A. S. Drozd, D. S. Sergeev, R. A. Begishev, G. B. Igon'kina, M. M. Sokolov, N. V. Korshunov, E. N. Khairutdinov, T. B. Myalton 543

Increase in Power of Radiation and Specific Concentration of Energy of Plasma of the High-Current Z-Pinches due to Compression of the Cascade Wire Arrays Interacting via Magnetic Field

G. S. Volkov, E. V. Grabovskii, A. N. Gritsuk, K. N. Mitrofanov, A. A. Rupasov, I. N. Frolov 549

MOVEMENT OF CHARGED PARTICLES

Increasing the Efficiency of Plasma Mass Separation by Optimizing the Electric Potential

A. P. Oiler, R. A. Usmanov, N. N. Antonov, A. V. Gavrikov, V. P. Smirnov 563

PLASMA DYNAMICS

On Modeling of Nonlinear Dynamics of an Electron Beam in a Plasma Microwave Amplifier

I. N. Kartashov, M. V. Kuzelev 572

NONLINEAR PHENOMENA

Magnetosonic Solitary Waves

A. M. Ignatov 579

LOW TEMPERATURE PLASMA

Kinetic Coefficients of Electrons in Weakly Ionized Plasma of Mixtures of Air with Water Vapor in a Strong Electric Field

I. V. Kochetov, N. L. Aleksandrov 588

Multigroup Model of Calculating the Low-Energy Electron Transport in Weakly Ionized Gases

E. I. Bochkov 597

Physicochemical Activation of Distilled Water by a Jet of Microwave Plasma Argon in an Atmosphere of Water Vapor

K. F. Sergeichev, N. A. Lukina 614

УДК 533.9.082.74

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОЧАСТОТНОГО ДОПЛЕРОВСКОГО ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРИФЕРИЙНЫХ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ МОД НА ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М2

© 2024 г. А. Ю. Токарев^{а, *}, А. Ю. Яшин^а, А. М. Пономаренко^а, В. К. Гусев^б,
Н. С. Жильцов^б, Г. С. Курскиев^б, В. Б. Минаев^б, Ю. В. Петров^б, Н. В. Сахаров^б,
В. В. Солоха^{а, б}, В. А. Велижанин^а

^аСанкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

^бФизико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: tokarev_ayu@spbstu.ru

Поступила в редакцию 25.02.2024г.

После доработки 05.04.2024г.

Принята к публикации 06.04.2024г.

Режим улучшенного удержания в токамаках (H-мода) характеризуется большими значениями градиента давления на периферии, что приводит к возникновению периферийных локализованных мод (ELM). Их изучением занимаются в том числе на сферическом токамаке Глобус-М2, где наблюдаются периферийные локализованные моды преимущественно в режимах с инъекцией быстрых нейтральных атомов. Одним из способов, позволяющих изучать ELM, является установленная на Глобус-М2 диагностика доплеровского обратного рассеяния (ДОР). Она позволяет оценивать амплитуду флуктуаций плотности плазмы и измерять радиальное электрическое поле E_r . В данной работе исследуется влияние периферийных локализованных мод на E_r на радиусах $0.4 < \rho < 1.1$. Показано, что во время ELM электрическое поле увеличивается на всем интервале измерений. Это свидетельствует о распространении влияния периферийных мод и на внутренние области плазмы, что не согласуется с общими представлениями о периферийной локализации ELM, но подтверждено экспериментально не только на Глобус-М2. Кроме того, приведено сравнение результатов режима ELM с колебаниями предельного цикла (LCO) и показано, что во время LCO не наблюдается подобного эффекта.

Ключевые слова: токамак, доплеровское обратное рассеяние, периферийные локализованные моды
DOI: 10.31857/S0367292124050014, **EDN:** PXNTYR

1. ВВЕДЕНИЕ

Основной режим работы токамаков в настоящее время — режим улучшенного удержания, или H-мода [1], характеризуется большими значениями градиента давления на периферии, что является причиной возникновения различных неустойчивостей, в частности периферийных локализованных мод (ELM) [2–5]. Они приводят к импульсным выбросам частиц и энергии из области удержания на первую стенку и пластины дивертора, что может привести к повреждению установки. Однако у данного явления есть и положительная сторона. Считается, что благодаря ELM происходит очищение плазмы от примесей и регулирование уровня плотности, что, в конечном счете, позволяет поддерживать стационарный плазменный разряд [6]. В связи с этим изучение возникновения и развития ELM является важной и актуальной задачей в настоящее время.

Для описания ELM используется модель пилинг-баллонной (ПБ) моды, выделяющая две причины их возникновения: градиент давления со стороны слабого магнитного поля (баллонная мода) и ток, протекающий вблизи сепаратрисы (пилинг-мода) [7]. Краевые неустойчивости могут быть классифицированы на более чем 5 типов, однако наиболее распространенными являются типы I, II и III [8]. Тип I считается следствием развития пилинг-баллонной неустойчивости [9] и характеризуется наибольшей разовой потерей энергии в сравнении с другими типами. Тип II относится к баллонной ветви и имеет большую частоту следования и меньшее влияние на удержание плазмы. Краевые неустойчивости типа III относятся к пилинг-моду, развиваются при более низких значениях давления в пьедестале и приводят к меньшим потерям энергии. На большинстве токамаков с большим аспектным отношением наблюдаются ELM I и III, а также нескольких

других типов. На сферических же токамаках наиболее распространены ELM III типа, которые иногда дополнительно разделяют на ELM III, IV и V типа [2, 10]. Единственным сферическим токамаком с наблюдаемыми ELM I типа является MAST [11]. Предположительно, это связано с возникновением микротиринговых мод, которые приводят к дополнительному охлаждению электронов и, соответственно, недостаточному для дестабилизации ELM I типа градиенту давления [12].

Изучением возникновения и развития ELM занимаются в том числе на сферическом токамаке Глобус-М2 [13]. На Глобус-М2 наблюдаются разные типы периферийных локализованных мод: некоторые из них синхронизованы с пилообразными колебаниями, происходящими внутри зоны перемешивания в области $q = 1$ [14]. Однако наибольший интерес представляют десинхронизованные ELM, происходящие самопроизвольно в H-моде токамака Глобус-М2 [15]. Предположительно они относятся к типу III или V и аналогичны модам на NSTX [16], но для полного понимания их структуры требуется дальнейшее исследование.

В целом присутствие ELM можно обнаруживать многими методами — с самого начала исследований для этого используются ленгмюровские зонды и измеряется излучение на линии D_α , так как потоки частиц и энергии из плазмы обнаруживаются данными диагностикami проще всего. Однако они обладают одним важным недостатком — исследуются уже последствия ELM, но не причины и процесс развития. Эти процессы происходят внутри области удержания, сведения о которых возможно получить только ограниченным набором инструментов, основанных на косвенном определении параметров плазмы. Один из таких инструментов — диагностика доплеровского обратного рассеяния (ДОР), установленная в том числе на сферическом токамаке Глобус-М2 [17, 18]. Эта диагностика успешно применялась на установке Глобус-М2 для исследования радиального электрического поля, влияние которого наиболее сильно проявляется в таких плазменных процессах, как переход в режим улучшенного удержания (H-мода) [19], режим улучшенного удержания без ELM (ELM-free H-mode) [20], а также таких плазменных колебательных процессах, как колебания предельного цикла (LCO) [21, 22], геодезические акустические моды [23, 24], альфвеновские моды [25, 26], квазикогерентные моды [27], тиринг-моды [28], филаменты [29], которые, как показывает полноволновое моделирование [30, 31], могут существенно влиять на

спектры сигналов доплеровского обратного рассеяния, и другие процессы [32]. Кроме того, ДОР позволяет оценивать уровень мелкомасштабной турбулентности внутри области удержания, ответственной за увеличение потоков энергии и частиц из плазмы. В частности, ДОР может использоваться для исследования периферийных локализованных мод, так как и радиальное электрическое поле E_r , и турбулентность сильно меняются во время их возникновения [33].

Хотя диагностика ДОР обладает многими преимуществами (хорошее пространственное и временное разрешение), до настоящего момента не было опубликовано экспериментальных результатов по ее использованию для исследования профиля радиального электрического поля во время периферийных локализованных мод. Первые подобные исследования были проведены на токамаке ASDEX Upgrade [34] и на сферическом токамаке Глобус-М2. Именно использованию ДОР на токамаке Глобус-М2 для изучения профиля радиального электрического поля во время ELM и посвящена данная публикация.

Статья организована следующим образом. Сначала представлены условия эксперимента, проводимого на сферическом токамаке Глобус-М2. Затем дано краткое описание диагностики доплеровского обратного рассеяния как метода исследования плазмы, а также показана реализация данной диагностики на Глобус-М2. Далее идет раздел с представлением результатов, полученных с помощью ДОР во время разрядов с ELM. Приводятся данные диагностики излучения D_α и соответствующий профиль радиального электрического поля, полученный методом ДОР. Производится сравнение со случаем колебаний предельного цикла, также обнаруженных на Глобус-М2. В заключении суммируются все результаты, полученные при выполнении данной работы.

2. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

На сферическом токамаке Глобус-М2 (большой радиус $R=0.36$ м, малый радиус $a=0.24$ м, аспектное отношение $R/a=1.5$) после модернизации относительно версии Глобус-М значительно возросли максимально достижимые значения тороидального магнитного поля до $B_T=1$ Т и тока по плазме до $I_p=0.5$ МА [35]. Треугольность и вытянутость плазменного шнура могут достигать величины 0.5 и 2.2 соответственно. В результате значительно возросло качество удержания и параметры плазмы. В анализируемых разрядах благодаря использованию двух

инжекторов атомарного пучка (NBI) мощностью до 2 МВт в сумме [36] происходит переход плазмы в режим улучшенного удержания и наблюдается увеличение средней концентрации электронов до $\langle n_e \rangle \sim (0.5 - 1) \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$, температуры электронов в центре до $T_e \sim 1.2 - 1.4 \text{ кэВ}$ [37].

Именно в H-моде, в разрядах со значениями тока $I_p \geq 420 \text{ кА}$ и магнитного поля $B_T > 0.7 \text{ Тл}$, и начинают наблюдаться десинхронизованные периферийные локализованные моды. На рис. 1 приведены параметры характерного разряда #41226 с обоими типами ELM: синхронизованными и десинхронизованными. Плазма находится в режиме улучшенного удержания с дополнительным нагревом NBI и электронной плотностью, показанной на рис. 1а. На рис. 1б изображен сигнал диагностики мягкого рентгена (SXR), на котором четко видны пилообразные колебания, о которых шла речь во введении и которые на токамаке Глобус-М2 приводят к появлению синхронизованных ELM. На рис. 1в приведен сигнал диагностики излучения D_α , благодаря которой возможно обнаруживать появление периферийных локализованных мод, что и наблюдается на данном рисунке. Небольшие вспышки на сигнале D_α во время роста уровня SXR представляют собой маркеры появления десинхронизованных ELM. Резкий рост излучения D_α одновременно с резким падением уровня SXR свидетельствует о появлении синхронизованных ELM, которые не будут рассмотрены в рамках текущей статьи, но представляют отдельный интерес.

Метод обнаружения периферийных мод на токамаке Глобус-М2 с помощью излучения D_α является простым и наглядным, но имеет некоторые недо-

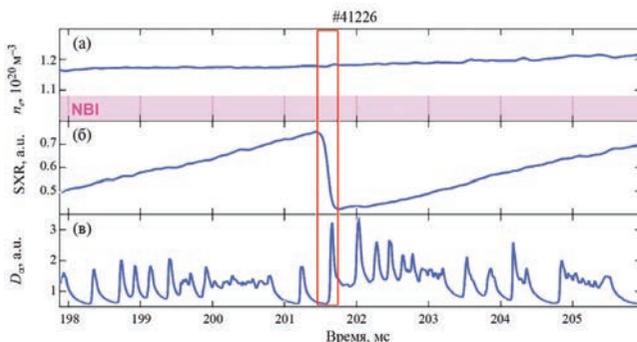


Рис. 1. Осциллограммы разряда #41226: средняя электронная концентрация (а), сигнал диагностики мягкого рентгена (SXR) (б), сигнал диагностики излучения D_α (в). В данном разряде поддерживались значения тока по плазме $I_p \approx 420 \text{ кА}$, магнитного поля $B_T \approx 0.8 \text{ Тл}$. Красным прямоугольником выделена вспышка синхронизованного с пилообразными колебаниями ELM.

статки. Во-первых, с помощью него нельзя точно определить, что за явление в плазме вызвало поток частиц, который регистрируется данной диагностикой. Кроме того, нельзя ничего сказать о зарождении и развитии ELM, так как обнаруживается лишь следствие срыва. В связи с этим еще на первой версии токамака Глобус-М была установлена диагностика доплеровского обратного рассеяния (ДОР), хорошо зарекомендовавшая себя на многих токамаках мира. Эта диагностика основана на изучении электромагнитного излучения, рассеянного в обратном направлении на флуктуациях плотности. Из-за вытянутости данных флуктуаций вдоль линий полного магнитного поля они в первом приближении представляют собой дифракционную решетку, причем движущуюся в перпендикулярном магнитному полю направлении. В линейном приближении амплитуда рассеянного излучения прямо пропорциональна величине флуктуаций плотности. Фаза содержит в себе доплеровский сдвиг из-за полоидального вращения флуктуаций, благодаря которому можно найти скорость вращения плазмы. Измеренная скорость содержит в себе сумму скорости дрейфа плазмы в скрещенных полях и фазовой скорости распространения флуктуаций, которой зачастую можно пренебречь. Кроме того, благодаря использованию многочастотного зондирования можно получить радиальную зависимость параметров флуктуаций плотности и построить профиль скорости полоидального вращения плазмы.

На Глобус-М2 установлено большое количество разнообразных диагностик для измерения параметров плазмы, в частности два многочастотных рефлектометра с несколькими наклоненными антеннами для использования в режиме ДОР. Они расположены в экваториальной плоскости со стороны слабого магнитного поля. Первый позволяет зондировать плазму на четырех частотах: 20, 29, 39 и 48 ГГц, что соответствует периферийной области $0.8 < \rho < 1.1$ (соответствующие $n_e \approx (0.5 - 2.9) \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$). Второй рефлектометр использует шесть частотных каналов: 50–70 ГГц с шагом 5 ГГц, что позволяет исследовать внутренние плазменные области $0.4 < \rho < 0.8$ (соответствующие $n_e \approx (3.1 - 6.1) \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$). Благодаря одновременному использованию нескольких антенн и частот возможны наблюдения в разных областях плазменного шнура, что сильно улучшает исследования плазмы методом ДОР.

Для определения локализации измерений и волновых векторов рассеивающих флуктуаций проводится расчет лучевых траекторий в трехмерной геометрии сферического токамака Глобус-М2 и с па-

раметрами плазмы, соответствующими конкретному разряду. Используется усредненный по периоду разряда с ELM профиль плотности, полученный с помощью диагностики Томсоновского рассеяния. Результаты данного расчета для исследуемого разряда #41226 можно увидеть на рис. 2. Зеленым цветом изображена вакуумная камера токамака, красным — сепаратриса, синим — ход лучей для шестичастотного рефлектометра (только 4 частоты: 50, 55, 60, 65 ГГц), фиолетовым — для четырехчастотного.

Результатом работы системы ДОР на Глобус-М2 являются оцифрованные сигналы в 10 каналах с разными частотами дискретизации, у каждого канала 2 сигнала — I и Q — исходный и смещенный по фазе на $\pi/2$. При обработке информации отдельные сигналы сразу преобразуются в комплексные каналы [38]. Их амплитуда пропорциональна величине амплитуды флуктуаций, на которых происходило рассеяние. Фаза позволяет определить доплеровский сдвиг частоты принятого сигнала. Ее производная пропорциональна скорости вращения плазмы. Та-

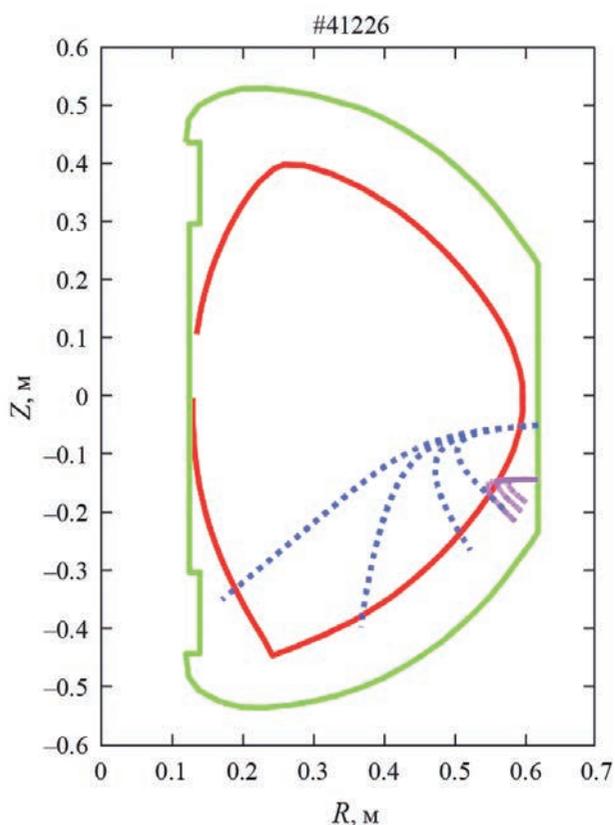


Рис. 2. Результаты расчета лучевых траекторий для разряда #41226. Зеленым цветом изображена вакуумная камера токамака, красным — сепаратриса. Приведен ход лучей используемых в разряде частот: 20, 29, 39 ГГц для четырехчастотного рефлектометра (показан сплошной фиолетовой линией); 50, 55, 60, 65 ГГц для шестичастотного рефлектометра (показан штриховой синей линией).

ким образом, можно получить временную зависимость скорости вращения и величины амплитуды флуктуаций. Преобразованием скорости можно получить значение радиального электрического поля в приближении малости фазовой скорости вращения плазменных флуктуаций [39]. Спектральный анализ также применим для исследования комплексных IQ сигналов. Усредненное значение доплеровского частотного сдвига определяется как центр тяжести спектра комплексного сигнала ДОР.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для анализа был выбран характерный разряд #41226 с десинхронизованными ELM типа III или V [15]. Данные диагностики излучения D_α во время всплеск десинхронизованных ELM, а также обработанные сигналы ДОР приведены на рис. 3. На сигнале диагностики D_α (рис. 3а) заметны квазипериодические возмущения с периодом $T \approx 200\text{--}250$ мкс, соответствующие срыву ELM. Ниже изображена амплитуда сигнала с канала 50 ГГц ДОР (рис. 3б) и его производная фазы, она же доплеровский сдвиг (рис. 3в). Данный канал соответствует положению отсечки зондирующего излучения на радиусе $\rho \approx 0.8$ и концентрации в отсечке $n_e \approx 3.1 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Представленный на рис. 3 временной интервал выбран из-за его характерности для детектирования ELM методом ДОР. Модуль принятого сигнала начинает возрастать за несколько десятков мкс перед всплеском на D_α и в максимуме увеличивается в 1.5–2 раза относительно начального значения. Такое увеличение амплитуды сигнала ДОР соответствует увеличению амплитуды флуктуаций плотности, сильнее рассеивающих зондирующий сигнал. Это соответствует представлению о том, что перед срывом ELM увеличиваются периферийные градиенты давления плазмы и, соответственно, возрастают флуктуации концентрации электронов. Однако одновременно с этим возмущения заметны и на производной фазы, которая пропорциональна поперечной скорости вращения плазмы, а значит, и радиальному электрическому полю. Как видно из рис. 3в, между всплесками доплеровский сдвиг сигнала ДОР, а следовательно, и скорость поперечного вращения плазмы, примерно постоянен и равен 0, во время же ELM происходит значительное увеличение его модуля. Утверждение о малости скорости поперечного вращения плазмы не соответствует данным о скорости вращения плазмы, представленным в статье [38]. Однако в работе [38] приведенные данные сглажены по большому периоду времени, превышающему период колебаний ELM.

Более того, в [38] рассматривается режим работы с синхронизованными ELM, который некорректно сравнивать с режимом, представленным в данной работе. Вероятно, малое значение радиального электрического поля определяется влиянием срыва ELM, сопровождающегося локальными уменьшениями градиентов давления плазмы и периодическим ухудшением удержания. Таким образом, можно утверждать, что диагностика ДОР является хорошим средством изучения ELM, так как во время них меняется и модуль принятого сигнала, и производная его фазы.

Для исследования радиального электрического поля E_r во время срыва периферийных локализованных мод сначала были получены его значения в разных разрядах и в разные моменты времени, которые определялись относительно сигнала D_α : между ELM и на пике (рис. 4).

Полученные результаты усреднялись по однотипным событиям (оценка подобия производилась по сигналу диагностики D_α) в каждом разряде отдельно

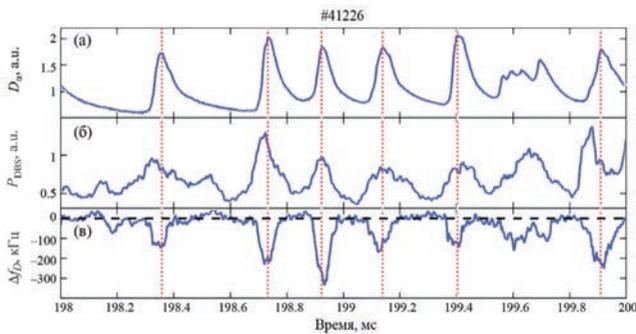


Рис. 3. Осциллограммы разряда #41226 во время десинхронизованных ELM: излучение D_α (а), амплитуда принятого сигнала с канала 50 ГГц ДОР (б), доплеровский сдвиг частоты принятого сигнала с канала 50 ГГц ДОР (в).

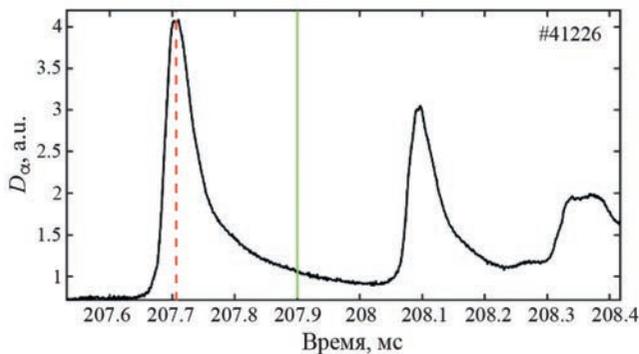


Рис. 4. Сигнал диагностики излучения D_α разряда #41226 со вспышками, соответствующими периферийным локализованным модам. Красная штриховая линия показывает момент усреднения на максимуме излучения, зеленая сплошная — момент усреднения между вспышками.

ввиду невозможности точного повторения условий разряда. Благодаря использованию многочастотной схемы имелась возможность построить профиль радиального электрического поля, которое определялось по скорости вращения плазмы в скрещенных полях [39], в каждом конкретном случае, что и продемонстрировано на рис. 5 для того же разряда #41226 и интервала 195–230 мс. Сигналы диагностик D_α и ДОР уже были представлены на рис. 3. Зеленая сплошная линия на рис. 5 — профиль E_r между ELM, примерный момент измерений показан на рис. 4 зеленой линией, красная штриховая линия соответствует максимуму излучения D_α , что связано с пиком срыва ELM. Моменту пика срыва ELM на рис. 4 соответствует та же линия. Видно, что между вспышками радиальное электрическое поле маленькое (не превышает 0.5 кВ/м) и примерно постоянно внутри сепаратрисы с заметным увеличением по модулю до 1 кВ/м на ней. Снаружи поле меняет знак. Во время пика излучения D_α модуль электрического поля синхронно возрастает на всех радиусах вплоть до 8 см вглубь от сепаратрисы. Во внутренней области плазмы происходит увеличение до 1–1.5 кВ/м. На сепаратрисе же наблюдается локальный максимум — 2.5 кВ/м, что соответствует увеличению поля в 3 раза. В недавней публикации с «Глобус-М2» было проведено исследование флуктуаций плотности во время ELM с помощью обычной рефлектометрии [33]. В нем показано, что возмущения средней плотности плазмы присутствуют только на периферии плазмы. Из проведенных экспериментов видно, что радиальное электрическое поле меняется вплоть до глубоких областей плазмы ($\rho \approx 0.7$), а не только на краю. Стоит отметить, что развитие ELM влияет на профиль концентрации, приводя к небольшому смещению положения отсечек вблизи сепаратрисы, что также отражалось бы в сигналах диагностики ДОР в виде колебаний производной фазы. Однако такие

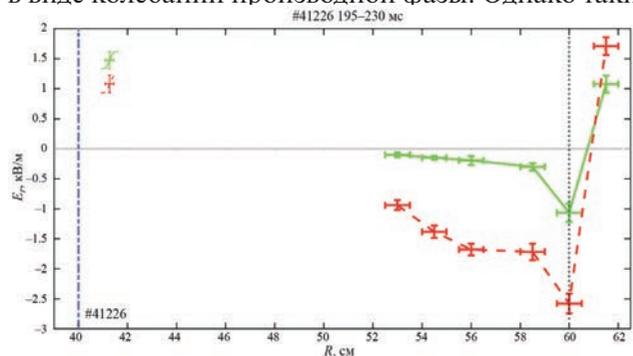


Рис. 5. Усредненный профиль радиального электрического поля разряда #41226 на участке 195–230 мс. Красная штриховая линия соответствует среднему значению поля на максимумах вспышек D_α , зеленая сплошная — среднему значению между вспышками.

периферийные колебания производной фазы не могут объяснить измерения на глубоких радиусах ($\rho \approx 0.7$).

Данное наблюдение не согласуется с общими представлениями о периферийном влиянии ELM на параметры плазмы, но подтверждено экспериментально не только на Глобус-М2. На токамаке ASDEX Upgrade был получен подобный профиль [34] с использованием той же диагностики ДОР. На нем радиальное электрическое поле увеличивается во время пика ELM на всех исследуемых радиусах в диапазоне $0.6 < \rho < 1$, а на сепаратрисе наблюдается локальный максимум.

Кроме получения профиля электрического поля был получен радиальный профиль амплитуды его флуктуаций (рисунок 6), которые через связь со скоростью полоидального вращения отвечают за аномальные потоки частиц из плазмы. Он показывает среднее квадратичное отклонение поля на интервале 50 мкс, т. е. насколько оно отличается в данный момент времени от своего среднего значения на интервале времени в 50 мкс. Как можно заметить, во время ELM увеличивается не только модуль радиального электрического поля, но и его флуктуации в 2–3 раза на всех радиусах, причем максимум наблюдается снаружи от сепаратрисы.

На Глобус-М2 наблюдался и другой тип вспышек на D_α — относительно маленькие и частые, которые зачастую происходили в тех же разрядах, что и описанные выше. На рис. 7 представлены сигналы диагностики D_α в одном временном и амплитудном масштабе в разряде #41226. Сверху — соответствующие ELM, то же, что и на рис. 4, снизу — иного типа. По данному рисунку видно, что амплитуда возмущений типа ELM больше в 2–3 раза, а частота меньше в 1.5–2 раза, чем у возмущений иного типа.

Более того, во время иного характера вспышек на сигнале D_α сигнал ДОР также отличался. Это можно увидеть на рис. 8, где он изображен во время того же разряда #41226, но в другом временном интервале по сравнению с рис. 3. Сверху (рис. 8а) — сигнал диагностики D_α , ниже — амплитуда принятого сигнала ДОР (рис. 8б). Наблюдалась аналогичная картина — вспышкам на D_α соответствует увеличение модуля сигнала ДОР, который пропорционален амплитуде плазменной турбулентности. Однако на графике производной фазы сигнала (рис. 8в) наблюдаются отличия от случая ELM (рис. 3в). В периодических интервалах с пониженным уровнем турбулентности зафиксирован значительный доплеровский сдвиг фазы, а во время максимумов уровня турбулентности он имеет значение близкое

к нулю. Уменьшение абсолютной величины скорости вращения плазмы сопровождается увеличением уровня турбулентности, которое заканчивается вспышкой на сигнале D_α . Подобная динамика обычно наблюдается во время развития колебаний предельного цикла [40].

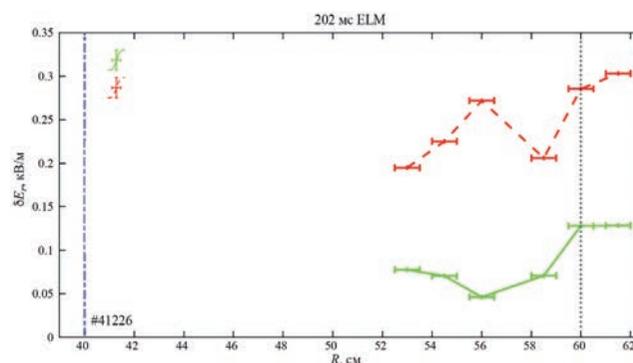


Рис. 6. Радиальный профиль амплитуды флуктуаций радиального электрического поля разряда #41226 для одного из ELM на участке 195–230 мс. Красная штриховая линия соответствует максимуму вспышки D_α , зеленая сплошная — значению между вспышками.

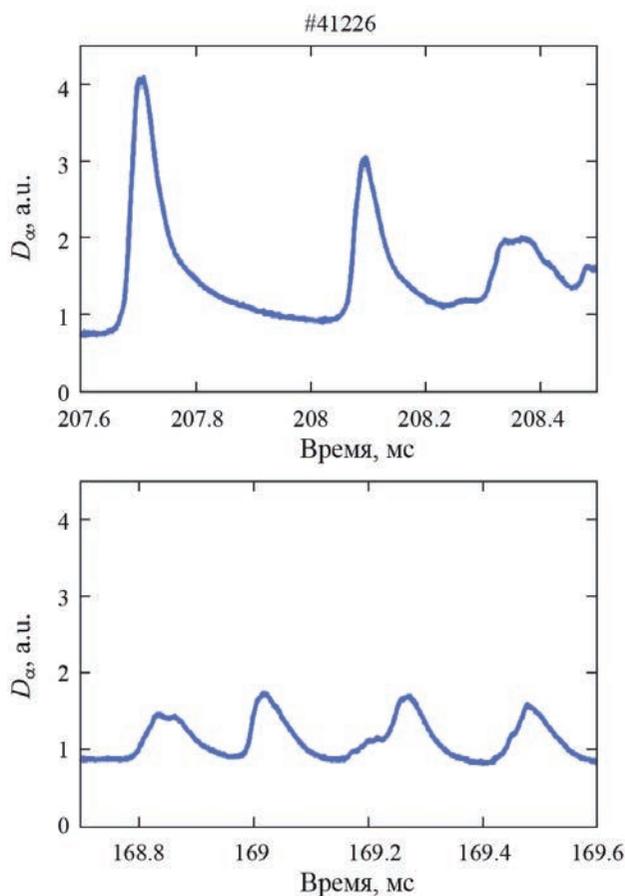


Рис. 7. Сигналы диагностики излучения D_α в одном масштабе разряда #41226 на разных его временных участках. Вспышки на верхнем рисунке соответствуют ELM, на нижнем — иного типа.

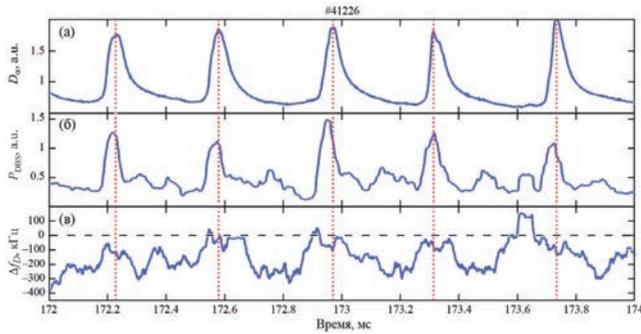


Рис. 8. Осциллограммы диагностик разряда #41226 во время предположительно LCO: излучение D_α (а), амплитуда принятого сигнала с канала 29 ГГц ДОР (б), доплеровский сдвиг частоты принятого сигнала с канала 29 ГГц ДОР (в).

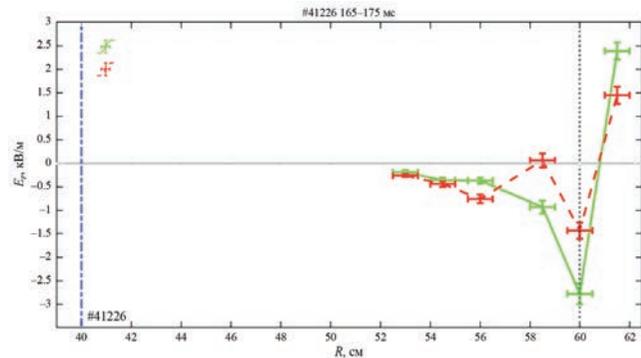


Рис. 9. Усредненный профиль радиального электрического поля разряда #41226 на участке 165–175 мс. Красная штриховая линия соответствует среднему значению поля на максимумах всплеск D_α , зеленая сплошная — среднему значению между всплесками.

Кроме того, оказалось, что такому поведению сигнала D_α (малая амплитуда и большая частота всплеск) соответствует другой профиль радиального электрического поля (рис. 9), отличающегося от случая ELM. В области около сепаратрисы (1.5 см по обе стороны от нее) радиальное электрическое поле, наоборот, уменьшается в 2–3 раза во время максимума всплески D_α . В более внутренних областях (более 3 см от сепаратрисы) поле практически не меняется и остается практически постоянным во всем временном интервале. Его значение 0.5–1 кВ/м не превышает значения между всплесками D_α во время режима с ELM, т. е. значения для невозмущенной плазмы. Снаружи сепаратрисы поле меняет свой знак, как и в случае ELM. Можно заметить особенность — всплески на сигнале D_α появляются во время уменьшения по модулю радиального электрического поля (оно отличается от значения доплеровского сдвига фазы сигнала (рис. 8в) только множителем). Из рис. 9 видно, что в фазе всплески D_α уменьшаются градиенты радиального электрического поля, что свидетельствует о периодическом уменьшении его шире. Уменьшение шире одновременно с ростом амплитуды турбулентности (рис. 8б) может косвенно свидетельствовать об ухудшении удержания плазмы во время данных явлений [19]. Между периодами уменьшения шире наблюдается возврат к прежним параметрам излучения D_α и E_r . Такое периодическое поведение радиального электрического поля, амплитуды турбулентности и излучения на линии D_α являются характерными признаками LCO [41].

Если вернуться к рис. 7, то можно найти еще один признак того, что малые и частые всплески D_α соответствуют колебаниям предельного цикла. Как известно [42], такой режим описывается моделью

«хищник–жертва», когда мелкая турбулентность вызывает появление зональных потоков, которые подавляют эту же турбулентность и на некоторое время переводят плазму в режим улучшенного удержания, а потом происходит затухание зональных потоков и рост мелкомасштабной неустойчивости — цикл замыкается. Эти колебания происходят почти по гармоническому закону, что можно увидеть на рис. 7б — время уменьшения уровня излучения D_α в 2 раза от максимума сопоставимо с периодом колебаний, а вот на рис. 7а, соответствующем ELM, период уменьшения уровня излучения D_α в 2 раза от максимума значительно меньше периода колебаний, так как ELM — единичное явление резкого выброса частиц и энергии. Таким образом, можно сказать, что мелкие и частые всплески на D_α относятся к LCO.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было показано, что диагностика доплеровского обратного рассеяния обладает преимуществами по сравнению с другими методами диагностик для исследования периферийных локализованных мод. Диагностика ДОР позволяет изучать быстрые процессы, связанные с изменением радиального электрического поля, внутри области удержания в диапазоне $0.4 < \rho < 1.1$. Благодаря хорошему временному разрешению возможно исследовать даже такие кратковременные процессы, как флуктуации E_r во время десинхронизованных ELM с характерным временным масштабом 30–50 мкс на токамаке Глобус-М2, что и было продемонстрировано в данной работе. Было показано, что во время десинхронизованных ELM наблюдается увеличение мощности обратно рассеянного сигнала, которая пропорциональна величине флуктуаций элект-

ронной концентрации. Одновременно с увеличением амплитуды возрастает доплеровский сдвиг фазы сигнала, что свидетельствует об увеличении амплитуды электрического поля на всех исследуемых радиусах, а не только на периферии, где непосредственно развивается пилинг-баллонная неустойчивость [14]. Вместе с изменением самого поля меняются и его флуктуации так же на всех радиусах.

Было показано, что диагностика ДОР позволяет обнаруживать не только периферийные локализованные моды, но и колебания предельного цикла. Во время LCO, когда на сигнале D_α наблюдались более частые и менее интенсивные вспышки, картина радиального поля иная — увеличение в районе сепаратрисы и практически без изменений в глубине области удержания. Таким образом, можно заключить, что диагностика доплеровского обратного рассеяния является надежным средством для изучения поведения радиального электрического поля во время разнообразных плазменных процессов, таких как периферийные локализованные моды и LCO.

Представленное в разделе 3 «Экспериментальные результаты» исследование радиального электрического поля выполнено А.Ю. Токаревым, А.Ю. Яшиным, А.М. Пономаренко за счет гранта РФФИ № 23-72-00024, <https://rscf.ru/project/23-72-00024> на УНУ «Сферический токамак Глобус-М», входящей в состав ФЦКП «Материаловедение и диагностика в передовых технологиях». Расчет положений отсечки зондирующего излучения диагностики доплеровского обратного рассеяния, представленный в разделе 2 «Схема эксперимента», выполнен В.А. Велижаниным при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы Исследовательского центра мирового уровня: Передовые цифровые технологии (соглашение №075-15-2022-311 от 20.04.2022). Измерения электронной плотности и интенсивности мягкого рентгеновского излучения, представленные в разделе 2 «Схема эксперимента», выполнены Н. С. Жильцовым, Г. С. Курскиевым, В. В. Солохой в рамках государственного задания ФТИ им. А. Ф. Иоффе, тема 0034-2024-0028. Эксперименты по нагреву плазмы инъекцией нейтрального пучка, представленные в разделе 3 «Экспериментальные результаты», выполнены В. К. Гусевым, В. Б. Минаевым, Ю. В. Петровым, Н. В. Сахаровым в рамках гос. задания, тема 0034-2021-0001.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wagner F., Becker G., Behringer K., Campbell D., Eberhagen A., Engelhardt W., Fussmann G., Gehre O., Gernhardt J., Gierke G.V., Haas G., Huang M., Karger F., Keilhacker M., Klüber O., Kornherr M., Lackner K., Lisitano G., Lister G.G., Mayer H.M., Meisel D., Müller E.R., Murmann H., Niedermeyer H., Poschenrieder W., Rapp H., Röhr H., Schneider F., Siller G., Speth E., Stäbler A., Steuer K.H., Venus G., Vollmer O., Yü Z.* // *Phys. Rev. Lett.* 1982. V. 49. P. 1408.
Doi: 10.1103/PhysRevLett.49.1408
2. *Leonard A.W.* // *Phys. Plasmas.* 2014. V. 21. P. 090501.
Doi: 10.1063/1.4894742
3. *Zohm H.* // *Plasma. Phys. Control. Fusion.* 1996. V. 38. P. 105.
Doi: 10.1088/0741-3335/38/2/001.
4. *Connor J.W.* // *Plasma. Phys. Control. Fusion.* 1998. V. 40. P. 531.
Doi: 10.1088/0741-3335/40/5/002
5. *Suttrop W.* // *Plasma. Phys. Control. Fusion.* 2000. V. 42. P. A1.
Doi: 10.1088/0741-3335/42/5A/301
6. *Connor J.W., Kirk A., Wilson H.R.* // *AIP Conf. Proc.* 2008. V. 1013. P. 174.
Doi: 10.1063/1.2939030
7. *Snyder P.B., Wilson H.R., Ferron J.R., Lao L.L., Leonard A.W., Mossessian D., Murakami M., Osborne T.H., Turnbull A.D., Xu X.Q.* // *Nucl. Fusion.* 2004. V. 44. P. 320.
Doi: 10.1088/0029-5515/44/2/014
8. *Doyle E.J., Houlberg W.A., Kamada Y., Mukhovatov V., Osborne T.H., Polevoi A., Bateman G., Connor J.W., Cordey J.G., Fujita T., Garbet X., Hahn T.S., Horton L.D., Hubbard A.E., Imbeaux F., Jenko F., Kinsey J.E., Kishimoto Y., Li J., Luce T.C., Martin Y., Ossipenko M., Parail V., Peeters A., Rhodes T.L., Rice J.E., Roach C.M., Rozhansky V., Rytter F., Saibene G., Sartori R., Sips A.C.C., Snipes J.A., Sugihara M., Synakowski E.J., Takenaga H., Takizuka T., Thomsen K., Wade M.R., Wilson H.R., ITPA Transport Physics Topical Group, ITPA Confinement Database and Modelling Topical Group, ITPA Pedestal and Edge Topical Group* // *Nucl. Fusion.* 2007. V. 47. P. S18.
Doi: 10.1088/0029-5515/47/6/S02
9. *Maggi C.F., Saarelma S., Casson F.J., Challis C., de la Luna E., Frassinetti L., Giroud C., Joffrin E., Simpson J., Beurskens M., Chapman I., Hobirk J., Leyland M., Lomas P., Lowry C., Nunes I., Rimini F., Sips A.C.C., Urano H., JET Contributors* // *Nucl. Fusion.* 2015. V. 55. P. 113031.
Doi: 10.1088/0029-5515/55/11/113031

10. Maingi R., Hubbard A.E., Meyer H., Hughes J.W., Kirk A., Maqueda R., Terry J.L., the Alcator C-Mod, MAST and NSTX teams // Nucl. Fusion. 2011. V. 51. P. 063036.
Doi: 10.1088/0029-5515/51/6/063036
11. Smith S.F., Kirk A., Chapman-Oplopoiou B., Clark J.G., Ham C.J., Horvath L., Maggi C.F., Scannell R., Saarelma S., the MAST Team // Plasma Phys. Control. Fusion. 2022. V. 64. P. 045024.
Doi: 10.1088/1361-6587/ac529b
12. Dickinson D., Roach C.M., Saarelma S., Scannell R., Kirk A., Wilson H.R. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108. P. 135002. Doi: 10.1103/PhysRevLett.108.135002
13. Petrov Yu.V., Gusev V.K., Sakharov N.V., Minaev V.B., Varfolomeev V.I., Dyachenko V.V., Balachenkov M., Bakharev N.N., Bondarchuk E.N., Bulanin V.V., Chernyshev F.V., Iliasova M.V., Kavin A.A., Khilkevitch E.M., Khromov N.A., Kiselev E.O., Konovalov A.N., Kornev V.A., Krikunov S.V., Kurskiev G.S., Melnik A.D., Miroshnikov I.V., Novokhatskii A.N., Zhiltsov N.S., Patrov M.I., Petrov A.V., Ponomarenko A.M., Shulyatiev K.D., Shchegolev P.B., Shevelev A.E., Skrekel O.M., Telnova A.Yu., Tukhmeneva E.A., Tokarev V.A., Tolstyakov S.Yu., Voronin A.V., Yashin A.Yu., Bagryansky P.A., Zhilin E.G., Goryainov V.A. // Nucl. Fusion. 2022. V. 62. P. 042009.
Doi: 10.1088/1741-4326/ac27c7
14. Bulanin V.V., Kurskiev G.S., Solokha V.V., Yashin A.Yu., Zhiltsov N.S. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2021. V. 63. P. 122001.
Doi: 10.1088/1361-6587/ac36a4
15. Solokha V.V., Kurskiev G.S., Yashin A.Yu., Balachenkov I.M., Varfolomeev V.I., Voronin A.V., Gusev V.K., Goryainov V.Yu., Dyachenko V.V., Zhiltsov N.S., Kiselev E.O., Minaev V.B., Novokhatsky A.N., Petrov Yu.V., Ponomarenko A.M., Sakharov N.V., Telnova A.Yu., Tkachenko E.E., Tokarev V.A., Tolstyakov S.Yu., Tukhmeneva E.A., Khromov N.A., Shchegolev P.B. // Plasma Phys. Rep. 2023. V. 49. P. 419.
Doi: 10.1134/S1063780X23600184
16. Maingi R., Bell M.G., Fredrickson E.D., Lee K.C., Maqueda R.J., Snyder P., Tritz K., Zweben S.J., Bell R.E., Biewer T.M., Bush C.E., Boedo J., Brooks N.H., Delgado-Aparicio L., Domier C.W., Gates D.A., Johnson D.W., Kaita R., Kaye S.M., Kugel H.W., LeBlanc B.P., Luhmann N.C., Jr., Menard J.E., Mueller D., Park H., Raman R., Roquemore A.L., Sabbagh S.A., Soukhanovskii V.A., Stevenson T., Stutman D. // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 092510.
Doi: 10.1063/1.2226986
17. Yashin A.Y., Bulanin V.V., Gusev V.K., Minaev V.B., Petrov A.V., Petrov Y.V., Ponomarenko A.M., Varfolomeev V.I. // JINST. 2022. V. 17. P. C01023.
Doi: 10.1088/1748-0221/17/01/C01023
18. Bulanin V.V., Yashin A.Y., Petrov A.V., Gusev V.K., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov Y.V., Prisyazhnyuk D.V., Varfolomeev V.I. // Rev. Sci. Instrum. 2021. V. 92. P. 033539.
Doi: 10.1063/5.0030307
19. Ponomarenko A., Yashin A., Kurskiev G., Minaev V., Petrov A., Petrov Y., Sakharov N., Zhiltsov N. // Sensors. 2023. V. 23. P. 830.
Doi: 10.3390/s23020830
20. Yashin A.Y., Bulanin V.V., Petrov A.V., Gusev V.K., Kurskiev G.S., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov Yu.V. // Plasma Phys. Rep. 2020. V. 46. P. 683.
Doi: 10.1134/S1063780X20070107
21. Yashin A.Yu., Bulanin V.V., Gusev V.K., Kurskiev G.S., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Tolstyakov S. Yu. // Nucl. Fusion. 2018. V. 58. P. 112009.
Doi: 10.1088/1741-4326/aac4d8
22. Grover O., Manz P., Yashin A.Y., Réfy D.I., Seidl J., Vianello N., Birkenmeier G., Solano E.R., Sos M., Bohm P., Bilkova P., Hron M., Panek R., the ASDEX Upgrade Team, the COMPASS Team, the Globus-M Team, JET Contributors // Nucl. Fusion. 2024. V. 64. P. 026001.
Doi: 10.1088/1741-4326/ad0eae
23. Yashin A.Yu., Bulanin V.V., Gusev V.K., Khromov N.A., Kurskiev G.S., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Prisyazhnyuk D.V., Sakharov N.V., Shchegolev P.B., Tolstyakov S.Yu., Varfolomeev V.I., Wagner F. // Nucl. Fusion. 2014. P. 54. P. 114015.
Doi: 10.1088/0029-5515/54/11/114015
24. Bulanin V.V., Wagner F., Varfolomeev V.I., Gusev V.K., Kurskiev G.S., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Prisyazhnyuk D.V., Sakharov N.V., Tolstyakov S.Yu., Khromov N.A., Shchegolev P.B., Yashin A.Yu. // Tech. Phys. Lett. 2014. V. 40. P. 375.
Doi: 10.1134/S106378501405006X
25. Bulanin V.V., Bakharev N.N., Gusev V.K., Kurskiev G.S., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Sakharov N.V., Shchegolev P.B., Telnova A.Yu., Tolstyakov S.Yu., Yashin A.Yu. // Phys. Atom. Nuclei. 2020. V. 83. P. 1124.
Doi: 10.1134/S1063778820070042
26. Bulanin V.V., Balachenkov I.M., Varfolomeev V.I., Gusev V.K., Kurskiev G.S., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Ponomarenko A.M., Telnova A.Yu., Shchegolev P.B., Yashin A.Yu. // Tech. Phys. Lett. 2021. V. 47. P. 197.
Doi: 10.1134/S1063785021020206
27. Yashin A.Yu., Bulanin V.V., Gusev V.K., Kiselev E.O., Kurskiev G.S., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Ponomarenko A.M., Shchegolev P.B. // Nucl. Fusion. 2021. V. 61. P. 092001.
Doi: 10.1088/1741-4326/ac1297
28. Yashin A., Ponomarenko A., Balachenkov I., Kurskiev G., Kiselev E., Minaev V., Petrov A., Petrov Y.,

- Sakharov N., Zhiltsov N.* // Appl. Sci. 2023. V. 13. P. 3430.
Doi: 10.3390/app13063430
29. *Bulanin V.V., Gusev V.K., Khromov N.A., Kurskiev G.S., Minaev V.B., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov M.A., Petrov Yu.V., Prisiazhniuk D., Sakharov N.V., Tolstyakov S.Yu., Yashin A.Yu.* // Nucl. Fusion. 2019. V. 59. P. 096026.
Doi: 10.1088/1741-4326/ab2cdf
30. *Yashin A., Teplova N., Zadvitskiy G., Ponomarenko A.* // Sensors. 2022. V. 22. P. 9441.
Doi: 10.3390/s22239441
31. *Bulanin V.V., Gusev V.K., Zadvitskiy G., Lechte C., Heurax S., Minaev V.B., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Sakharov N.V., Teplova N., Yashin A.Yu.* // Plasma Phys. Rep. 2020. V. 46. P. 490.
Doi: 10.1134/S1063780X20050025
32. *Yashin A., Bulanin V., Petrov A., Ponomarenko A.* // Appl. Sci. 2021. V. 11. P. 8975.
Doi: 10.3390/app11198975
33. *Ponomarenko A., Gusev V., Kiselev E., Kurskiev G., Minaev V., Petrov A., Petrov Y., Sakharov N., Solokha V., Teplova N., Shchegolev P., Yashin A., Zhiltsov N.* // Nucl. Fusion. 2024. V. 64. P. 022001.
Doi: 10.1088/1741-4326/ad0ead
34. *Conway G.D., Lechte C., Poli E., the ASDEX Upgrade Team* // Proc. 15th Intl. Refl. Wksh., France, 2022.
35. *Kurskiev G.S., Sakharov N.V., Gusev V.K., Minaev V.B., Miroshnikov I.V., Petrov Yu.V., Telnova A. Yu., Bakharev N.N., Kiselev E.O., Zhiltsov N.S., Shchegolev P.B., Balachenkov I.M., Varfolomeev V.I., Voronin A.V., Goryainov V.Yu., Dyachenko V.V., Zhilin E.G., Iliasova M.V., Kavin A.A., Konovalov A.N., Krikunov S.V., Lobanov K.M., Melnik A.D., Mineev A.B., Novokhatsky A.N., Patrov M.I., Petrov A.V., Ponomarenko A.M., Skrekel' O.M., Solovei V.A., Solokha V.V., Tkachenko E.E., Tokarev V.A., Tolstyakov S.Yu., Tukhmeneva E.A., Khilkevitch E.M., Khromov N.A., Chernyshev F.V., Shevelev A.E., Shulyat'ev K.D., Yashin A.Yu.* // Plasma Phys. Rep. 2023. V. 49. P. 403.
Doi: 10.1134/S1063780X23600214
36. *Shchegolev P.B., Minaev V.B., Telnova A.Yu., Varfolomeev V.I., Gusev V.K., Esipov L.A., Zhiltsov N.S., Kolmogorov V.V., Kondakov A.A., Kurskiev G.S., Miroshnikov I.V., Panasenkov A.A., Sorokin A.V., Shikhovtsev I.A.* // Plasma Phys. Rep. 2023. V. 49. P. 1501.
Doi: 10.1134/S1063780X23601098
37. *Kurskiev G.S., Gusev V.K., Sakharov N.V., Balachenkov I.M., Bakharev N.N., Bulanin V.V., Chernyshev F.V., Kavin A.A., Kiselev E.O., Khromov N.A., Minaev V.B., Miroshnikov I.V., Patrov M.I., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Shchegolev P.B., Telnova A. Yu., Tokarev V.A., Tolstyakov S.Yu., Tukhmeneva E.A., Varfolomeev V.I., Yashin A.Yu., Zhiltsov N.S.* // Nucl. Fusion. 2021. V. 61. P. 064001.
Doi: 10.1088/1741-4326/abe08c
38. *Ponomarenko A.M., Bulanin V.V., Gusev V.K., Minaev V.B., Petrov A.V., Petrov Yu.V., Yashin A.Yu.* // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 2103. P. 012210.
Doi: 10.1088/1742-6596/2103/1/012210
39. *Conway G.D., Schirmer J., Klenge S., Suttrop W., Holzauer E., the ASDEX Upgrade Team* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2004. V. 46. P. 951.
Doi: 10.1088/0741-3335/46/6/003
40. *Tynan G.R., Xu M., Diamond P.H., Boedo J.A., Cziegler I., Fedorczak N., Manz P., Miki K., Thakur S., Schmitz L., Zeng L., Doyle E.J., McKee G.M., Yan Z., Xu G.S., Wan B.N., Wang H.Q., Guo H.Y., Dong J., Zhao K., Cheng J., Hong W.Y., Yan L.W.* // Nucl. Fusion. 2013. V. 53. P. 073053.
Doi: 10.1088/0029-5515/53/7/073053
41. *Schmitz L.* // Nucl. Fusion. 2017. V. 57. P. 025003.
Doi: 10.1088/1741-4326/57/2/025003
42. *Diamond P.H., Itoh S.-I., Itoh K., Hahm T.S.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2005. V. 47. P. R35.
Doi: 10.1088/0741-3335/47/5/R01

APPLICATION OF MULTI-FREQUENCY DOPPLER BACKSCATTERING FOR STUDYING EDGE LOCALIZED MODES AT THE GLOBUS-M2 TOKAMAK

**A. Yu. Tokarev^{a,*}, A. Yu. Yashin^a, A. M. Ponomarenko^a, V. K. Gusev^b,
N. S. Zhiltsov^b, G. S. Kurskiev^b, V. B. Minaev^b, Yu. V. Petrov^b, N. V. Sakharov^b,
V. V. Solokha^{a,b}, V. A. Velizhanin^a**

^a*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, 195251 Russia*

^b*Ioffe Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 194021 Russia*

**e-mail: tokarev_ayu@spbstu.ru*

Abstract—The high-confinement mode in tokamaks (H-mode) is characterized by high pressure gradients at plasma edge, which results in the appearance of edge localized modes (ELMs). They are studied at the Globus-M2 spherical tokamak too, where edge localized modes are observed mainly in regimes with neutral beam injection. One of the ways for studying ELMs is the use of the Doppler backscattering (DBS) diagnostics installed at Globus-M2. It makes possible to estimate the amplitude of plasma density fluctuations and measure the radial electric field E_r . In this work, the effect of edge localized modes on the E_r field is studied in the radial range $0.4 < \rho < 1.1$. It is shown that during ELMs the electric field increases in the entire measurement range. This indicates that ELMs affect the inner plasma regions as well. This is not consistent with the general ideas concerning the peripheral localization of ELMs, but is confirmed experimentally not only at Globus-M2. In addition, the results for the regime with ELMs are compared with those for the regime with limit cycle oscillations (LCOs) and it is shown that during LCOs such effect is not observed.

Keywords: tokamak, Doppler backscattering, edge localized modes

УДК 621.039.623, 621.039.643, 533.932

СРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ В ПЛАЗМЕ С ЭЦР-НАГРЕВОМ НА СТЕЛЛАРАТОРЕ Л-2М И ТОКАМАКЕ Т-10

© 2024 г. Ю. Н. Днестровский^{a, *}, А. В. Мельников^{a, b, c}, С. Е. Лысенко^{a, **},
А. И. Мещеряков^e, Н. К. Харчев^{a, e}, Д. Г. Васильков^e, С. Е. Гребенщиков^e,
Н. В. Касьянова^{a, c}, С. В. Черкасов^a, И. Ю. Вафин^e,
Л. Г. Елисеев^a, Д. Ю. Сычугов^{a, d}

^aНациональный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва, Россия

^bНациональный ядерный университет МИФИ, Москва, Россия

^cМосковский физико-технический институт (НИУ), Долгопрудный, Россия

^dМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^eИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

*e-mail: Dnestrovskiy_YN@nrcki.ru

**e-mail: Lysenko_SE@nrcki.ru

Поступила в редакцию 18.12.2023 г.

После доработки 20.03.2024 г.

Принята к публикации 25.03.2024 г.

Нагрев плазмы в стеллараторе Л-2М и токамаке Т-10 производится на второй гармонике электронно-циклотронного резонанса (ЭЦР). Использована концепция эквивалентных разрядов токамака и стелларатора, расширенная на случай как полного, так и частичного поглощения ЭЦ-мощности. Сравнение экспериментальных профилей электронной температуры с рассчитанными по транспортной модели канонических профилей позволило оценить эффективность ЭЦР-нагрева в разрядах Л-2М, где отсутствуют надтепловые электроны, искажающие функцию распределения и препятствующие надежным измерениям температуры. Получена зависимость эффективности ЭЦР-нагрева от плотности плазмы, описывающая эксперименты на стеллараторах Л-2М и ТЖ-II и токамаке Т-10. Рассчитаны энергетические характеристики (запас энергии и энергетическое время жизни) для разрядов Л-2М. Сделаны прогнозы ЭЦР-нагрева в токамаке Т-15МД. Обсуждаются особенности решения некорректной транспортной задачи для Л-2М.

Ключевые слова: стелларатор, токамак, электронно-циклотронный нагрев, перенос энергии, транспортная модель канонических профилей

DOI: 10.31857/S0367292124050026, EDN: PWWXPV

1. ВВЕДЕНИЕ

Стандартная транспортная модель канонических профилей (ТМКП) для температуры электронов и ионов была построена в работах [1, 2]. Сегодняшняя версия этой модели подробно описана в [3] и в Приложении 1. Стандартная модель допускает решение как прямой, так и обратной задачи. Прямая задача состоит в нахождении температуры электронов и ионов по заданным источникам нагрева. Обратная задача состоит в определении источников нагрева по известным температурам электронов и ионов плазмы. Обратная задача некорректна — способы ее регуляризации и пути решения обсуждались в [4].

В настоящей работе рассматривается эксперимент по нагреву плазмы в стеллараторе Л-2М на электронно-циклотронном резонансе (ЭЦР) с помощью СВЧ-волн, возбуждаемых гиротронами. В работах [3, 4] показано, что, в зависимости от параметров разряда, поглощение этих волн может быть полным или частичным. При достаточно большой плотности поглощение оказывается полным, при небольшой плотности — частичным. Поглощение зависит также от магнитного поля. В работе [3] обсуждается случай полного поглощения волн в стеллараторе W7-X (магнитное поле $B_T = 2.4$ Тл), а в работе [4] — случай частичного поглощения в стеллараторе ТЖ-II ($B_T = 1$ Тл). В стеллараторе Л-2М магнитное поле B имеет промежуточное значение

($B_T = 1.3$ Тл), когда при небольшой плотности плазмы поглощение частичное, а при средней плотности плазмы оно уже полное. Этим установка Л-2М для нас интересна.

В работах [3, 4] введено понятие эквивалентности пары разрядов, одного со стелларатора, другого с токамака. Для случая полного поглощения СВЧ-волн условия эквивалентности имеют вид:

а) значения средней плотности должны быть одинаковыми;

б) типы ЭЦР-нагрева должны быть одинаковыми (on-axis);

в) одинаковые значения мощностей ЭЦР-нагрева. Эти мощности полностью поглощаются;

г) магнитные поля в импульсах со стелларатора и токамака должны различаться не более чем на 25–30%;

е) значение запаса устойчивости на границе плазмы $q(a)$ для импульса с токамака должно быть близким к значению $2\pi/\tau(a)$ для импульса со стелларатора, где τ — вращательное преобразование на границе плазмы.

В эквивалентных импульсах величины и профили температур электронов и ионов попарно одинаковы, в этом состоит важность понятия эквивалентности. Принцип эквивалентности позволяет моделировать транспортные процессы в стеллараторе с помощью моделей, разработанных для токамака, и наоборот.

Для случая частичного поглощения ЭЦР-мощности все условия эквивалентности сохраняются, кроме пункта (в), который теперь имеет сокращенный вид: в) одинаковые значения ЭЦР-мощностей, вкладываемых в плазму.

Величина поглощенной мощности не оговаривается, однако подразумевается, что температуры электронов и ионов в импульсе стелларатора измерены и известны. Тогда из решения обратной задачи по транспортной модели с использованием известных температур находится величина и профиль поглощенной ЭЦР-мощности в импульсах токамака и стелларатора.

Особенностью стелларатора Л-2М является малое значение вращательного преобразования τ на границе плазмы ($\tau(a) = 0.8$) по сравнению со значениями этих величин на стеллараторах W-7X ($\tau(a) = 1.2$) и TJ-II ($\tau(a) = 1.56$). При моделировании импульсов стелларатора Л-2М с помощью эквивалентных импульсов токамака для определения значения запаса устойчивости $q(a)$ нужно использовать формулу, предложенную в условиях эквивалентности:

$$q(a) = 2\pi/\tau(a). \quad (1)$$

Поскольку для установки Л-2М значение параметра $\tau(a)$ невелико, это приводит к большому значению параметра

$$q(a) \approx 8. \quad (2)$$

Стандартная транспортная модель была отлажена по базе данных токамака T-10 с импульсами в диапазоне $3 < q(a) \leq 5.5$, поэтому при работе с импульсами, в которых $q(a) > 5.5$, модель требует модификации.

Еще одной особенностью установки Л-2М является малый объем плазмы по сравнению, например, с объемом плазмы на стеллараторе TJ-II. В результате при небольшой плотности плазмы удельная мощность на один электрон оказывается слишком высокой и функция распределения электронов искажается, появляются надтепловые электроны [5]. Их появление приводит к двум следствиям. Во-первых, сильно возрастает поглощение луча СВЧ-волн, и частичное поглощение может стать более полным или просто полным. Второе следствие связано с одним из способов измерения температуры электронов по электронно-циклотронному излучению (ЕСЕ) плазмы на частотах в окрестности частоты гиротронов [6]. Если распределение электронов максвелловское, то амплитуда излучения пропорциональна температуре электронов. Однако, если появляются надтепловые электроны, то амплитуда излучения существенно возрастает и отражает уже так называемую «радиационную температуру», которая может быть далека от реальной «максвелловской» температуры. Появление надтепловых электронов зависит от мощности ЭЦР-нагрева и плотности плазмы. При появлении надтепловых электронов ЕСЕ-диагностика перестает измерять максвелловскую температуру. В этом случае инструментом отбора импульсов с неискаженной температурой может стать транспортная модель.

Для условий установки Л-2М области появления надтепловых электронов на плоскости (\bar{n}_e, Q_{EC}) , рисунок 1, приближенно отделяются от областей с максвелловским распределением электронов наклонной прямой, описываемой уравнением

$$Q_{EC} = 0.2\bar{n}_e, \quad (3)$$

где Q_{EC} — мощность, введенная в плазму. Под \bar{n}_e мы здесь и в дальнейшем понимаем среднехордовую концентрацию, традиционно называемую плотно-

стью плазмы [6]. Обозначение для локальной плотности будем всегда оговаривать.

Формула (3) не является общепризнанной. В работе [7] предлагается другая, гораздо более жесткая формула

$$Q_{EC} = 0.12\bar{n}_e \quad (4)$$

для отделения максвелловских электронов от немасвелловских. Для обоснования формул (3) и (4) использовались разные критерии [6, 7].

На основе анализа импульсов стелларатора ТЖ-II и токамака Т-10 была предложена эмпирическая формула для эффективности нагрева в стеллараторе

$$\eta = Q_{ab}/Q_{EC}, \quad (5)$$

где Q_{ab} — поглощенная мощность. Эта эмпирическая формула имеет вид [8]

$$\begin{aligned} \eta &= n_e/n_{cr}, & \text{при } \bar{n}_e/\bar{n}_{cr} < 1, \\ \eta &= 1, & \text{при } \bar{n}_e/\bar{n}_{cr} > 1, \\ \eta &= 0, & \text{при } n_e > n_{\text{cut-off}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где критическая плотность

$$\bar{n}_{cr} = 1.2B_T \quad (7)$$

(n_e — в 10^{19} м^{-3} , B_T — в Тл), а $n_{\text{cut-off}}$ — это плотность отсечки. Формула (7) содержит зависимость эффективности нагрева от величины магнитного поля. К сожалению, формулу (7) записать в безразмерном виде не удастся. Значение $\eta = 0$ означает, что мода Х2 при указанных условиях не распространяется.

В дальнейшем токамак, импульсы которого выбираются в качестве эквивалентных импульсов стелларатора, для краткости будем называть эквивалентным токамаком. До сих пор в [3, 4, 6] мы не накладывали никаких ограничений на объем и форму эквивалентного токамака. Предполагалось только, что при увеличении (уменьшении) объема удержание энергии пропорционально таким изменениям. Однако анализ скейлингов для энергетического времени жизни показывает, что это не совсем так. Для скейлингов, обсуждаемых в работе [9], имеем

$$\begin{aligned} \tau_E^{\text{ISS04}} &\sim a^{2.28}R^{0.64} \text{ (сумма показателей 2.92),} \\ \tau_E^{\text{all}} &\sim a^{2.12}R^{0.72} \text{ (сумма показателей 2.84),} \\ \tau_E^{\text{gB}} &\sim a^{2.2}R^{0.8} \text{ (сумма показателей 3).} \end{aligned} \quad (8)$$

Видно, что в этих трех скейлингах сумма показателей близка или равна трем, а показатель у малого радиуса близок к двум. В результате зависимость энергетического времени жизни τ_E от простран-

ственных переменных близка к зависимости от объема, но не совпадает с ним. Отсюда возникает некоторое ограничение на отношение объемов плазмы в стеллараторе V^{st} и эквивалентном токамаке V^{tok} . Опыт моделирования импульсов стеллараторов с помощью эквивалентных импульсов токамака показал, что при выполнении условия

$$1/3.5 < V^{\text{tok}}/V^{\text{st}} < 3.5, \quad (9)$$

принцип эквивалентности является надежным инструментом решения обратных задач [4].

В настоящей работе рассматриваются возможные постановки и способы решения обратных задач для уравнения переноса тепла. Далее проводится отбор импульсов и эквивалентных пар для дальнейшей обработки. Отбрасываются импульсы, содержащие надтепловые электроны, и импульсы, плотность которых близка к плотности отсечки $n_{\text{cut-off}}$. Далее на импульсах с полным поглощением производится калибровка транспортной модели. Для импульсов с неполным поглощением проводится поиск поглощенной мощности с помощью решения обратной задачи. Далее производится расчет энергетических характеристик (запаса энергии и энергетического времени жизни) для всех импульсов. Обсуждаются особенности решения некорректной транспортной задачи для Л-2М. В заключении формулируются основные выводы.

2. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СТЕЛЛАТОРА Л-2М

Приведем основные параметры установки Л-2М, необходимые для выбора параметров эквивалентных разрядов токамака. Параметры Т-10 и других установок представлены в Приложении 2. Стелларатор Л-2М представляет из себя тороидальную плазменную ловушку, в которой устойчивая магнитная конфигурация создается внешними токами. Основные технические характеристики стелларатора и типичные параметры плазмы таковы:

- большой радиус плазмы $R = 1$ м;
- эффективный малый радиус $a = 0.115$ м;
- аспектное отношение $A = 8.5$ (для ТЖ-II $A = 6.8$, для Т-10 $A = 5$);
- объем плазмы $V = 2\pi R\pi a^2 = 0.29 \text{ м}^3$;
- (для ТЖ-II $V = 1.5 \text{ м}^3$, т. е. в 5 раз больше);
- тороидальное магнитное поле $B_T = 1.3\text{--}1.34$ Тл;
- количество периодов поля $N = 14$;
- угол вращательного преобразования на краю плазмы $\iota(a) = 0.8$;

- ЭЦР-мощность гиротронов, вводимая в камеру, $Q_{EC}=0.1-0.4$ МВт;
- частота гиротронов $f=75.3$ ГГц;
- поляризация — вторая гармоника необыкновенной волны (мода X2);
- среднехордовая плотность плазмы $\bar{n}_e = (0.3-3.0) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$;
- температура электронов $T_e(0) = 0.3-1.5$ кэВ;
- энергетическое время жизни $\tau_E \sim 1-2$ мс.

В эксперименте Q_{EC} — СВЧ-мощность, введенная в плазму, определяется калориметрической методикой [10]. СВЧ-мощность, излучаемая гиротроном, зависит от значений токов и напряжений, поданных на электроды гиротрона. Перед экспериментом с помощью таблиц параметров выбираются необходимые токи и напряжения, обеспечивающие запланированную СВЧ-мощность. Затем производится серия контрольных выстрелов в калориметр, в котором полностью поглощается энергия гауссового СВЧ-пучка, что позволяет с большой точностью пересчитать полученную энергию в выходную мощность СВЧ-излучения гиротрона. Если при данных токах и напряжениях полученная мощность соответствует требуемой для эксперимента, то переходят к подаче СВЧ-мощности в камеру установки. Для мониторинга вводимой СВЧ-мощности в ответвителе волновода установлен СВЧ-диод.

3. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТАНОВКИ И РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

3.1. Полное поглощение введенной мощности

В транспортной модели канонических профилей (ТМКП) уравнение переноса тепловой энергии электронов (закон сохранения тепловой энергии) и поток тепла Γ имеют вид

$$\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_e T) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho G \Gamma) = P, \quad (10)$$

$$\Gamma = -k^{PC} T \left(\frac{T'}{T} - \frac{T'_c}{T_c} \right). \quad (11)$$

Здесь T — температура электронов. Канонический профиль температуры электронов T_c , коэффициент жесткости канонического профиля k^{PC} и остальные члены уравнений (10)–(11) описаны в Приложении 1. Кроме того, заданы еще некоторые граничные условия и интервал, на котором определены выражения (10)–(11): $0 < \rho < a$. Прямая задача — найти температуру $T(\rho)$ по заданной правой части (RHS) уравнения $P(\rho)$ — источнику тепла. Это

корректная задача, и она численно решается многими известными методами.

3.1.1. Простейшая обратная задача для уравнения теплопроводности. Пусть задано уравнение переноса тепла (10) и известен профиль температуры, который мы назовем «экспериментальным» и обозначим как $T^{\text{exp}}(\rho)$. Требуется найти правую часть $P(\rho)$. Вообще говоря, этого достаточно для постановки обратной задачи. Очевидно, что она некорректна, поскольку для ее решения требуется найти вторую производную от заданной функции $T^{\text{exp}}(\rho)$. Поэтому нужна регуляризация, означающая, что нужно ограничить класс допустимых функций для RHS. Для простоты, в качестве такого класса мы выбираем трехпараметрический класс гауссовых функций

$$P(A, \rho_0, \gamma, \rho) = A \exp\left(-\frac{(\rho - \rho_0)^2}{2\gamma}\right), \quad (12)$$

$$Q(A, \rho_0, \gamma) = \left(A \int_0^a \exp\left(-\frac{(\rho - \rho_0)^2}{2\gamma}\right) \rho d\rho \right),$$

где $P(A, \rho_0, \gamma, \rho)$ — искомая удельная мощность, A — амплитуда удельной вложенной мощности, Q — полная, она же поглощенная, мощность, ρ_0 — сдвиг гауссовой функции, γ — ее полуширина. Выбрав этот класс, мы затем выбираем какой-нибудь функционал, измеряющий «расстояние» между $T^{\text{exp}}(\rho)$ и $T(\rho)$. Этот выбор непростой, так как значения этих функций на границе (в точке $\rho = a$) гораздо меньше их значений в центре (при $\rho = 0$). Если выбирать обычный квадратичный (RMS) функционал

$$d_2 T = \left(\int_0^b d\rho \frac{(T - T^{\text{exp}})^2}{(T^{\text{exp}})^2} / \int_0^b d\rho \right)^{1/2}, \quad (13)$$

то возникает вопрос, по какому интервалу надо проводить интегрирование в функционале (13). Каково b ? В интервале $b < \rho < a$, в знаменателе подынтегральной функции в (13) стоит малая величина. Если точность измерения температуры электронов имеет порядок абсолютной величины температуры, то отношение под интегралом не ограничено. Поэтому значение температуры T^{exp} в точке b должно быть больше величины погрешности измерения температуры. Анализ проблемы, проведенный в работе [11], привел к выводу, что в качестве верхнего предела в (13) надо взять $b = (0.6-0.7)a$.

Решение обратной задачи состоит в нахождении минимума среднеквадратичного отклонения $d_2 T$ в пространстве трех параметров, A , ρ_0 и γ , варьируя эти параметры и находя их оптимальные значения A^{lim} , ρ_0^{lim} , γ^{lim} . Полная поглощенная мощность на-

грева Q^{lim} определяется затем с помощью (12). Предположим теперь, что из эксперимента известна вложенная мощность Q_{exp} , не участвовавшая в постановке обратной задачи. Если

$$Q^{\text{lim}} \sim Q_{\text{exp}}, \quad (14)$$

то мы будем говорить, что параметры задачи и экспериментальная мощность в рамках ТМКП (10)–(11) согласованы. Если разность $|Q^{\text{lim}} - Q_{\text{exp}}|$ велика, то мы скажем, что эти величины не согласованы. Под мерой несогласованности можно понимать безразмерную величину

$$\delta_1 = |Q^{\text{lim}} - Q_{\text{exp}}| / Q^{\text{lim}}. \quad (15)$$

Отбор импульсов для дальнейшей обработки можно проводить по величине отношения δ_1 .

3.1.2. Обратная задача с заданной мощностью.

Для установки Л-2М обратная задача ставится не так, как рассмотрено в разделе (3.1.1). Желая облегчить нашу задачу (поиск минимума d_2T в трехмерном пространстве очень непростая задача), экспериментаторы обычно добавляют значение введенной мощности $Q_{EC} = Q_{\text{exp}}$ (напомним, что здесь рассматривается случай, когда вся мощность поглощается), известное из независимых калориметрических измерений [10]. В этом случае размерность класса допустимых функций может опуститься до двух (параметры ρ_0 и γ), но только в том случае, если величина Q_{exp} согласована с заданным уравнением и экспериментальной температурой. Если она не согласована и мы будем формально решать задачу о минимуме d_2T , то итерационная процедура поиска минимума либо не сойдется к пределу, либо сойдется, но с большой среднеквадратичной ошибкой (с большим значением функционала (13)).

3.1.3. Обратная задача в случае несогласованности исходных данных. Введем, кроме квадратичной, линейную интегральную ошибку

$$L = \frac{2}{a} \int_0^a \frac{T^{\text{exp}} - T}{T^{\text{exp}} + T} d\rho, \quad (16)$$

$$T = T(A, \rho_0, \gamma, \rho), \quad T^{\text{exp}} = T^{\text{exp}}(\rho). \quad (17)$$

Квадратичный функционал d_2T — знакоопределенный, он всегда больше или равен нулю. Линейный функционал знакопеременный, он может быть больше или меньше нуля. Если d_2T мало, то $|L|$ тоже невелик.

Замечательной особенностью экспериментальной температуры T^{exp} на Л-2М является то, что и при достаточно большой величине d_2T , линейный функционал L положителен

$$L > 0. \quad (18)$$

Условие (18) означает, что на большей части интервала ($0 < \rho < a$), экспериментальная температура превышает модельную: $T^{\text{exp}} > T$. Поскольку $T^{\text{exp}}(0) \sim T(0)$, то для пикированности профилей этих температур справедливо соотношение

$$\rho T^{\text{exp}} < \rho T \quad \text{или} \quad \rho T^{\text{exp}} / \rho T \leq 1. \quad (19)$$

Здесь под пикированностью температуры мы понимаем отношение

$$\rho T = \frac{T(0)}{T(a/2)}. \quad (20)$$

Отношение

$$\delta_2 = (\rho T - \rho T^{\text{exp}}) / \rho T > 0 \quad (21)$$

тоже может являться мерой несогласованности параметров задачи.

В эксперименте на Л-2М профили $T^{\text{exp}}(\rho)$ оказались более плоскими, чем расчетные профили $T(\rho)$. Это получилось потому, что температура электронов в диагностике мягкого рентгеновского излучения (SXR) измеряется только в точках, расположенных внутри половины радиуса плазмы [12]. А задача экстраполяции является некорректной, и ошибки здесь не ограничены. Если вместо гауссовых функций выбрать для аппроксимации другой класс функций, то экстраполированные профили температуры будут другими.

Отбор импульсов для дальнейшей обработки можно проводить по величине любого из параметров: d_2T (13), δ_1 (15) либо δ_2 (21). Отбор по параметру δ_2 удобен на первоначальной стадии отбора импульсов, потому что его часто можно применять без расчетов, на глаз. В настоящей работе после отбора по величине δ_2 мы выбираем для отбора величину d_2T (13). Если для какого-то импульса $d_2T > 11\%$, то мы считаем, что несогласованность параметров слишком велика, и этот импульс отбрасываем из рассмотрения.

3.2. Частичное поглощение введенной мощности

Если введенная мощность Q_{exp} неизвестна, то обратную задачу надо ставить в варианте раздела (3.1.1): найти Q_{exp} по заданному уравнению и экспериментальному профилю температуры. Проводим

регуляризацию, заменяя обратную задачу поиском минимума функционала $d_2 T$ в трехпараметрическом пространстве гауссовых функций с параметрами A , ρ_0 и γ . Теперь под Q , определенную формулой (5), мы понимаем поглощенную мощность Q_{ab} . Ее оптимальное значение, дающее минимум функционалу (13), обозначаем через Q^{lim} , как и в разделе (3.1).

Если введенная мощность в эксперименте Q_{exp} задана, то определение согласованности параметров задачи проводим по разности, являющейся модифицированной формой (15)

$$|Q^{\text{lim}} - \eta Q_{\text{exp}}|, \quad (22)$$

где η — доля поглощенной мощности, определенная по известной эмпирической формуле (6). Точно так же определяем безразмерную меру несогласованности через отношение

$$\delta_3 = |Q^{\text{lim}} - \eta Q_{\text{exp}}| / Q^{\text{lim}}. \quad (23)$$

Отбор импульсов для дальнейшего транспортного анализа можно проводить по величине параметра δ_3 .

4. ОТБОР ИМПУЛЬСОВ СТЕЛЛАРАТОРА Л-2М

При отборе импульсов из базы данных стелларатора Л-2М мы должны удовлетворять нескольким требованиям.

1. Импульсы для анализа переноса должны лежать в областях (A) и (B) на рис. 1.
2. Средняя плотность должна быть ограничена сверху условием $\bar{n}_e < 2.6$, так как для Л-2М плотность отсечки $n_{\text{cut-off}} = 3.5$.
3. Импульсы должны лежать ниже красной наклонной прямой $Q_{\text{EC}} = 1.2 \bar{n}_e$.

Конечно, последнее требование не является очень жестким, поскольку наклонные прямые, ограничивающие область (C) с немаксвелловскими электронами, являются приближенными. Так что в импульсах, лежащих несколько выше красной линии, спектры могут и не отличаться от максвелловских. Это можно видеть по степени гладкости профилей радиационной температуры, измеряемой ЕСЕ-методом.

В результате кропотливой работы были отобраны следующие 14 импульсов, представленные в таблице 1. Критерии отбора были таковы. Импульсы, у которых пикированность профилей температуры электронов $rT^{\text{exp}} < 1.4$, были отброшены. Это слиш-

ком плоские профили для случая центрального СВЧ-нагрева плазмы. Таких импульсов было порядка 15. Были отброшены также импульсы, для которых ошибка $d_2 T > 11\%$. У этих импульсов имеется большая несогласованность между профилем температуры электронов и экспериментальной мощностью СВЧ-нагрева. Таких импульсов было 5–6.

На рис. 2 показано расположение отобранных импульсов на плоскости (\bar{n}_e, Q_{ab}) . Отметим, что он отличается от рис. 1 осью ординат, на которой отложена поглощенная мощность Q_{ab} . Наклонные

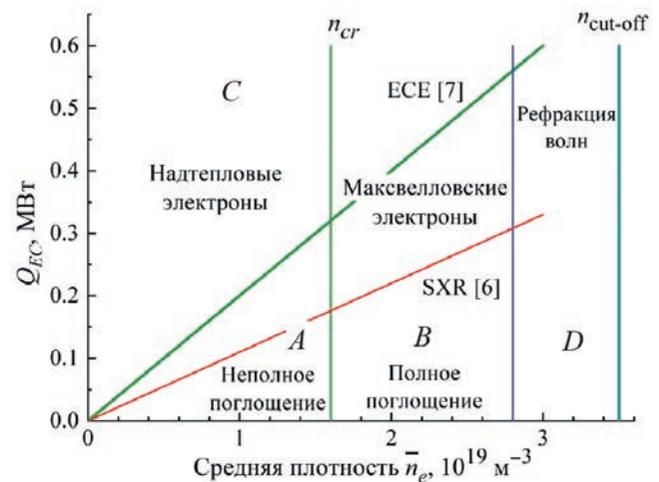


Рис. 1. Области существования максвелловских (A, B и D) и немаксвелловских (C) электронов на плоскости (средняя плотность–введенная СВЧ-мощность) для стелларатора Л-2М. Границы между областями определены по данным SXR [6] (красная прямая) и ЕСЕ [7] (зеленая прямая) диагностик. Поглощение СВЧ-волн в области A — частичное, в областях C и B — полное.

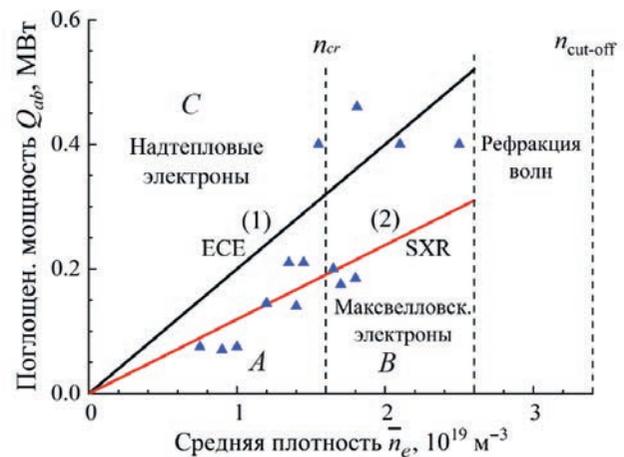


Рис. 2. Расположение отобранных импульсов на плоскости (\bar{n}_e, Q_{ab}) .

Таблица 1. Основные экспериментальные параметры отобранных импульсов стелларатора Л-2М.

№№ п/п	№ импульса	\bar{n}_e 10^{19} м^{-3}	Q_{EC} , МВт	Q_{ab} , МВт	$T^{\text{exp}}(0)$, кэВ	pT^{exp}
1	53852	0.75	0.16	0.075	0.71	1.9
2	53837	0.9	0.12	0.067	0.56	2.1
3	53839	1.0	0.12	0.075	0.5	2.1
4	18955	1.2	0.18	0.135	0.69	1.6
5	19624	1.35	0.235	0.2	0.79	1.8
6	57410	1.4	0.165	0.14	0.73	2.1
7	58598	1.45	0.21	0.19	0.88	1.88
8	54409	1.55	0.4	0.4	1.5	2.1
9	58684	1.65	0.2	0.2	0.67	2
10	61074	1.7	0.175	0.175	0.83	2.8
11	61081	1.8	0.185	0.185	0.76	2.4
12	17385	1.8	0.46	0.46	0.62	1.47
13	54535	2.1	0.4	0.4	1.3	2.1
14	54537	2.5	0.4	0.4	0.93	3.1

Здесь Q_{EC} — введенная мощность ЭЦР-нагрева, $Q_{ab} = \eta Q_{EC}$ — предполагаемая поглощенная мощность ЭЦР-нагрева согласно эмпирической формуле (6), $T^{\text{exp}}(0)$ — экспериментальная центральная температура электронов, pT^{exp} — пикированность профиля электронной температуры.

прямые (1) [7] и (2) [6] разграничивают области максвелловских и нематвелловских электронов.

Из рис. 2 видно, что при малой плотности и небольшой мощности импульсы не слишком сильно превышают уровень красной линии 2, и вероятность появления надтепловых электронов для этих импульсов невелика. При большой мощности Q_{ab} некоторые импульсы расположены выше черной линии 1 и для них вероятность появления надтепловых электронов велика. Однако в основном они расположены в области В (кроме одного, лежащего левее границы, $\bar{n}_e \sim 1.5$, $Q_{ab} \sim 0.4$), где поглощение максвелловскими электронами велико, поэтому влияние надтепловых электронов на измерение температуры может оказаться небольшим. Это влияние, по-видимому, пренебрежимо мало при измерении температуры электронов по спектрам мягкого рентгеновского излучения (SXR-диагностикой [6]).

На рис. 3 показана величина пикированности профилей температуры электронов в зависимости от средней плотности плазмы. Видно, что pT_e лежит в интервале 1.4–3.1, а ее среднее значение $pT_e \sim 2$ –2.2. При меньшем значении пикированности при решении обратной задачи обычно возникает недостаток мощности. Это происходит от того, что при малой пикированности профиль температуры более плоский, и нагрев большого количества частиц, нахо-

дящихся в объеме с высокой плотностью, требует большей мощности. При большой пикированности, объем плазмы с высокой плотностью уменьшается, для его нагрева не требуется большая локальная мощность, и это приводит к уширению профиля поглощенной мощности при решении обратной задачи.

На рис. 4 проведено сравнение поглощенной мощности и центральной температуры электронов для выбранных импульсов. Видно, что очевидное

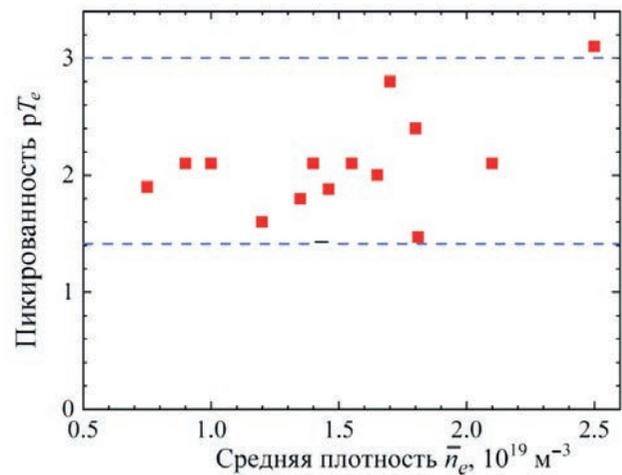


Рис. 3. Зависимость пикированности профилей температуры электронов $pT_e = T_e(0)/T_e(a/2)$ от средней плотности плазмы.

соотношение «больше мощность – больше температура» в целом выполняется. Однако при почти одинаковых мощностях ($Q_{ab} \sim 0.4\text{--}0.5$ МВт) в трех импульсах с максимальной плотностью ($\bar{n}_e > 1.7$) температуры сильно различаются, что связано с очень сильными различиями в пикированности профилей температуры. Эти различия хорошо видны на рис. 3, однако интуитивно понятной тенденции о связи пикированности и мощности также не наблюдается.

5. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИМПУЛЬСОВ ТОКАМАКА

Для краткости назовем токамак, на основе которого будем выбирать эквивалентные импульсы, эквивалентным токамаком. Методом проб и ошибок

были выбраны следующие размеры и параметры эквивалентного токамака с круглым сечением

$$R = 1 \text{ м}, \quad a = 0.2 \text{ м}, \quad B_T = 1.3 \text{ Тл}, \quad (24)$$

$$I = 0.04\text{--}0.035 \text{ МА}, \quad q(a) \sim 7\text{--}8.$$

Установку токамак с параметрами (24) обозначим через Т-10V (виртуальный). Заметим, что здесь величины большого радиуса R и магнитного поля B_T совпадают с соответствующими величинами стелларатора Л-2М, а их объемы различаются. Отношение объемов плазмы в Л-2М и Т-10V определяется формулой

$$V_{L-2M} / V_{T-10V} = (a_{\text{eff}} / a)^2 = \xi, \quad (25)$$

где a_{eff} – эффективный малый радиус Л-2М, a – малый радиус Т-10V. Поскольку $a_{\text{eff}} = 0.115$ м,

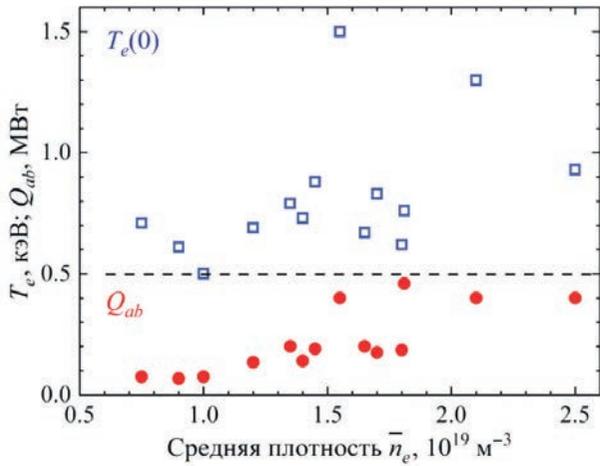


Рис. 4. Зависимость поглощенной мощности Q_{ab} и центральной температуры электронов $T_e(0)$ от средней плотности плазмы.

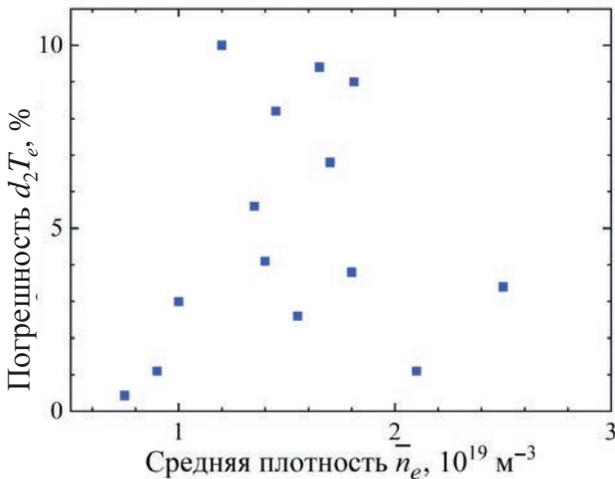


Рис. 5. Квадратичная погрешность d_2T (%) для импульсов стелларатора Л-2М в зависимости от средней плотности плазмы.

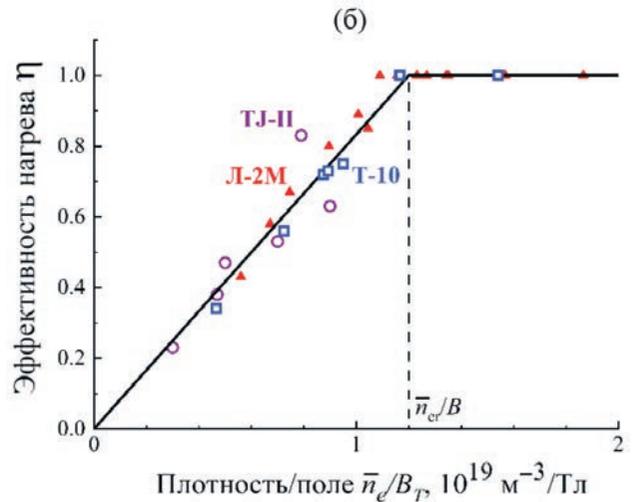
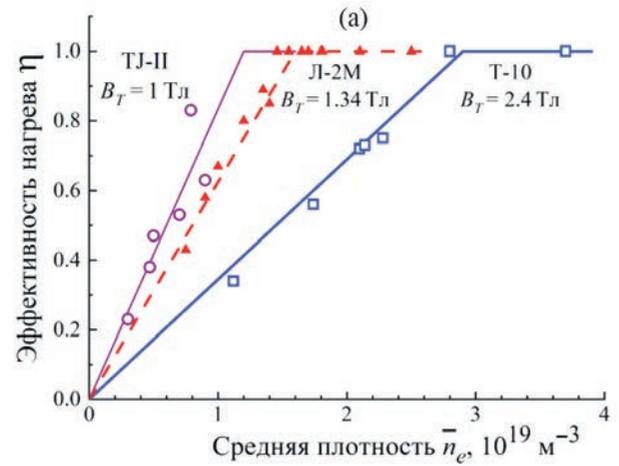


Рис. 6. Эффективность нагрева для трех установок (токамак Т-10, стеллараторы Л-2М и ТЖ-II) с разными магнитными полями $B_T=2.4, 1.34$ и 1 Тл в зависимости от средней плотности плазмы (а); эффективность ЭЦР-нагрева в зависимости от \bar{n}_e/B_T (б).

$a = 0.2$ м, то $\xi = 0.33$. Величина $q(a)$ будет выбираться в некотором диапазоне слева от величины, определяемой формулой условий эквивалентности $q(a) = 2\pi / \tau(a) = 8$.

Опыт решения обратных задач для Л-2М показал, что если допустить некоторую вариацию $q(a)$, то для части импульсов с более низким $q(a) = 7$ минимальные значения функционала d_2T оказываются меньшими, чем при $q(a) = 8$. Остальные параметры (средняя плотность, мощность, вводимая в плазму) выбираем равными параметрам эквивалентных импульсов стелларатора (табл. 1 и Приложение 2). Радиальные профили температуры электронов стелларатора являются входными данными при постановке обратных задач.

Для упрощения постановки обратной задачи, при оценке нагрева электронов в токамаке мы не учитываем омическую мощность. Таким образом, плазма в эквивалентных импульсах стелларатора и эквивалентного токамака греется одинаковой мощностью. Однако в случае сравнения пар экспериментальных эквивалентных импульсов со стелларатора и токамака удаление омического нагрева недопустимо. Этот случай был разобран в работе [4].

6. РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИМПУЛЬСОВ ТОКАМАКА

В табл. 2 представлены результаты решения прямых и обратных задач при моделировании импульсов стелларатора Л-2М (табл. 1). В табл. 3 сравни-

ваются между собой введенная мощность Q_{EC} и величины Q_{ab} , полученные при использовании формулы (6) (табл. 1), и при решении обратной задачи (табл. 2). Видно, что решение обратной задачи хорошо коррелирует с эмпирической формулой (6).

На рис. 5 показана величина квадратичной (RMS) ошибки d_2T для рассмотренных импульсов Л-2М. Эта величина определяется в основном несогласованностью между измеренной пикированностью профиля температуры электронов и введенной мощностью.

На рис. 6а представлена эффективность ЭЦР-нагрева $\eta = Q_{ab} / Q_{EC}$ для импульсов стелларатора Л-2М в зависимости от средней плотности плазмы при магнитном поле $B_T = 1.34$ Тл. При этом поле критическая плотность (7) равна $\bar{n}_{cr} = 1.6 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Поглощенная мощность Q_{ab} получена с помощью решения обратной задачи. Видно, что расположение экспериментальных точек хорошо следует эмпирической формуле (6): при $\bar{n}_e < \bar{n}_{cr}$ экспериментальные точки лежат возле наклонной прямой с небольшим отклонением, при $\bar{n}_e > \bar{n}_{cr}$ они лежат вдоль горизонтальной прямой. Подсчитанные значения эффективности в этой окрестности $\bar{n}_e \sim \bar{n}_{cr}$ равны единице вплоть до значений плотности $\bar{n}_e \sim 1.4 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Там же для сравнения приведены аналогичные зависимости для двух установок с разными магнитными полями: токамака Т-10 и стелларатора ТЖ-II [4]. На рис. 6б эти же данные перестроены как функция параметра \bar{n}_e / B_T . Видно, что для всех установок

Таблица 2. Результаты решения обратных задач

№№ п/п	№ импульса	$\bar{n}_e, 10^{19} \text{ м}^{-3}$	$Q_{EC}, \text{ МВт}$	$Q_{ab}, \text{ МВт}$	$d_2T, \%$	η	$q(a)$
1	53852	0.75	0.16	0.08	0.43	0.44	7
2	53837	0.9	0.12	0.07	1.1	0.58	7
3	53859	1.0	0.12	0.08	3	0.67	7
4	18955	1.2	0.18	0.145	10	0.80	7
5	19624	1.35	0.235	0.21	5.6	0.89	7
6	57410	1.4	0.165	0.14	4.1	0.85	7
7	58598	1.45	0.21	0.21	8.2	1	7
8	54409	1.55	0.4		2.6	1	8
9	58684	1.65	0.2		9.4	1	8
10	61074	1.7	0.175		6.8	1	7
11	61081	1.8	0.185		3.8	1	7
12	17385	1.81	0.46		9	1	8
13	54435	2.1	0.4		1.1	1	8
14	54537	2.5	0.4		3.4	1	8

экспериментальные точки лежат близко к ломаным линиям эмпирического скейлинга (6).

7. ПРОФИЛИ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОГЛОЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

На рисунках 7–10 представлены профили экспериментальной температуры электронов $T_e^{\text{exp}}(\rho)$ — входные данные для обратной задачи, а также результаты ее решения: профили расчетной температуры электронов $T_e(\rho)$ и рассчитанный профиль поглощенной мощности $P(\rho)$ для типичных импульсов стелларатора Л-2М из табл. 1.

В стеллараторе нецентральный нагрев приводит к уплощению профиля температуры. Поэтому при

решении обратной задачи нецентральный нагрев может служить причиной плоского профиля электронной температуры. Примеры такого сдвига профиля поглощенной мощности показаны на рис. 7 и 8. Некорректность алгоритмов экстраполяции профилей температуры на внешнюю половину малого радиуса плазмы, по нашему мнению, является главной причиной уширения профиля. На примере рис. 10 видно, что экспериментальная температура электронов на границе плазмы сильно завышена. Профиль температуры задан, поэтому в результате расчетов профиль поглощенной мощности оказался очень широким для того, чтобы прогреть периферию плазмы.

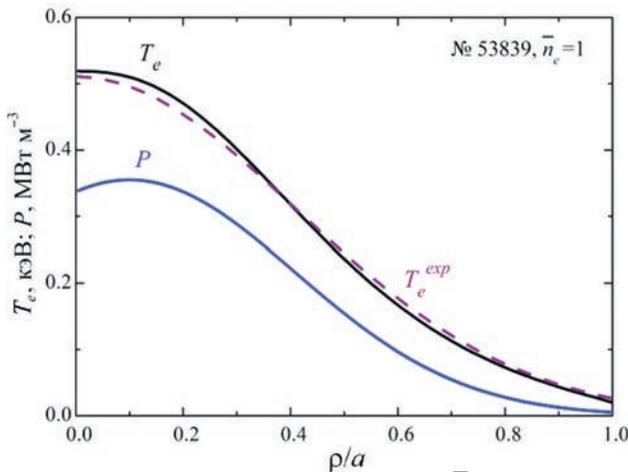


Рис. 7. Импульс №53839 с плотностью $\bar{n}_e = 1$. Частичное поглощение, мощность нагрева $Q_{EC} = 0.12$ МВт, рассчитанная поглощенная мощность $Q_{ab} = 0.08$ МВт, ошибка $d_2T = 3\%$.

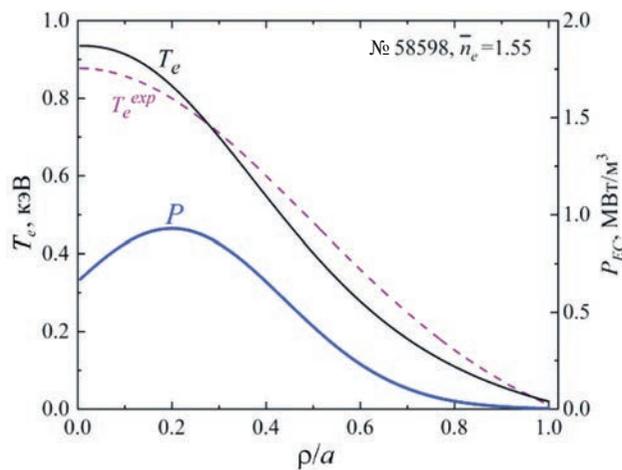


Рис. 8. Профили для импульса №58598 с плотностью $\bar{n}_e = 1.55$. Полное поглощение, мощность нагрева $Q_{ab} = 0.21$ МВт, $d_2T = 10.9\%$.

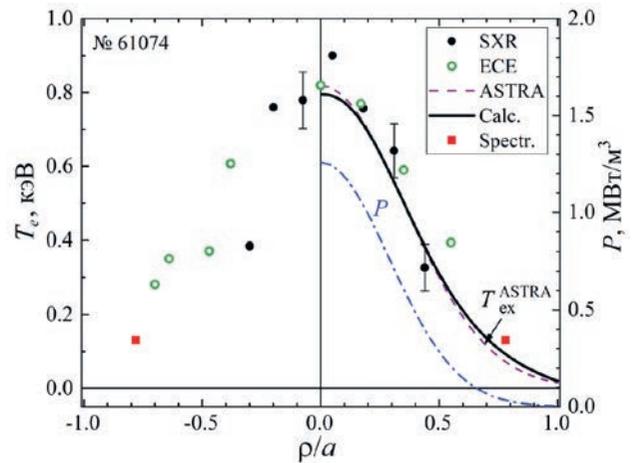


Рис. 9. Исходные экспериментальные данные (точки), их аппроксимация кодом ASTRA (штриховая линия), расчетные профили температуры (сплошная линия) и поглощенной мощности (штрих-пунктир) для импульса №61074 с плотностью плазмы $\bar{n}_e = 1.7$, мощностью нагрева $Q_{ab} = 0.175$ МВт, $d_2T = 3\%$. В этом импульсе поглощение полное.

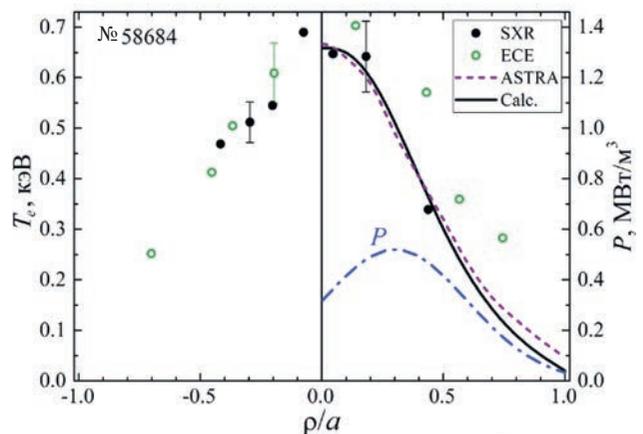


Рис. 10. Импульс № 58684 с плотностью $\bar{n}_e = 1.65$ и сильно проваленным профилем введенной мощности P при $Q_{EC} = 0.2$ МВт, ошибка $d_2T = 4\%$. Обозначения как на рис. 9.

Импульс № 58598 представляет собой пример, в котором входные параметры не согласованы, что приводит к достаточно большой ошибке в определении температуры (10%). Поскольку экспериментальная и расчетная кривая температуры на рис. 8 пересекаются, то на первый взгляд не видно, в чем именно заключается несогласованность. Чтобы прояснить этот вопрос, рассмотрим соотношение между экспериментальной и расчетной температурами в процессе итерационного решения обратной задачи на том шаге, когда профили температур не пересекаются, что показано на рис. 11. Поскольку в процессе итераций профиль экспериментальной температуры и поглощенная мощность сохраняются, то и расчетные температуры на каждой итерации являются возможными решениями обратной задачи. На рис. 11 расчетная температура T_e везде ниже экспериментальной, она как бы вложена внутрь профиля T_e^{exp} , т. е. выполняется условие (18): $L > 0$. Таким образом, данный импульс является примером недостаточной величины мощности Q_{EC} , измеренной в эксперименте, т. е. ее несогласованности с измеренной температурой.

8. ЗАПАС ЭНЕРГИИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ВРЕМЯ ЖИЗНИ ПЛАЗМЫ В СТЕЛЛАРАТОРЕ Л-2М

Рассмотрим теперь энергетические характеристики импульсов стелларатора. Здесь особенно важными оказываются соотношения между параметрами эквивалентных импульсов стелларатора и токамака. В силу условий эквивалентности, в эквивалентных разрядах одинаковыми являются температуры и мощности. Однако если размеры эквивалентных импульсов различны, то параметры, включающие размеры, будут различными. Таковыми, например, являются запас энергии электронов W и энергетическое время жизни электронов τ_E . Запасы энергии электронов стелларатора и токамака связаны соотношением

$$W_{st}^{calc} = \xi W_{tok}^{calc}, \quad (26)$$

где ξ — отношение объемов стелларатора и эквивалентного токамака (25), W_{tok}^{calc} — энергозапас в электронах для эквивалентного импульса токамака (рассчитывается кодом ASTRA), W_{st}^{calc} — энергозапас в электронах импульса стелларатора, рассчитанный по формуле (26). Энергетическое время жизни в импульсе стелларатора τ_{E-st}^{calc} определяется формулой

$$\tau_{E-st}^{calc} = W_{st}^{calc} / Q_{ab}. \quad (27)$$

Энергетические характеристики отобранных импульсов представлены в табл. 4 и на рис. 12, 13.

Энергетическое время жизни в импульсе стелларатора τ_{E-st}^{calc} , подсчитанное согласно (27), приведено на рис. 13. Точки на рис. 13 нужно разделить на две части. Для первых шести импульсов с частичным поглощением мощность растет с ростом плотности, поэтому баланс энергии дает слабо убывающую кривую, как на ТЖ-II [4]. Правая часть кривой τ_E определяется четырьмя импульсами с большой мощностью $Q_{EC} \sim 0.4$ МВт. Видно, что точки для этих импульсов сильно разбросаны. Кроме того, из рис. 4 видно, как сильно разбросаны значения тем-

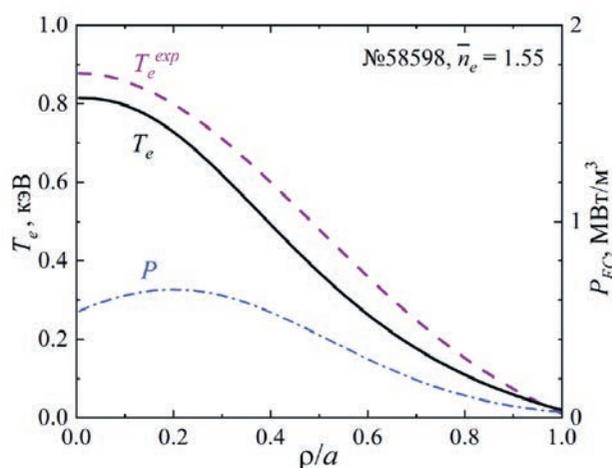


Рис. 11. Расчетная температура T_e , полученная в процессе итераций, вложенная в экспериментальный профиль температуры T_e^{exp} . Удельная мощность ЭЦР-нагрева P определяется заданным профилем температуры T_e^{exp} и мощностью $Q_{EC} = 0.21$ МВт. Здесь плотность $\bar{n}_e \approx n_{cr}$, поэтому поглощенная мощность равна вложенной мощности.

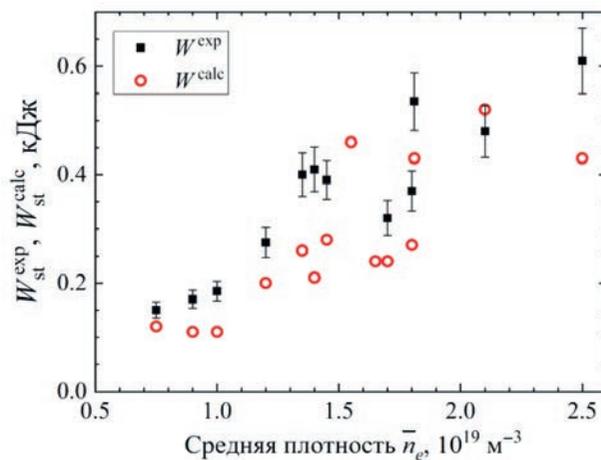


Рис. 12. Запас энергии в импульсах Л-2М. Квадраты — полная энергия из диамагнитных измерений, кружки — результаты решения обратных задач для электронов.

пературы электронов в этих импульсах. Одной из причин такого разброса является разброс величин пикированности профилей электронной температуры (см. рис. 3). Поэтому статистическая надежность точек в правой части рисунка, $\bar{n}_e \sim 1.8 - 2.5 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, меньше, чем в левой, $\bar{n}_e \sim 0.7 - 1.8 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

9. ОБСУЖДЕНИЕ

Условие эквивалентности разрядов стелларатора и токамака, формула (1), является жестким. Опыт работы с решением обратных задач показывает, что это условие может быть смягчено. Согласно (1), для Л-2М $q(a) = 8$. Однако в процессе вычислений мы использовали и другие значения параметра $q(a)$. Итоги таких поисков возможного изменения условий эквивалентности представлены в табл. 2. Здесь в последнем столбце приведены значения параметра $q(a)$, при которых производилось решение обратной задачи.

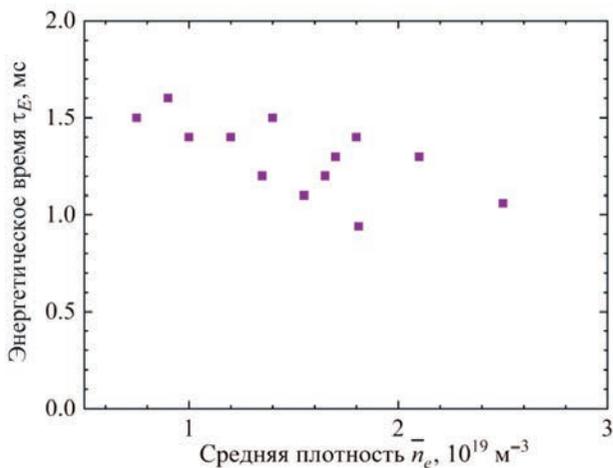


Рис. 13. Энергетическое время жизни для импульсов установки Л-2М.

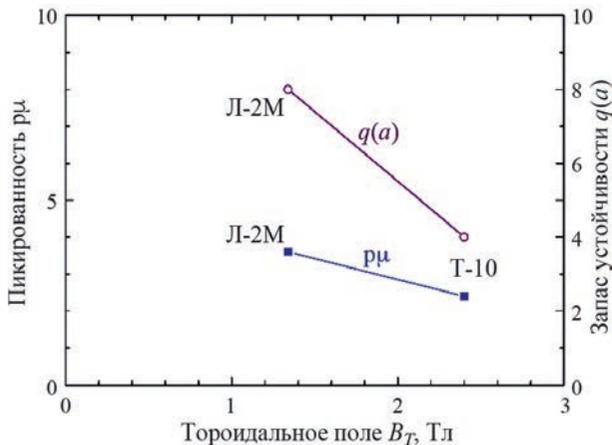


Рис. 14. Сравнение параметров $q(a)$ и пикированности канонических профилей ρ_μ для Л-2М и Т-10.

Видно, что значения $q(a) = 7$ и 8 чередуются, и при каждом значении находятся импульсы с погрешностью $d_2 T$, меньшей 10%. Это означает, что импульсы могут быть эквивалентны при обоих значениях $q(a)$. Отсюда следует, что на основании результатов настоящей работы, условие эквивалентности e) из Введения может быть расширено таким образом:

e^*) значение $q(a)$ для импульса с токамака должно быть близким к значению $\alpha(2\pi/\tau(a))$ для импульса со стелларатора, где α — числовой множитель из интервала

$$0.9 < \alpha < 1. \tag{28}$$

Главной особенностью стелларатора Л-2М является возможность появления импульсов с надтепловыми электронами, изменяющими величину поглощения СВЧ-волн. Это возможно на Т-10 и на Т-11 только для очень малых плотностей. При этом существующие аналитические критерии появления таких электронов не являются общепринятыми и строгими. Поэтому изучение баланса энергии должно предваряться внимательной оценкой выбранных экспериментальных импульсов на наличие или отсутствие немаксвелловских электронов. Трудность задачи заключается в том, что таких электронов в плазме, как правило, оказывается немного, а инжектированные СВЧ-волны они поглощают сильно. В результате спектры рентгеновского излучения (SXR) искажаются мало, а спектры ЕСЕ-излучения, напротив, искажаются сильнее. Если они используются для определения температуры электронов, то при сильных искажениях спектра «радиационная» температура оказывается

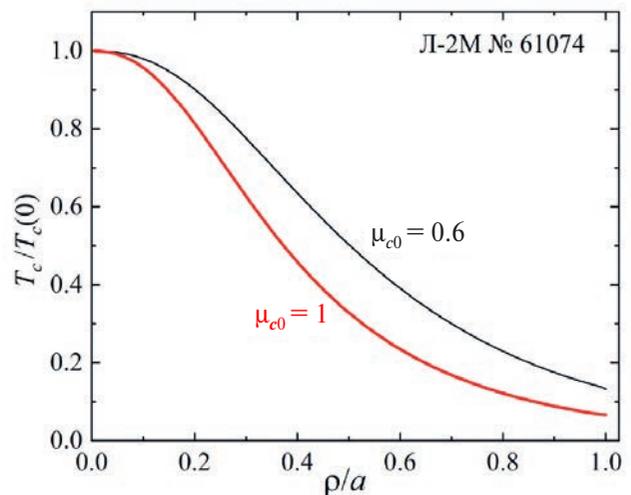


Рис. 15. Нормированные канонические профили температуры $T_c(\rho)$ при двух граничных условиях для канонического профиля функции $\mu(\rho) = 1/q(\rho)$: $\mu_c(0) = 1$ и $\mu_c(0) = 0.6$, найденных из анализа экспериментов на токамаке Т-10.

Таблица 3. Сравнение поглощенных мощностей для импульсов с неполным поглощением

№№ п/п	1	2	3	4	5	6
Q_{ab} (МВт) из ур. (6)	0.075	0.067	0.075	0.135	0.2	0.14
Q_{ab} из обратной задачи	0.08	0.07	0.08	0.145	0.21	0.14
Отношение	0.94	0.96	0.94	0.93	0.95	1

Таблица 4. Характеристики импульсов стелларатора Л-2М

№ п/п	№ импульса	\bar{n}_e , 10^{19} м^{-3}	Q_{EC} , МВт	Q_{ab} , МВт	W_{st}^{exp} , кДж	W_{tok}^{calc} , кДж	W_{st}^{calc} , кДж	τ_{E-st}^{calc} , мс	Диагностика
1	53852	0.75	0.16	0.08	0.15	0.38	0.12	1.5	SXR
2	53837	0.9	0.12	0.07	0.17	0.33	0.11	1.6	ECE
3	53859	1.0	0.12	0.08	0.185	0.34	0.11	1.4	ECE
4	18955	1.2	0.18	0.145	0.275	0.61	0.2	1.4	SXR
5	19624	1.35	0.235	0.21	0.4	0.79	0.26	1.2	SXR
6	57410	1.4	0.165	0.14	0.41	0.65	0.21	1.5	ECE
7	58598	1.45	0.21	0.21	0.39	0.83	0.28	1.3	ECE
8	54409	1.55	0.4	0.4	—	1.4	0.46	1.1	ECE
9	58684	1.65	0.2	0.2	—	0.72	0.24	1.2	SXR, ECE Спектроскопия
10	61074	1.7	0.175	0.175	0.32	0.73	0.24	1.3	SXR, ECE Спектроскопия
11	61081	1.8	0.185	0.185	0.37	0.82	0.27	1.4	SXR
12	17385	1.81	0.46	0.46	0.535	1.3	0.43	0.94	SXR
13	54435	2.1	0.4	0.4	0.48	1.6	0.52	1.3	ECE
14	54537	2.5	0.4	0.4	0.61	1.3	0.43	1.06	ECE

сильно отличающейся от максвелловской, и это является хорошим свидетельством того, что надтепловые электроны присутствуют. Наибольшие трудности появляются в промежуточной области небольших искажений. Наперед неясно, искажения каких размеров являются пограничными, разделяющими максвелловские и немасвелловские электроны. Как правило, здесь приходится отбирать максвелловские импульсы с запасом, отбрасывая подозрительные импульсы при малейших сомнениях.

Другой особенностью Л2-М является малая величина йоты на границе плазмы ($\tau(a) = 0.8$). Поэтому условие эквивалентности импульсов стелларатора и токамака (1) приводит к большому значению параметра $q(a) \sim 8$ для эквивалентного токамака. Однако это значение не является стандартным для

многих токамаков, (в том числе и для Т-10), поэтому Стандартная транспортная модель канонических профилей (ТМКП) [3] была откалибрована для моделирования импульсов со значениями параметра $q(a) \sim 3-5$. В результате для моделирования импульсов эквивалентного токамака Т-10V1.3 модель была перекалибрована следующим образом.

Для увеличения параметра $q(a)$ в эквивалентных импульсах токамака приходится уменьшать величину тока. Как известно, при этом удержание энергии ухудшается. В Стандартной модели [3], чтобы описать этот эффект для электронов, в коэффициент жесткости k_e^{PC} (см. Приложение 1) введены два множителя, $q(a/2)$ и q_{cyl} :

$$k_e^{PC} \sim C_e q \left(\frac{a}{2} \right) \frac{q_{cyl}}{B_T} = C_e q \left(\frac{a}{2} \right) \frac{5a^2}{IR}. \quad (29)$$

Второй из них, $q_{\text{св}}$, обратно пропорционален току, первый, $q(a/2)$, также убывает с ростом тока. Однако эксперимент при больших $q(a)$ показывает, что ухудшение удержания энергии происходит медленнее, чем это описывается формулой (29). Таким образом, модель здесь требует модификации. Эту модификацию мы проведем за счет уменьшения параметра C_e . В Стандартной модели $C_e = 3.5$. Новую калибровку модели мы проводим, опираясь на отобранные импульсы стелларатора Л-2М с полным поглощением СВЧ-волн. Это импульсы №№ 8–14 из таблицы 1. Моделирование этих импульсов и минимизация расхождений между расчетами и экспериментом показало, что $C_e = 1$.

При увеличении параметра $q(a)$ меняется не только амплитуда решения, но и его форма (пикированность). Ее также можно корректировать, изменяя пикированность канонического профиля температуры с помощью параметра $\mu(0) = \mu_0 = 1/q(0)$. Он свободный, и его величина также определяется сравнением расчетов с экспериментом. При $q(a) \sim 3 - 5$ $\mu_0 = 0.6$. При увеличении $q(a)$ до 8 величина μ_0 слегка уменьшается до $\mu_0 \sim 0.45 - 0.5$.

Введем понятие пикированности канонического профиля

$$p\mu = \mu(0) / \mu(a) = \mu(0) q(a). \quad (30)$$

Для установки Т-10 $\mu(0) = 0.6$, $\mu(a) = 1/q(a) \sim 1/4$, поэтому пикированность $p\mu \sim 2.4 - 2.5$. Для Л-2М, $p\mu = 3.6$. Отсюда следует, что пикированность канонического профиля, показанная на рис. 14, более инерционная величина, чем $q(a)$. При переходе от Т-10 к Л-2М величина $q(a)$ увеличивается в 2 раза, а пикированность только в 1.4 раза.

Таким образом, моделирование импульсов Л-2М расширило область применимости ТМКП на более высокие значения параметра $q(a)$ и сделало условия эквивалентности разрядов в токамаке и стеллараторе мягче, чем в работах [3, 4].

Отметим, что в недавней работе [13] в качестве механизма уширения профиля вложенной ЭЦР-мощности предложена низкопороговая параметрическая неустойчивость волны накачки. К увеличению прозрачности плазмы, отмеченному в нашей работе [3], может привести квазилинейная диффузия электронов в пространстве скоростей [14].

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В отличие от других стеллараторов (W-7X, TJ-II), малый объем плазмы в Л-2М приводит к появлению надтепловых электронов при небольших значениях

плотности и достаточно большой вложенной ЭЦР-мощности. Поэтому перед анализом проведен тщательный отбор рассматриваемых импульсов на предмет отсутствия надтепловых электронов. В выбранном наборе импульсов с помощью принципа эквивалентности разрядов стелларатора и токамака и транспортной модели (ТМКП) проанализирован баланс энергии. Показано, что температура электронов в паре эквивалентных разрядов стелларатора и токамака одинакова как в случае полного, так и частичного поглощения мощности СВЧ-волн. Найдены величины поглощенной мощности и их распределение по радиусу сечения плазмы. Построенная ранее эмпирическая формула для эффективности поглощения СВЧ-волн при разных плотностях плазмы и магнитных полях оказалась пригодной и для установки Л-2М. Экспериментальные данные о температуре для трех установок (токамак Т-10, стеллараторы Л-2М и TJ-II) хорошо совпадают с ее предсказаниями и численными расчетами поглощенной мощности.

Предиктивные расчеты для установки Т-15МД требуют достаточно надежной и гибкой транспортной модели, особенно на начальном этапе работы установки [15]. В настоящей работе проведена модернизация ТМКП, позволяющая расширить область ее применения по параметрам плазмы в область более высоких q вплоть до 8. Надежность вычислений с помощью ТМКП подтверждена сравнением результатов расчетов с экспериментами на установке Т-10.

Работа курчатовской группы выполнена в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт». Эксперименты на Л-2М выполнены в рамках Государственного задания ИОФ РАН. Моделирование поддержано Российским научным фондом, грант 23-72-00042.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ТРАНСПОРТНОЙ МОДЕЛИ КАНОНИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ

Обсуждаемая транспортная модель реализована в коде ASTRA [16]. В начальной стадии расчета решается уравнение Грэда–Шафранова и находится равновесие и натуральные координаты в рамках фиксированной трехпараметрической границы плазмы. Радиальная координата ρ строится по тороидальному магнитному полю. Это общеизвестно и в дальнейшем этой части модели мы не касаемся.

Уравнения переноса тепла имеют вид

$$\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (nT_\alpha) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho G_1 \Gamma_\alpha) = P_\alpha \quad (\alpha = e, i), \quad (\text{A1})$$

где P_α — источники тепла, $G_1 = \langle (\nabla \rho)^2 \rangle$.

В настоящей работе мы принимаем предположение о том, что канонические профили температуры для электронов и ионов могут быть разными. Поэтому выражения для потоков тепла таковы [1, 2]:

$$\Gamma_\alpha = -k_\alpha^{PC} T_\alpha \left(\frac{T'_\alpha}{T_\alpha} - \frac{T'_{c\alpha}}{T_{c\alpha}} \right), \quad (\text{A2})$$

где $T_{c\alpha}$ — канонический профиль температуры частиц сорта $\alpha = e, i$; $T'_\alpha = dT_\alpha / d\rho$. Коэффициенты жесткости для электронной и ионной температуры k_α^{PC} имеет вид

$$k_\alpha^{PC} = n_e \chi_\alpha^{PC} = C_\alpha \frac{1}{M} \left(\frac{a}{R} \right)^{0.75} \quad (\text{A3})$$

$$q_{\text{cyl}} q \left(\frac{a}{2} \right) \left(T_\alpha \left(\frac{a}{4} \right) \right)^{h_\alpha} \left(\frac{3}{R} \right)^{1/4} \left(\frac{\bar{n}_e}{B_T} \right) = \text{const}(\rho).$$

Здесь k_α^{PC} в $\text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$, χ_α^{PC} в $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, C_α и h_α — численные коэффициенты, M — относительная масса ионов, T_α — температура в кэВ, a и R — малый и большой радиус плазмы в метрах, B_T — тороидальное магнитное поле в Тл, $q_{\text{cyl}} = 5a^2 B_T / (IR)$, ρ — натуральная радиальная координата магнитной поверхности, I — ток плазмы в МА.

Согласно [1, 2], канонический профиль для функции $\mu(\rho) = 1/q(\rho)$ определяет следующее уравнение Эйлера:

$$\rho^2 G \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial \rho} + \lambda_\alpha \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} (V' G \rho \mu_\alpha) \right] + \frac{D_{\alpha\rho}}{V'} \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial \rho} = 0 \quad (\text{A4})$$

Для каждого уравнения требуются четыре граничных условия. Они имеют вид

$$\mu_\alpha(0) = \mu_{0\alpha}, \quad \mu'_\alpha(0) = 0, \quad (\text{A5})$$

$$\mu_\alpha(a) = \mu_a, \quad \frac{\mu_{0\alpha}}{2} \frac{i_{\alpha a}}{G_a \mu_a^2} = U_\alpha,$$

где $\mu_0 = \mu_{0e}$ для электронов и $\mu_0 = \mu_{0i}$ для ионов, $\mu_a = 1/q(a)$.

Решение задачи (A4), (A5) мы будем обозначать индексом «с» снизу. В (A5), $\mu_{0\alpha}$ — это свободный параметр, задаваемый при решении физической задачи. Для импульсов без пилообразных колебаний мы выбирали $\mu_0 = 1$. Для импульсов с пилообразными колебаниями, которые усредняются экспери-

ментаторами по времени и пространству, мы полагаем $\mu_0 = 0.6$.

Величина i_α в (A5) — это безразмерный канонический профиль тока, определяемый выражением

$$i_\alpha = \nabla_\phi \times (\rho \mu_\alpha) = \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} (V' G \rho \mu_\alpha). \quad (\text{A6})$$

Канонический профиль тока может быть разным для электронов и ионов. В (A6) G — это безразмерный метрический коэффициент, определяемый формулой

$$G = G(\rho) = R^2 \left\langle \frac{(\nabla \rho)^2}{r^2} \right\rangle, \quad (\text{A7})$$

где скобки означают усреднение по магнитной поверхности, r — расстояние до оси тора, $V' = \partial V / \partial \rho$, V — объем плазмы внутри магнитной поверхности, U_α — некоторая постоянная, равная единице для круглого плазменного цилиндра, и определяемая в общем случае уравнением

$$\frac{\partial Z_\alpha(\rho)}{\partial \rho} (\rho = a) = 0, \quad (\text{A8})$$

где

$$Z_\alpha(\rho) = \frac{\mu_{0\alpha}}{2} \frac{i_{c\alpha}(\rho)}{G(\rho) (\mu_{c\alpha}(\rho))^2}, \quad (\text{A9})$$

Канонические профили для температуры определяются законом Ома, который имеет вид

$$T_{c\alpha}(\rho) = (i_{c\alpha}(\rho))^{2/3}. \quad (\text{A10})$$

Для плазмы с круглым сечением и большим аспектным отношением ($R/a \gg 1$) отношения между переменными упрощаются:

$$j_{c\alpha} = (\mu_{c\alpha})^2, \quad T_{c\alpha} = (\mu_{c\alpha})^{4/3}. \quad (\text{A11})$$

Уравнения (A4) с граничными условиями (A5) следует решать отдельно для электронов и ионов, выбирая соответствующие значения μ_0 (мы принимаем для них обозначения μ_{0e} и μ_{0i}) и определяя параметры γ_α и C_α в ходе решения уравнения (A4).

Канонические профили температуры T_c получаются из канонического профиля μ_c по цепочке формул (A6)–(A10). На рисунке 15 показаны канонические профили температуры для импульса № 61074 стелларатора Л-2М при различных граничных условиях для функции μ_c , типичных для токамака Т-10. Поскольку канонические профили входят в поток тепла (A2) только в виде логарифмических производных, то их можно нормировать без влияния на теплоперенос.

COMPARISON OF ENERGY TRANSPORT IN PLASMA WITH ECR HEATING ON THE L-2M STELLARATOR AND T-10 TOKAMAK

Yu. N. Dnestrovskij^{a, *}, A. V. Melnikov^{a, b, c}, S. E. Lysenko^{a, **, *}, A. I. Meshcheryakov^e,
N. K. Kharchev^{a, e}, D. G. Vasilkov^e, S. E. Grebenshchikov^e, N. V. Kasyanova^{a, c},
S. V. Cherkasov^a, I. Yu. Vafin^e, L. G. Eliseev^a, and D. Yu. Sychugov^{a, d}**

^a*National Research Centre «Kurchatov Institute», Moscow, 123182 Russia*

^b*National Research Nuclear University МЕРФИ, Moscow, 115409 Russia*

^c*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701 Russia*

^d*Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

^e*Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: Dnestrovskiy_YN@nrcki.ru*

***e-mail: Lysenko_SE@nrcki.ru*

****e-mail: nrcki@nrcki.ru*

Abstract—Plasma was heated at the second harmonic of electron cyclotron resonance (ECR) in the L-2M stellarator and the T-10 tokamak. The concept of equivalent tokamak and stellarator discharges was extended to the case of both full and partial absorption of EC power. Comparison of experimental electron temperature profiles with profiles calculated using the canonical profiles transport model allows us to estimate the efficiency of ECR heating in the L-2M discharges without suprathermal electrons, which distort the distribution function, preventing reliable measurements of temperature. The dependence of the ECR heating efficiency on the plasma density was obtained, describing experiments on the L-2M and TJ-II stellarators, and on the T-10 tokamak. The energy characteristics (the stored energy and the confinement time) for L-2M discharges were calculated. Predictions for ECR heating in the T-15MD tokamak are considered. The features of solving the ill-posed transport problem for the L-2M are discussed.

Keywords: stellarator, tokamak, electron cyclotron resonance heating (ECRH), canonical profile transport model

УДК 533.9

СВЧ-ИНТЕРФЕРОМЕТР ТОКАМАКА Т-15МД ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СРЕДНЕЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПЛАЗМЫ

© 2024 г. А. С. Дрозд^{a, b, *}, Д. С. Сергеев^{a, **}, Р. А. Бегишев^{a, c, ***}, Г. Б. Игонькина^a,
М. М. Соколов^a, Н. В. Коршунов^{a, c}, Э. Н. Хайрутдинов^a, Т. Б. Мялтон^a

^aНИИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия

^bНаучно-исследовательский ядерный университет «Московский инженерно-физический институт», Москва, Россия

^cМосковский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

^dРоссийский университет дружбы народов, Москва, Россия

*e-mail: Drozd_AS@nrcki.ru

**e-mail: Sergeev_DS@nrcki.ru

***e-mail: Begishev_RA@nrcki.ru

Поступила в редакцию 18.10.2023 г.

После доработки 23.03.2024 г.

Принята к публикации 25.03.2024 г.

Представлены отличительные особенности СВЧ-интерферометра токамака Т-15МД для измерения линейно интегрированной электронной плотности, а также система обработки и регистрации его сигналов. Проведен анализ фазовой стабильности сигналов СВЧ-интерферометра. Продемонстрированы результаты измерений СВЧ-интерферометром в первую экспериментальную кампанию токамака Т-15МД. Значения фазы восстанавливались как с применением аналогового фазометра, так и постобработкой оцифрованных сигналов СВЧ-интерферометра: сигнал промежуточной частоты и сигнал кварцевого осциллятора. Показано совпадение результатов при вычислении плотности плазмы этими двумя методами.

Ключевые слова: СВЧ-интерферометр, токамак, электронная плотность, обработка сигналов, измерения плазмы

DOI: 10.31857/S0367292124050039, **EDN:** PWQHDP

1. ВВЕДЕНИЕ

Измерения электронной плотности плазмы являются одними из базовых на установках по исследованию горячей плазмы. На установках типа токамак активно применяются интерферометрические методы, в том числе в субмиллиметровом диапазоне [1]. Они выдают данные о линейно-интегрированной электронной плотности плазмы. Плазма представляет собой оптически неоднородную среду, проходя через которую, электромагнитные волны приобретают дополнительный фазовый сдвиг относительно распространения в вакууме. Дополнительный набег фазы от плазмы при зондировании на обыкновенной волне определяется следующим выражением:

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda e^2}{4\pi m_e \epsilon_0 c^2} \int_0^L n_e(l) dl \quad (1)$$

где λ — длина волны, e — заряд электрона; m_e — масса электрона; ϵ_0 — электрическая постоянная; c — скорость света в вакууме, интегрирование ведется по пути распространения зондирующего луча.

Применение СВЧ-источников излучения для интерферометрии плазмы имеет преимущество в большей чувствительности по сравнению с широко используемыми лазерами. СВЧ-интерферометры функционировали на таких токамаках, как HL-2A [2] и COMPASS [3].

С другой стороны, излучения с большими длинами волн сильнее подвержены негативному влиянию рефракции в плазме [4], приводящей к ошибкам в измерениях и потере мощности зондирующего сигнала, а также могут отражаться от слоев с критической электронной плотностью, не попадая на детектор. Кроме того, частота СВЧ-излучения может соответствовать гармонике циклотронной частоты

электронов в магнитном поле токамака и поглощаться в плазме [5].

В настоящее время в большинстве интерферометров измерения проводятся на промежуточной частоте (ПЧ), т. е. с небольшой разницей относительно несущей по частоте $\Delta\omega$ в опорном и измерительном плечах. Это позволяет определять набег фазы, вносимый плазмой, по измерениям фазы ПЧ со смесителя. Измерения на гомодинных схемах же могут нести в себе ошибки, связанные с непостоянством мощности детектируемой зондирующей волны, а также требуют применения дополнительных методов для устранения неоднозначности измерений.

Также возможна кратковременная потеря информации о фазе при сбоях в работе интерферометра, что может приводить к потере данных о ходе электронной плотности. Причиной таких сбоев может служить как кратковременная потеря сигнала ПЧ с детектора, связанная, например, с рефракцией в плазме, так и некорректная первичная обработка выходных сигналов интерферометра. Во избежание последнего необходимо оценивать возможные скорости изменения фазы сигнала ПЧ [7].

Данная статья посвящена применению СВЧ-интерферометра токамака Т-15МД [6] для измерения средней электронной плотности, она содержит описание системы обработки данных СВЧ-интерферометра, чувствительности диагностики, и в ней представлены результаты измерений во время первой экспериментальной кампании токамака Т-15МД.

2. СВЧ-ИНТЕРФЕРОМЕТР ТОКАМАКА Т-15МД И СИСТЕМА ОБРАБОТКИ И РЕГИСТРАЦИИ ДАННЫХ

СВЧ-интерферометр токамака Т-15МД предназначен для измерения средней плотности плазмы и реализации контура обратной связи по электронной плотности. Зондирование проводится в вертикальном направлении с однократным прохождением электромагнитных лучей через камеру. Для создания многоканальной диагностики планируется использование многоканального гетеродинного интерферометра на основе CO_2 - и гетеродинного лазеров, поскольку использование длин волн СВЧ-диапазона имеет физические ограничения вследствие рефракции [4]. Зондирование многоканальным лазерным интерферометром планируется проводить в горизонтальном направлении, с отражением от внутренней стенки установки.

Концептуальное описание схемы СВЧ-интерферометра было представлено в [4]. В дальнейшем

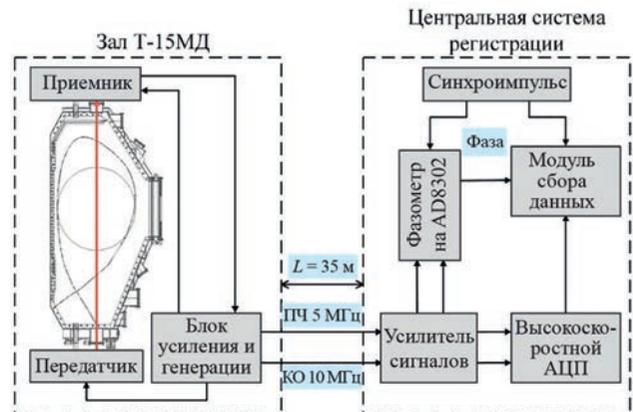


Рис. 1. Блок-схема СВЧ-интерферометра и системы обработки и регистрации данных.

частоты были скорректированы, актуальная схема показана в [8]. Его выходными сигналами являются сигнал ПЧ 5 МГц и референсный сигнал кварцевого осциллятора (КО) 10 МГц. Благодаря высокой фазовой стабильности, дополнительный набег фазы может определяться как по сигналу ПЧ 5 МГц относительно себя в «нулевой» момент времени, так и как разница фаз между ПЧ и КО. Схема СВЧ-интерферометра и системы обработки и регистрации его данных представлена на рисунке 1.

Отличительными особенностями применяемого СВЧ-интерферометра являются [4, 8]:

- твердотельная электроника для генерации СВЧ-волн;
- передача ВЧ-сигналов СВЧ-интерферометра по коаксиальным кабелям;
- жесткое соединение приемника/передатчика с антенной сборкой;
- сверхразмерные лучеводные рупорные антенны.

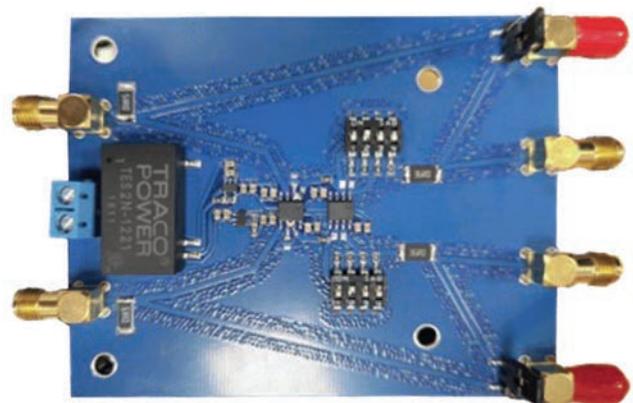


Рис. 2. Усилитель сигналов.

Вакуумная часть антенной системы отделяется окном из плавленого кварца марки КУ. Толщина окна подобрана с целью уменьшения потерь мощности СВЧ-волны. Экспериментально измерен показатель преломления кварца КУ в СВЧ-диапазоне, $n = 2.66$. Толщина стекла составляет $h = 3.0$ мм, что является одним из значений для достижения минимума отраженной мощности. Измеренные потери составили -1.48 дБ/окно.

Сигналы ПЧ и КО передаются из зала токамака в центральную систему регистрации (ЦСР) по коаксиальным кабелям длиной около 35 м. Для усиления сигналов после прохождения по длинной линии используется усилитель на основе ОУ (операционных усилителей) LM6172 (рисунок 2). Для минимизации отражений сигнальные линии усилителя выполнены в виде совмещения компланарной и микрополосковой линии с волновым сопротивлением 50 Ом. Предусмотрена возможность выставления как входного сопротивления, так и выходного для согласования нагрузок. Коэффициент усиления K выставляется при помощи резистивной сборки и изменяется от 0.13 до 20. Усилитель имеет по 2 выхода на каждый входной сигнал для одновременного подключения фазометра и быстродействующего АЦП.

Реализована двойная обработка данных: по оцифрованным сигналам ПЧ и КО СВЧ-интерферометра методами постобработки и при помощи фазометра на основе детекторов AD8302 [8]. Фазометр позволяет обрабатывать сигналы интерферометра с малой задержкой $\tau_z \sim 2$ мкс, а его выходной сигнал, пропорциональный средней электронной плотности плазмы, можно использовать для реализации обратной связи по плотности. Регистрация сигналов ПЧ и КО позволяет определять электронную плотность

с большей точностью и временным разрешением, а также дает подробную информацию о сигналах для анализа работы интерферометра.

Схема системы регистрации данных СВЧ-интерферометра показана на рисунке 3. Все модули расположены на одном шасси PXIe-1082. Реализован контур обратной связи фазовой автоподстройки частоты для синхронизации фазы встроенных часов плат АЦП Scope PXIe-5153 и DAQmx PXIe-6358 с модулем синхронизации и тактирования PXIe-6674T. Осуществлена маршрутизация сигнала импульсной синхронизации старта. Сигналы СВЧ-интерферометра ПЧ и КО записываются модулем PXIe-5153 на частоте оцифровки 104 МГц разрядностью 8 бит. Так, при записи разряда длительностью 10 с объем данных будет составлять более 10 Гб. Выходные сигналы с фазометра регистрируются модулем PXIe-6358 с частотой оцифровки 50 кГц на канал. Кроме сигнала, пропорционального разности фаз, с фазометра выводятся и регистрируются выходные сигналы с детекторов AD8302, в том числе показывающие отношение мощностей сигналов ПЧ/КО.

Генератор PXIe-5423 используется для синтеза сигнала, который возможно использовать вместо сигналов ПЧ и КО в целях тестирования оборудования [8]. Модуль может синтезировать сигналы произвольной формы с модуляцией амплитуды, фазы и наложением шума.

3. СИГНАЛЫ СВЧ-ИНТЕРФЕРОМЕТРА И ИХ АНАЛИЗ

Выходные сигналы СВЧ-интерферометра представлены на рисунке 4. Отношение сигнал/шум сигнала ПЧ по мощности составляет 30, предварительно

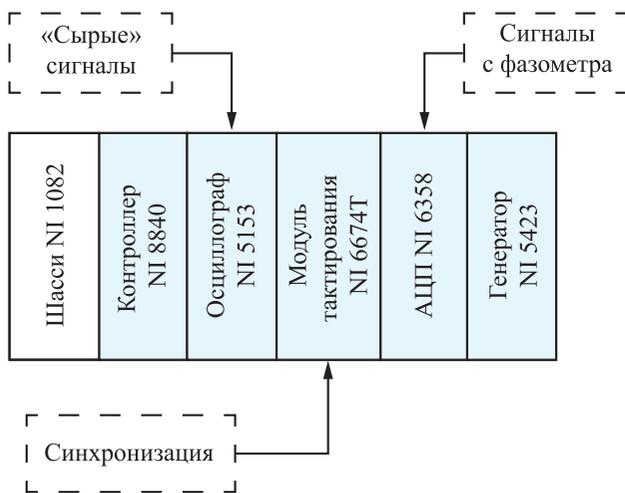


Рис. 3. Система регистрации.

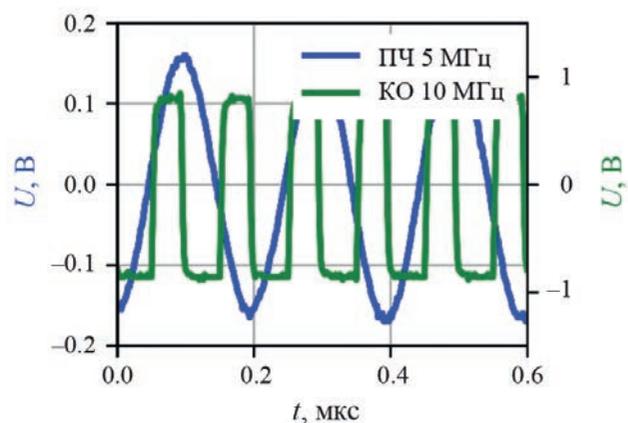


Рис. 4. Сигналы СВЧ-интерферометра.

он пропускается через полосовой аналоговый фильтр шириной $\Delta f = 150$ кГц. Нестабильность фазы сигнала ПЧ, записанного на осциллограф в разных местах линии его передачи: на выходе с блока усиления и генерации (БУГ, синий), на входе в усилитель сигналов (бордовый), на входе в АЦП (желтый), — представлена на рисунке 5. На графиках указано средне-квадратичное отклонение фазы σ . Расчет фазы проводился постобработкой с применением преобразования Гильберта, аналогично [9], с предварительной цифровой фильтрацией по частотам в полосе $\Delta f = 100$ кГц, при частоте оцифровки сигнала ПЧ в 2 ГГц осциллографом Rigol MSO5204. Видно, что передача по длинной линии и усиление не приводят к заметному росту шумов. Стоит отметить, что полученный уровень шума много меньше, чем на похожем СВЧ-интерферометре миллиметрового диапазона на плазменной установке С-2W [10], где $\sigma = 10.78^\circ$.

Тем не менее при передаче по длинной линии и усилении в сигналах СВЧ-интерферометра образуются паразитные гармоники. Для их устранения перед входом в фазометр была установлена схема из компаратора TLV3501 и полосового фильтра на операционном усилителе AD8007. Ширина фильтра близка к ширине внутреннего фильтра СВЧ-интерферометра на сигнал ПЧ в БУГ $\Delta f = 150$ кГц, а применение компаратора позволяет получить сигнал на выходе, не зависящий от амплитуды входного сигнала.

Спектры сигнала ПЧ показаны на рисунке 6. Данные снимались на выходе с БУГ и на входе фазометра: без фильтра и с фильтром. Видно, что на выходе БУГ имеются паразитные частоты, а после прохождения по длинному кабелю и усилению возникает гармоника $f = 10$ МГц, уровень которой оказывается даже выше, чем у несущей частоты. После фильтрации уровень всех паразитных частот резко уменьшается, а уровень гармоники 10 МГц составляет ~ -13 дБ.

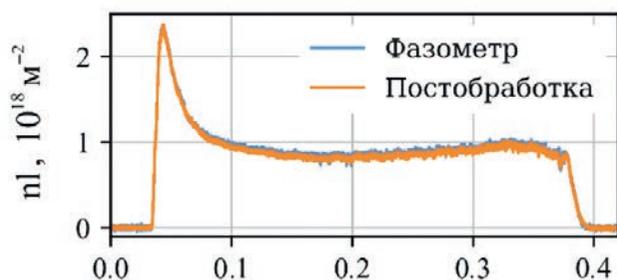


Рис. 7. Сравнение данных фазометра и постобработки.

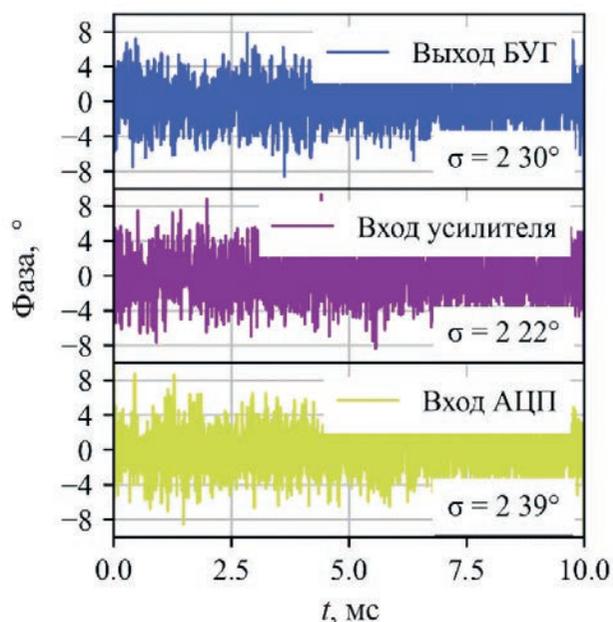


Рис. 5. Шумы фазы сигнала ПЧ.

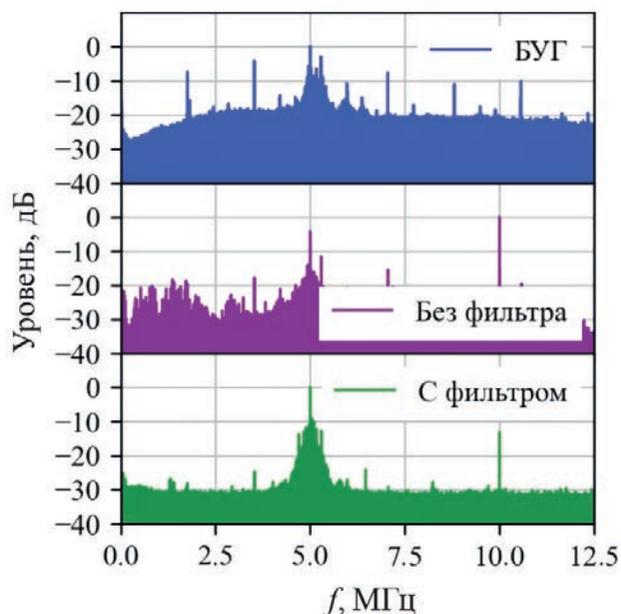
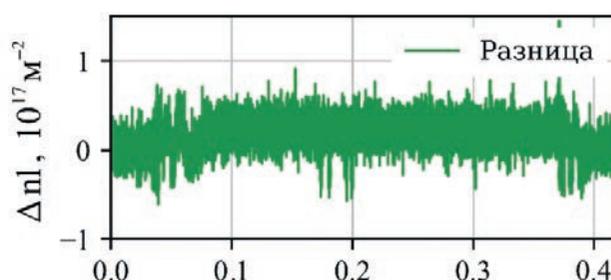


Рис. 6. Спектры сигнала ПЧ.



4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

В плазменных экспериментах на токамаке Т-15МД весной 2023 года плазма создавалась при помощи СВЧ-пробоя от гиротрона мощностью $P = 1$ МВт и длительностью $t \sim 500$ мс. Для большинства импульсов получены данные о ходе электронной плотности с помощью СВЧ-интерферометра по вертикальному каналу, проходящему через центр вакуумной камеры установки. Результирующий ход электронной плотности по фазометру и по постобработке оцифрованных данных с применением преобразования Гильберта практически накладываются друг на друга (рисунок 7). Расхождение между полученными двумя способами данными связано с шумами в том числе детекторов AD8302 и точностью настройки и калибровки фазометра, а величина среднеквадратичного отклонения составляет $\sigma = 2 \times 10^{16} \text{ м}^{-2}$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

СВЧ-интерферометр — основная диагностика для измерения средней электронной плотности плазмы в экспериментах на токамаке Т-15МД. Получены первые данные с помощью СВЧ-интерферометра о плотности плазмы в импульсах токамака Т-15МД с СВЧ-пробоем от гиротрона. СВЧ-интерферометр и в дальнейшем будет использоваться для измерения средней плотности плазмы токамака Т-15МД, а его сигнал будет использоваться в контуре обратной связи для управления средней плотностью.

Совокупность технических решений, примененных в СВЧ-интерферометре токамака Т-15МД, помогло добиться повышения надежности и точности измерений средней вдоль линии зондирования плотности плазмы. Измерения проводятся с высокой точностью (ошибка $\sigma = 2 \times 10^{16} \text{ м}^{-2}$) и высоким временным разрешением (до $\tau_{\text{ПЧ}} = 0,2$ мкс). Двойная система обработки сигналов позволяет, с одной стороны, проводить измерения в режиме реального времени для управления плотностью, с другой — дает возможность изучать высокочастотные явления

в плазме и проводить анализ работы СВЧ-интерферометра.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ «Курчатовский институт».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Veron D.* // Infrared and millimeter waves. 1979. Т. 2. С. 67.
2. *Shi. P., Shi. Z., Chen W., Zhong W., Yang Z., Jiang M., Zhang B., Li Y., Yu L., Liu Z.* // Plasma Sci. Technol. 2016. Т. 18. № 7. С. 708. Doi: 10.1088/1009-0630/18/7/02
3. *Varavin M., Zajac. J., Zacek F., Nanobashvili S., Ermak G.P., Varavin A.V., Vasilev A.S., Stumbra M., Vetoshko A., Fateev A.V., Shevchenko V.V.* // Telecommunications and Radio Engineering. 2014. Т. 73. №. 10. Doi: 10.1615/TelecomRadEng.v73.i10.80
4. *Сергеев Д.С., Неруш М.Н.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2020. Т. 43. Вып. 2. С. 49. Doi: 10.21517/0202-3822-2020-43-2-49-56
5. *Bornatici M.* // Plasma Physics. 1982. Т. 24. №. 6. С. 629. Doi: 10.1088/0032-1028/24/6/005
6. *Хвостенко П.П., Анашкин И.О., Бондарчук Э.Н., Инютин Н.В., Крылов В.А., Левин И.В., Минеев А.Б., Соколов М.М.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2019. Т. 42. Вып. 1. С. 15. Doi: 10.21517/0202-3822-2019-42-1-15-38
7. *Сергеев Д.С., Дрозд А.С., Кириллов А.С., Диас Михайлова Д.Е.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2022. Т. 45. Вып. 3, С. 23. Doi: 10.21517/0202-3822-2022-45-3-23-28
8. *Drozdz A., Sergeev D.* // Rev. Sci. Instrum. 2022. Т. 93. №. 6. С. 063501. Doi: 10.1063/5.0087847
9. *Hossack, A.C., Morgan, K.D., Hansen, C.J., & Sutherland, D.A.* // Rev. Sci. Instrum. 2022. Т. 93. №9 С. 093501. Doi: 10.1063/5.0097459
10. *Smith R.J. and TAE Team* // Rev. Sci. Instrum. 2018. Т. 89. Вып. 10, С. 23. Doi: 10.1063/1.5037332

T-15MD TOKAMAK MICROWAVE INTERFEROMETER FOR MEASURING THE AVERAGE ELECTRON DENSITY OF PLASMA

A. S. Drozd^{a, b, *}, D. S. Sergeev^{a, **}, R. A. Begishev^{a, c, *}, G. B. Igon'kina^a,
M. M. Sokolov^a, N. V. Korshunov^{a, c}, E. N. Khairutdinov^a, T. B. Myalton^a**

^a*National Research Centre «Kurchatov Institute», Moscow, 123182 Russia*

^b*National Research Nuclear University «Moscow Engineering Physics Institute», Moscow, 115409 Russia*

^c*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow oblast, 141701 Russia*

**e-mail: Drozd_AS@nrcki.ru*

***e-mail: Sergeev_DS@nrcki.ru*

****e-mail: Begishev_RA@nrcki.ru*

Abstract—The distinctive features of the T-15MD tokamak microwave interferometer for measuring linearly integrated electron density, as well as the system for processing and recording its signals, are presented. The phase stability of microwave interferometer signals is analyzed. The results of measurements with a microwave interferometer during the first experimental campaign of the T-15MD tokamak are presented. The phase values were extracted by using an analog phase meter and post-processing of digitized microwave interferometer signals: an intermediate frequency signal and a local oscillator signal. It is shown that the results of the plasma density calculation by these two methods coincide.

Keywords: microwave interferometer, tokamak, electron density, signal processing, plasma measurements

УДК 533.952

УВЕЛИЧЕНИЕ МОЩНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ И УДЕЛЬНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ЭНЕРГИИ ПЛАЗМЫ СИЛЬНОТОЧНЫХ Z-ПИНЧЕЙ ЗА СЧЕТ СЖАТИЯ КАСКАДНЫХ СБОРОК, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧЕРЕЗ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

© 2024 г. Г. С. Волков^{a, b}, Е. В. Грабовский^a, А. Н. Грицук^a,
К. Н. Митрофанов^a, А. А. Рупасов^c, И. Н. Фролов^a

^aГНЦ РФ «Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований», Москва, Россия

^bРоссийский технологический университет — Московский институт радиотехники,
электроники, автоматики, Москва, Россия

^cФизический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

*e-mail: volkov@triniti.ru

**e-mail: rupasov@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 12.01.2024 г.

После доработки 28.02.2024 г.

Принята к публикации 10.03.2024 г.

С целью увеличения удельной концентрации энергии плазмы сильноточных Z-пинчей проведены эксперименты по сжатию каскадных многопроволочных вольфрамовыхборок, имеющих уменьшенную индуктивность на конечной стадии пинчевания. Эксперименты проводились на установке «Ангара-5-1» с током в нагрузке до 4 МА. Наибольшие на единицу длины пинча мощности излучения были получены с каскадными сборками, у которых погонная масса внутренней сборки с уменьшенной индуктивностью составляла от 1 до 1.5 погонной массы внешней сборки. С пинча длиной 1 см получена мощность мягкого рентгеновского излучения $P \sim 11$ ТВт. Удельный выход мягкого рентгеновского излучения пинча составил 130–140 кДж/см. Полная и удельная мощности излучения пинча, полученные при сжатии каскадной нагрузки с уменьшенной индуктивностью, превышают полную и удельную мощности излучения пинча, полученного при сжатии «стандартной» сборки длиной 1.6 см с теми же параметрами (7–8 ТВт и 5 ТВт/см соответственно). Выход мягкого рентгеновского излучения не изменялся при сокращении длины излучающего пинча с 1.6 см до 0.6 см. Динамика сжатия такой нагрузки свидетельствует об увеличении роли во взаимодействии каскадов магнитного поля тока, протекающего по внутреннему каскаду. Предложен вариант использования взаимодействия оболочек каскадной сборки через магнитное поле тока внутреннего каскада применительно к схеме статического «хольраума» с непрямым облучением сферических мишеней. В схеме возможен захват части тока внутренней сборкой, удерживающей статический «хольраум». В этом случае при взаимодействии каскадов практически всю кинетическую энергию внешней ускоренной оболочки можно использовать для генерации излучения в статическом «хольрауме» двумя образующимися приэлектродными пинчами.

Ключевые слова: сильноточный Z-пинч; многопроволочные каскадные сборки; удельная мощность излучения; магнитное поле тока внутреннего каскада; индуктивность пинча; статический «хольраум».

DOI: 10.31857/S0367292124050043, EDN: PWMNOG

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из перспективных направлений реализации импульсного термоядерного синтеза является использование мягкого рентгеновского излучения для обжатия сферических термоядерных мишеней. В настоящее время наибольший прогресс достигнут в схеме непрямого обжатия мишеней с использованием мягкого рентгеновского излучения высокой мощности. Излучение генерируется при взаимодействии мощного импульсного лазерного излучения с поверхностью «хольраума» или Z-пинчами, создаваемыми импульсными сильноточными электриче-

скими генераторами наносекундного диапазона длительности.

На современных мощных импульсных генераторах в экспериментах с многопроволочными вольфрамовыми Z-пинчами получено мягкое рентгеновское излучение длительностью импульса 4–10 нс и мощностью излучения до 330 ТВт [1, 2]. Образующийся в результате сжатия многопроволочной цилиндрической сборки пинч представляет собой высокотемпературное плотное плазменное образование диаметром ~ 2 мм и длиной 2 см. Спектр излучения пинча соответствует «черно-

тельному», с температурой $T \sim 200$ эВ. Существенно, что получаемая мощность мягкого рентгеновского излучения в 4–5 раз превышает электрическую мощность используемых сильноточных генераторов. Проведение экспериментов по взаимодействию мощных потоков мягкого рентгеновского излучения Z-пинча с веществом (мишенью) предполагает использование различных геометрий расположения облучаемых мишеней относительно источника излучения. Оптимальное расположение мишени относительно источника излучения определяется угловыми и спектральными характеристиками излучения пинча.

Среди схем непрямого облучения сферических мишеней с использованием излучения Z-пинчей наиболее перспективными являются схема динамического «хольраума» (ДХ), предложенная в работе [3], и схема статического «хольраума» с двумя отдельными источниками излучения, предложенная в работе [4]. В обеих схемах ключевым моментом является генерация мощных потоков мягкого рентгеновского излучения или в ударной волне, возникающей при столкновении внешней разогнанной током оболочки с внутренней оболочкой (ДХ), или при сжатии двух Z-пинчей в схеме статического «хольраума». В схеме статического

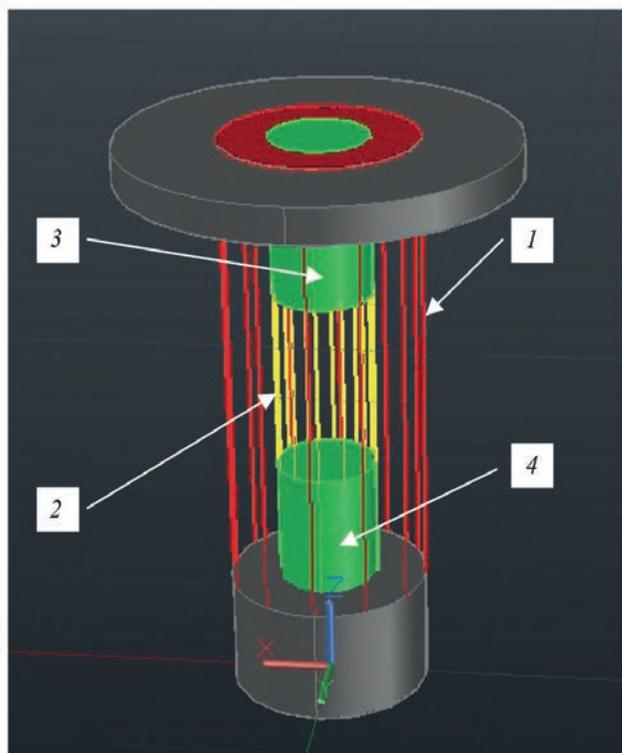


Рис. 1. Рисунок нагрузки, установленной на выходе концентратора: 1 — внешняя сборка; 2 — внутренняя сборка с уменьшенной индуктивностью; 3 — анодная и 4 — катодная металлические вставки.

«хольраума» актуальной является задача повышения эффективности генерации излучения Z-пинчей. Повысить однородность пинча и мощность его излучения можно в схеме так называемого композитного пинча, в котором роль внешних оболочек заключается в передаче энергии (тока) от электрического генератора к высокоимпедансной нагрузке «файберу», установленному на оси пинча. Плотный компактный «файбер» выступает в роли основного излучателя энергии, поэтому он должен содержать элементы с высокой излучательной способностью [5].

Эффективная генерация излучения в схеме ДХ требует как быстрой передачи энергии от ионов, нагреваемых в ударной волне, к электронам, так и высокой излучательной способности материала внутреннего цилиндра. Для выполнения этих требований, а также для прозрачности к собственному излучению внутренний цилиндр должен содержать наряду с элементами с высоким атомным номером, имеющими высокую излучательную способность, и элементы с относительно невысоким атомным номером [6, 7]. Генерация высокой мощности мягкого рентгеновского излучения в пинче, получаемом при ускорении и сжатии плазменных оболочек мегаамперными токами, также ограничена временем передачи энергии от ионов, имеющих при термализации на стадии пинчевания высокую температуру, к электронам.

В экспериментах на установке «Ангара-5-1» с вольфрамовыми многопроволочными сборками с погонными массами 200–400 мкг/см при токе в нагрузку ~ 3 –4 МА источник излучения (пинч) представляет собой цилиндр диаметром менее 1.5–2 мм и длиной 1.6 см. Полученная мощность излучения пинча составляет 6–8 ТВт с длительностью импульса излучения 8–10 нс.

В работе ставилась задача повышения полной и удельной мощностей излучения сильноточного пинча за счет использования двухкаскадныхборок с уменьшенной индуктивностью на финальной стадии сжатия. Использование двухкаскадныхборок позволяет не только увеличить мощность и выход излучения получаемых Z-пинчей, но и обеспечивать профилирование импульса излучения по времени, что позволяет снизить требования по мощности и энергии рентгеновского излучения для достижения зажигания. Увеличение удельной (на единицу длины) мощности излучения при уменьшенной индуктивности пинча может достигаться за счет увеличения вклада силы Лоренца на конечной стадии сжатия пинча (работа $P \cdot dV$). Работа

силы Лоренца возрастает за счет увеличения тока в нагрузку на финальной стадии сжатия (меньшая индуктивность нагрузки). Увеличить удельную мощность излучения можно также за счет уменьшения влияния приэлектродной плазмы на качество формируемой оболочки. Например, при сжатии двухкаскадных многопроволочных цилиндрическихборок использование дополнительных катодных и анодных вставок с диаметром, равным диаметру внутренней сборки, позволяет исключить из динамики формирования пинча участки внешней оболочки вблизи электродов.

2. УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводились на мощном многомодульном импульсном генераторе «Ангара-5-1» (ток от 8 модулей до 4 МА, напряжение ~ 1 МВ, длительность импульса напряжения 90 нс) [8]. Сильноточные электрические импульсы от отдельных модулей по транспортирующим вакуумным линиям с магнитной самоизоляции подводились к общему вакуумному концентратору, содержащему межэлектродный промежуток, в который устанавливается нагрузка. В качестве нагрузки использовались двухкаскадные многопроволочные цилиндрические сборки из вольфрамовых проволочек. Для снижения индуктивности пинча на конечной стадии сжатия длина внутреннего каскада уменьшается

за счет дополнительных электродных вставок. На рис. 1 приведен рисунок такой нагрузки. Внешний каскад имел диаметр 12 мм и длину 1.6 см. Длина внутренней многопроволочной сборки диаметром 5 мм, за счет одинаковых по длине анодных и катодных металлических трубчатых вставок изменялась от 0.5 до 1.0 см. На рис. 2 приведена фотография нагрузки, установленной в выходной части концентратора тока.

Напряжение на нагрузке измерялось индуктивным делителем [9], а ток — токовыми петлями [10]. Мягкое рентгеновское излучение регистрировалось с наносекундным временным разрешением вакуумными рентгеновскими фотодиодами (ВРД) с чувствительностью к энергии квантов в интервале 20–4000 эВ [11]. Измерения ВРД-детекторами проводились в направлении перпендикулярно оси пинча. Мощность излучения определялась по сигналам ВРД-детекторов с учетом спектральной чувствительности. На рис. 3 приведена спектральная чувствительность используемых вакуумных рентгеновских фотодиодов. Изображение пинча в диапазоне энергий квантов от 0.01 до 2 кэВ регистрировалось камерами-обскурами за различными фильтрами на голографические высокоразрешающие фотопластинки марки ВРП, с пространственным разрешением по объекту ~ 200 мкм. Измерение полного выхода мягкого рентгеновского излучения проводилось термодатным калориметром без фильтров.

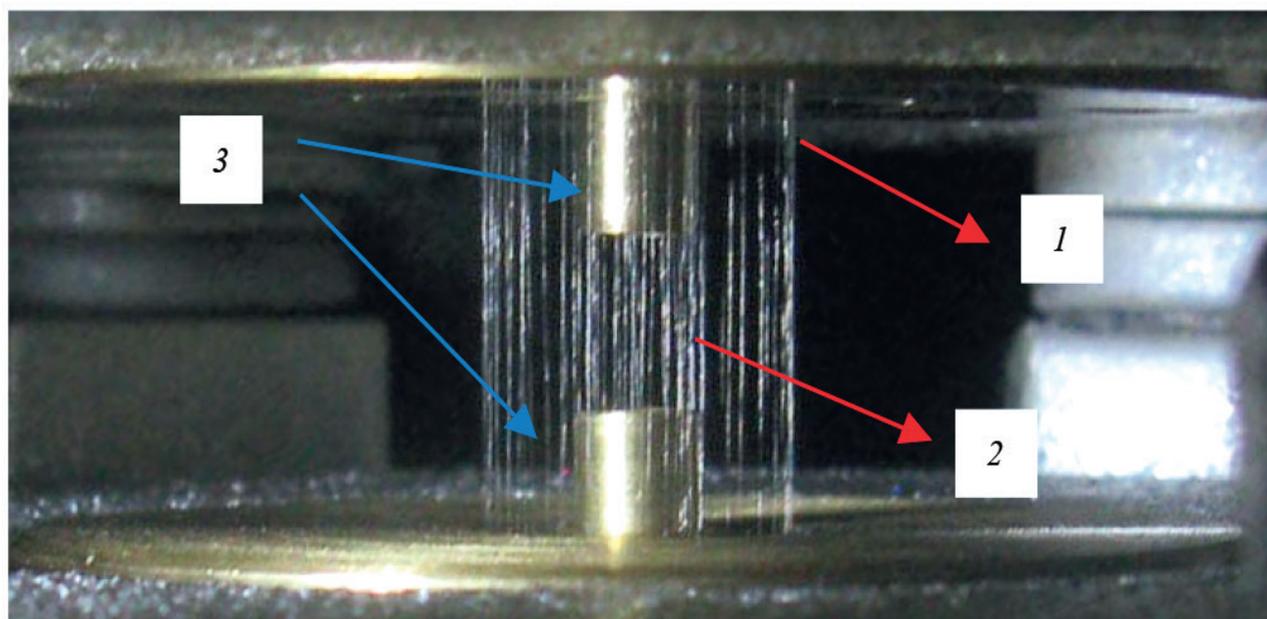


Рис. 2. Фотография нагрузки, установленной на выходе концентратора: 1 — внешняя сборка: 40 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; 2 — внутренняя сборка с уменьшенной индуктивностью: 20 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 110 мкг/см; 3 — анодная и катодная металлические вставки диаметром 5 мм.

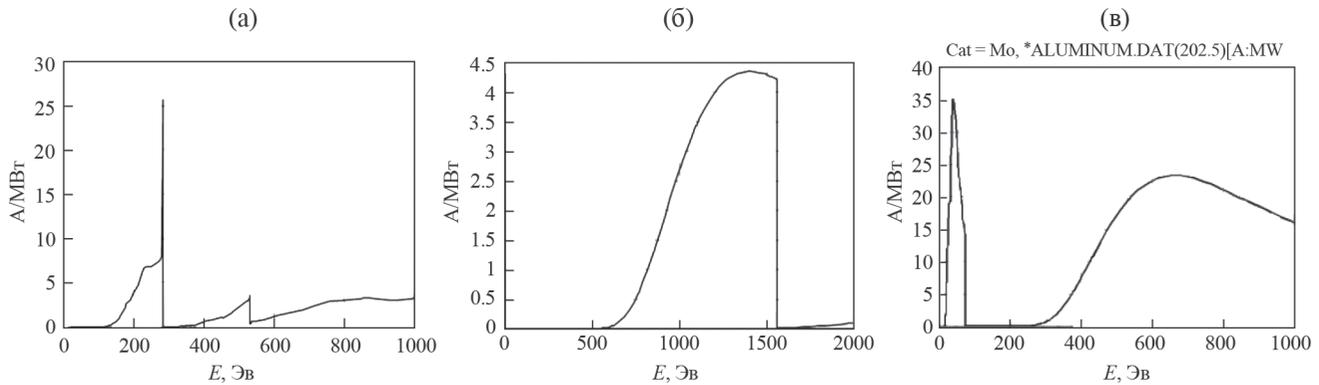


Рис. 3. Спектральная чувствительность вакуумных рентгеновских диодов: ВРД типа s1e: материал фотокатода — углерод, фильтр — лавсан 316 мкг/см² (а); ВРД типа s4e: материал фотокатода — молибден; фильтр — алюминиевая фольга толщиной 6 мкм (б); ВРД типа s3e: материал фотокатода — молибден; фильтр — алюминиевая фольга толщиной 0.75 мкм (в).

При измерениях в направлении, перпендикулярном оси пинча, подавляющий вклад в сигнал терморпного калориметра дает мягкое рентгеновское излучение, а вклад потоков разлетающейся плазмы пинча не превышает 5% от энергии излучения [12].

Радиальная динамика сжатия нагрузки измерялась двумя оптическими регистраторами типа СФЭР-2, обеспечивающими временную развертку одномерных изображений плазмы с разрешением 0.3 нс. Динамика сжатия нагрузки по радиусу снималась с пространственным разрешением 120 мкм (щель прибора ориентирована поперек пинча). В квантах мягкого рентгеновского излучения динамика сжатия пинча исследовалась многокадровым (экспозиция кадра 1 нс) рентгеновским ЭОПом на базе МКП [13]. Эффективный диапазон регистрации излучения (100–280 эВ) определялся

спектральной чувствительностью приемной МКП пластины и пропусканием входного фильтра прибора (1 мкм полипропилена). Пространственное разрешение методики (~200 мкм) определялось диаметром камеры-обскуры, формирующей изображение и геометрией эксперимента.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Эксперименты со «стандартной» каскадной сборкой

В работе ставилась задача повышения удельной мощности излучения пинча. Все эксперименты сравнивались с результатами сжатия двухкаскадной многопроволочной нагрузкой с длиной обоих каскадов 1.6 см. Параметры такой нагрузки согласованы с параметрами генератора тока и составляют: внешний каскад — 40 W проволоочек диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; внутренний каскад — 20–60 W проволоочек диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 110–330 мкг/см. Такую нагрузку мы будем называть условно «стандартной».

На рис. 4 приведены синхронизованные осциллограммы сигналов с эксперимента № 6787, где в качестве нагрузки использовалась «стандартная» двухкаскадная многопроволочная сборка (внешний каскад — 40 W проволоочек диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; внутренний каскад — 30 W проволоочек диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 165 мкг/см). В эксперименте при амплитуде тока через нагрузку 3.7 МА получена мощность излучения 7.8 ТВт с длительностью импульса ~6 нс при полном выходе излучения 86 кДж. Удельная мощность излучения составила 4.9 ТВт/см с удельным выходом излучения ~54 кДж/см.

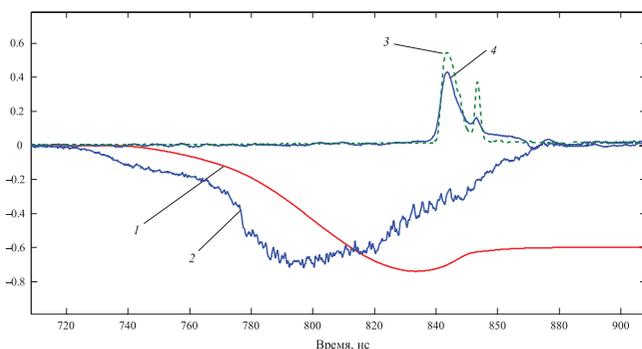


Рис. 4. Синхронизованные осциллограммы сигналов эксперимента № 6787: 1 — ток пинча $I / 5 \cdot 10^6$ А; 2 — напряжение на пинче $U / 10^6$ В; 3 — сигнал ВРД датчика s2e/5·10¹ В ($h\nu > 100$ эВ); 4 — сигнал ВРД-датчика s4e/5·10¹ В ($h\nu > 600$ эВ). Нагрузка: внешний каскад — 40 W проволоочек диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; внутренний каскад — 30 W проволоочек диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 165 мкг/см. Максимальная мощность излучения 7.8 ТВт.

Таблица 1. Результаты экспериментов со «стандартными» сборками, у которых погонная масса внутреннего каскада изменялась в пределах 165–330 мкг/см

№ эксп.	Внешняя сборка	Внутренняя сборка	Мощность излучения, ТВт	Длительность импульса излучения, нс	Энергия излучения, кДж	Удельная мощность излучения, ТВт/см	Амплитуда тока пинча, МА
6787	40 W пров. на Ø 12 мм 220 мкг/см	30 W пров. на Ø 5 мм 165 мкг/см	7.9	6	86	4.9	3.7
7146	40 W пров. на Ø 12 мм 220 мкг/см	60 W пров. на Ø 5 мм 330 мкг/см	7.4	5.5	86	4.6	3.6
7154	40 W пров. на Ø 12 мм 220 мкг/см	60 W пров. на Ø 5 мм 330 мкг/см	7.7	6.5	103	4.8	3.9

В таблице 1 приведены результаты трех экспериментов с такими «стандартными» сборками, у которых погонная масса внутреннего каскада изменялась в пределах 165–330 мкг/см.

Как видно из данных, приведенных в таблице, удельная мощность излучения не превышала 5 ТВт/см, а полная мощность излучения находилась в пределах 7.6 ± 0.3 ТВт при длительности импульса излучения около 6 нс.

3.2. Эксперименты с каскадными вольфрамовыми сборками с длиной внутренней сборки 6–7 мм

В качестве нагрузки сильноточного генератора «Ангара-5-1» использовалась двухкаскадная многопроволочная сборка из вольфрамовых проволочек. Индуктивность пинча на финальной стадии сжатия была уменьшена за счет геометрии электродов. В экспериментах использовались дополнительные катодные и анодные вставки с диаметром 5 мм, равным диаметру внутренней каскадной сборки, которые выступали в высоковольтный зазор на 5 мм. В этом случае из динамики формирования пинча исключаются участки внешней оболочки вблизи электродов.

Соответственно, длина внутренней сборки каскадной нагрузки составляла 0.6–0.7 см, при длине внешнего каскада 1.6 см (длина зазора катод-анод мишенного узла установки) (рис. 2).

Исследованы динамика сжатия и генерация мягкого рентгеновского излучения в зависимости от соотношения масс каскадов сборки при неизменных параметрах внешнего каскада. Внешний каскад представлял собой сборку из 40 W проволочек

диаметром 6 мкм, расположенных на диаметре 12 мм ($m_w = 220$ мкг/см). Диаметр внутренней сборки составлял 5 мм, а количество вольфрамовых проволочек диаметром 6 мкм в сборке изменялось от 20 до 60 ($m_w = 110$ –330 мкг/см). Отношение погонной массы внешнего каскада к погонной массе внутреннего каскада μ изменялось в пределах $\mu = 2$ –0.67. С уменьшением этого отношения сокращалась длительность импульса мягкого рентгеновского излучения с 20–23 нс при $\mu = 2$ до 15–18 нс при $\mu = 0.7$ –1.

На рисунке 5 приведены характерные осциллограммы сигналов, полученные в эксперименте ($\mu = 2$). В квантах с энергией 100–270 эВ длительность импульса излучения при сжатии нагрузки составляет порядка 20–22 нс. Максимальная мощность

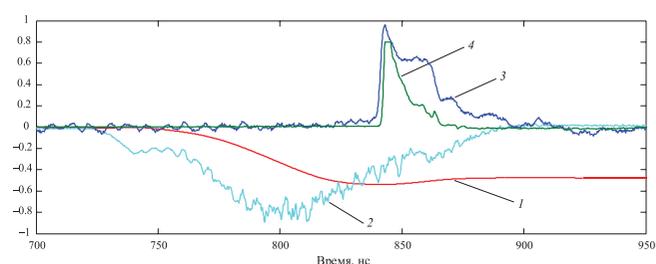


Рис. 5. Синхронизированные осциллограммы сигналов эксперимента № 6589. Нагрузка: внешняя сборка — 40 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; внутренняя сборка с уменьшенной индуктивностью — 20 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 110 мкг/см; анодная и катодная металлические вставки диаметром 5 мм и длиной 5 мм; 1 — ток пинча $I/5 \cdot 10^6$ А; 2 — напряжение на пинче $U/10^6$ В; 3 — сигнал ВРД-датчика $s2e/10^1$ В ($h\nu > 100$ эВ); 4 — сигнал ВРД-датчика $s4e/2 \cdot 10^1$ В ($h\nu > 600$ эВ).

рентгеновского излучения составила порядка 3.5 ТВт, что соответствует мощности мягкого рентгеновского излучения на единицу длины пинча порядка 5 ТВт/см. По удельному энерговыделению этот режим соответствует мощности излучения с пинча стандартной длины 1.6 см на уровне 8 ТВт. Поперечный размер пинча, снятый интегральной камерой-обскурой в квантах с энергией свыше 600 эВ, составил около 0.5 мм (рис. 6). В экспериментах получена энергия мягкого рентгеновского излучения 90 кДж при токе в нагрузку 2.8 МА. Несмотря на сильно уменьшенную длину пинча до 0.6–0.7 см, на нем получено

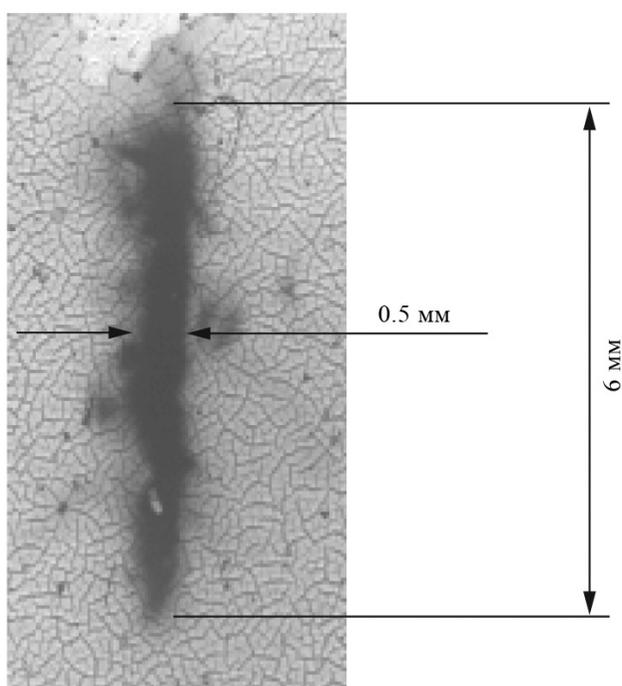


Рис. 6. Обскурограмма пинча в квантах с энергией свыше 600 эВ. Эксперимент № 6589.

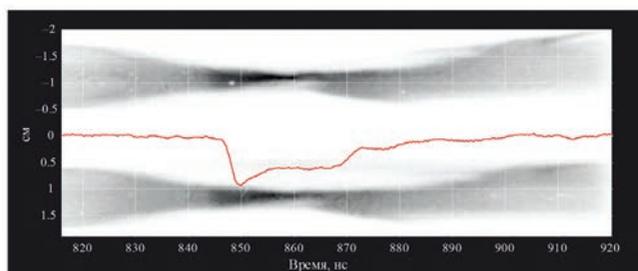


Рис. 7. Эксперимент № 6589. Радиальные оптические развертки сжатия каскадной сборки с уменьшенной длиной внутренней сборки. Верхняя развертка соответствует сжатию вблизи анодной вставки внутреннего каскада. Нижняя развертка соответствует сжатию вблизи катодной вставки внутреннего каскада. На развертку наложен сигнал ВРД-датчика $s2e$ ($h\nu > 100$ эВ) (временная шкала соответствует шкале на рис. 5).

довольно высокое значение напряжения в момент сжатия (~ 300 кВ) (рис. 5).

На рис. 7 приведено изображение радиальных оптических разверток пинча синхронизированных с осциллограммой мягкого рентгеновского излучения вакуумного рентгеновского детектора $s2e$, имеющего максимальную спектральную чувствительность для квантов с энергией 100–270 эВ. Полученные оптические развертки показывают, что максимум мощности мягкого рентгеновского излучения соответствует моменту торможения ускоренной внешней плазменной оболочки на внутренней сборке. Поперечный размер пинча в оптическом излучении в этот момент составляет 2–3 мм с последующим дожатием до размера менее 1 мм за время порядка 5–8 нс. Такая динамика сжатия позволяет сделать вывод об увеличении роли во взаимодействии каскадов сборки магнитного поля тока внутреннего каскада. Влияние магнитного поля тока внутреннего каскада на динамику сжатия каскадных сборок было отмечено ранее в работах [14, 15].

На рис. 8 приведены характерные осциллограммы сигналов, полученные в эксперименте с укороченной длиной внутренней сборки, когда погонная масса внутренней сборки была увеличена до погонной массы внешней сборки. Видно, что в квантах с энергией 100–270 эВ длительность импульса излучения при сжатии нагрузки составляет порядка 18 нс. Максимальная мощность рентгеновского излучения составила порядка 5 ТВт, что соответствует мощности мягкого рентгеновского излучения на единицу длины пинча порядка 8 ТВт/см. По удельному энерговыделению этот режим соответствовал бы мощности излучения с пинча длиной 1.6 см на уровне 12–13 ТВт. В экспериментах получена энергия мягкого рентгеновского излучения ~ 100 кДж (~ 140 кДж/см) при токе в нагрузку 3.8 МА. Таким образом, при увеличении погонной массы внутренней сборки с уменьшенной индуктивностью внутреннего каскада получено увеличение удельной мощности излучения по сравнению со «стандартной» каскадной сборкой.

На рис. 9 приведены кадровые рентгеновские изображения, полученные в моменты времени, соответствующие началу столкновения оболочек и формирования пинча для каскадной сборки с уменьшенной индуктивностью. На двух первых последовательно снятых кадрах видно, что в области приэлектродных вставок внешняя ускоренная оболочка полностью затормозилась на магнитном поле тока, протекающего по внутренней сборке. На рис. 10 схематично, для двух моментов времени,

показана динамика взаимодействия каскадов сборки через магнитное поле тока внутреннего каскада. На рис. 11 приведена фотография нагрузки, установленной в выходном узле установки. На рис. 12 приведена радиальная оптическая развертка сжатия каскадной сборки с наложенной на нее осциллограммой мягкого рентгеновского излучения. На развертке видно торможение внешней ускоренной оболочки на внутренней сборке. Первому максимуму рентгеновского излучения соответствует размер пинча порядка 2 мм с последующим сжатием до размера ~ 1 мм.

3.3. Эксперименты с каскадными вольфрамовыми сборками с длиной внутренней сборки 10–11 мм

Исследованы динамика сжатия и генерация мягкого рентгеновского излучения в зависимости от соотношения масс каскадов сборки при неизменных параметрах внешнего каскада. В этой серии экспериментов длина внутренней укороченной сборки была увеличена с 0.6–0.7 см до 1.0–1.1 см при неизменной длине внешней сборки 1.6 см. Отношение погонной массы внешнего каскада к погонной массе внутреннего каскада μ изменялось, как и ранее, в пределах $\mu = 2-0.67$. С уменьшением этого отношения сокращалась длительность импульса мягкого рентгеновского излучения с 18 нс при $\mu = 2$ до 15 нс при $\mu = 0.7-1$. Максимальная мощность излучения при этом увеличивалась от 7.5 до 11 ТВт. Начальный диаметр и погонная масса внешней сборки не изменялись.

И в этом случае с точки зрения генерации высокой удельной и полной мощности излучения оптимальными оказались сборки, у которых μ изменялась в пределах $\mu = 0.7-1$. Синхронизованные осциллограммы сигналов и радиальные оптические развертки приведены на рис. 13–16.

Импульс излучения состоял из двух пиков. Длительность первого пика мощностью мягкого рентгеновского излучения до 10–11 ТВт составляла 5 нс. Мощность излучения во втором пике составила 5–6.5 ТВт (5–6.5 ТВт/см). Максимальная полученная удельная мощность излучения составила 11 ТВт/см. Максимальный удельный выход излучения, по показаниям термопарного калориметра, достигал значений 135–140 кДж/см. Как показывают рентгеновские кадровые изображения, излучение, возникающее при взаимодействии внешней оболочки с катодной и анодной вставками, незначительное. Длительности импульсов мягкого рентгеновского излучения, полученные с ВРД детекторов

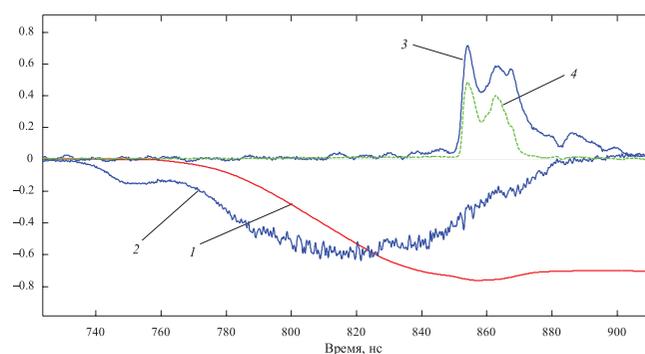


Рис. 8. Синхронизованные осциллограммы сигналов эксперимента № 6903: 1 — ток пинча $I/5 \cdot 10^6$ А; 2 — напряжение на пинче $U/10^6$ В; 3 — сигнал ВРД-датчика $s2e/2 \cdot 10^1$ В ($h\nu > 100$ эВ); 4 — сигнал ВРД-датчика $s4e/5 \cdot 10^1$ В ($h\nu > 600$ эВ). Нагрузка: внешний каскад — 40 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; внутренний каскад с уменьшенной индуктивностью — 40 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 220 мкг/см; анодная и катодная металлические вставки диаметром 5 мм и длиной 5 мм. Максимальная мощность мягкого рентгеновского излучения 5.2 ТВт.

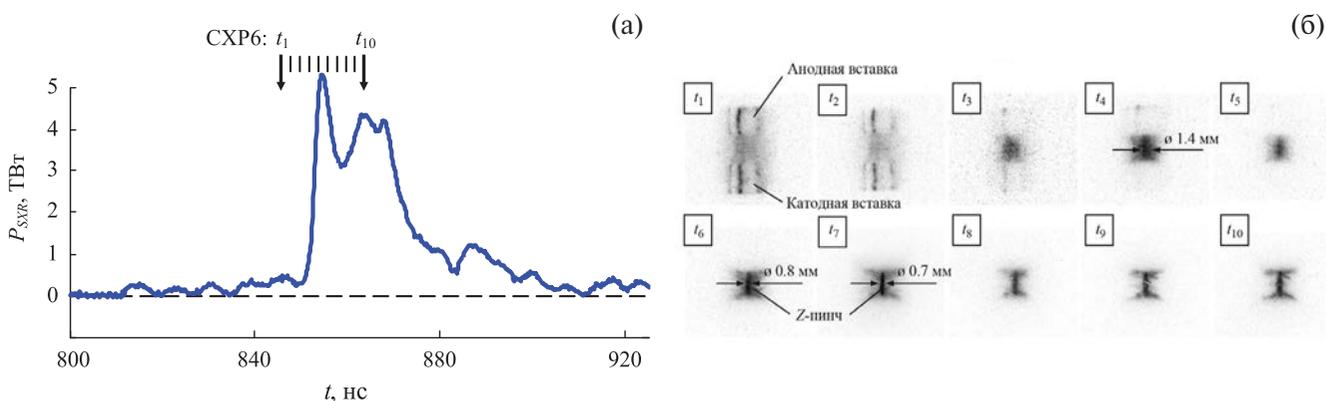


Рис. 9. Результаты эксперимента № 6903: временная зависимость мощности МРИ (P_{SXR}) (а); рентгеновские кадровые изображения (негатив) имплозии вложенной сборки (б), синхронизованные с представленными на (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1-t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow СХР6). Анод — сверху, катод — внизу.

с различной спектральной чувствительностью $s3e$ ($h\nu > 20$ эВ), $s2e$ ($h\nu > 100$ эВ) и $s4e$ ($h\nu > 600$ эВ) практически не отличаются друг от друга. В табл. 2 приведены результаты трех экспериментов с укороченными сборками, у которых погонная масса внутреннего каскада изменялась в пределах 110–330 мкг/см. Из табл. 2 видно, что максимальная мощность мягкого рентгеновского излучения получается при погонной массе внутренней сборки, сравнимой или больше массы внешней сборки.

Спектры излучения плазмы, образованной на нагрузке генератора, зарегистрированные спектрографом скользящего падения GIS-3d [16] с аксиальным разрешением за ~ 10 нс (и еще раньше) до основного пика излучения, не показывают заметной разницы в спектрах излучения по высоте нагрузки (рис. 17).

Вблизи максимума излучения пинча интенсивность спектра из середины нагрузки многократно превышает интенсивность излучения из приэлектродных областей (рис. 18), при этом спектр излучения из середины нагрузки более коротковолновый. Интенсивность спектра излучения плазмы приэлектродных вставок существенно меньше интенсивности спектра плазмы центральной части нагрузки и слабо меняется со временем вблизи максимума импульса излучения (рис. 19).

4. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Характер взаимодействия ускоренной внешней сборки с внутренней сборкой существенно зависит от величины тока, протекающего через внутреннюю сборку. Величина тока через внутреннюю сборку определяется диффузией магнитного поля через плазменную оболочку внешней многопроволочной сборки, индуктивностямиборок и их взаимной индуктивностью. Если проводимость внешней сборки высокая, то ток на внутреннюю сборку не проникает, и напряжение, измеряемое на нагрузке, $U = L_1 dI/dt$, где L_1 — индуктивность внешней сборки и I — величина полного тока через нагрузку. Если брать стандартную каскадную сборку с длиной обеихборок равной зазору катод-анод ($l = 1.6$ см), то для используемой геометрии начальная индуктивность внешней сборки радиуса $r_1 = 0.6$ см составит $L_1 = 2 \ln(R/r_1) = 6.8$ нГ ($R = 5$ см — радиус обратного токопровода). Соответственно, начальная индуктивность внутренней сборки радиуса $r_2 = 0.25$ см составит $L_2 = 9.6$ нГ, а отношение начальных индуктивностей $L_2/L_1 = 1.4$.

На начальной стадии протекания тока через нагрузку можно пренебречь омическим сопротивлением каскадов. Индуктивный характер нагрузки на начальной стадии протекания тока виден из пропорциональности производной тока через нагрузку напряжению на ней (рисунок 20) в течение времени 60–70 нс от начала тока. Однако

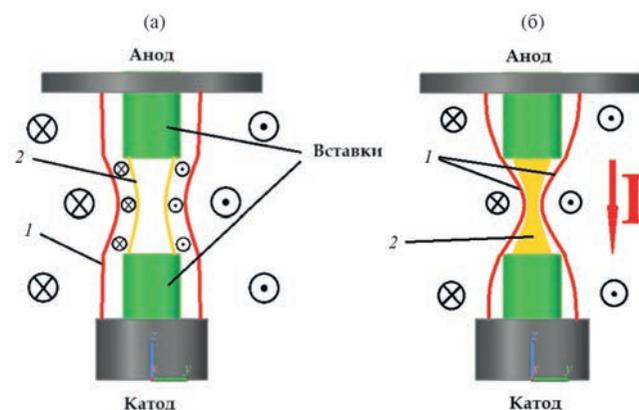


Рис. 10. Динамика взаимодействия каскадов сборки: 1 — плазменная оболочка внешней сборки; 2 — плазменная оболочка внутренней сборки.

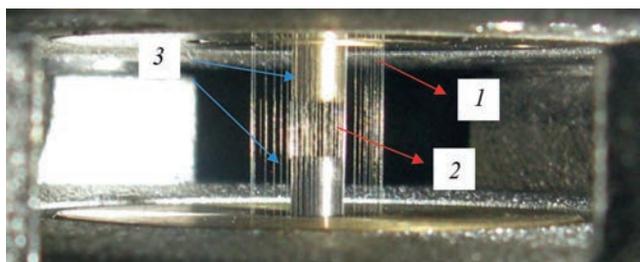


Рис. 11. Эксперимент № 6903. Фотография нагрузки, установленной в выходной части ускорителя: 1 — внешняя многопроволочная сборка; 2 — внутренняя многопроволочная сборка; 3 — электродные вставки.

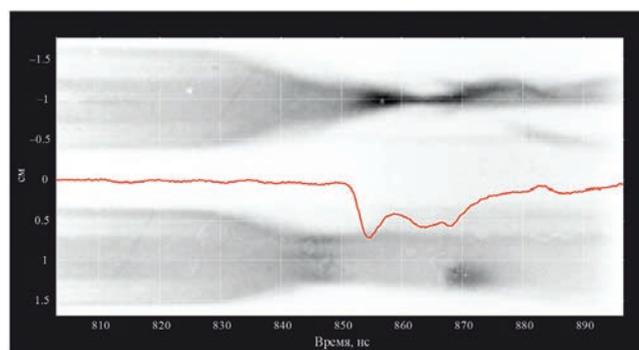


Рис. 12. Эксперимент № 6903. Радиальные оптические развертки сжатия каскадной сборки с уменьшенной длиной внутренней сборки. Верхняя развертка соответствует сжатию между анодной и катодной вставками внутреннего каскада. Нижняя развертка соответствует сжатию в области катодной вставки внутреннего каскада. На развертку наложен сигнал ВРД датчика $s2e$ ($h\nu > 100$ эВ) (временная шкала соответствует шкале на рис. 8).

Таблица 2. Результаты экспериментов с укороченными сборками с длиной внутреннего каскада 10 мм и изменением погонной массы внутреннего каскада в пределах 110–330 мкг/см

№ эксп.	Внешняя сборка	Внутренняя сборка	Мощность излучения, ТВт	Длительность импульса первого пика излучения, нс	Энергия излучения, кДж	Удельная мощность излучения, ТВт/см.	Амплитуда тока пинча, МА
7087	40 W пров. на Ø 12 мм 220 мкг/см	60 W пров. на Ø 5 мм 330 мкг/см	11	5.0	135÷140	11	3.60
7088	40 W пров. на Ø 12 мм 220 мкг/см	40 W пров. на Ø 5 мм 220 мкг/см	9.4	7.5	130÷135	9.4	3.65
7089	40 W пров. на Ø 12 мм 220 мкг/см	20 W пров. на Ø 5 мм 110 мкг/см	7.5	9.0	120÷125	7.5	3.60

учет проводимости внешней сборки существенен для расчета перераспределения тока в каскадах нагрузки.

Расчеты, проведенные по одномерному трехтемпературному РМГД-коду для параметров установки «Ангара-5-1» и двухкаскадной цилиндрической многопроволочной сборки из вольфрамовых проволочек (внешний каскад диаметром 12 мм, 40 W проволочек диаметром 6 мкм, длина 1.6 см, и внутренний каскад-сборка диаметром 6 мм, 20 W проволочек диаметром 6 мкм и длиной 1.6 см), показывают, что непосредственно перед соударением оболочек по внутренней сборке протекает около 20% от полного тока [17]. Как показывают расчеты, ток во внутреннюю оболочку проникает как за счет диффузии магнитного поля через плазму внешней оболочки, так и за счет переноса тока плазменным потоком с внешнего каскада. На конечной стадии имплозии нагрузки магнитный поток тока, протекающего по внутренней сборке, сжимается внешней токовой оболочкой. В этом случае сжатие внутренней сборки происходит раньше сжатия внешней плазменной оболочки.

Измерения тока, протекающего по внутренней сборке каскадной многопроволочной нагрузки магнитными зондами, показали, что ток начинает протекать одновременно по внешней и внутренней сборкам [18]. Доля тока, протекающего по внутренней сборке до прихода плазмы от внешней сборки, составляет 3–5% от полного тока до 40-й нс от начала тока.

На начальной стадии имплозии каскадной нагрузки геометрия каскадов для нагрузки с укороченной внутренней сборкой практически не отличается от геометрии нагрузки со «стандартной» геометрией. Поэтому на начальном этапе имплозии распределение тока между внешней

и внутренней сборки не должно существенно отличаться для обеих геометрий каскадной сборки (это подтверждается и спектрами, которые на начальном этапе за ~10 нс до пика импульса слабо меняются с высотой вдоль нагрузки). При сохранении величины магнитного потока в контуре между сборками ток через внутреннюю сборку растет обратно пропорционально ее индуктивности (длине). Соответственно, для нагрузки с укороченной внутренней сборкой доля от полного тока, протекающего по ней, должна увеличиться приблизительно в 1.5 раза и составлять порядка 30%.

Наиболее важным полученным экспериментальным результатом является сохранение полного выхода излучения даже при значительном

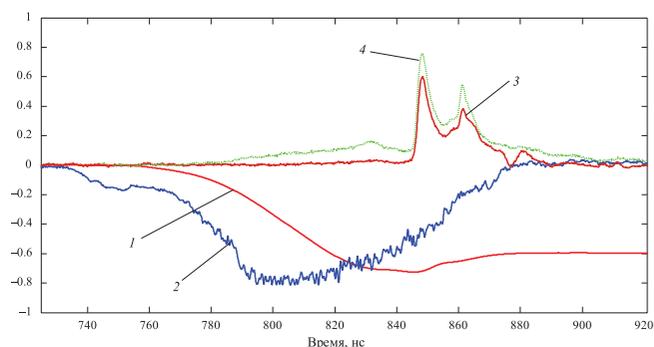


Рис. 13. Эксперимент № 7087. Синхронизованные осциллограммы сигналов рентгеновского излучения, напряжения и тока: 1 — ток I через пинч $I/5 \cdot 10^6$ А; 2 — напряжение U на пинче $U/10^6$ В; 3 — сигнал с вакуумного рентгеновского диода $s2e/2 \cdot 10^1$ В ($100 \text{ эВ} < h\nu < 280 \text{ эВ}$ и $h\nu > 400 \text{ эВ}$); 4 — сигнал с вакуумного рентгеновского диода $s3e/5$ В ($h\nu > 20 \text{ эВ}$). Мощность излучения в первом пике 11 ТВт (по ВРД $s2e$), полный выход излучения 130–140 кДж. Нагрузка: внешняя сборка: 40 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; внутренняя сборка с уменьшенной индуктивностью: 60 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 330 мкг/см.

уменьшении длины внутренней сборки (длины пинча). Этот результат был получен ранее в работе по сжатию каскадных вольфрамовыхборок, имеющих уменьшенную индуктивность на конечной стадии пинчевания [19]. Однако в этой работе полученная удельная мощность мягкого рентгеновского излучения не превышала 5 ТВт/см, что соответствует мощности излучения с пинча стандартной длины 1.6 см на уровне 8 ТВт.

Если пренебречь омическим сопротивлением сжимаемых оболочек, то на стадии сжатия ток через внутреннюю сборку растет обратно пропорцио-

нально ее индуктивности, так как должна сохраняться величина потока магнитного поля в контуре между сборками. При этом ток через внешнюю сборку падает. Сжатие магнитного потока происходит по всей длине внутренней нагрузки, включая электродные вставки, за счет которых уменьшается индуктивность пинча на конечной стадии сжатия. Таким образом, часть кинетической энергии ускоренной внешней оболочки расходуется на увеличение энергии магнитного поля тока внутренней сборки. Эта энергия, при сохранении величины потока магнитного поля в контуре между сборками

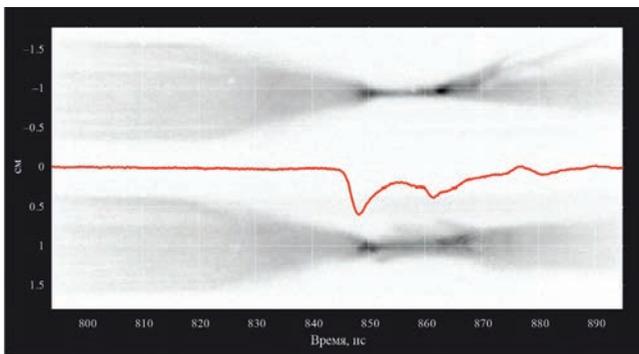


Рис. 14. Эксперимент № 7087. Радиальные оптические щелевые развертки с наложенным на них синхронизованным сигналом мягкого рентгеновского излучения ВРД $s2e/5 \cdot 10^1$ В ($h\nu \geq 100$ эВ).

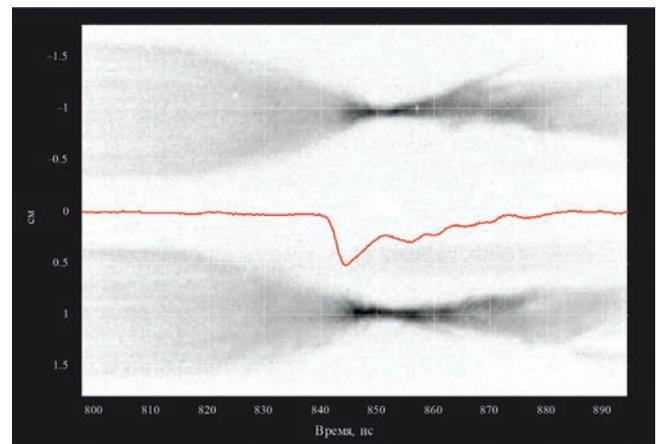


Рис. 16. Эксперимент № 7088. Радиальные оптические щелевые развертки с наложенным на них синхронизованным сигналом мягкого рентгеновского излучения ВРД $s2e/5 \cdot 10^1$ В ($h\nu \geq 100$ эВ).

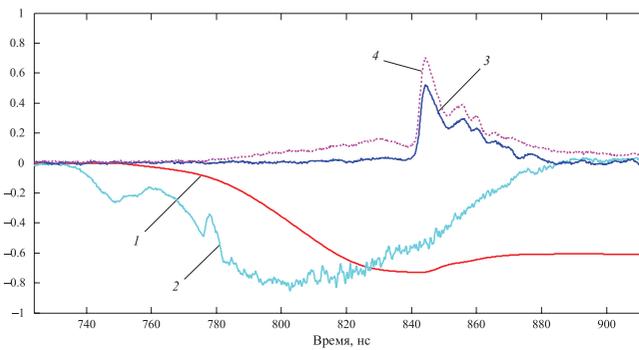


Рис. 15. Эксперимент № 7088. Синхронизованные осциллограммы сигналов рентгеновского излучения, напряжения и тока: 1 — ток I через пинч $I/5 \cdot 10^6$ А; 2 — напряжение U на пинче $U/10^6$ В; 3 — сигнал с вакуумного рентгеновского диода $s2e/5 \cdot 10^1$ В ($h\nu > 100$ эВ); 4 — сигнал с вакуумного рентгеновского диода $s3e/5$ В ($h\nu > 20$ эВ). Мощность излучения в первом пике 9.4 ТВт, полный выход излучения ~ 130 кДж. Внешняя сборка: 40 W провололок диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; внутренняя сборка с уменьшенной индуктивностью: 40 W провололок диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 220 мкг/см.

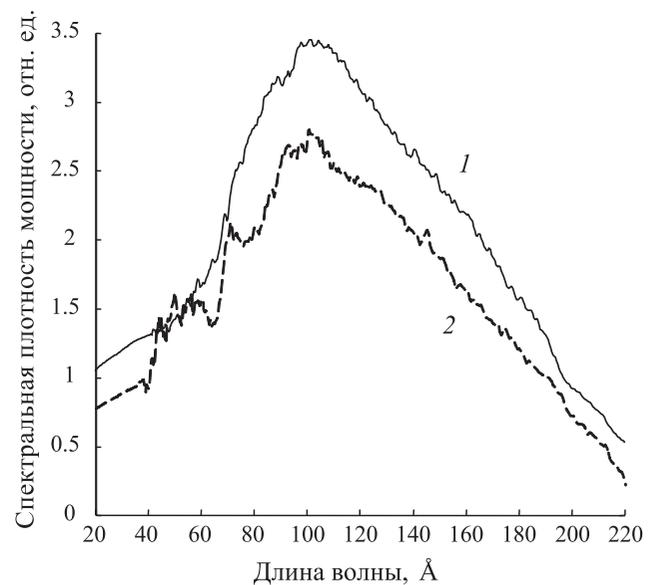


Рис. 17. Выстрел № 7002. Спектры излучения нагрузки генератора из середины нагрузки (1) и области катодной электродной вставки (2), зарегистрированные за $t_p - t_{\max} = -12$ нс до максимума излучения пинча.

($LI = \text{const}$), обратно пропорциональна индуктивности внутренней сборки ($E_{\text{mag}} = 0.5(LI)^2/L$). Полученные высокие полная и удельная мощности излучения связаны как с формированием квази-сплошной компактной оболочки из внутренней сборки за счет начального межпроводочного расстояния всего 260–390 мкм и быстром нарастании тока через нее, так и передачей импульса (кинетической энергии) от внешней оболочки при столкновении.

Удельная и полная мощности излучения пинча длиной 1 см ($\sim 10\text{--}11$ ТВт/см), полученные при сжатии каскадной нагрузки с уменьшенной индуктивностью, превышают удельную и полную мощности излучения пинча, полученные при сжатии «стандартной сборки» длиной 16 мм (~ 5 ТВт/см и 7.6 ТВт) с теми же параметрами. Большая длительность импульса мягкого рентгеновского излучения ($\sim 15\text{--}18$ нс) связана, скорее всего, с большей величиной тока, генерируемого на внутреннем укороченном каскаде сборки при взаимодействии с внешней сборкой, по сравнению с током, генерируемым на внутренней не укороченной сборке. В результате этого увеличивается задержка сжатия внешней сборки относительно сжатия внутренней сборки.

Для сборки, имеющей внутренний каскад длиной, равной длине внешнего каскада (1.6 см), динамика взаимодействия каскадов также должна осуществляться через сжатие магнитного потока тока внутреннего каскада. При этом длительность импульса мягкого рентгеновского излучения сокращается до 6–8 нс, что можно объяснить меньшей величиной тока, генерируемого на внутренней сборке и, как следствие, уменьшением задержки сжатия внешней сборки относительно сжатия внутренней сборки.

Таким образом, динамика сжатия каскадной сборки с уменьшенной индуктивностью внутреннего каскада показывает увеличение роли магнитного поля тока внутреннего каскада по сравнению со сжатием «стандартной» каскадной сборки. С точки зрения генерации максимальной удельной мощности излучения наиболее оптимальными оказались нагрузки с близкими погонными массами внутренней и внешнейборок.

Отметим, что режим сжатия через взаимодействие каскадов через магнитное поле наблюдался в экспериментах с каскадными сборками на установке MAGPIE [20]. В этих экспериментах величина тока через внутреннюю сборку оценивалась из численных расчетов и составляла величину на уровне 20% от величины полного тока в нагрузке.

На рис. 21а, б показан вариант использования взаимодействия оболочек каскадной сборки через магнитное поле тока внутреннего каскада применительно к схеме статического «хольраума» с непрямым облучением сферических мишеней. В схеме возможен захват части тока внутренней сборкой, удерживающей статический «хольраум». В этом случае при взаимодействии каскадов практически всю кинетическую энергию внешней

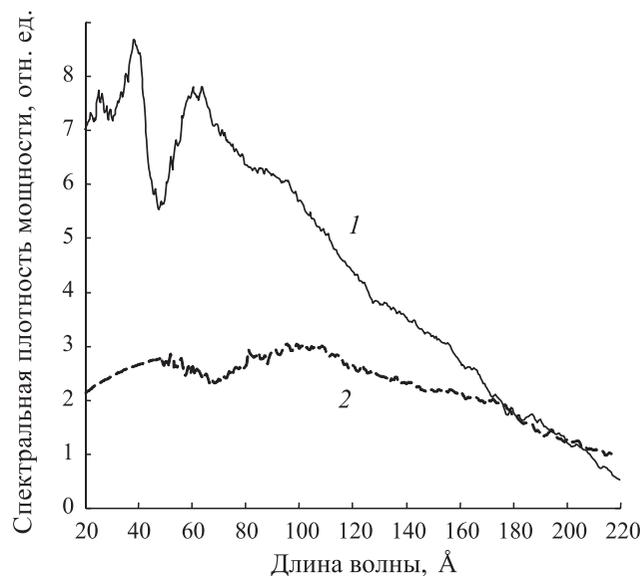


Рис. 18. Выстрел № 7002. Спектры излучения нагрузки генератора из середины нагрузки (1) и области катодной электродной вставки (2), зарегистрированные за $t_p - t_{\text{max}} = -12$ нс до максимума излучения пинча.

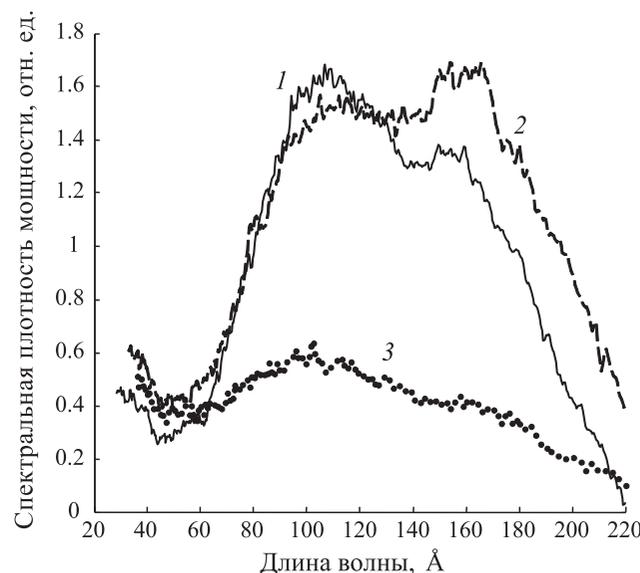


Рис. 19. Выстрел № 6786. Спектры излучения плазмы прикатодной вставки в разные моменты времени $t_p - t_{\text{max}} = -5$ (1), 0 (2), +5 нс (3).

ускоренной оболочки можно использовать для генерации излучения в «хольрауме» двумя образующимися приэлектродными пинчами. Следует отметить, что предлагаемая схема не является идентичной схеме каскадной сборки с уменьшенной индуктивностью на конечной стадии сжатия пинча, исследованной в данной работе, и нуждается в экспериментальной проверке. Дополнительно нужно учитывать неодновременность сжатия пинча по длине цилиндрической многопроволочной нагрузки («зиппер»-эффект) на работу предлагаемого варианта нагрузки [21]. В этой работе на установке *Z* исследовалось влияние зиппер-эффекта на синхронность выхода рентгеновского излучения в радиальном и аксиальном направлениях вложенных проволочныхборок с целью применения их в схеме динамического «хольраума» для ИТС.

5. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

При сжатии каскадных многопроволочных вольфрамовыхборок, имеющих уменьшенную индуктивность на конечной стадии сжатия, получена мощность мягкого рентгеновского излучения порядка 130–140 кДж для пинча длиной 1 см. Удельная и полная мощности излучения пинча длиной 1 см, полученные при сжатии каскадной нагрузки с уменьшенной индуктивностью (~ 10 –11 ТВт/см), превышают удельную и полную мощности излучения пинча, полученные при сжатии «стандартной сборки» длиной 1.6 см (~ 5 ТВт/см и 7.6 ТВт) с теми же параметрами. Динамика сжатия такой нагрузки свидетельствует об увеличении во взаимодействии каскадов роли магнитного поля тока, протекающего по внутреннему каскаду. Большая длительность импульса мягкого рентгеновского излучения (~ 15 –18 нс) связана, скорее всего, с большей величиной тока, генерируемого на внутреннем укороченном каскаде сборки в процессе взаимодействия с внешним каскадом, по сравнению с током, генерируемом на внутреннем каскаде не укороченной сборки. В результате этого увеличивается задержка сжатия внешней сборки относительно сжатия внутренней сборки. Полученные высокие полная и удельная мощности излучения связаны как с формированием квазисплошной компактной оболочки из внутренней сборки за счет начального межпроволочного расстояния всего 260–390 мкм и быстром нарастании тока через нее, так и с эффективной передачей импульса (кинетической энергии) от внешней оболочки при столкновении.

Предложен вариант использования взаимодействия оболочек каскадной сборки через магнитное поле тока внутреннего каскада применительно к схеме статического «хольраума» для непрямого облучения сферических мишеней. В схеме возможен захват части тока внутренней сборкой, удерживающей статический «хольраум». В этом случае при взаимодействии каскадов практически вся кинетическая энергия внешней ускоренной оболочки может быть преобразована в мягкое рентгеновское излучение двумя образующимися приэлектродными пинчами.

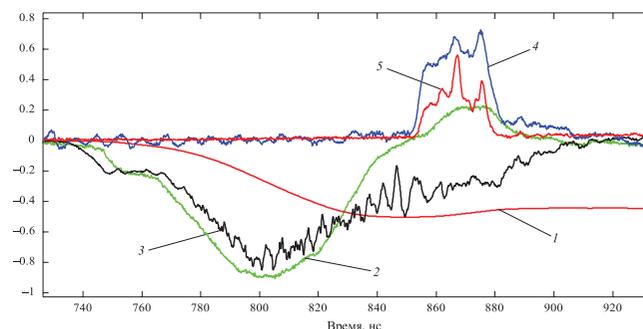


Рис. 20. Синхронизированные осциллограммы сигналов эксперимента № 6591: 1 — ток пинча $I/5 \cdot 10^6$ А; 2 — производная тока пинча; 3 — напряжение на пинче $U/10^6$ В; 4 — сигнал ВРД-датчика $s2e/10^1$ В ($h\nu > 100$ эВ); 5 — сигнал ВРД датчика $s4e/2 \cdot 10^1$ В ($h\nu > 600$ эВ). Нагрузка: внешний каскад — 40 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 12 мм и погонной массой 220 мкг/см; внутренний каскад с уменьшенной индуктивностью — 20 W проволочек диаметром 6 мкм на диаметре 5 мм с погонной массой 110 мкг/см; анодная и катодная металлические вставки диаметром 5 мм и длиной 5 мм.

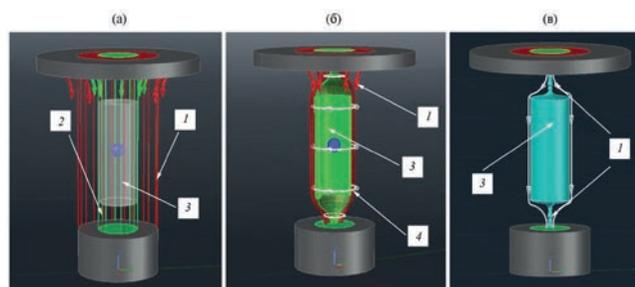


Рис. 21. Вариант схемы нагрузки статического «хольраума» с каскадной многопроволочной сборкой (а): 1 — внешняя сборка; 2 — внутренняя сборка; 3 — статический «хольраум»; сжатие нагрузки через взаимодействие каскадов через магнитное поле внутреннего каскада (б): 1 — внешняя сборка; 3 — статический «хольраум»; 4 — магнитное поле тока внутреннего каскада; сжатие нагрузки через взаимодействие каскадов через магнитное поле внутреннего каскада с образованием двух излучающих приэлектродных пинчей (в): 1 — приэлектродные излучающие пинчи; 3 — «хольраум».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Spielman R.B., Deeney C., Chandler G.A., Douglas M.R., Fehl D.L., Matzen M.K., McDaniel D.H., Nash T.J., Porter J.L., Sanford T.W.L., Seamen J.F., Stygar W.A., Struve K.W., Breeze S.P., McGurn J.S., Torres J.A., Zagar D.M., Gilliland T.L., Jobe D.O., McKenney J.L., Mock R.C., Vargas M., Wagoner T., Peterson D.L.* // *Phys. Plasma*. 1998. V. 5. P. 2105.
2. *Jones M.C., Ampleford D.J., Cuneo M.E., Hohlfelder R., Jennings C.A., Johnson D.W., Jones B., Lopez M.R., MacArthur J., Mills J.A., Preston T., Rochau G.A., Savage M., Spencer D., Sinars D.B., Porter J.L.* // *Rev. Sci. Instrum*. 2014. V. 85. P. 083501.
3. *Smirnov V.P.* // *Plasma Phys. Control Fusion*. 1991. V. 33. P. 1697.
4. *Olson R.E., Chandler G.A., Derzon M.S., Hebron D.E., Lash J.S., Leeper R.J., Nash T.J., Rochau G.E., Sanford T.W.L., Alexander N.B., Gibson C.R.* // *Fusion Technol*. 1999. V.35. P. 260.
5. *Wessel F.J., Etlicher B., Choi P.* // *Phys. Rev. Lett*. 1992. V. 69. P. 3181.
6. *Захаров С.В., Смирнов В.П., Гасилов В.А., Круковский А.Ю., Скороваров К.В.* Препринт ИАЭ, 4587/6. М.: 1988.
7. *Захаров С.В., Новиков В.Г.* Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, № 061, 2002.
8. *Альбикиов З.А., Велихов Е.П., Веретенников А.И., Глухих В.А., Грабовский Е.В., Грязнов В.М., Гусев О.А., Жемчужников Г.Н., Зайцев В.И., Золотовский О.А., Истомин Ю.А., Козлов О.В., Крашенинников И.С., Курочкин С.С., Латманисова Г.М., Матвеев В.В., Минеев Г.В., Михайлов В.Н., Недосеев С.Л., Олейник Г.М., Певчев В.П., Перлин А.С., Печерский О.П., Письменный В.Д., Рудаков Л.И., Смирнов В.П., Царфин В.Я., Ямпольский И.Р.* // *Атомная энергия*. 1990. Т. 68. С. 26.
9. *Олейник Г.М.* // ПТЭ. 2000. № 3. С. 49.
10. *Волков Г.С., Грабовский Е.В., Зайцев В.И., Зукакишвили Г.Г., Зурин М.В., Митрофанов К.Н., Недосеев С.Л., Олейник Г.М., Порофеев И.Ю., Смирнов В.П., Фролов И.Н.* // ПТЭ. 2004. № 5. С. 74.
11. *Олейник Г.М., Браницкий А.В.* // ПТЭ. 2000. № 4. С. 58.
12. *Александров В.В., Волков Г.С., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Лахтюшко Н.И., Медовщиков С.Ф., Олейник Г.М., Светлов Е.В.* // *Физика плазмы*. 2014. Т. 40. С. 160.
13. <http://www.vniia.ru/production/bystroprotekaushie-processy/apparatura-dlya-registratsii-bystroprotekaushchikh-protsessov.php>
14. *Грабовский Е.В., Зукакишвили Г.Г., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Фролов И.Н., Сасоров П.В.* // *Физика плазмы*. 2006. Т. 32. С. 33.
15. *Митрофанов К.Н., Александров В.В., Грицук А.Н., Браницкий А.В., Фролов И.Н., Грабовский Е.В., Сасоров П.В., Ольховская О.Г., Зайцев В.И.* // *Физика плазмы*. 2018. Т. 44. С. 157.
16. *Скобляков А.В., Колесников Д.С., Канцырев А.В., Голубев А.А., Рудской И.В., Грицук А.Н., Грабовский Е.В., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М.* // *Физика плазмы*. 2023. Т. 49. С. 558.
17. *Ning Cheng, Ding Ning, Liu Quan, Yang Zhen-Hua, Fan Wen-Bin, Zhang Yang* // *Chinese Phys. Lett*. 2006. V. 23. P. 1857.
18. *Грабовский Е.В., Зукакишвили Г.Г., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Фролов И.Н., Сасоров П.В.* // *Физика плазмы*. 2006. Т. 32. С. 33.
19. *Волков Г.С., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Комаров Г.Л., Рупасов А.А., Фролов И.Н., Хилько М.В.* // *Физика плазмы*. 2022. Т. 48. С. 317.
20. *Lebedev S.V., Chittenden J.P., Aliaga-Rossel R., Bland S.N., Dangor A.E., Haines M.G.* // *Phys. Rev. Lett*. 2000. V. 84. P. 1709.
21. *Sanford T.W.L., Jennings C.A., Rochau G.A., Rosenthal S.E., Sarkisov G.S., Sasorov P.V., Stygar W.A., Bennett L.F., Bliss D.E., Chittenden J.P., Cuneo M.E., Haines M.G., Leeper R.J., Mock R.C., Nash T.J., Peterson D.L.* // *Phys. Rev. Lett*. 2007. V. 98. P. 065003-1.

**INCREASE IN POWER OF RADIATION AND SPECIFIC CONCENTRATION
OF ENERGY OF PLASMA OF THE HIGH-CURRENT Z-PINCHES
DUE TO COMPRESSION OF THE CASCADE WIRE ARRAYS
INTERACTING VIA MAGNETIC FIELD**

**G. S. Volkov^{a, b, *}, E. V. Grabovskii^a, A. N. Gritsuk^a, K. N. Mitrofanov^a,
A. A. Rupasov^{c, **}, I. N. Frolov^a**

^a*Troitsk Institute for Innovation and Fusion Research, Troitsk, Moscow oblast, 108840 Russia*

^b*Russian Technological University Moscow Institute of Radiotechnics, Electronics, and Automation (MIREA),
Moscow, 123308 Russia*

^c*Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

^{*}*e-mail: volkov@triniti.ru*

^{**}*e-mail: rupasov@sci.lebedev.ru*

Abstract—Experiments on compression of cascade tungsten wire arrays with reduced inductance at the final stage of pinching aimed at increasing the specific concentration of plasma energy of the high-current Z-pinch were carried out. The experiments were conducted at the Angara-5-1 facility at load current of up to 4 MA. The highest radiation power per unit pinch length were obtained using the cascade wire arrays in which mass per unit length of the inner wire array with reduced inductance was in the range between 1 and 1.5 that of the outer wire array. The soft X-ray radiation power of $P \sim 11$ TW was obtained from the 1-cm-long pinch. The specific yield of the soft X-ray radiation was in the range of 130–140 kJ/cm. The total and specific powers of the pinch radiation obtained upon compression of the cascade load with reduced inductance exceeded the total and specific powers of the pinch radiation obtained by compression of a “standard” wire array with a length of 1.6 cm with the same parameters (7–8 TW and 5 TW/cm, respectively). The yield of the soft X-ray radiation did not change upon reduction in the length of the emitting pinch from 1.6 to 0.6 cm. The compression dynamics of such a load is indicative of an increased role played by the magnetic field of the current flowing in the inner cascade in interaction of the cascades. A variant of using interaction of the cascade-array shells via the magnetic field of the inner-cascade current as applied to the scheme of the statistical «hohlraum» with indirect irradiation of spherical targets is proposed. The scheme enables entrainment of part of the current by the inner wire array that confines the statistical «hohlraum». In this case, interaction of cascades allows using nearly entire kinetic energy of the accelerated outer shell for generation of radiation in the statistical «hohlraum» by two forming near-electrode pinches.

Keywords: high current Z-pinch, multiwire cascade assemblies, specific radiation power, magnetic field of the internal cascade current, pinch inductance, statistical hohlraum

УДК 537.5

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЛАЗМЕННОЙ МАСС-СЕПАРАЦИИ ЗА СЧЕТ ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

© 2024 г. А. П. Ойлер^{a, b, *}, Р. А. Усманов^a, Н. Н. Антонов^a,
А. В. Гавриков^a, В. П. Смирнов^a

^aОбъединенный институт высоких температур РАН (ОИВТ), Москва, Россия

^bМосковский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Долгопрудный, Россия

*e-mail: andrey_oiler@ijht.ru

Поступила в редакцию 23.11.2023 г.

После доработки 08.03.2024 г.

Принята к публикации 04.04.2024 г.

Рассматривается влияние пространственного распределения электрического потенциала на разделяющие свойства плазменного масс-сепаратора, работающего в конфигурации скрещенных радиального электрического и продольного магнитного полей. В рамках одночастичного приближения были получены аналитические выражения, связывающие распределение электрического потенциала и угловой масс-спектр. Описан математический алгоритм, при помощи которого можно восстановить распределение электрического потенциала по заданной форме масс-спектра. Показано, что локальная неоднородность формы электрического потенциала позволяет добиться осаждения массовых групп в диаметрально противоположных областях сепаратора. Приведены данные, подтверждающие возможность создания в эксперименте как положительной, так и отрицательной локальной неоднородности потенциала. Результаты работы могут быть использованы для повышения эффективности процесса плазменной масс-сепарации ионов различных элементов.

Ключевые слова: распределение электрического потенциала в плазме, масс-сепарация ионов тяжелых металлов, скрещенные электрическое и магнитное поля

DOI: 10.31857/S0367292124050059, EDN: PWKILF

1. ВВЕДЕНИЕ

Среди задач, остро стоящих сегодня перед атомной энергетикой, присутствует задача замыкания ядерного топливного цикла с целью более полного вовлечения ресурсов и снижения экологической нагрузки на окружающую среду [1]. Для ее решения необходимо осуществить отделение актинидов, содержащихся в топливных сборках, извлеченных из реактора, от продуктов деления и конструкционных материалов. На сегодняшний момент рассматриваются различные способы [2–9] реализовать эту процедуру на промышленном уровне. Одним из конкурентоспособных подходов [9–13], потенциально пригодных для решения такой задачи, является метод плазменного разделения ионов элементов, базирующийся на концепции, предложенной Смирновым В.П. [10, 11] и активно развиваемый в настоящее время.

Процесс плазменной сепарации ионов элементов предполагает несколько стадий: испарение смеси, которая подлежит разделению, ионизация полу-

чившегося пара и инжекция плазменной струи в буферный плазменный объем, где создана необходимая конфигурация электрического и магнитного полей, а также сбор разделившихся ионных компонентов. Следует отметить, что наличие именно плазмы необходимо для обеспечения производительности метода, т.к. в этом случае снимаются ограничения, накладываемые присутствием объемного заряда [14–16]. В свою очередь, создание требуемого электрического поля, приводящего к разделению траекторий, оказывается возможным за счет наложения магнитного поля [17, 18]

Представленная работа продолжает цикл исследований, направленных на практическую реализацию метода плазменной сепарации в концепции Смирнова В.П. и повышение его эффективности. Ранее был получен ряд важных результатов по этому направлению [19]. В том числе расчетно-теоретически найдены условия, в которых возможно осуществление плазменного разделения ионов элементов с массами 150 и 240 а.е.м., продемонстрирована воз-

возможность создания и управления электрическим потенциалом в объеме плазмы с замагниченными электронами, экспериментально на смеси $\text{Ag}+\text{Pb}$ продемонстрирована работоспособность метода плазменного разделения [10, 20]. При этом была выбрана конфигурация скрещенных электрического и магнитного полей и цилиндрическая геометрия экспериментальной установки. Принципиальная схема эксперимента приведена на (рис. 1): радиальное (перпендикулярное оси симметрии плазменного столба) электрическое поле задается двумя системами электродов, погруженных в плазму и расположенных на обоих торцах вакуумной камеры (исходя из соображений симметрии на рис. 1 изображен только правый торец). Квазиоднородное аксиальное (вдоль оси z) магнитное поле создается 4 катушками Гельмгольца (на рисунке не изображены).

Буферная плазма генерируется в условиях отражательного разряда с дополнительной инжекцией электронов термоэмиссионным катодом из гексаборида лантана (LaB_6), расположенным в центре первого электрода (рис. 1). Инжекция разделяемой смеси происходит параллельно магнитному полю из источника плазмы, расположенного на периферии плазменного столба буферного разряда (рис. 1). В работах [15, 21] было показано, что в представленных условиях возможно добиться формирования пространственного профиля электрического потенциала, необходимого для осуществления метода плазменной сепарации веществ. В работах [10, 18] экспериментально было показано, что инжектируемая смесь ионов серебра и свинца после прохождения области полей $E \times B$ осаждается

на коллектор в виде двух отдельных компонентов в пятна диаметром около 7–12 см и расстоянием между их центрами порядка 9–11 см. Отметим, что размер пятен осаждения определялся по критерию полуширина на полувысоте.

Цель представляемой работы — продвинуться в поисках подходов, которые позволят существенно увеличить пространственное расхождение компонентов разделяемой смеси при сохранении габаритов плазменного столба. Следует отметить, что шаг в этом направлении уже был сделан, и в работе [22] было показано, что для обсуждаемой геометрии можно подобрать такое радиальное распределение электрического поля, в котором ионы двух различных масс могут быть осаждены на собирающую подложку в диаметрально противоположных местах круга, представляющего собой основание цилиндрического плазменного столба. Кроме того, была обнаружена особая чувствительность координаты осаждения к вариациям потенциала в точке траектории частицы, ближайшей к оси симметрии системы.

В настоящей статье представлены результаты расчетно-теоретического анализа влияния локальной немонотонности в зависимости электрического поля от радиальной координаты на движение однократных ионов с различными массами. Предложен расчетно-теоретический инструмент, позволяющий рассчитать пространственное распределение электрического потенциала, приводящее к желаемому азимутальному распределению координат осаждения ионов. Эти исследования проведены для двумерного случая. Также в работе представлен краткий анализ возможности практической реализации обсуждаемых распределений электрического потенциала.

2. ОПИСАНИЕ ОСНОВНЫХ ИСПОЛЪЗУЕМЫХ ВЕЛИЧИН

Расчеты выполнялись в одночастичном приближении. Аргументы в пользу такого подхода могут быть приведены следующие: как отмечено в работах, относящихся к рассматриваемому способу плазменного разделения [5, 6, 9, 17], процесс должен происходить в условиях, когда столкновения частиц между собой не влияют существенно на траектории сепарируемых частиц. Типичные для реализации плазменной сепарации значения концентрации нейтрального газа составляют менее 10^{13} см^{-3} , а буферной плазмы менее 10^{12} см^{-3} . В этом случае длина свободного пробега однократных ионов разделяемых веществ составляет около 0,5 м, что сравнимо с длиной пути иона от точки инжекции до приемника веще-

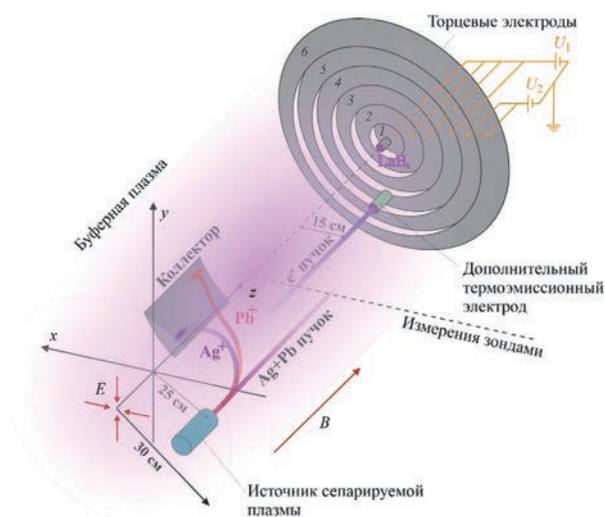


Рис. 1. Принципиальная схема эксперимента по плазменной сепарации модельной смеси ионов серебра (Ag) и свинца (Pb) [10].

ства [11]. Таким образом, движение действительно происходит в бесстолкновительном режиме.

В рассматриваемой задаче (рисунок 1) однородное магнитное поле направлено параллельно оси симметрии Z цилиндрической вакуумной камеры. Электрическое поле направлено перпендикулярно Z от периферии к оси (рисунок 2). Считается, что вдоль Z поля не изменяются, поэтому движение заряженных частиц вдоль нее будет равномерным и в данной работе не рассматривается. Таким образом, рассматривается двумерная задача в плоскости XY , перпендикулярной Z .

Рассматривается движение заряженного иона с массой $m = Am_p$ (A – атомное число, m_p – масса протона) и зарядом $q = ne$ (n – кратность иона, e – величина элементарного заряда). Ион начинает движение с точки, имеющей радиус-вектор \vec{r}_0 без начальной скорости. Уравнение движения, определяющее радиус-вектор текущего положения иона \vec{r} , выглядит следующим образом [22]:

$$\begin{cases} m\dot{\vec{r}} = q(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \cdot \vec{B}); \\ \vec{r}(0) = \vec{r}_0; \dot{\vec{r}}(0) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Электрический потенциал будет отсчитываться от точки инжекции $\varphi(r_0) = 0$. Введем следующие безразмерные переменные: потенциал $\Phi = \varphi / \varphi_0 = \varphi(eB^2 r_0^2 / m_p)^{-1}$, радиальную координату $\rho = r / r_0$, время $\tau = \Omega_c t$, где $\Omega_c = eB / Am_p$ – это циклотронная частота. Тогда уравнение (1) в полярных координатах записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 = -\frac{A}{n} \frac{d\Phi}{d\rho} + \rho\dot{\theta}; \\ \rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta} = -\dot{\rho}. \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \theta(0) = 0; \dot{\theta}(0) = 0; \\ \rho(0) = 1; \dot{\rho}(0) = 0; \\ \Phi(1) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

В работе [22], исходя из данной системы уравнений, для $n = 1$ была получена связь между потенциалом Φ и азимутальным углом осадения иона на собирающую подложку:

$$\theta(A) = \int_{\rho_p(A)}^1 \frac{2(1 - \rho^2) d\rho}{\sqrt{-8A\Phi(\rho)\rho^4 - \rho^2(1 - \rho^2)^2}}. \quad (4)$$

Эта связь представляет собой интегральное преобразование. Нижний предел интегрирования ρ_p есть радиальная координата самой ближней к оси симметрии Z точки траектории (перицентра). Далее зависимость (4) азимутального угла осадения иона от массы иона будем называть угловым масс-спектром. На рисунке 3 представлена траектория движения иона с обозначенными характерными точками.

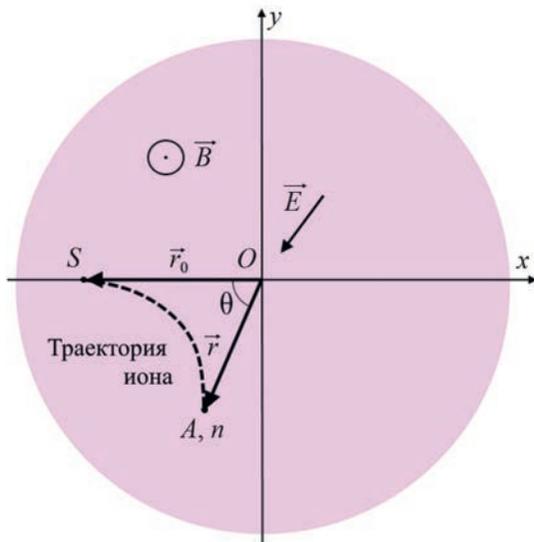


Рис. 2. Основные обозначения математической задачи. A, n – атомное число и кратность заряда иона соответственно. Положение иона характеризуется азимутальным углом θ и полярным расстоянием r [19].

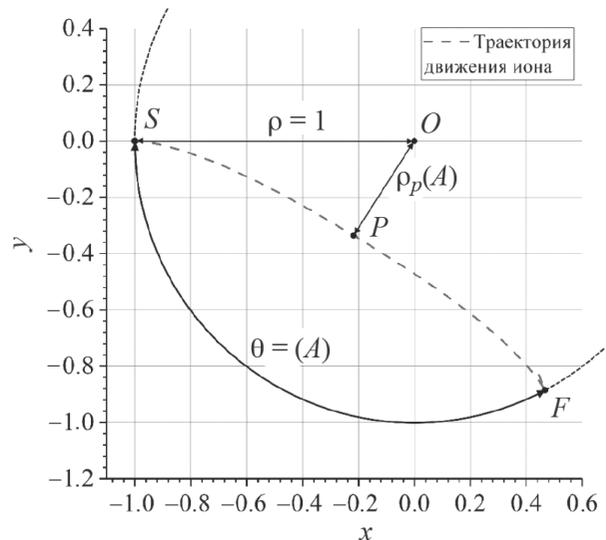


Рис. 3. Характерные точки на траектории движения иона. S – точка инжекции (старта) и F – точка осадения (финиша) лежат на окружности с центром в начале координат (т. O). P – перицентр траектории, Угол θ – это угол $\angle SOF$.

В формуле (4) также можно сделать переобозначение:

$$\Phi(\rho) = -\frac{1}{8} \left(\frac{1}{\rho^2} - 1 \right)^2 \rho^2 P(\rho), \quad (5)$$

тогда она примет следующий вид:

$$\theta(A) = \int_{\rho_p(A)}^1 \frac{2d\rho}{\rho \sqrt{AP(\rho) - 1}}. \quad (6)$$

Стоит отметить, что в формуле (5) присутствует конструкция, являющаяся безразмерным потенциалом Бриллюэна [23] для иона массой 1 а.е.м. (протона). Потенциал Бриллюэна для иона с атомным номером A имеет следующий вид:

$$B_A(\rho) = -\frac{1}{8} \left(\frac{1}{\rho^2} - 1 \right)^2 \frac{\rho^2}{A}. \quad (7)$$

Перечислим два основных свойства потенциала Бриллюэна, которые необходимо упомянуть в рамках данной работы. Во-первых, частицы в потенциале Бриллюэна двигаются по окружностям постоянного радиуса. Во-вторых, как можно заметить из формул (6) и (7), радиальная координата, на которой потенциал $\Phi(\rho)$ и потенциал Бриллюэна $B_A(\rho)$ совпадают, есть радиальная координата перигетрии:

$$B_A(\rho_p(A)) = \ddot{O}(\rho_p(A)) \Leftrightarrow P(\rho_p(A)) = \frac{1}{A}. \quad (8)$$

Последнее свойство и является главной причиной, почему полезно сделать переобозначение (5). Можно заметить, что если $\forall \rho \in [0,1] P'(\rho) \neq 0$, то функции $P\left(\frac{1}{A}\right)$ и $\rho_p(A)$ взаимно обратны. Что происходит, когда $\exists \rho \in (0,1) : P'(\rho) = 0$, будет обсуждаться в разделе 4.

3. АНАЛИЗ УГЛОВОГО МАСС-СПЕКТРА

В работе [22] было рассмотрено семейство электрических потенциалов, которые представляют собой сумму линейного профиля потенциала и гауссова профиля:

$$\Phi(\rho) = \varepsilon \left(\rho - 1 + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{1}{2} - \frac{(\rho - \rho_0)^2}{\sigma^2}\right) - \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{1}{2} - \frac{(1 - \rho_0)^2}{\sigma^2}\right) \right). \quad (9)$$

Здесь ε – безразмерное электрическое поле, σ – безразмерная характерная ширина гауссова профиля, ρ_0 – безразмерная радиальная координата вершины гауссова профиля. Радиальные распределения некоторых таких потенциалов из этого семейства приведены на рис. 4а. Соответствующие угловые масс-спектры, которые получаются при помощи формулы (4), приведены на рис. 4б.

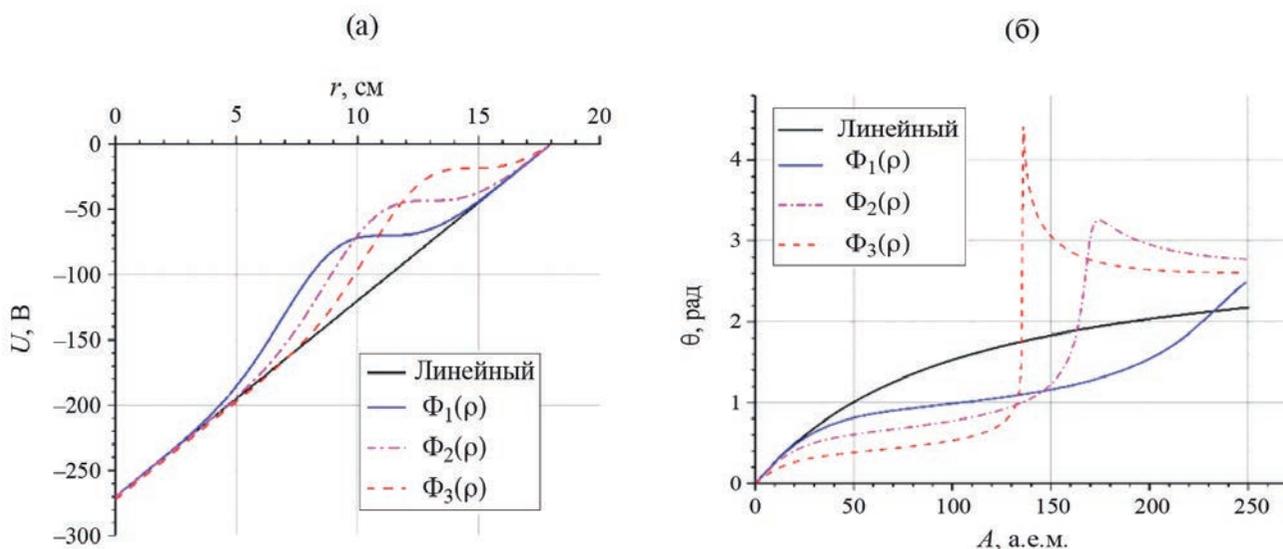


Рис. 4. а) Семейство радиальных распределений потенциалов типа (9) при $\varepsilon=0.00445$ и $\sigma=0.12$. $\Phi_1(\rho)$ соответствует параметр $\rho_0=0.5$, $\Phi_2(\rho)$ соответствует $\rho_0=0.6$, $\Phi_3(\rho)$ – $\rho_0=0.7$; б) соответствующее семейство угловых масс-спектров ионов.

Видно, что добавление локального возмущения потенциала видоизменяет угловой масс-спектр так, что появляются две четко разграниченных области масс, каждая из которых оседает примерно в одно место на собирающей подложке, а также возникает область масс с высокой угловой дисперсией. Причем можно заметить, что передвижение локального возмущения по радиусу вызывает передвижение области высокой угловой дисперсии. К тому же в ней θ может иметь большие значения, вплоть до бесконечности.

Стремление графика углового масс-спектра к бесконечности при определенной массе A означает, что интеграл (4), он же интеграл (6), расходится при этом значении A . Это происходит, когда в точке перигенцентра потенциал и его производная (электрическое поле) совпадают с потенциалом и производной (электрическим полем) потенциала Бриллюэна. Иначе говоря, частица попадает в соответствующий ее массе потенциал Бриллюэна и начинает бесконечно вращаться по окружности, не оседая на собирающую подложку.

В целях масс-сепарации ионов недопустимо использование потенциала, в котором соответствующий угловой масс-спектр имеет область высокой угловой дисперсии, приходящуюся на отделяемые массы. Таким образом, потенциал типа (9) необходимо подбирать под конкретные сепарируемые массы.

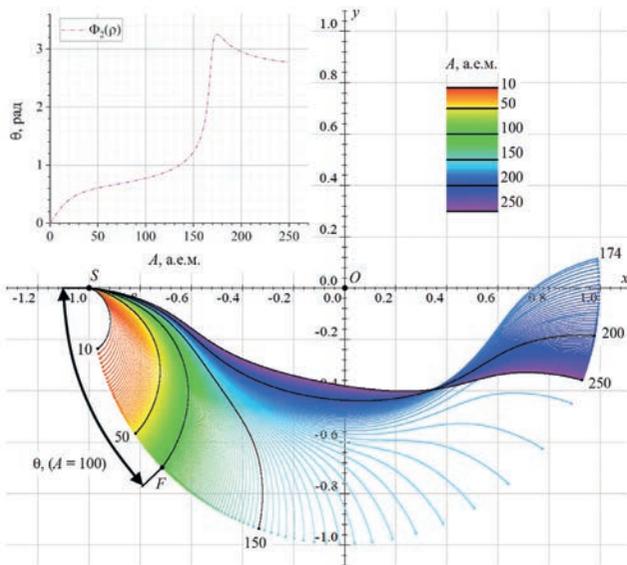


Рис. 5. Семейство траекторий ионов различных масс в потенциале $\Phi_2(\rho)$ в расчетной плоскости. Представленные траектории соответствуют частицам разных масс с шагом в 1 а.е.м.

На рис. 5 представлен результат численного моделирования (в одночастичном приближении) траекторий движения ионов с массами в диапазоне от 10 до 250 а.е.м. в потенциале $\Phi_2(\rho)$ (рис. 4а). Обозначения особых точек траекторий такое же, как на рис. 3. Частицы начинают движение в точке старта S с безразмерными координатами $(-1,0)$ без начальной скорости и заканчивают движение, когда их безразмерное расстояние до оси симметрии (точки O) снова становится равным 1.

Из приведенных данных видно, что область высокой угловой дисперсии находится в диапазоне масс $A \approx 150-170$ а.е.м.

4. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

Как видно из примеров выше, свойства углового масс спектра существенно зависят от геометрии пространственного распределения электрического потенциала, в силу чего становится крайне актуальной задача поиска такого распределения, при котором угловой масс-спектр имеет заданную форму. Например, когда две интересующие группы частиц определенных масс расходятся на максимально возможное угловое расстояние на окружности – на 180° .

Поиск такого потенциала методом подбора при помощи формулы (4) не является достаточно продуктивным. Более удобным был бы математический инструмент, позволяющий по желаемому угловому масс-спектру восстанавливать необходимое для его реализации распределение электрического потенциала. Иначе говоря, необходимо найти обратное к (4) интегральное преобразование. Для этого воспользуемся взаимной обратимостью функций $P\left(\frac{1}{A}\right)$ и $\rho_p(A)$ из свойства (8):

$$\theta(A) = \int_{\rho_p(A)}^1 \frac{2d\rho}{\rho \sqrt{A\rho^{-1}(\rho) - 1}} = \int_{1/A}^{P(1)} \frac{2d\rho_p(1/w^2)}{\rho_p(1/w^2) \sqrt{Aw^2 - 1}}. \tag{10}$$

Здесь сделана замена $w^2 = \rho_p^{-1}(\rho) \Leftrightarrow \rho = \rho_p(1/w^2)$. Прежде чем преобразовывать выражение (10) дальше, необходимо определить значение $P(1)$. Согласно определению (5), значение $P(1)$ определяется асимптотикой электрического потенциала $\Phi(\rho)$ при $\rho = 1$. Если $\rho = 1$ – ноль первого порядка, то есть электрическое поле в точке инжекции ненулевое, то $P(1) = \infty$. Если же $\rho = 1$ – ноль второго и

выше порядка, то $P(1)$ принимает конечное значение. Однако это означает, что электрическое поле в точке инъекции нулевое, а потому ионы, которые согласно постановке задачи не имеют начальной скорости, не будут начинать движение вообще и тем самым участвовать в процессе сепарации.

Итого, единственным физически осмысленным вариантом при нулевой начальной скорости ионов оказывается $P(1) = \infty$. Поэтому формула (10) после серии преобразований принимает следующий вид:

$$\theta(A) = \frac{2}{\sqrt{A}} \int_{1/\sqrt{A}}^{\infty} \frac{(\ln \rho_p(1/w^2))' dw}{\sqrt{w^2 - 1/A}}. \quad (11)$$

Из формулы (11) видно, что она представляет собой *обратное преобразование Абеля* [24] от функции

$$\ln \rho_p \left(\frac{1}{w^2} \right) \\ \theta(A) = -\frac{2\pi}{\sqrt{A}} F_{\text{Abel}}^{-1} \left[\ln \rho_p \left(\frac{1}{w^2} \right) \right] \left(\frac{1}{\sqrt{A}} \right). \quad (12)$$

Таким образом, преобразование (12) можно обратить и получить формулу для зависимости радиальной координаты периферии от массы

$$\ln P^{-1}(n) = \ln \rho_p \left(\frac{1}{n} \right) = \\ = -\frac{1}{2\pi} F_{\text{Abel}} \left[\frac{1}{u} \theta \left(\frac{1}{u^2} \right) \right] \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right), \quad n = \frac{1}{A}. \quad (13)$$

Далее функцию $P^{-1}(n)$ необходимо обратить и подставить в формулу (5):

$$\Phi(\rho) = -\frac{\rho^2}{8} \left(\frac{1}{\rho^2} - 1 \right)^2 P(\rho). \quad (14)$$

Таким образом, последовательное использование формул (13) и (14) позволяет по угловому масс-спектру получить радиальное распределение потенциала.

Теперь рассмотрим случай, когда $\exists \rho \in (0,1) : P'(\rho) = 0$. В таком случае решений уравнения (8) несколько. Но только ближайший к $\rho = 1$ корень уравнения (8) является радиальной координатой периферии. Поэтому напрямую функция $P(\rho)$ не может быть обращена. Поэтому нескольким функциям $P(\rho)$ может соответствовать одна и та же функция $\rho_p(A)$. В работе [22] было показано, что зависимость $\rho_p(A)$ монотонна, а потому она обратима. Причем полученная в результате обращения функция $\tilde{P}(\rho)$ соответствует некоторому электрическому потенциалу.

Получается, что при помощи формулы (4) из потенциала $\Phi(\rho)$ можно получить некоторый масс-спектр $\theta(A)$, из которого при помощи формул (13) и (14) может быть найден потенциал $\tilde{\Phi}(\rho)$, отличный от $\Phi(\rho)$. Таким образом, при условии $\exists \rho \in (0,1) : P'(\rho) = 0$ как минимум двум потенциалам соответствует один и тот же масс-спектр. Еще раз отметим, что алгоритм использования формул (13) и (14) позволяет получить только один из них.

На рис. 6 представлен пример желаемого спектра. На рис. 7 приведено соответствующее спектру распределение потенциала, полученное с использованием вышеописанного математического алгоритма.

Допустим, что необходимо достичь углового масс-спектра, приведенного на рис. 6. Его особенность заключается в том, что легкая группа веществ ($A = 120 - 160$ а.е.м.) и тяжелая группа ($A > 220$ а.е.м.) разделяются на угол $\Delta\theta = \pi = 180^\circ$. Необходимо пояснить, что с точки зрения практического воплощения, важным является вопрос разведения областей осаждения требуемых двух групп масс на максимальную угловую координату, но при этом нет требования на то, какие именно будут эти координаты, т.е. важно, чтобы между координатами осаждения легких θ_{light} и тяжелых θ_{heavy} частиц выполнялось соотношение $\theta_{\text{heavy}} = \theta_{\text{light}} + \pi$, но само значение θ_{light} может быть любым. Это вносит дополнительную вариативность в желаемую форму углового масс-спектра. Такая неопределенность, в свою очередь, дает в подборе потенциала дополнительную свободу, которая может быть использована для оптимизации других аспектов, важных для практической реализации метода плазменного разделения элементов.

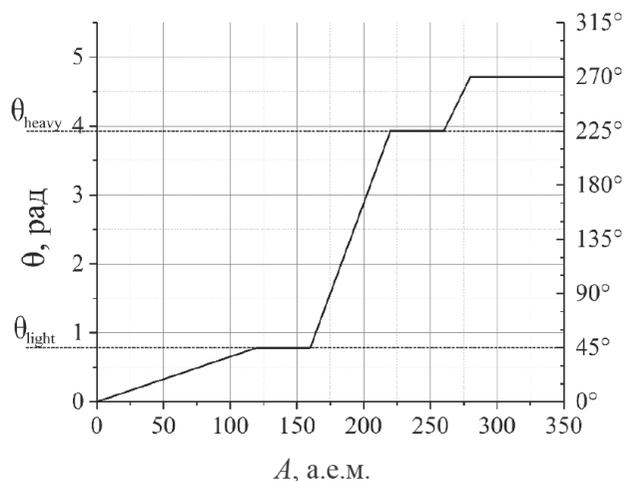


Рис. 6. Пример желаемого масс-спектра.

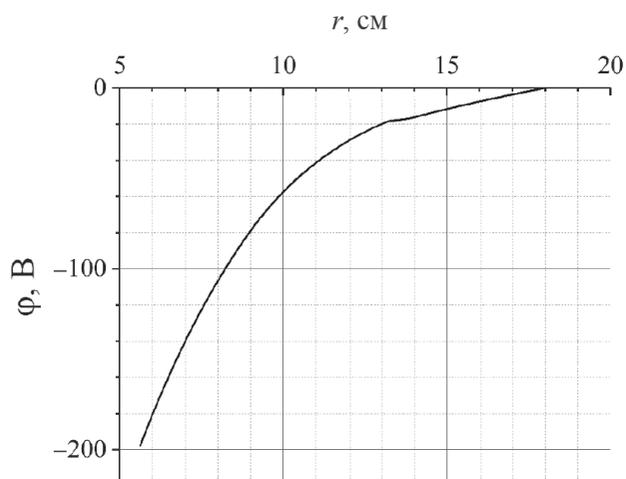


Рис. 7. Радиальное распределение потенциала, в котором достигается масс-спектр, приведенный на рис. 6.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РЕАЛИЗУЕМОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ С ЛОКАЛЬНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Отметим, что практическое создание заданного пространственного распределения электрического потенциала в плазменном объеме является нетривиальной задачей, несмотря на то что работы в этом направлении активно ведутся [14, 15, 25]. Поэтому еще одним аспектом, который должен быть рассмотрен в настоящем исследовании, является вопрос о принципиальной возможности реализации в ходе эксперимента обсуждаемых потенциалов.

С этой целью был проведен эксперимент, по исследованию возможности локального изменения потенциала плазмы при помощи дополнительного термоэмиссионного электрода.

Вакуумная камера имеет длину 2.3 м и внутренний диаметр 86 см. Величина магнитного поля составляла 1400 Гс. На торцах камеры расположены кольцевые электроды – катоды (рис. 1). Каждый из них занимает кольцевую область шириной 5 см по радиусу. Четыре внутренних электрода с каждого торца короткозамкнуты и к ним прикладывается напряжение -550 В (внешний радиус 20 см). Пятый и шестой электроды находятся под плавающим потенциалом. Отражательный разряд зажигается между торцевыми катодами и цилиндрической поверхностью вакуумной камеры, которая является анодом. Ток разряда составляет величину порядка 10 А. Радиус плазменного столба составляет около 30 см. В разряде реализуется радиальное электрическое поле, направленное к оси камеры. На одном из торцов установлен подогреваемый термоэмиссионный элемент из LaB_6 (диаметр

эмиттера 2 см). В рабочем режиме в камере создается предельный вакуум около $6 \cdot 10^{-5}$ Торр, потом напускается аргон, давление которого составляет $3 \cdot 10^{-4}$ Торр.

Измерения потенциала проводились при помощи термоэмиссионного зонда [26, 27], который вводился в камеру радиально (направление перемещения зонда обозначено на рис. 1 пунктирной линией). Скорость перемещения зонда составляла около 4 см/с. Сигнал считывался с зонда с частотой от 1 до 10 кГц и усреднялся по 50 значениям. Типичные флуктуации потенциала плазмы от среднего значения составляли порядка 20%. Также проводились измерения с использованием двойного зонда, которые позволили установить, что в условиях эксперимента температура электронов находилась в интервале 5–10 эВ, а концентрация плазмы была около 10^{11} см $^{-3}$. Погрешность определения координат зондов составляет около 3 мм. Для создания локального воздействия на потенциал плазмы был использован еще один термоэмиссионный катод, расположенный на расстоянии 15 см от оси разряда. Его диаметр – 2 см. Подаваемое на катод напряжение U_{em} варьировалось в диапазоне от 0 до -400 В.

Экспериментально полученные радиальные распределения потенциала приведены на рис. 8. Из рис. 8 видно, что таким способом можно в некоторой области пространства локально понижать потенциал в плазме.

Возможность локального увеличения потенциала плазмы была продемонстрирована экспериментально в работе [10]. Это достигалось при

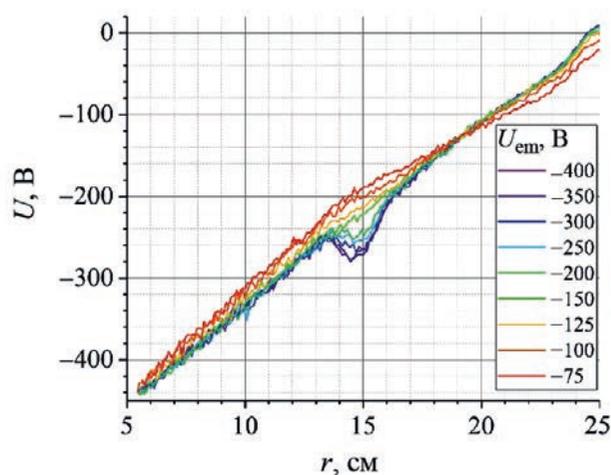


Рис. 8. Семейство зависимостей электрического потенциала плазмы от координаты r при различных значениях потенциала дополнительного электрода U_{em} .

введении в объем плазменной струи из инжектора, помещаемого под различные напряжения относительно заземленного корпуса камеры. На рис. 9 представлены распределения потенциала, которые получались при различных значениях этого напряжения. Из рис. 9 ясно, что таким способом возможно добиться как локального повышения, так и локального понижения потенциала плазмы относительно невозмущенного состояния.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве выводов еще раз перечислим основные полученные результаты. При помощи расчетно-теоретического инструмента было проанализировано влияние локальной немонотонности в зависимости электрического поля от радиальной координаты на угловой масс-спектр ионов, разделяемых в процессе плазменной масс-сепарации. Было установлено существование на угловом масс-спектре областей масс ионов, где угловая дисперсия практически отсутствует и где она имеет значительную величину, причем сами значения угловой координаты могут достигать значительных величин. В качестве рекомендации для повышения эффективности практической реализации метода плазменной сепарации был предложен один из возможных вариантов пространственного распределения электрического потенциала в плазменном объеме, позволяющий разделять группы элементов с массами ионов менее 150 а.е.м. и более 220 а.е.м.

В работе был получен математический инструмент, который позволяет, исходя из желаемого углового масс-спектра, получить пространственное распределение электрического потенциала,

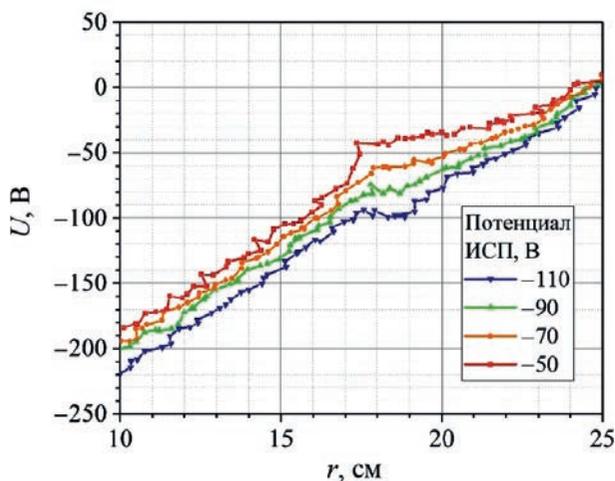


Рис. 9. Семейство радиальных зависимостей потенциала плазмы при различных значениях потенциала источника сепарируемой плазмы (ИСП).

в котором этот спектр может быть реализован в условиях плазменной масс-сепарации. Были отмечено, что такая задача может иметь несколько решений.

Также в работе было показано, что экспериментальные данные демонстрируют принципиальную возможность создание конфигурации обсуждаемых потенциалов. Положительное локальное возмущение потенциала плазмы относительно невозмущенного состояния возможно сделать при помощи плазменного инжектора. Отрицательное локальное возмущение в свою очередь можно сделать при помощи эмиттера электронов. Причем характерный пространственный размер возмущений (вдоль радиальной координаты) по порядку величины совпадает с характерным размером устройства, которое его создает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стратегия развития атомной энергетики России в первой половине XXI века. Основные положения. Одобрена Правительством РФ 25.05.2000 г. М.: Минатом России, 2000.
2. Jang J., Kim T., Kim G.-Y., D., Lee S. // J. Nucl. Mater. 2019. V. 520. P. 245.
Doi.org/10.1016/j.jnucmat.2019.04.024
3. Volkovich V.A., Maltsev D.S., Soldatova M.N., Ryzhov A.A., Ivanov A.B. // Metals (Basel). 2021. V. 11. № 4. P. 550.
Doi.org/10.3390/met11040550
4. Williamson M.A., Willit J.L. // Nucl. Eng. Technol. 2011. V. 43. P. 329.
Doi.org/10.5516/NET.2011.43.4.329
5. Dolgolenko D.A., and Muromkin Yu.A. // Phys.-Usp.+ . 2009. V. 179. P. 369,
Doi.org/10.3367/UFNe.0179.200904c.0369
6. Zweben S.J., Gueroult R., Fisch N.J. // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. № 9.
Doi.org/10.1063/1.5042845
7. Martynenko Yu.V. // Phys.-Usp.+ . 2009. V. 179. P. 1354.
doi.org/10.3367/UFNe.0179.200912n.1354
8. Zhang Y., Su R., Chen X., Ren C., Lv Y., Mo D., Liu M., Yan S. // J. Radioanal Nucl. Ch. 2019. V. 322. P. 1657–1662.
Doi.org/10.1007/s10967-019-06745-w
9. Ohkawa T., Miller R.L. // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. P. 5116.
Doi.org/10.1063/1.1523930
10. Liziakin G., Antonov N., Smirnov V.S., Timirkhanov R., Oiler A., Usmanov R., Melnikov A., Vorona N., Kislenko S., Gavrikov A., Smirnov V.P. // J. Phys. D Appl. Phys. 2021. V. 54.
Doi.org/10.1088/1361-6463/ac128e

11. Smirnov V.P., Samokhin A.A., Vorona N.A., Gavrikov A. V. // Plasma Phys. Reports. 2013. V. 39. P. 456. Doi.org/10.1134/S1063780X13050103
12. Bardakov V.M., Ivanov S.D., Strokin N.A. // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. № 3. Doi.org/10.1063/1.4846898
13. Gueroult R., Rax J.-M., Fisch N.J. // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. № 2. Doi.org/10.1063/1.4864325
14. Trotabas B., Gueroult R. // Plasma Sources Sci. T. 2022. V. 31. № 2. Doi.org/10.1088/1361-6595/ac4847
15. Liziakin G., Oiler A., Gavrikov A., Antonov N., Smirnov V. // J. Plasma Phys. 2021. V. 87. № 4. Doi.org/10.1017/S0022377821000829
16. Jin S., Poulos M.J., Van Compernelle B., Morales G. J. // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. № 2. Doi.org/10.1063/1.5063597
17. Volosov V.I., Pekker M.S. // Nuclear Fusion. 1981. V. 21. №. 10. P. 1275. Doi:10.1088/0029-5515/21/10/006
18. Morozov A.I. Introduction to plasma dynamics. CRC Press, 2012.
19. Liziakin G.D., Antonov N.N., Vorona N.A., Gavrikov A.V., Kislenko S. A., Kuzmichev S.D., Melnikov A.D., Oiler A.P., Smirnov V.P., Timirkhanov R.A., Usmanov R.A. // Plasma Phys. Reports. 2022. V. 48. P. 1251–60. Doi.org/S1063780X22601912
20. Liziakin G., Antonov N., Usmanov R., Melnikov A., Timirkhanov R., Vorona N., Smirnov V. S., Oiler A., Kislenko S., Gavrikov A., Smirnov V. P. // Plasma Phys. Control. Fus. 2021. V. 63. №. 3. Doi.org/10.1088/1361-6587/abd25e
21. Samokhin A.A., Liziakin G.D., Gavrikov A.V., Usmanov R.A., Smirnov V.P. // Journal of Physics: Conference Series. 2016. V. 774. № 1. Doi.org/10.1088/1742-6596/774/1/012198
22. Oiler A.P., Liziakin G.D., Gavrikov A.V., Smirnov V. P. // Molecules. 2022. V. 27. P. 6824. Doi.org/10.3390/molecules27206824
23. Brillouin L. // Phys. Rev. 1945. V. 67. P. 260. Doi.org/10.1103/PhysRev.67.260
24. Bracewell R. // The Fourier transform and its application, 3rd ed. 2000. Singapore: McGraw-Hill Book Co-Singapore, ISBN 0-07-303938-1
25. Gueroult R., Rax J.-M., Fisch N.J. // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. № 12. Doi.org/10.1063/1.5126083
26. Sheehan J.P., Hershkowitz N. // Plasma Sources Sci. T. 2011. V. 20. № 6. Doi.org/10.1088/0963-0252/20/6/063001
27. Murzaev Y., Liziakin G., Gavrikov A., Timirkhanov R., Smirnov V. // Plasma Sci. Technol. 2019. V. 21. № 4. Doi.org/10.1088/2058-6272/aaf250

INCREASING THE EFFICIENCY OF PLASMA MASS SEPARATION BY OPTIMIZING THE ELECTRIC POTENTIAL

A. P. Oiler^{a, b, *}, R. A. Usmanov^a, N. N. Antonov^a,
A. V. Gavrikov^a, V. P. Smirnov^a

^aJoint Institute for High Temperatures, Russian Academy of Sciences, Moscow, 125412 Russia

^bMoscow Institute of Physics and Technology (National Research University),

Dolgoprudny, Moscow oblast, 141700 Russia

*e-mail: andrey_oiler@jht.ru

Abstract—The effect of the spatial distribution of electric potential on the separating properties of the plasma mass separator that operates in a configuration with crossed radial electric and longitudinal magnetic fields is studied. The single-particle approximation is used to obtain analytical expressions that connect the electric potential distribution and the angular mass spectrum. A mathematical algorithm is described that allows one to recover the distribution of electric potential from the given shape of the mass spectrum. It is shown that the local inhomogeneity of the electric potential profile allows one to achieve the deposition of mass groups in the diametrically opposite regions of the separator. Data is presented that confirms the possibility of creating experimentally both the positive and the negative local inhomogeneity of the potential. The results of this work can be used to increase the efficiency of the process of plasma mass separation of ions of different elements.

Keywords: electric potential distribution in plasma, mass separation of ions of heavy metals, crossed electric and magnetic fields

УДК 533.9

О МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ПЛАЗМЕННОМ СВЧ-УСИЛИТЕЛЕ

© 2024 г. И. Н. Карташов*, М. В. Кузелев**

МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

*e-mail: igorkartashov@mail.ru

**e-mail: kuzelev@mail.ru

Поступила в редакцию 22.02.2024 г.

После доработки 29.03.2024 г.

Принята к публикации 29.03.2024 г.

Рассмотрена задача усиления сигнала в плазменном СВЧ-усилителе в линейном приближении и с учетом нелинейных эффектов, приводящих к насыщению неустойчивости. Сопоставлены между собой решения точного дисперсионного уравнения и используемого при расчете параметров плазменных СВЧ-усилителей приближенного дисперсионного уравнения. Показано, что в области высоких частот имеется существенное различие решений этих уравнений. Нелинейная динамика пучково-плазменной неустойчивости в плазменных СВЧ-усилителях описывается системой дифференциальных уравнений, которая получается методом медленно меняющихся амплитуд и при линеаризации дает приближенное дисперсионное уравнение. Предложен метод модификации параметров нелинейной системы дифференциальных уравнений для приведения ее в соответствие с точным дисперсионным уравнением и продемонстрированы результаты расчета.

Ключевые слова: плазменный СВЧ-усилитель, пучково-плазменные неустойчивости, электронный пучок, дисперсионное уравнение, инкремент усиления

DOI: 10.31857/S0367292124050061, EDN: PWJRAP

В плазменной СВЧ-электронике типичная схема источника электромагнитного излучения [1–5] представляет собой металлический волновод радиуса R с тонкостенными цилиндрическими плазмой и электронным пучком, имеющими средний радиус r_p и r_b соответственно. Пучок движется прямолинейно с направленной скоростью u и релятивистским фактором $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ вдоль оси волновода (ось $0z$). Вся система помещается в достаточно сильное магнитное поле, препятствующее распылению пучка и плазмы, а в теоретической модели замагничивающее движение электронов, делая его одномерным вдоль оси $0z$. Толщина плазмы и электронного пучка δ_p и δ_b обычно мала по сравнению с другими характерными размерами, в том числе по сравнению с глубиной проникновения поля в плазму и пучок. Поэтому основной моделью при исследовании широкого круга вопросов пучково-плазменного взаимодействия является модель бесконечно тонких трубчатых плазмы и электронного пучка в бесконечно сильном внешнем магнитном поле. Эта модель использовалась при исследовании динамики плазмы под действием пондеромоторной силы Миллера [6], в том числе на фронте импульса электронного пучка [7], при исследовании возбуждения ге-

нератора [8] и подавления самовозбуждения усилителя локальным поглотителем [9]. В рамках этой модели производился учет разброса электронов пучка по скоростям [10, 11], неодносвязности сечения волновода [12] в области, где реализуется пучково-плазменное взаимодействие и другие вопросы. В рамках этой модели решение волнового уравнения для поляризационного потенциала (вектора Герца) волны E -типа может быть представлено в виде

$$\Psi(r) = \begin{cases} A_1 I_l(\chi_0 r), & 0 \leq r \leq r_1, \\ A_2 I_l(\chi_0 r) + B_2 K_l(\chi_0 r), & r_1 \leq r \leq r_2, \\ A_3 I_l(\chi_0 r) + B_3 K_l(\chi_0 r), & r_2 \leq r \leq R. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $\chi_0^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2$, ω и k_z — частота и продольное волновое число возбуждаемой волны, l — номер азимутальной моды, $r_1 = \min\{r_p, r_b\}$, $r_2 = \max\{r_p, r_b\}$, A_n и B_n — константы. Решения по обе стороны от слоя тонкостенной плазмы или тонкостенного электронного пучка связаны условиями сшивки [13]

$$\Psi(r_{p,b} - 0) = \Psi(r_{p,b} + 0),$$

$$\frac{d\Psi(r_p + 0)}{dr} - \frac{d\Psi(r_p - 0)}{dr} = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \delta_p \chi_0^2 \Psi(r_p),$$

$$\frac{d\Psi(r_b+0)}{dr} - \frac{d\Psi(r_b-0)}{dr} = -\frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} \delta_b \chi_0^2 \Psi(r_b). \quad (2)$$

Первое условие представляет собой непрерывность продольной компоненты электрического поля волны в точках $r_{p,b}$. Вторая пара условий при $r = r_p$ и $r = r_b$ соответствует разрыву радиальной компоненты и может быть получена из волнового уравнения интегрированием по бесконечно малому участку в окрестности точек $r = r_p$ и $r = r_b$ при учете, что диэлектрическая проницаемость пучково-плазменной системы

$$\varepsilon(r) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \delta_p \delta(r - r_p) - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} \delta_b \delta(r - r_b), \quad (3)$$

что соответствует модели холодных бесстолкновительных плазмы и электронного пучка с ленгмюровскими частотами $\omega_{p,b}$. Дополняя систему условий сшивки условием обращения в нуль продольной составляющей электрического поля на металлической стенке волновода, получаем следующее дисперсионное уравнение [13]

$$\left[\omega^2 - \omega_p^2 \frac{\chi_0^2}{k_{\perp p}^2(\chi_0)} \right] \left[(\omega - k_z u)^2 - \omega_b^2 \gamma^{-3} \frac{\chi_0^2}{k_{\perp b}^2(\chi_0)} \right] = \theta(\chi_0) \omega_p^2 \frac{\chi_0^2}{k_{\perp p}^2(\chi_0)} \omega_b^2 \gamma^{-3} \frac{\chi_0^2}{k_{\perp b}^2(\chi_0)}, \quad (4)$$

где введены обозначения

$$k_{\perp p, \perp b}^{-2}(\chi_0) = r_{p,b} \delta_{p,b} I_l^2(\chi_0 r_{p,b}) \left[\frac{K_l(\chi_0 r_{p,b})}{I_l(\chi_0 r_{p,b})} - \frac{K_l(\chi_0 R)}{I_l(\chi_0 R)} \right], \quad (5)$$

$$\theta(\chi_0) = \frac{I_l(\chi_0 r_1) K_l(\chi_0 r_2) I_l(\chi_0 R) - K_l(\chi_0 R) I_l(\chi_0 r_2)}{I_l(\chi_0 r_2) K_l(\chi_0 r_1) I_l(\chi_0 R) - K_l(\chi_0 R) I_l(\chi_0 r_1)}. \quad (6)$$

Равенство нулю первого множителя в (4) неявным образом определяет дисперсионную зависимость $\omega(k_z)$ плазменной волны (без пучка). Аналогично, равенство нулю второго множителя определяет дисперсионную зависимость быстрой и медленной пучковых волн (без плазмы). При учете взаимодействия плазменной и пучковых волн через самосогласованное поле дисперсионное уравнение (4) в целом определяет дисперсионные зависимости пучково-плазменной системы. В их числе три распространяющихся попутно с пучком моды, соответствующие попутной плазменной волне, быстрой и медленной пучковым волнам. Будем обозначать эти решения в виде $k_{z1,2,3}(\omega)$. В некоторой области частот может

возникать усиление, что соответствует появлению мнимой части у волнового числа. Если рассматривать задачу усиления в пространстве $z > 0$, подаваемого на вход при $z = 0$ сигнала, то для усиливаемой моды будет $\text{Im} k_{z1}(\omega) < 0$. Из вещественности уравнения (4) следует, что помимо комплексного решения $k_{z1}(\omega)$ решением уравнения (4) будет и комплексно сопряженное $k_{z2}(\omega) = k_{z1}^*(\omega)$, которое соответствует также попутной моде, но с убывающей при распространении амплитудой. Волновое число третьей из попутных мод будет всегда вещественным. За пределами области усиления все решения $k_{z1,2,3}(\omega)$ окажутся вещественными.

Наиболее сильно пучково-плазменная неустойчивость проявляется в условиях черенковского резонанса, когда $k_z \approx \omega/u$. Это позволяет упростить дисперсионное уравнение (4) сделав подстановку

$$k_z = \frac{\omega}{u} (1 + \delta) \quad (7)$$

и считая $|\delta| \ll 1$. В этом случае $\chi_0^2 \approx \frac{\omega^2}{u^2 \gamma^2} (1 + 2\gamma^2 \delta)$, при этом последнее слагаемое для сильноточных релятивистских пучков, вообще говоря, не мало по сравнению с единицей несмотря на условие $|\delta| \ll 1$. Если частота мала, так что выполняется условие $|\chi_0 R| \ll 1$, выражения (5) и (6) приближенно могут быть записаны в виде

$$k_{\perp p, \perp b}^{-2}(0) = \begin{cases} \delta_{p,b} r_{p,b} \ln R / r_{p,b}, & \text{при } l = 0, \\ \frac{\delta_{p,b} r_{p,b}}{2l} \left(1 - \left(\frac{r_{p,b}}{R} \right)^{2l} \right), & \text{при } l \neq 0, \end{cases} \quad (5a)$$

$$\theta(0) = \begin{cases} \frac{\ln R / r_2}{\ln R / r_1}, & \text{при } l = 0, \\ \frac{(R / r_2)^{2l} - 1}{(R / r_1)^{2l} - 1}, & \text{при } l \neq 0. \end{cases} \quad (6a)$$

Выражения (5a) и (6a) являются предельными, более общие выражения (5) и (6) в условиях $|\chi_0 R| \ll 1$ слабо зависят от χ_0 , что позволяет пренебречь в них $2\gamma^2 \delta$ и свести трансцендентное дисперсионное уравнение (4) к кубическому относительно δ

$$\left[1 - \alpha_p (1 + 2\gamma^2 \delta) \right] \left[\delta^2 - \alpha_b (1 + 2\gamma^2 \delta) \right] = \theta \alpha_p \alpha_b (1 + 2\gamma^2 \delta)^2. \quad (4a)$$

Здесь введены обозначения для параметров плотности плазмы и электронного пучка

$$\alpha_p \left(\frac{\omega}{u\gamma} \right) = \frac{\omega_p^2}{k_{\perp p}^2 \left(\frac{\omega}{u\gamma} \right) u^2 \gamma^2}, \quad \alpha_b \left(\frac{\omega}{u\gamma} \right) = \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{k_{\perp b}^2 \left(\frac{\omega}{u\gamma} \right) u^2 \gamma^2}, \quad (8)$$

а параметр связи θ ($\omega/u\gamma$) также берется при значении $\omega/u\gamma$.

Кубическое дисперсионное уравнение (4а) проще для численного анализа по сравнению с более общим дисперсионным уравнением (4). Однако основное его значение состоит не в упрощении решения уравнения (4), а в том, что система нелинейных уравнений, описывающих динамику пучково-плазменной неустойчивости [13]

$$(1 - \alpha_p \hat{L}) \tilde{j}_p = \alpha_p \alpha_b \theta \tilde{L} \tilde{j}_b, \quad \hat{L} = 1 - 2i\gamma^2 \frac{d}{d\xi}, \quad (9)$$

$$\tilde{j}_b = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{iy} dy_0, \quad (10)$$

$$\frac{dy}{d\xi} = \eta, \quad \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{i}{2} \left(1 + 2 \frac{u^2}{c^2} \gamma^2 \eta \right)^{3/2} \left[\hat{L}(\tilde{j}_p + \alpha_b \tilde{j}_b) e^{-iy} - c.c. \right], \quad (11)$$

$$y(\xi = 0) = y_0, \quad \eta(\xi = 0) = 0, \quad (12)$$

полученная с использованием метода медленного меняющихся амплитуд, в линейном приближении дает именно дисперсионное уравнение (4а). Уравнение (9) представляет собой уравнение холодной гидродинамики для электронов плазмы, движущихся в самосогласованном поле, и определяет пространственную динамику безразмерной амплитуды тока плазмы \tilde{j}_p по безразмерной координате $\xi = z\omega/u$. Безразмерная амплитуда тока электронного пучка \tilde{j}_b , вычисленная суммированием вкладов от крупных частиц, определяется (10). Уравнения (11) представляют собой уравнения движения крупных частиц в лагранжевых переменных, где $y = \omega(t - z/u)$ и $\eta = (u - v_z)/u \ll 1$ — безразмерные локальное время и изменение скорости частиц, соответственно. Условия (12) — условия влета, соответствующие незамодулированному моноскоростному пучку электронов. Величины $\alpha_{p,b}$, $k_{\perp p,b}^{-2}$ и θ в (9), (11) берутся при значении аргумента $\omega/(u\gamma)$. Дисперсионное уравнение (4а) получается линеаризацией (9)–(12), если искать решение в виде $\tilde{j}_{p,b} = \tilde{j}_{p,b} e^{i\delta\xi}$, $y = y_0 + \delta y e^{i\delta\xi}$. Для системы уравнений (9)–(12) сохраняется поток энергии

$$\frac{d}{d\xi} (P + W) = 0, \quad (13)$$

где

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(1 + 2 \frac{u^2}{c^2} \gamma^2 \eta \right)^{-1/2} dy_0 \quad (14)$$

представляет собой поток энергии частиц пучка (нормированный на $mc^2\gamma$), а

$$W = \frac{u^2 \gamma^4}{2c^2} \left(\frac{|\tilde{j}_p|^2}{\alpha_b \theta} + \alpha_b |\tilde{j}_b|^2 + 2 \operatorname{Re} \tilde{j}_p \tilde{j}_b^* \right) \quad (15)$$

— поток энергии возбуждаемых пучком волн. Величину $1 - P$ можно трактовать как эффективность преобразования энергии направленного движения электронного пучка в энергию электромагнитных колебаний.

При параметрах реальных экспериментов с плазменными СВЧ-усилителями величина $|\chi_0 R|$, особенно в области высоких частот, может быть и не мала по сравнению с единицей. В частности, если $|\chi_0 r_1| \gg 1$, то $k_{\perp p,b}^{-2}(\chi_0 \rightarrow \infty) \approx \delta_{p,b} / (2\chi_0)$, $\theta(\chi_0 \rightarrow \infty) \approx \exp(-2\chi_0 |r_p - r_b|)$, а значит, $k_{\perp p,b}^{-2}(\chi_0)$ и $\theta(\chi_0)$ существенно модифицируются при учете слагаемого $2\gamma^2 \delta$ в выражении для χ_0 . Поэтому возникает необходимость модификации параметров $\alpha_{p,b}$ и θ , обеспечивающая соответствие решений нелинейной системы уравнений (9)–(12) и дисперсионного уравнения в форме (4).

Для численного анализа мы будем ориентироваться на эксперименты с двумя различными плазменными СВЧ-усилителями. Для одного из них [1, 2] возьмем следующие параметры: радиус волновода $R = 4.9$ см, средние радиусы плазмы и пучка $r_p = 2$ см и $r_b = 1.5$ см, их толщины $\delta_p = 0.2$ см и $\delta_b = 0.4$ см, ток электронов пучка 2 кА, а их скорость $u = 2.6 \times 10^{10}$ см/с (энергия пучка 500 кэВ, релятивистский фактор $\gamma = 2$). Плотность электронов плазмы составляет порядка $n_p = 1 \times 10^{12}$ см⁻³ и более. Для другого, более коротковолнового, плазменного СВЧ-усилителя [3, 4] с инверсным расположением пучка и плазмы, выберем следующие характерные значения параметров: $R = 3$ см $r_p = 1.85$ см и $r_b = 2.2$ см, $\delta_p = 0.2$ см и $\delta_b = 0.1$ см, ток электронов пучка 1.2 кА, а их скорость $u = 2.28 \times 10^{10}$ см/с (энергия пучка 270 кэВ, релятивистский фактор $\gamma = 1.54$). Плотность электронов плазмы составляет порядка $n_p = 1 \times 10^{13}$ см⁻³. В обоих случаях ограничимся рассмотрением усиления азимутально симметричных мод с $l = 0$.

На рис. 1а представлены частотные зависимости мнимой части волнового числа усиливаемой моды для характерных параметров плазменного СВЧ-усилителя [1, 2]. Сплошная линия соответствует решению точного дисперсионного уравнения (4). Штриховой линией обозначено решение кубического дисперсионного уравнения (4а). На рис. 1б представлены аналогичные зависимости, но для других значений параметров плазменного СВЧ-

усилителя [3, 4]. Заметим, что эти наборы параметров обеспечивают разные режимы работы. На рис. 1а область усиления простирается от нуля до некоторого значения частоты, примерно соответствующего условию черенковского резонанса пучка с плазменной волной. Такой режим мы называли одночастичным эффектом Черенкова [14]. На рис. 1б ненулевые значения инкремента пространственного усиления занимают финитную область частот в окрестности резонанса плазменной волны с медленной пучковой волной, при этом в области низких частот пучок устойчив. Этот режим неустойчивости реализуется в условиях, когда ленгмюровские колебания пучка успевают проявиться за время развития неустойчивости (коллективный эффект Черенкова [14]). В обоих случаях инкремент пространственного усиления, вычисленный с помощью кубического уравнения (4а), не вполне хорошо соответствует инкременту усиления, полученному решением точного дисперсионного уравнения (4), особенно в высокочастотной области. Причем в пучково-плазменной системе, рассматриваемой на основе кубического дисперсионного уравнения (4а) и на основе системы нелинейных уравнений (9)–(12) частотный диапазон области усиления оказывается более широким, чем при рассмотрении той же системы на основе точного дисперсионного уравнения (4).

Для приведения во взаимное соответствие дисперсионного уравнения (4) с нелинейной системой (9)–(12) и соответствующим ей дисперсионным

уравнением (4а) модифицируем параметры $\alpha_{p,b}$ и θ . Исходя из решений $k_{z1,2,3}(\omega)$ дисперсионного уравнения (4), в соответствии с (7) составим $\delta_{1,2,3} = k_{z1,2,3}(\omega)u/\omega - 1$. Подставив $\delta_{1,2,3}$ в (4а), получим систему из трех уравнений, из которых можно определить три параметра $\alpha_{p,b}$ и θ . Выражая из третьего уравнения θ и подставляя его в первые два, получим линейную систему из двух уравнений относительно $\alpha_{p,b}$. Учитывая вещественность либо комплексную сопряженность δ_1 и δ_2 , а также вещественность δ_3 , можно показать, что параметры $\alpha_{p,b}$ и θ оказываются вещественными, а кроме того, они однозначно определяются по заданным $\delta_{1,2,3}$. Модифицированные указанным способом параметры $\alpha_{p,b}$ и θ представлены на рис. 2 сплошными линиями. Рисунок 2а относится к плазменному СВЧ-усилителю [1, 2], а рис. 2б — [3, 4]. На тех же рисунках для сравнения штриховыми линиями изображены зависимости $\alpha_{p,b}(\omega/u\gamma)$ и $\theta(\omega/u\gamma)$. Сплошные и штриховые кривые, соответствующие α_b , на рисунках графически не различимы. Заметим, что в области усиления ($0 < \omega < 1.5 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ для рисунка 2а и $7.3 \times 10^{10} < \omega < 11.3 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ для рисунка 2б) модифицированные значения $\alpha_{p,b}$ и θ отличаются от $\alpha_{p,b}(\omega/u\gamma)$ и $\theta(\omega/u\gamma)$ не более чем на 10–30%.

Модифицированные параметры $\alpha_{p,b}$ и θ обеспечивают точное соответствие решений кубического дисперсионного уравнения (4а) и более общего дисперсионного уравнения (4). Их использование в нелинейной системе уравнений (9)–(12) позволяет

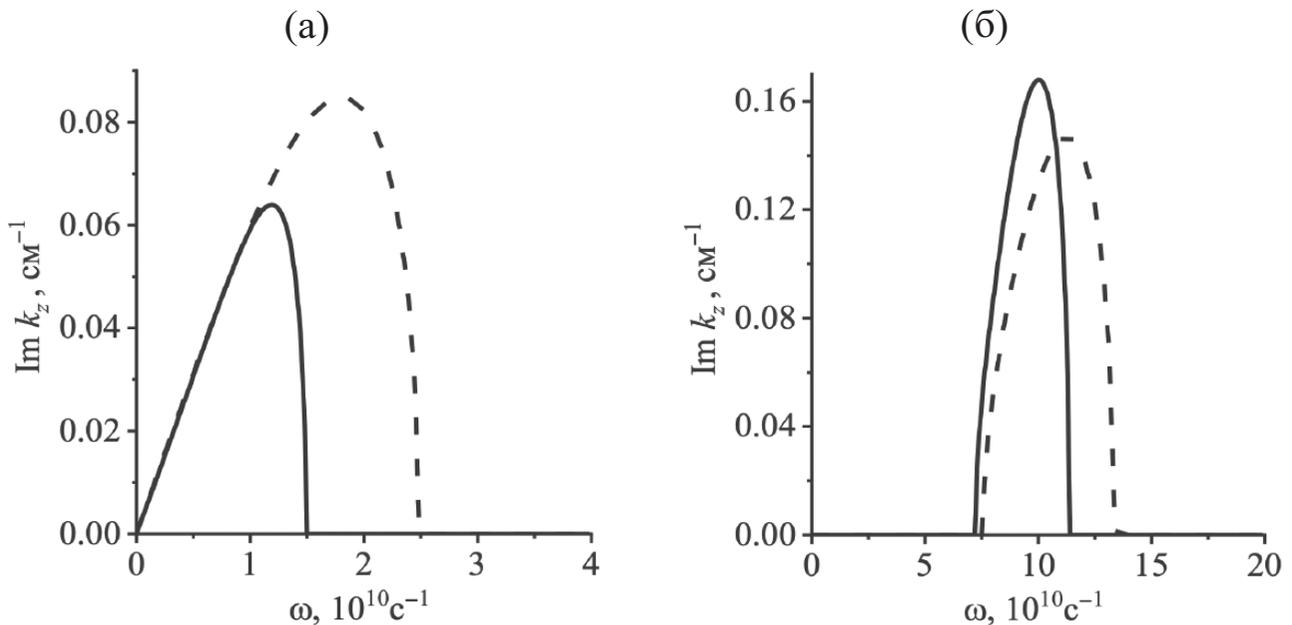


Рис. 1. Частотные зависимости мнимой части волнового числа усиливаемой моды для характерных параметров плазменных СВЧ-усилителей [1, 2] (а) и [3, 4] (б). Сплошная линия — решение точного дисперсионного уравнения (4), штриховая — решение кубического дисперсионного уравнения (4а).

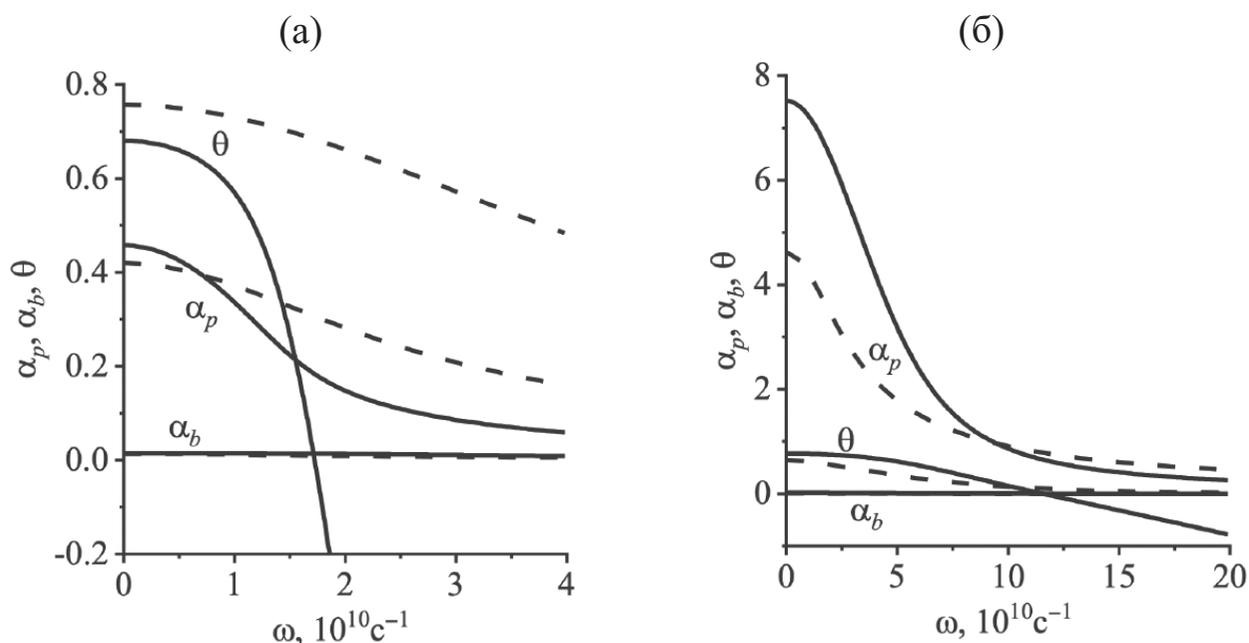


Рис. 2. Частотные зависимости параметров $\alpha_{p,b}$ и θ для характерных параметров плазменных СВЧ-усилителей [1, 2] (а) и [3, 4] (б). Штриховая линия — параметры $\alpha_{p,b}(\omega/u\gamma)$ и $\theta(\omega/u\gamma)$, сплошная линия — модифицированные параметры $\alpha_{p,b}$ и θ .

реализовать нелинейную динамику пучково-плазменной неустойчивости на начальной стадии ее развития в точном соответствии с дисперсионным уравнением (4). Поскольку модификация параметров $\alpha_{p,b}$ и θ не затрагивает нелинейную структуру (9)–(12), то это не исказит динамику насыщения неустойчивости.

На рис. 3 представлены пространственные зависимости эффективности преобразования энергии пучка в энергию возбуждаемых волн для параметров плазменных СВЧ-усилителей [1, 2] (рис. 3а) и [3, 4] (рис. 3б). Штриховые линии соответствуют исходным параметрам $\alpha_{p,b}$ и θ , сплошные линии — модифицированным параметрам $\alpha_{p,b}$ и θ . На рис. 3а кри-

вые 1 построены для значения частоты входного сигнала $\omega = 0.8 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, а кривые 2 — для частоты $\omega = 1.2 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$. Вторая частота соответствует максимуму инкремента пространственного усиления, полученному решением точного дисперсионного уравнения (4). В обоих случаях инкременты пространственного усиления, полученные как решением точного дисперсионного уравнения, так и решением кубического дисперсионного уравнения практически совпадают. Это приводит к тому, что модифицированные параметры $\alpha_{p,b}$ и θ близки к исходным и нелинейные динамики, показанные сплошной и штриховой линиями, также достаточно близки друг к другу. И наоборот, для частот в диапазоне

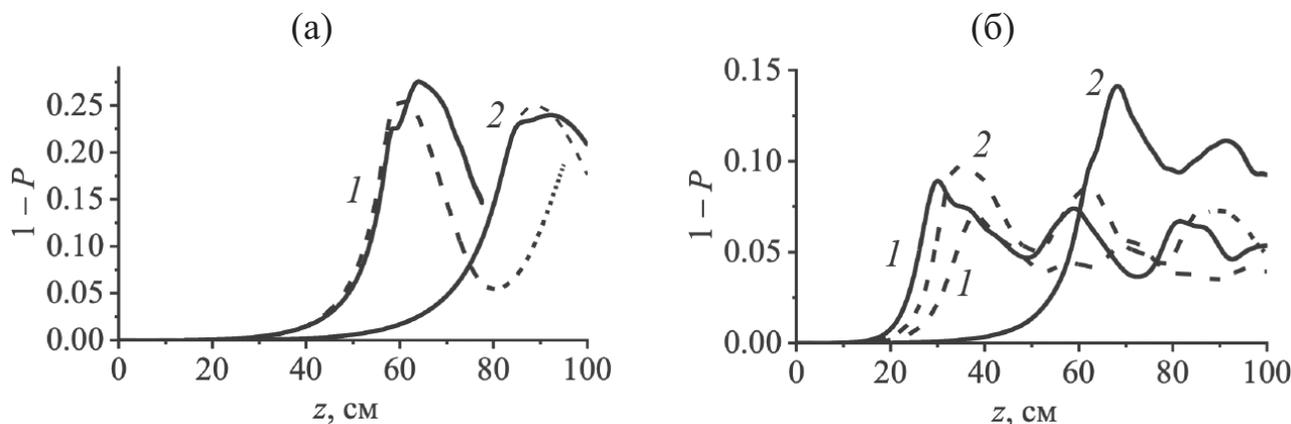


Рис. 3. Эффективность для характерных параметров плазменных СВЧ-усилителей [1, 2] (а) и [3, 4] (б). Штриховая линия — для исходных параметров $\alpha_{p,b}$ и θ , сплошная линия — для модифицированных параметров $\alpha_{p,b}$ и θ .

$\omega = (1.5...2.5) \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ использование модифицированных параметров $\alpha_{p,b}$ и θ обеспечивает устойчивость пучково-плазменной системы, в то время как для исходных значений $\alpha_{p,b}$ и θ наблюдается усиление сигнала в соответствии с инкрементом пространственного усиления из рис. 1а. Заметим, что само значение эффективности для данных параметров пучково-плазменной системы оказывается повышенным в связи с тем, что при численном моделировании наблюдается достаточно сильное замедление крупных частиц, что находится на грани применимости использованного метода.

На рис. 3б кривые I построены для значения частоты входного сигнала $\omega = 10 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, а кривые 2 — для частоты $\omega = 11.3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$. Первое значение частоты соответствует максимуму инкремента пространственного усиления, полученному решением точного дисперсионного уравнения (4), а второе — максимуму инкремента усиления из кубического дисперсионного уравнения (4а). Сплошная кривая I имеет более быстрый рост по сравнению с штриховой кривой I , что соответствует тому, что инкремент усиления из решения точного дисперсионного уравнения выше, чем из решения кубического дисперсионного уравнения. В случае кривых 2 различие еще более значительное. На частоте $\omega = 11.3 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$ инкремент пространственного усиления из решения кубического дисперсионного уравнения достигает максимума, а инкремент усиления из решения точного дисперсионного уравнения в несколько раз ниже. Это приводит к сильно различающейся скорости развития пространственной динамики пучково-плазменной неустойчивости. Модификацией параметров $\alpha_{p,b}$ и θ удается добиться соответствия этой динамики более общему дисперсионному уравнению (4), которое предсказывает медленное пространственное нарастание усиливаемого сигнала.

Мы рассмотрели задачу усиления сигнала, подаваемого на вход плазменных СВЧ-усилителей. Полученное при рассмотрении в линейном приближении дисперсионное уравнение проанализировано численно. Используя при расчетах приближенное кубическое дисперсионное уравнение дает значения инкремента пространственного усиления, не всегда совпадающие с инкрементами усиления из более общего дисперсионного уравнения, и в целом система оказывается более неустойчивой, чем это предсказывает более общее дисперсионное урав-

нение. Особенно это проявляется в области высоких частот. В то же время система нелинейных уравнений, описывающая динамику пучково-плазменной неустойчивости, полученная с использованием ряда упрощающих предположений в линейном приближении, дает именно кубическое дисперсионное уравнение. Для приведения в соответствие нелинейной системы уравнений и точного дисперсионного уравнения предложен метод модификации параметров нелинейной системы и продемонстрирована его эффективность. Показано, что в этом случае развитие неустойчивости происходит в соответствии с точным дисперсионным уравнением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стрелков П.С. // УФН. 2019. Т. 189. С. 494.
2. Стрелков П.С., Иванов И.Е., Дуас Михайлова Е.Д., Шумейко Д.В. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 257.
3. Buleyko A.B., Ponomarev A.V., Loza O.T., Ulyanov D.K., Andreev S.E. // Phys. Plasmas. 2021. V. 28. P. 023303. Doi: 10.1063/5.0013145
4. Buleyko A.B., Ponomarev A.V., Loza O.T., Ulyanov D.K., Sharypov K.A., Shunailov S.A., Yalandin M.I. // Phys. Plasmas. 2021. V. 28. P. 023304. Doi: 10.1063/5.0031432
5. Андреев С.Е., Богданкевич И.Л., Гусейн-заде Н.Г., Ульянов Д.К. // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 165. Doi: 10.31857/S0367292122600789
6. Карташов И.Н., Кузелев М.В. // Теплофизика высоких температур. 2021. Т. 59. С. 163. Doi: 10.31857/S0040364421010075
7. Kartashov I.N., Kuzelev M.V. // Phys. Plasmas. 2022. V. 29. P. 112102. Doi: 10.1063/5.0103559.
8. Карташов И.Н., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. // ЖТФ. 2006. Т. 76. С.10.
9. Kartashov I.N., Kuzelev M.V. // Phys. Wave Phen. 2022. V. 30. P. 330. Doi: 10.3103/S1541308X2205003X
10. Kartashov I.N., Kuzelev M.V. // Phys. Wave Phen. 2017. V. 25. P. 43. Doi: 10.3103/S1541308X17010071
11. Карташов И.Н., Кузелев М.В. // Теплофизика высоких температур. 2018. Т. 56. С. 346.
12. Карташов И.Н., Кузелев М.В. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 531. Doi: 10.31857/S0367292121060093
13. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: ЛЕНАНД, 2018.
14. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. // УФН. 1987. Т. 152. С. 285.

ON MODELING OF NONLINEAR DYNAMICS OF AN ELECTRON BEAM IN A PLASMA MICROWAVE AMPLIFIER

I. N. Kartashov^a, M. V. Kuzelev^{a,*}

^a*Faculty of Physics, Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

^{*}*e-mail: kuzelev@mail.ru*

Abstract—The problem of signal amplification in a plasma microwave amplifier is considered in the linear approximation and with allowance for nonlinear effects leading to saturation of instability. The solutions of the exact dispersion equation and an approximate dispersion equation used in calculation of parameters of plasma microwave amplifiers are compared. It is shown that the solutions of these equations in the region of high frequencies are significantly different. Nonlinear dynamics of beam–plasma instability in plasma microwave amplifiers is described by a system of differential equations which is obtained by the slowly varying amplitude method and yields an approximate dispersion equation when it is linearized. A method for modifying parameters of a nonlinear system of differential equations to make it consistent with the exact dispersion equation is proposed and the calculation results are demonstrated.

Keywords: plasma microwave amplifier, beam–plasma instabilities, electron beam, dispersion equation, amplification increment

УДК 533.95

МАГНИТОЗВУКОВЫЕ УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ

© 2024 г. А. М. Игнатов

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН,
Москва, Россия
e-mail: aign@fpl.gpi.ru

Поступила в редакцию 12.03.2024 г.

После доработки 25.03.2024 г.

Принята к публикации 29.03.2024 г.

Получена система уравнений, описывающая нелинейную трехмерную динамику магнитозвуковых волн. Исследованы плоские уединенные волны, распространяющиеся под малым углом к ведущему магнитному полю. Качественно исследованы треморные пространственно-локализованные волны.

Ключевые слова: магнитозвуковые волны, уединенные волны

DOI: 10.31857/S0367292124050075, EDN: PWGJDA

1. ВВЕДЕНИЕ

Закон дисперсии низкочастотных волн в бесстолкновительной замагниченной плазме в длинноволновом пределе имеет вид $\omega_1 = kV_A$ и $\omega_2 = kV_A \cos \phi_0$, где V_A — скорость Альфвена и ϕ_0 — угол между волновым вектором \mathbf{k} и внешним магнитным полем (например, [1]). В следующем порядке разложения по волновому вектору возникают поправки порядка k^3 к частотам $\omega_{1,2}$. При этом слабонелинейная динамика плоских волн, распространяющихся под углом к магнитному полю, описывается модифицированным уравнением Кортевега–де Вриза (mKdV) [2].

При распространении строго вдоль магнитного поля ($\phi_0 = 0$) частоты и фазовые скорости обеих волн в первом приближении по k совпадают $\omega_1 = \omega_2$. Дисперсионные поправки к частотам имеют существенно больший порядок k^2 , т. е. $\omega_{1,2} = kV_A \pm (\dots)k^2$. Обе волны, которые для простоты называются магнитозвуковыми, имеют круговую поляризацию и отличаются направлением вращения вектора возмущения магнитного поля.

При нелинейном описании обе магнитозвуковые волны оказываются связанными, и при малых амплитудах их динамика описывается уравнением Шредингера с нелинейным членом, содержащим производные (DNLS) (например, [3]). В системе отсчета, движущейся со скоростью Альфвена, с использованием подходящих безразмерных переменных это уравнение можно записать как

$$\psi_{,t} = -i\psi_{,zz} - \left(\psi|\psi|^2\right)_{,z}, \quad (1)$$

где $\psi = b_x + ib_y$ — комбинация поперечных компонент магнитного поля и ведущее магнитное поле направлено вдоль оси z . Здесь и в дальнейшем индексы, стоящие после запятой, обозначают производные по соответствующему аргументу, а сами аргументы функций, как правило, опускаются.

Уравнение (1) хорошо изучено [3] и интегрируемо методом обратной задачи [4, 5]. Оно, в частности, описывает магнитозвуковые солитоны огибающей. Однако у него нет простых автомодельных решений $\psi(z - ut)$ в виде уединенных волн с амплитудами, стремящимися к нулю на бесконечности. В то же время при распространении плоских нелинейных волн под конечным углом к магнитному полю, которое описывается уравнением mKdV, существуют решения в виде солитонов. Поэтому возникает вопрос, что происходит с магнитозвуковыми солитонами при уменьшении угла распространения.

В настоящей работе выводятся слабонелинейные уравнения, обобщающие (1), которые учитывают медленные вариации возмущений по поперечным координатам. В разделе 2 описана схема вывода укороченных уравнений и перечислены их общие свойства. В разделе 3 исследованы уединенные волны, распространяющиеся под малым углом к магнитному полю. В разделе 4 дан качественный анализ аксиально-симметричных трехмерных уединенных волн.

2. УКОРОЧЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ

Исходим из набора уравнений холодной гидродинамики для двух компонентов плазмы

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_j(t, \mathbf{r})}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j(t, \mathbf{r}) \mathbf{v}_j(t, \mathbf{r})) &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}_j(t, \mathbf{r})}{\partial t} + (\mathbf{v}_j(t, \mathbf{r}) \cdot \nabla) \mathbf{v}_j(t, \mathbf{r}) &= \\ = \frac{e_j}{m_j} \left(\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_j(t, \mathbf{r}) \times \mathbf{B}(t, \mathbf{r})] \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где индексом $j = e, i$ обозначены величины, относящиеся к частицам с массами m_j и зарядами $e_j = -e_e = e$. Динамика полей описывается уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}(t, \mathbf{r})}{\partial t} + c \nabla \times \mathbf{E}(t, \mathbf{r}) &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{E}(t, \mathbf{r})}{\partial t} - c \nabla \times \mathbf{B}(t, \mathbf{r}) + \\ + 4\pi \sum_j e_j n_j(t, \mathbf{r}) \mathbf{v}_j(t, \mathbf{r}) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

В исходном состоянии плазма находится в постоянном магнитном поле \mathbf{B}_0 , параллельном оси z , $n_\alpha = n_0$ и $\mathbf{v}_\alpha = 0$. Вводя отклонения от равновесия $\mathbf{B}(t, \mathbf{r}) \rightarrow \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}(t, \mathbf{r})$ и $n_\alpha(t, \mathbf{r}) \rightarrow n_0 + n_\alpha(t, \mathbf{r})$, перейдем к безразмерным переменным. В качестве масштабов времени удобно выбрать величину

$$T_0 = (m_i - m_e) (c^2 - V_A^2) / (2B_0 c e),$$

а длины — $L_0 = V_A T_0$, где

$$V_A = B_0 c / \sqrt{B_0^2 + 4\pi c^2 n_0 (m_i + m_e)}$$

— скорость Альфвена с учетом тока смещения в (3). Величина возмущения магнитного поля нормируется на

$$2B_0 c / \sqrt{c^2 - V_A^2}.$$

При использовании этих безразмерных переменных в результирующих укороченных уравнениях остается всего один нечисловой коэффициент.

Укороченные уравнения, описывающие медленную длинноволновую динамику возмущений, получаются стандартным методом многомасштабных разложений (например, [6]). Все переменные в уравнениях (2), (3) представляются в виде

$$f(t, \mathbf{r}) = \sum_{j=1, \dots} \varepsilon^{j/2} f^{(j)}(\varepsilon^2 t, \varepsilon^{3/2} x, \varepsilon^{3/2} y, \varepsilon(z-t)), \quad (4)$$

где $\varepsilon \ll 1$ — малый параметр, определяющий характерную амплитуду возмущений. По порядку величины возмущения поперечных компонент магнитного поля $B_{x,y} \sim \varepsilon^{1/2} B_0$. Разложение (4) задает иерар-

хию масштабов. В системе отсчета, движущейся со скоростью Альфвена вдоль оси z , которая равна единице в используемых безразмерных переменных, зависимость всех величин от координаты z является медленной, порядка ε . Более медленной, порядка $\varepsilon^{3/2}$, считается зависимость от поперечных координат x, y , а зависимость от времени имеет порядок ε^2 .

В каждом порядке разложения по ε уравнений движения и Максвелла (2), (3) возникает набор алгебраических и дифференциальных соотношений. Из условий разрешимости этого набора следуют определенные связи между функциями из предыдущих порядков разложения. Поскольку в дальнейшем нас преимущественно интересуют решения в виде уединенных волн, при решении дифференциальных уравнений накладываются условия обращения в нуль всех величин при $z \rightarrow -\infty$. Замкнутая система уравнений на первые члены разложения (4) порядка $\varepsilon^{1/2}$ и ε получается из условия разрешимости уравнений порядка ε^3 .

Опуская подробности стандартных и весьма громоздких вычислений, запишем результат в виде

$$\begin{aligned} b_{\alpha,t} &= - \left[b_\alpha (\mathbf{b}^2 + \mu b_z) - \varepsilon_{\alpha\beta} b_{\beta,z} \right]_{,z} + \frac{1}{2} \left[\mu \mathbf{b}^2 + b_z \right]_{,\alpha}, \\ b_{z,z} &= -b_{x,x} - b_{y,y}, \quad \alpha = x, y. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь сохранены обозначения для растянутых координат, т. е. сделана замена $\varepsilon^2 t \rightarrow t$, $\varepsilon^{3/2} x \rightarrow x$, $\varepsilon^{3/2} y \rightarrow y$, $\varepsilon(z-t) \rightarrow z$. Функции

$$b_\alpha(t, x, y, z) = B_\alpha^{(1)}(t, x, y, z) \quad (\alpha = x, y)$$

равны первым членам разложения (4) для поперечных компонент магнитного поля. В первом порядке разложения $B_z^{(1)}(t, x, y, z) = 0$, а функция

$$b_z(t, x, y, z) = B_z^{(2)}(t, x, y, z) \neq 0$$

появляется во втором порядке разложения. Жирным шрифтом обозначается двумерный вектор $\mathbf{b} = (b_x, b_y)$ и $\varepsilon_{\alpha\beta}$ — двумерный единичный антисимметричный тензор ($\varepsilon_{xy} = 1$).

Параметры невозмущенной плазмы характеризует единственный входящий в (5) нечисловой коэффициент $\mu = \sqrt{1 - V_A^2 / c^2}$. При достаточно малой величине B_0 , когда можно пренебречь поперечными компонентами тока смещения в (3), $V_A \ll c$ и $\mu \rightarrow 1$. Заметим, что уравнения (5) содержат как квадратичные, так и кубические по \mathbf{b} члены, которые в силу выбранной иерархии масштабов (4) оказываются одного порядка малости. Квадратичные члены пропадают лишь в релятивистском пределе $\mu \rightarrow 0$.

Если поля не зависят от поперечных координат x, y , то $b_z = 0$, и тогда из уравнений (5) получается нелинейное уравнение Шредингера (1).

Отметим некоторые общие свойства системы уравнений (5).

При помощи двумерного векторного потенциала $b_x = -a_{y,z}$, $b_y = a_{x,z}$, $b_z = a_{y,x} - a_{x,y}$ уравнения (5) могут быть записаны в виде уравнений Эйлера–Лагранжа для действия $L = \int dt d\mathbf{r} L$ с лагранжианом

$$L = \varepsilon_{\alpha\beta} (a_{\alpha,t} b_\beta + b_{\alpha,z} b_\beta) + \frac{1}{2} b_z^2 + \mu b_z^2 \mathbf{b}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{b}^4, \quad (6)$$

где подразумевается, что компоненты магнитного поля b_α , b_z выражены через потенциал a_α . Заметим, что поскольку последний член в (6) положителен, функционал действия L ограничен снизу.

Из инвариантности действия с лагранжианом (6) относительно трансляций следует закон сохранения четырех-импульса. В частности, энергия равна

$$H = \int d\mathbf{r} \left[\frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha\beta} b_{\alpha,z} b_\beta + \frac{1}{4} b_z^2 + \frac{\mu}{2} b_z^2 \mathbf{b}^2 + \frac{1}{4} \mathbf{b}^4 \right]. \quad (7)$$

При помощи энергии H уравнения (5) можно записать в гамильтоновом виде

$$b_{\alpha,t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\delta H}{\delta b_\alpha} \right), \quad (8)$$

где вариационные производные нужно вычислять с учетом последнего уравнения (5), не содержащего производных по времени.

Кроме того, поскольку лагранжиан (6) инвариантен относительно вращений вокруг оси z , сохраняется также z -компонента углового момента $M = \int d\mathbf{r} M$. В полярных координатах ($x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$) плотность углового момента равна

$$M = b_\theta a_{\rho,\theta} - b_\rho a_{\theta,\theta}. \quad (9)$$

3. КОСЫЕ УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ

Рассмотрим решения уравнений (5) в виде функций $b_\alpha(\zeta)$, где $\zeta = z \cos \phi - x \sin \phi - ut$. Подобные решения описывают плоские волны, распространяющиеся под углом ϕ_0 к внешнему магнитному полю. С учетом разницы в масштабах продольных и поперечных координат (4), параметр ϕ связан с углом ϕ_0 соотношением $\tan \phi_0 = \varepsilon^{1/2} \tan \phi$, т. е., хотя $\phi_0 \ll 1$, величина $0 < \phi < \pi/2$ произвольна с единственным ограничением $\pi/2 - \phi \gg \varepsilon^{1/2}$.

Удобно изменить обозначения. Положим

$$\xi = \frac{\sin^2 \phi}{4 \cos \phi} \zeta,$$

$$q(\xi) = -2 \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi} b_x(\zeta), \quad (10)$$

$$p(\xi) = 2 \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi} b_y(\zeta).$$

Из уравнений (5) или эквивалентных им уравнений (8) теперь следуют уравнения на функции $q(\xi)$, $p(\xi)$

$$q_{,\xi} = -2pv - 2\mu pq + p(p^2 + q^2) = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad (11)$$

$$p_{,\xi} = 2q(v-1) + \mu(p^2 + 3q^2) - q(p^2 + q^2) = -\frac{\partial H}{\partial q},$$

где

$$H = q^2 - (v + \mu q)(q^2 + p^2) + \frac{1}{4}(q^2 + p^2)^2 \quad (12)$$

и $u = v \sin^2 \phi / (2 \cos \phi)$.

Заметим, что уравнения (11) и гамильтониан (12) не зависят от параметра ϕ , т. е. от угла распространения волны ϕ_0 . Тем самым какое-либо решение уравнений (11) при помощи отображения (10) задает целое семейство решений исходных уравнений (5), зависящее от параметра ϕ .

Для уединенных волн $q(\xi) \rightarrow 0$, $p(\xi) \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \pm\infty$, и поэтому гамильтониан (12) при $q = p = 0$ должен иметь седловую точку. Легко проверить, что это условие выполняется лишь при $0 < v < 1$.

Топология линий уровня гамильтониана (12) зависит от соотношения между фазовой скоростью v и параметром μ , а также выполнения неравенств

$$\frac{2^{3/2}}{3} v < \mu < \frac{2^{1/2}}{\sqrt{3-v^2}}. \quad (13)$$

Два примера линий уровня гамильтониана (12), построенных при условии (13), показаны на рис. 1. Сепаратрисы $S_{\pm 1}$ на рис. 1, проходящие через начало координат, соответствуют решениям (11) в виде уединенных волн с $q, p \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \pm\infty$. Помимо этого, существуют еще две сепаратрисы $S'_{\pm 1}$, проходящие через точку $q_0 \neq 0$, $p = 0$. Кривые $S'_{\pm 1}$ связаны с решениями (11), для которых величина $q(\xi) \sim b_x(\xi) \neq 0$ при $\xi \rightarrow \pm\infty$, что соответствует некоторому углу распространения волны, отличному от ϕ_0 . Таким образом, сепаратрисы $S_{\pm 1}$ и $S'_{\pm 1}$ на рис. 1 после надлежащей замены переменных отображаются в одно и то же семейство решений уравнений (5), и достаточно рассмотреть решения, связанные только с кривыми $S_{\pm 1}$.

Жирными точками на рис. 1 показаны локальные экстремумы функции (12), для которых решения (11) не зависят от ξ . Эти точки отображаются в тривиальные решения исходных уравнений, для которых магнитное поле постоянно и направлено под некоторым углом к оси z , а возмущение всех остальных величин равно нулю.

При нарушении одного из неравенств (13) сепаратрисы $S'_{\pm 1}$ на рис. 1 пропадают и появляются дополнительные экстремальные точки. При этом топология сепаратрис $S_{\pm 1}$ остается неизменной.

Независимо от соотношения между параметрами ν и μ и выполнения неравенств (13) решения для уединенных волн, соответствующие сепаратрисам S_{σ} на рис. 1, можно записать как

$$q^{(\sigma)}(\xi) = \frac{\sum_{i=1}^3 q_i \sigma^i e^{i\kappa}}{\sum_{i=0}^3 d_i \sigma^i e^{i\kappa}},$$

$$p^{(\sigma)}(\xi) = \frac{\sum_{i=1}^3 p_i \sigma^i e^{i\kappa}}{\sum_{i=0}^3 d_i \sigma^i e^{i\kappa}},$$
(14)

где $\sigma = \pm 1$, $\kappa = \sqrt{\nu(1-\nu)}(\xi + \xi_0)$ и ξ_0 — произвольная действительная константа. При $\xi_0 = 0$ коэффициенты разложения в (14) имеют вид

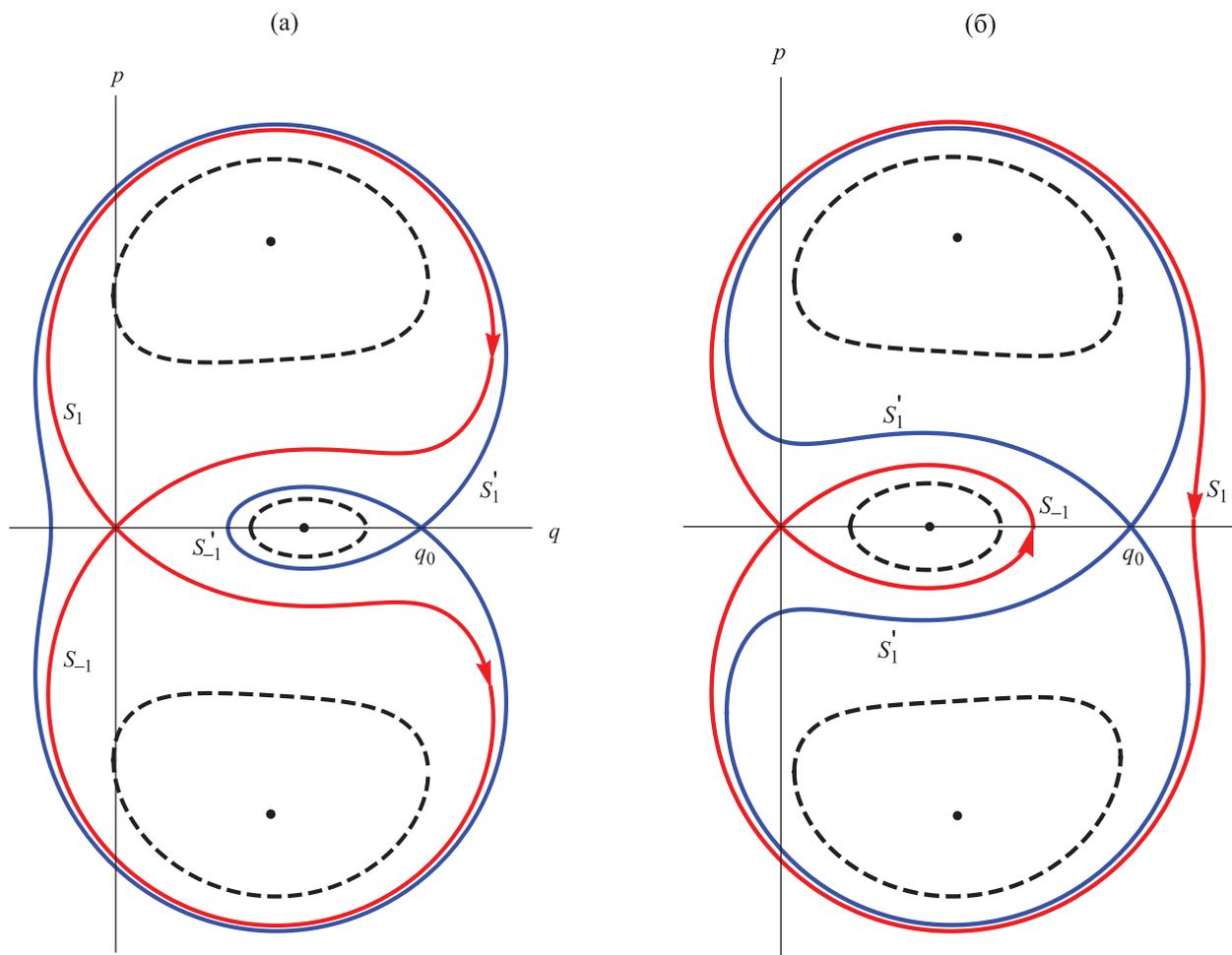


Рис. 1. Фазовый портрет системы уравнений (11). Стрелки обозначают направление изменения величин $q(\xi)$, $p(\xi)$ при увеличении ξ , точками показаны экстремумы функции (12). Штриховыми линиями показаны периодические решения системы (11): $\nu = 0.48$, $\mu = 0.69$ (а), $\nu = 0.51$, $\mu = 0.71$ (б).

$$\begin{aligned}
 q_1 &= -\frac{\sqrt{1-v^2}}{v}, & q_2 &= \frac{\mu}{2v^4}, & q_3 &= \frac{v^2-\mu^2}{2^4 v^7 \sqrt{1-v^2}}, \\
 p_1 &= 1, & p_2 &= 0, & p_3 &= \frac{v^2-\mu^2}{2^4 v^6 (1-v^2)}, \\
 d_0 &= 1, & d_1 &= -\frac{\sqrt{1-v^2}}{v}, & & (15) \\
 d_2 &= \frac{3\mu^2 + 2v^4 - (4\mu^2 + 1)v^2}{2^3 v^6 (1-v^2)}, \\
 d_3 &= \frac{\mu}{v^2} q_3, & d_4 &= \frac{v^2}{1-v^2} q_3^2.
 \end{aligned}$$

При изменении величины ξ_0 коэффициенты (15) очевидным образом перенормируются. В частности, выбором константы ξ_0 можно добиться того, чтобы решения (14) удовлетворяли соотношениям чет-

ности: $q^{(-1)}(\xi) = q^{(1)}(-\xi)$, $p^{(-1)}(\xi) = -p^{(1)}(-\xi)$ при $v < 1 - \mu^2$ и $q^{(\sigma)}(\xi) = q^{(\sigma)}(-\xi)$, $p^{(\sigma)}(\xi) = -p^{(\sigma)}(-\xi)$ при $v > 1 - \mu^2$.

Два примера зависимости функций $q^{(\sigma)}, p^{(\sigma)}$ от ξ показаны на рис. 2, 3. Из рисунков видно, что профили уединенной волны при $v < 1 - \mu^2$ асимметричны и становятся симметричными при $v > 1 - \mu^2$.

Функции (14) позволяют определить деформацию магнитного поля при распространении уединенной волны. Качественная картина силовых линий, получающаяся после добавления постоянного, параллельного оси z , магнитного поля \mathbf{B}_0 , показана на рис. 4. Из рисунка видно, что уединенная волна приводит к сдвигу силовых линий магнитного поля. Направление сдвига в общем случае зависит от параметров v и μ .

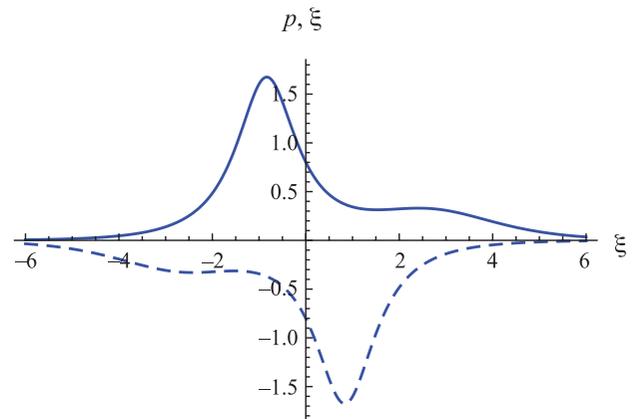
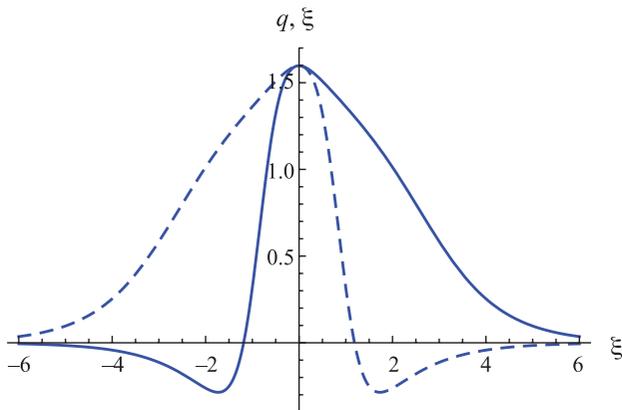


Рис. 2. Зависимость функций (14) от ξ при $v = 0.48, \mu = 0.69$. Сплошные линии — $\sigma = 1$, штриховые — $\sigma = -1$.

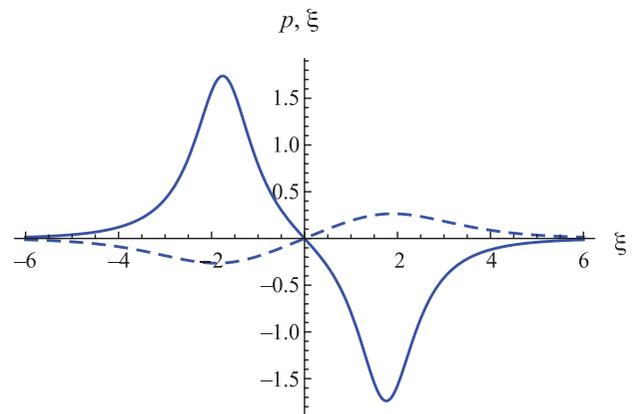
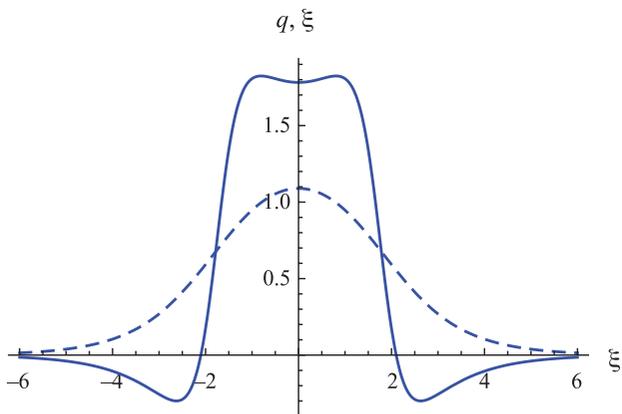


Рис. 3. Зависимость функций (14) от ξ при $v = 0.51, \mu = 0$. Сплошные линии — $\sigma = 1$, штриховые — $\sigma = -1$.

При $\nu = 1 - \mu^2$ решения (14) можно переписать как

$$q^{(\sigma)}(\xi) = \mu \frac{e^{\kappa} - \sigma\sqrt{1-\mu^2}}{\cosh \kappa - \sigma\sqrt{1-\mu^2}}, \quad (16)$$

$$p^{(\sigma)}(\xi) = \frac{\sigma\mu^2}{\cosh \kappa - \sigma\sqrt{1-\mu^2}},$$

где $\kappa = 2\mu\sqrt{1-\mu^2}\xi$. Это решение описывает бесстолкновительную ударную волну с $q^{(\sigma)} \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow -\infty$ и $q^{(\sigma)} \rightarrow 2\mu$ при $\xi \rightarrow \infty$. Для ударной волны (16) деформация поля сводится к повороту направления ведущего магнитного поля на некоторый угол в плоскости xz . Качественную картину силовых линий можно получить, например, если отбросить верхнюю часть рис. 4б.

Таким образом, при малых углах между фазовой скоростью плоской волны и внешним магнитным полем существуют уединенные волны, имеющие универсальную, не зависящую от угла распространения форму. Однако в соответствии с (10) амплитуда и диапазон скоростей таких волн зависят от угла распространения. При стремлении угла распространения к нулю амплитуда уединенных волн стремится к нулю, а характерный пространственный масштаб к бесконечности. При возрастании угла распространения $\phi \rightarrow \pi/2$ наблюдается обратная зависимость: амплитуда волн увеличивается, а характерный пространственный масштаб уменьшается.

4. АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫЕ УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ

В этом разделе обсуждается возможность существования неодномерных пространственно-локализованных решений уравнений (5). Ограничимся аксиально-симметричным случаем.

Перейдем к полярным координатам $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, при этом $a_x = a_r \cos \theta - a_\theta \sin \theta$, $a_y = a_r \sin \theta + a_\theta \cos \theta$. Решение уравнений (5) ищется в виде функций $a_{r,\theta} = a_{r,\theta}(r, \zeta)$, где $\zeta = z - ut$, не зависящих от полярного угла θ . Компоненты магнитного поля выражаются через a_α стандартным образом $b_r = -a_{\theta,\zeta}$, $b_\theta = a_{r,\zeta}$, $b_z = a_{\theta,r} + a_\theta / r$. Заметим, что угловой момент (9) в этом случае равен нулю.

Легко убедиться, что лагранжева плотность (6) для функций рассматриваемого вида выражается только через θ -компоненты магнитного поля и век-

торного потенциала. Обозначая их для краткости как $b_\theta(r, \zeta) = b(r, \zeta)$, $a_\theta(r, \zeta) = a(r, \zeta)$, получаем

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_0^{\infty} \rho d\rho L,$$

$$L = \frac{a^2}{2\rho^2} - u(a_{,\zeta}^2 + b^2) + 2a_{,\zeta}b_{,\zeta} + \frac{a_{,\rho}^2}{2} + \quad (17)$$

$$+ \mu \left(b^2 a_{,\rho} + \frac{ab^2}{\rho} + \frac{aa_{,\zeta}^2}{\rho} + a_{,\zeta}^2 a_{,\rho} \right) + \frac{1}{2}(a_{,\zeta}^2 + b^2)^2.$$

Уравнения для функций $a(r, \zeta)$, $b(r, \zeta)$ получаются из условия экстремальности действия (17)

$$\left[b_{,\zeta} - ua_{,\zeta} + \mu a_{,\zeta} \left(a_{,\rho} + \frac{a}{\rho} \right) + b^2 a_{,\zeta} + a_{,\zeta}^3 \right]_{,\zeta} + \quad (18)$$

$$+ \frac{1}{2} \left[a_{,\rho} + \frac{a}{\rho} + \mu b^2 + \mu a_{,\zeta}^2 \right]_{,\rho} = 0,$$

$$a_{,\zeta\zeta} + ub - \mu b \left(a_{,\rho} + \frac{a}{\rho} \right) - b^3 - ba_{,\zeta}^2 = 0.$$

Выясним условия, при которых существуют пространственно-локализованные решения уравнений (18). На больших расстояниях функции $a(r, \zeta)$ и $b(r, \zeta)$ должны стремиться к нулю, и уравнения (18) можно линеаризовать

$$(b - ua)_{,\zeta\zeta} + \frac{1}{2} \left(a_{,\rho} + \frac{a}{\rho} \right)_{,\rho} = 0, \quad (19)$$

$$a_{,\zeta\zeta} + ub = 0.$$

После разделения переменных общее решение линеаризованных уравнений (19) можно записать как суперпозицию функций вида

$$a = e^{-k|\zeta|} K_1(\lambda\rho), \quad (20)$$

$$b = -\frac{k^2}{u} e^{-k|\zeta|} K_1(\lambda\rho),$$

где $K_1(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента и константы λ и k связаны соотношением

$$2k^4 + 2k^2u^2 - \lambda^2u = 0. \quad (21)$$

Решения (20) затухают на бесконечности при $k > 0$ и $\lambda > 0$, что вследствие соотношения (21) возможно лишь при условии $u > 0$, которое будет считаться выполненным. Заметим, что, как легко показать, при этом же условии вторая вариация $\delta^2 L$ (17) при $a = b = 0$ является не знакоопределенным функционалом, т. е. нулевое решение уравнений (18) не реализует экстремум (17).

Уравнения (18) необходимо снабдить граничными условиями. В качестве одного из граничных условий можно положить условие экспоненциального затухания на бесконечности $a, b \sim e^{-k|\zeta| - \lambda\rho} / \sqrt{\rho}$. Поскольку функции $a(\rho, \zeta)$ и $b(\rho, \zeta)$ являются компонентами вектора, то вторым граничным условием является их обращение в нуль на оси $a(\rho, \zeta) \rightarrow 0$ и $b(\rho, \zeta) \rightarrow 0$ при $\rho \rightarrow 0$. Это же условие обеспечивает сходимость интеграла в (17). Отметим также, что благодаря симметрии при замене $\zeta \rightarrow -\zeta$ в лагранжиане (17) и уравнениях (18) функции $a(\rho, \zeta)$ и $b(\rho, \zeta)$ можно считать четными функциями ζ и решать уравнения при $\zeta > 0$ с граничными условиями $a_{,\zeta}(\rho, 0) = 0$, $b_{,\zeta}(\rho, 0) = 0$.

Наложённые условия не гарантируют единственности решения нелинейной системы уравнений (18). Поскольку последний член в (17) положителен, при $u > 0$ существует нетривиальное решение $a, b \neq 0$ уравнений (18), реализующее абсолютный минимум функционала действия. Это решение описывает локализованную в пространстве уединенную волну. Однако совсем не очевидно, что не существует других, локальных экстремумов функционала (17), удовлетворяющих уравнениям (18) с теми же граничными условиями. Если локальные экстремумы существуют, то соответствующие решения (18) можно назвать возбужденными состояниями уединенной волны.

Непосредственное численное решение уравнений (18) в неограниченной области представляет значительные трудности. Поэтому в дальнейшем приводятся результаты качественного анализа,

основанного на минимизации действия (17) при помощи некоторого набора базисных функций.

Пробные функции выбираются в виде

$$a(\rho, \zeta) = \sum_n G_n T_n(\rho, \zeta), \quad b(\rho, \zeta) = -\sum_n \frac{k_n^2}{u} G_n T_n(\rho, \zeta), \quad (22)$$

где G_n — произвольные коэффициенты и

$$T_n(\rho, \zeta) = \frac{\rho(1 + \lambda_n \rho)}{\lambda_n \sqrt{1 + \rho^5}} \exp\left[-\lambda_n \rho - \sqrt{s_n^2 + k_n^2} \zeta^2\right]. \quad (23)$$

Здесь величины k_n и λ_n связаны соотношением (21), а константы s_n характеризуют характерный масштаб при малых значениях ζ . Функции (23) на больших расстояниях ведут себя как (20), а на оси $\rho = 0$ обращаются в нуль.

После подстановки (22) в функционал (17) несобственные интегралы рассчитываются численными методами. Далее находятся экстремумы получившейся функции $L(G_n, \lambda_n, s_n)$. Для большого числа членов в суммах (22) эта процедура требует существенных вычислительных затрат, однако качественные результаты получаются при использовании всего двух членов разложения.

Пример построенного таким образом распределения компонент магнитного поля уединенной волны для глобального минимума (17) при $u = 0.5$, $\mu = 0.9$ показан на рис. 5а–в. При построении использованы параметры базисных функций (23) $\lambda_1 \approx 2.04$, $\lambda_2 \approx 2.46$, $s_1 \approx 0.96$, $s_2 \approx 2.01$, и глобальный минимум $L(G_n, \lambda_n, s_n)$ достигается при $G_1 \approx -100$, $G_2 \approx 320$. Характерная конфигурация силовых ли-

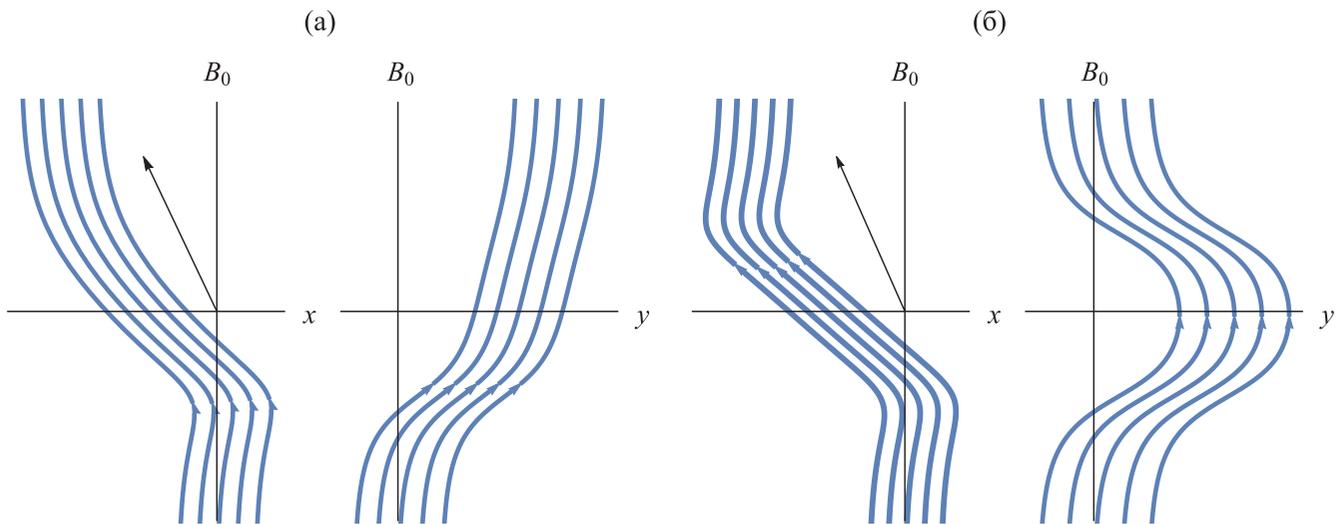


Рис. 4. Проекция силовых линий на плоскости xz и yz , $\sigma = 1$. Стрелкой показано направление распространения волны: $v < 1 - \mu^2$ (а), $v > 1 - \mu^2$ (б).

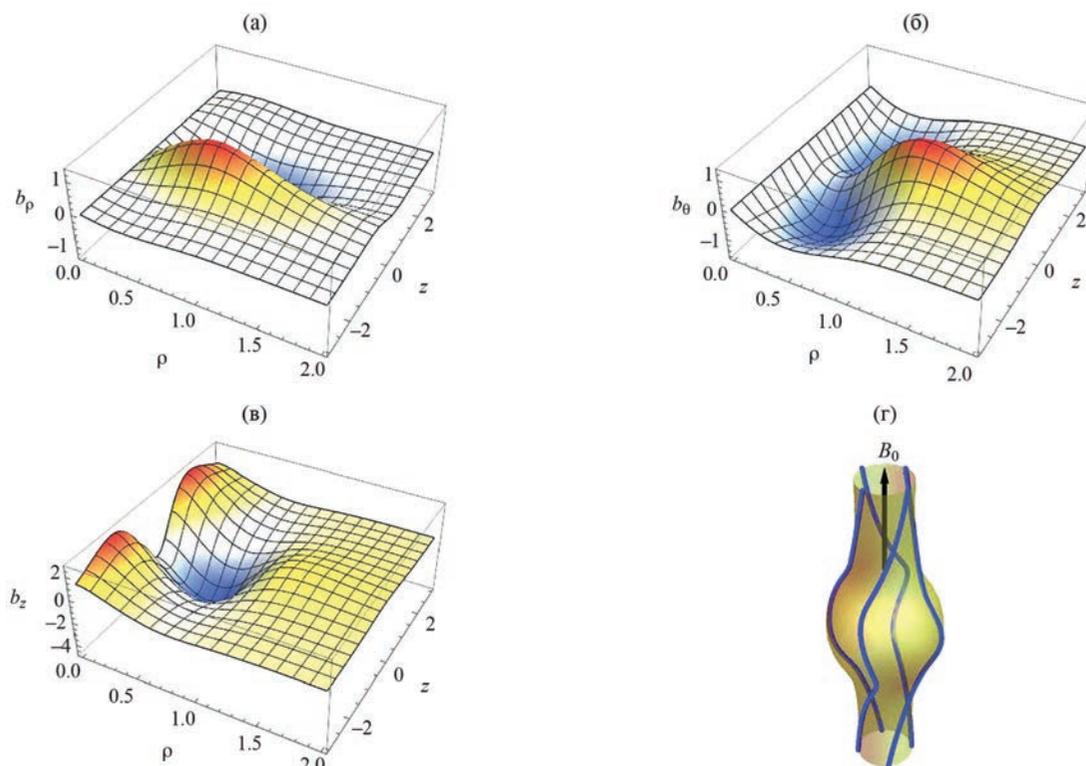


Рис. 5. Распределение компонент магнитного поля для основного состояния уединенной волны (а–в), конфигурация силовых линий (г).

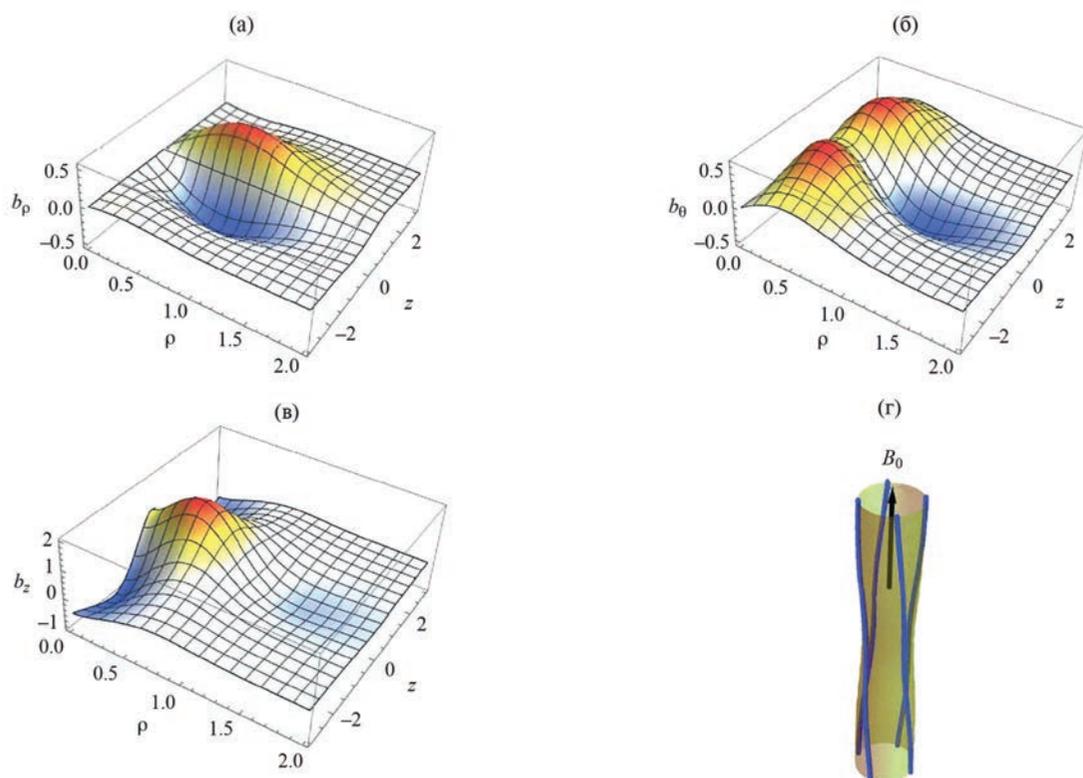


Рис. 6. Распределение компонент магнитного поля для возбужденного состояния уединенной волны (а–в), конфигурация силовых линий (г).

ний, получающаяся после добавления постоянного магнитного поля \mathbf{B}_0 , показана на рис. 5. Из рисунка видно, что в центре уединенной волны напряженность магнитного поля уменьшается, а силовые линии закручиваются вокруг оси z , т. е. конфигурация напоминает открытую плазменную ловушку. Угол вращательного преобразования зависит от исходного радиуса трубки силовых линий при $z \rightarrow -\infty$ и в исходных, не растянутых координатах пропорционален $\epsilon^{1/2}$.

При тех же значениях параметров λ_n , s_n существует еще один, локальный минимум функционала (17) ($\mathbf{G}_1 \approx 41$, $\mathbf{G}_2 \approx -132$), соответствующий возбужденному состоянию уединенной волны (рис. 6). По сравнению с рис. 5 изменяются знаки возмущений компонент магнитного поля, а максимальная амплитуда примерно вдвое меньше. Кроме того, в центре уединенной волны напряженность магнитного поля увеличивается (рис. 6г).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученная в работе система уравнений описывает нелинейную динамику связанных магнито-звуковых волн, распространяющихся вдоль магнитного поля, при учете медленной зависимости

от поперечных координат. Показано, что амплитуда плоских уединенных волн при уменьшении угла распространения стремится к нулю.

Доказано также, что существуют решения в виде пространственно локализованных трехмерных нелинейных волн. Построенная качественная картина указывает, в частности, на возможность существования возбужденных состояний уединенных волн. Однако вопрос о полном спектре состояний уединенных волн требует дальнейшего исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1988.
2. Kakutani T., Ono H. // J. Phys. Soc. Jap. 1969. V. 26. P. 1305.
3. Mjølhus E., Wyller J. // Physica Scripta. 1986. V. 33. P. 442.
4. Kaup D.J., Newell A.C. // J. Math. Phys. 1978. V. 19. P. 798.
5. Kawata T., Sacai J., Kobayashi N. // J. Phys. Soc. Jap. 1980. V. 48. P. 1371.
6. Найфэ А. Введение в методы возмущений. М: Мир, 1984.

MAGNETOSONIC SOLITARY WAVES

A. M. Ignatov^{a, *}

^aProkhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia

*e-mail: aign@fpl.gpi.ru

Abstract—The set of equations is obtained that describes the nonlinear three-dimensional dynamics of magnetosonic waves. Plane solitary waves propagating at a small angle to the guiding magnetic field have been studied. Three-dimensional spatially localized waves have been qualitatively studied.

Keywords: magnetosonic waves, solitary waves

УДК 537.5

КИНЕТИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ЭЛЕКТРОНОВ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ СМЕСЕЙ ВОЗДУХА С ПАРАМИ ВОДЫ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

© 2024 г. И. В. Кочетов^{a, b}, Н. Л. Александров^{c, d}^aФизический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва, Россия^bГосударственный научный центр РФ «Троицкий институт инновационных
и термоядерных исследований», Москва, Россия^cМосковский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия^dОбъединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия
e-mail: nick_aleksandrov@mail.ru

Поступила в редакцию 05.03.2024 г.

После доработки 20.03.2024 г.

Принята к публикации 23.03.2024 г.

С помощью численного решения уравнения Больцмана выполнен расчет скорости дрейфа электронов, коэффициентов их продольной и поперечной диффузии, а также коэффициентов ионизации и диссоциативного прилипания в слабоионизованной плазме смесей воздуха с парами воды в широком диапазоне приведенных электрических полей ($1-650$ Тд, $1 \text{ Тд} = 10^{-17} \text{ В см}^2$) и мольных долей паров воды ($0-1$). Проведено сравнение результатов расчета с новыми экспериментальными данными и получено хорошее согласие между ними. Показано, что для всех коэффициентов и средней энергии электронов их зависимость от состава газа меняется с ростом электрического поля. При малых приведенных полях увеличение содержания молекул воды H_2O в смесях приводит к уменьшению коэффициентов переноса и средней энергии электронов, в то время как при больших полях наблюдается обратная тенденция. Показано, что для скорости дрейфа и коэффициента прилипания электронов существуют электрические поля, при которых значения этих коэффициентов в газовых смесях могут быть больше коэффициентов в сухом воздухе или в парах воды. Дано качественное объяснение полученным зависимостям электронных коэффициентов от электрического поля и содержания H_2O в смеси.

Ключевые слова: коэффициенты переноса электронов, коэффициенты ионизации и прилипания электронов, слабоионизованная неравновесная плазма, сильное электрическое поле, рассеяние электронов на молекулах, смеси воздуха с парами воды

DOI: 10.31857/S0367292124050085, EDN: PWEKHN

1. ВВЕДЕНИЕ

Слабоионизованная неравновесная газоразрядная плазма, создаваемая во влажном воздухе, около поверхности воды, в пузырьках или пене, встречается как в природных явлениях, так и в современных технологиях. Например, плазма в смесях воздуха с парами воды важна для применения в медицине [1, 2], для стимулированного плазмой воспламенения и горения в топливосодержащих газовых смесях [3–5], для плазменной аэродинамики [6], для очистки газов и жидкостей [1, 7], а также в области использования плазменных методов в сельском хозяйстве [8] и решения задач газовой изоляции [9]. Поэтому в настоящее время уделяется большое внимание моделированию свойств неравновесной газоразрядной плазмы в воздухе с парами воды, для чего

необходимы данные по коэффициентам переноса электронов и константам скорости электронных процессов в таких газовых средах.

Имеется достаточно много измерений [10–13] и расчетов [14] электронных характеристик в широком диапазоне приведенных электрических полей E/N (N – концентрация нейтральных частиц); при этом измерения в основном относятся к чистым газам. Расчеты выполняются, как правило, на основе численного решения уравнения Больцмана или методом Монте-Карло. В расчетах используются базы данных по сечениям упругого и неупругого рассеяния электронов на нейтральных частицах [12, 13]. Для газовых смесей таких экспериментальных данных гораздо меньше, хотя они могут быть использованы для дополнительной проверки надеж-

ности данных по сечениям рассеяния электронов на атомах и молекулах. В отношении электронных характеристик в смесях воздуха с парами воды имеются измерения скорости дрейфа электронов [15] для $E/N = 0.1 - 500$ Тд в смесях с мольной долей H_2O от 0 до 20%. Там же приведены результаты расчетов этой величины на основе численного решения уравнения Больцмана и получено хорошее согласие с измерениями практически во всем диапазоне исследованных параметров. Наконец, совсем недавно появились измерения коэффициента продольной диффузии электронов, коэффициентов прилипания электронов и эффективного коэффициента ионизации для воздуха с парами воды в диапазоне $E/N = 1.8 - 650$ Тд и мольных долей H_2O от 0 и до 100% [16]. Там же добавлены измерения скорости дрейфа электронов для смесей воздуха с 50% H_2O . Эти данные необходимы для моделирования как стационарных характеристик газоразрядной плазмы [14], так и ее устойчивости [17, 18].

Основной целью данной работы является расчет электронных коэффициентов переноса в условиях эксперимента [16] и сравнение расчета с измерениями. Такие данные представляют интерес как в прикладном отношении, так и в фундаментальном. Последнее связано с тем, что молекула воды H_2O , в отличие от молекул азота N_2 и кислорода O_2 , обладает большим постоянным дипольным моментом, что приводит к сильным количественным и качественным различиям в сечениях рассеяния электронов на молекулах H_2O и молекулах в сухом воздухе. В результате, как показывают измерения [15, 16], коэффициенты переноса электронов в смесях воздуха с парами воды сложным образом зависят от приведенного электрического поля и состава газа. В частности, они могут оказаться больше соответствующих коэффициентов в чистых парах воды и в сухом воздухе. В данной работе этот синергетический эффект объясняется на основе данных по сечениям упругого и неупругого рассеяния электронов на молекулах H_2O , N_2 и O_2 .

2. МЕТОД РАСЧЕТА И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ

Коэффициенты переноса электронов в слабоионизованных смесях воздуха с парами воды находились на основе неравновесного распределения электронов, которое определялось в зависимости от приведенного электрического поля E/N из численного решения уравнения Больцмана в рамках двучленного приближения [10, 14]. При этом учитывались упругие и неупругие столкновения

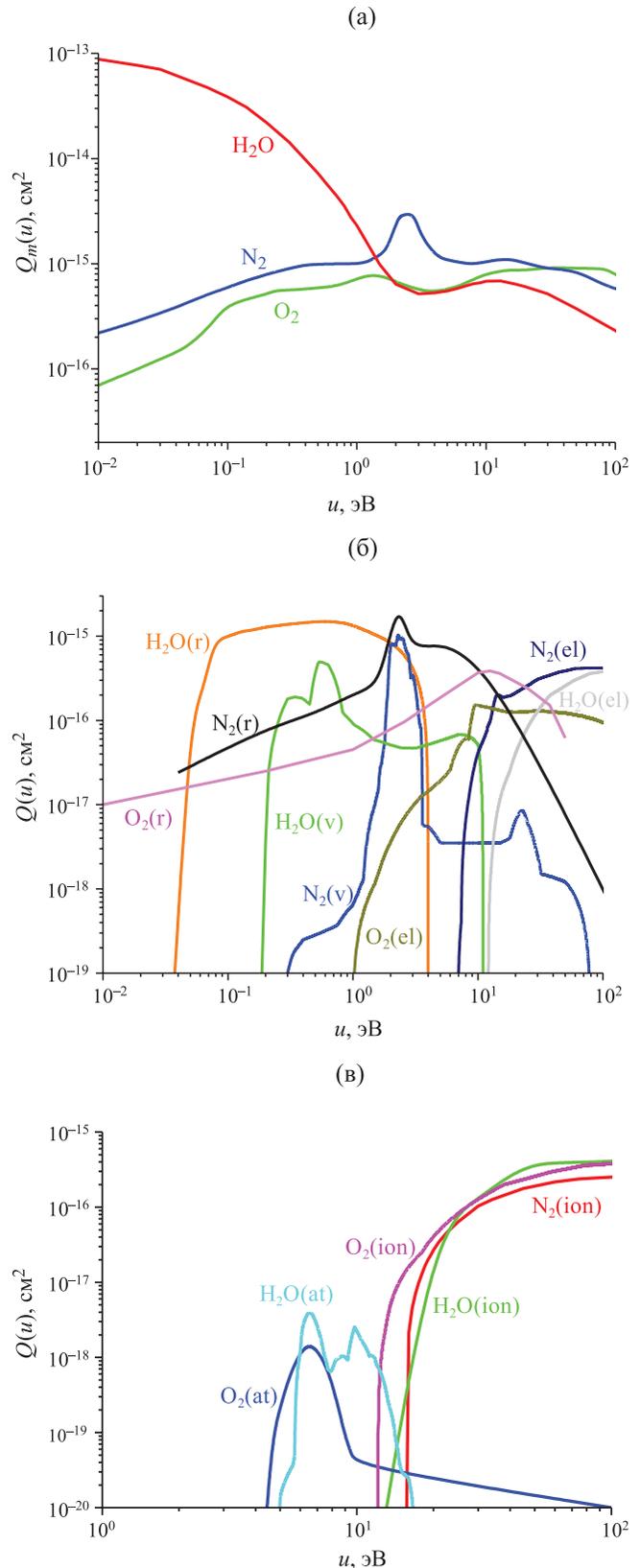


Рис. 1. Транспортные сечения (а), сечения возбуждения вращательных (r), колебательных (v) и электронных (el) состояний (б) и сечения ионизации и прилипания (в) при рассеянии электронов на молекулах H_2O , O_2 и N_2 в зависимости от энергии электронов u .

электронов с молекулами, а электрон-электронным и электрон-ионным взаимодействиями пренебрегалось из-за малой степени ионизации в условиях экспериментов [15, 16]. Среди неупругих процессов рассматривалось возбуждение вращательных, колебательных и электронных уровней молекул электронным ударом, а также их ионизация и диссоциативное прилипание электронов к молекулам. Удары второго рода учитывались только применительно к столкновениям электронов с вращательно-возбужденными молекулами, поскольку доля колебательно-возбужденных молекул в рассматриваемых условиях пренебрежимо мала. Нестационарность функции распределения электронов по энергиям и плотности электронов из-за рождения и гибели электронов в процессах ионизации и прилипания к молекулам учитывалась при решении уравнения Больцмана в рамках приближения, используемого для импульсных таунсендовских экспериментов [19]. Именно к этому типу относятся эксперименты [15, 16], результаты которых рассматривались в данной работе.

Используемый в работе метод численного решения уравнения Больцмана описан в [20]. В расчетах в качестве входных данных брались самосогласованные наборы сечений рассеяния электронов на молекулах O_2 , N_2 и H_2O , которые приведены в [21]. Самосогласованность этих сечений означает то, что эти данные позволяют получить хорошее согласие расчетных данных по электронным коэффициентам переноса и коэффициентам

ионизации и диссоциативного прилипания с измерениями в чистых газах. На рис. 1 приведены используемые транспортные сечения рассеяния и сечения неупругих процессов при рассеянии электронов на молекулах O_2 , N_2 и H_2O . На рис. 1б не приведены сечения колебательного возбуждения молекул O_2 , которые сравнительно малы и их трудно изображать на рисунке, поскольку они из-за резонансного характера имеют вид очень узких пиков. Из рисунка 1 видно принципиальное отличие сечений рассеяния электронов для молекул H_2O с большим постоянным дипольным моментом от сечений для неполярных молекул O_2 и N_2 . При малых энергиях электронов (< 1.5 эВ) транспортное сечение Q_m и сечения неупругого рассеяния электронов на молекулах H_2O , в отличие от случая молекул O_2 и N_2 , аномально велики. При этом сечение Q_m для H_2O быстро падает с увеличением энергии. При энергиях электронов больше 1.5 эВ транспортное сечение и сечения возбуждения H_2O оказываются значительно меньше аналогичных величин для N_2 .

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты расчета скорости дрейфа электронов и их коэффициента продольной (вдоль внешнего электрического поля) диффузии, а также их сравнение с экспериментальными данными [15, 16], приведены соответственно на рис. 2 и 3 в зависимости от приведенного электрического поля E/N .

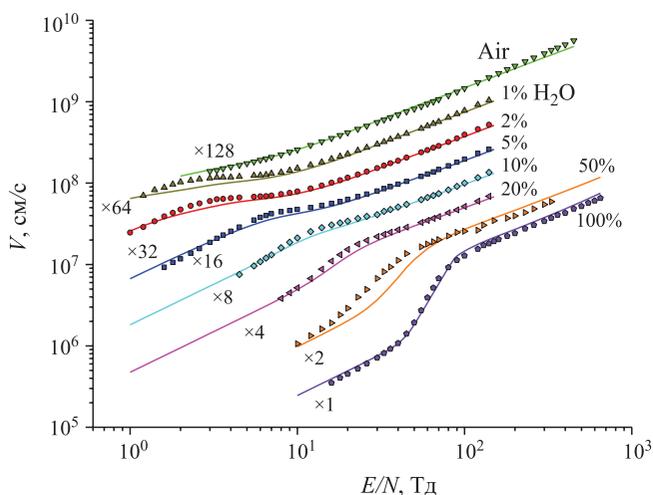


Рис. 2. Скорость дрейфа электронов в смесях H_2O :воздух в зависимости от приведенного электрического поля. Точки – эксперимент [15, 16], кривые – данный расчет. Для ясности представления данные, соответствующие разным мольным долям H_2O , умножены на соответствующие коэффициенты.

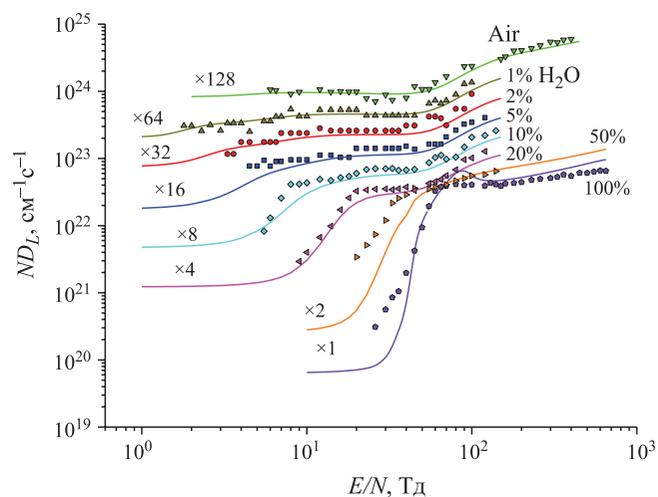


Рис. 3. Коэффициент продольной диффузии электронов ND_L в смесях H_2O :воздух в зависимости от приведенного электрического поля. Точки – эксперимент [16], кривые – данный расчет. Для ясности представления данные, соответствующие разным мольным долям H_2O , умножены на различные коэффициенты.

Для большей ясности сравнения данные, соответствующие разным долям H_2O в смесях H_2O :воздух, умножаются на рисунках на разные множители. В экспериментах [15, 16], как и во всех подобных измерениях, наиболее точно определялась скорость дрейфа. Погрешность ее измерения не превышала 1.5%. В целом расчеты хорошо передают как общие тенденции в зависимости скорости дрейфа электронов от E/N и мольной доли H_2O в смесях (δ), так и абсолютные значения скорости. Заметное отличие расчетной скорости дрейфа от экспериментальной наблюдается только для $\delta = 0.5$ в диапазоне приведенных электрических полей 20–50 Тд, а также для $\delta = 0.1$ и 0.2 в диапазоне 1.5–4 Тд. В этих областях параметров, согласно настоящим расчетам, средняя энергия электронов лежит в диапазоне 0.13–1 эВ (см. рисунок 4), где наибольшие сечения неупругих процессов реализуются для вращательного возбуждения молекул H_2O . Сечения этих процессов известны достаточно плохо. В настоящей работе для них использовались результаты расчета в борновском приближении, которое может давать заметную погрешность при таких энергиях электронов. Видимо, с этим и связаны наблюдаемые различия между расчетными и экспериментальными данными по скорости дрейфа электронов.

Точность измерения коэффициента продольной диффузии электронов в эксперименте [16] заметно меньше, чем точность измерения скорости дрейфа, и составляет 10–20%. Это, в частности, проявляется в заметном разбросе экспериментальных точек на рис. 3. Тем не менее согласие между расчетом и экспериментом здесь достаточно хорошее. Исклю-

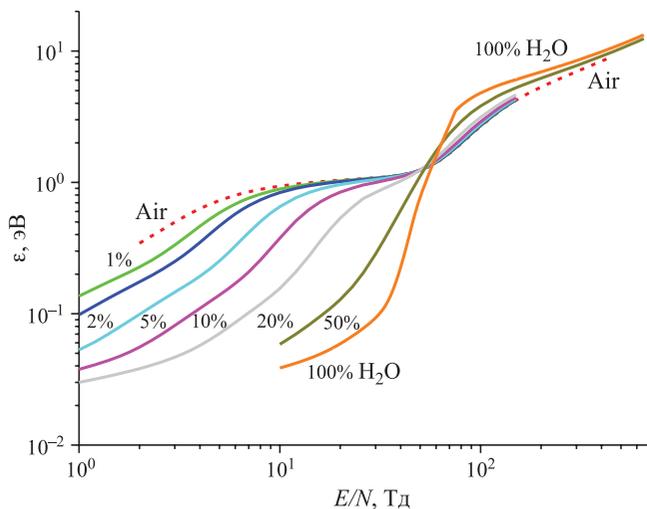


Рис. 4. Средняя энергия электронов в смесях H_2O :воздух в зависимости от приведенного электрического поля.

чением являются только данные для малых E/N (20–50 Тд) и больших концентраций H_2O ($\delta = 0.5$ и 1). Это тот же диапазон параметров, для которого получалось и заметное различие между экспериментом и расчетом в случае скорости дрейфа. Поэтому такое различие для коэффициента продольной диффузии также есть основания связать с несовершенством данных по сечениям вращательного возбуждения молекул H_2O электронным ударом.

Приведенные на рис. 4 расчетные данные по средней энергии электронов в смесях H_2O : воздух свидетельствуют о том, что практически при всех полях средняя энергия монотонным образом зависит от состава смеси. При малых значениях E/N (< 50 Тд) разбавление воздуха парами воды в заданном электрическом поле приводит к сильному охлаждению электронов из-за больших сечений неупругого рассеяния низкоэнергичных электронов на молекулах H_2O (см. рис. 1б). С ростом энергии электронов, согласно рис. 1б, становятся важнее сечения неупругого рассеяния электронов на молекулах O_2 и N_2 . Поэтому при $E/N > 50$ Тд тенденция меняется и повышение доли молекул H_2O в смесях приводит к незначительному увеличению средней энергии электронов при постоянном значении E/N .

На рис. 5 и 6 приведено сравнение расчетных и экспериментальных данных соответственно для коэффициентов ионизации молекул электронным ударом k_{ion} и диссоциативного прилипания электронов к молекулам k_{att} в зависимости от приведенного электрического поля. В эксперименте [16] измерялась только разность $k_{\text{ion}} - k_{\text{att}}$, которая была отрицательной при полях меньше поля пробоя и по-

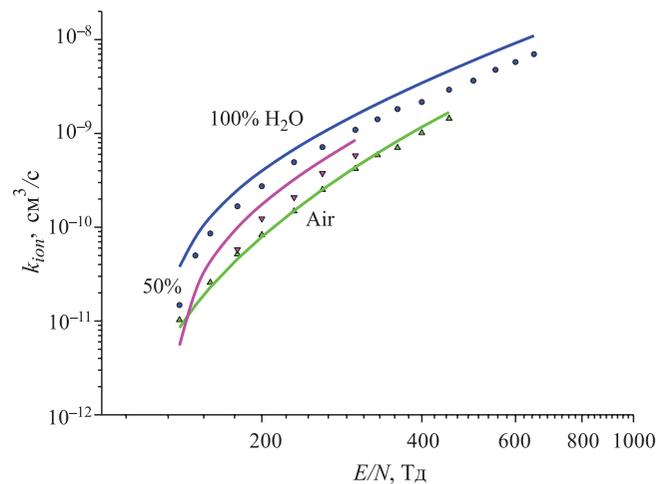


Рис. 5. Константы скорости ионизации молекул электронным ударом в смесях H_2O :воздух в зависимости от приведенного электрического поля. Точки — эксперимент [16], кривые — данный расчет.

ложительной при более высоких полях. Она представлялась в [16] в виде зависимости абсолютной величины $k_{\text{ion}} - k_{\text{att}}$ от E/N , точность измерений составляла 6–16% и зависела от состава смеси. Детальная информация о точности измерения различных коэффициентов переноса для разных смесей приведена в табл. 1 работы [16]. Зависимость абсолютной величины $k_{\text{ion}} - k_{\text{att}}$ от E/N была немонотонной – она проходила через максимум, когда скорость ионизации становилась заметной по сравнению со скоростью прилипания, и через минимум, равный 0, когда скорость ионизации становилась больше скорости прилипания. В данной работе для определения измеренных значений k_{att} брались экспериментальные точки левее этого максимума, а для измеренных значений k_{ion} использовались точки правее минимума.

Из рис. 5 и 6 следует, что в целом наблюдается разумное согласие между расчетом и экспериментом. Значительное отличие между ними имеет место только при самых низких значениях E/N , когда скорости прилипания и ионизации малы и снижается точность и измерений и расчетов. Кроме того, есть значительное различие между измеренными и вычисленными значениями k_{ion} для смеси с 50% H_2O , по аналогии с тем, что наблюдалось в случаях со скоростью дрейфа электронов и коэффициента продольной диффузии. Скорее всего, это различие тоже связано с неточностью использованных сечений вращательного возбуждения H_2O . Для коэффициента ионизации, получаемого при более высоких E/N , когда вращательное возбуждение мо-

лекул неважно, значительного различия между расчетом и экспериментом для смеси с 50% H_2O нет.

Согласно данным, приведенным на рисунках 5 и 6, скорости ионизации и прилипания растут с увеличением поля E/N и доли H_2O в смесях H_2O :воздух. Первое очевидно, поскольку оба процесса пороговые и коэффициенты ионизации и прилипания увеличиваются при более эффективном нагреве электронов в электрическом поле. Рост коэффициентов с увеличением доли H_2O связан прежде всего с увеличением средней энергии электронов (см. рис. 4), которое имеет место при $E/N > 50$ Тд. Наблюдать изменение этой тенденции при меньших значениях E/N в эксперименте не удастся из-за малого количества экспериментальных точек в этой области. Но для расчетных значений k_{att} это начинает проявляться в области малых (< 50 Тд) E/N , когда скорость прилипания уменьшается при добавлении в пары воды воздуха (см. рис. 6).

Чтобы увидеть в явном виде влияние изменения состава смесей на коэффициенты переноса, расчетные кривые, приведенные на рис. 2 и 3, представлены в одном масштабе на рис. 7 и 8, соответственно. Скорость дрейфа обратно пропорциональна частоте передачи импульса электронов при столкновении с молекулами, которую можно оценить согласно $v_m \sim NV_{\text{th}}Q_m$, где V_{th} – тепловая скорость электронов. При высоких электрических полях ($E/N > 70$ Тд) скорость дрейфа электронов монотонно растет при заданном E/N с увеличением доли H_2O , что связано с меньшим транспортным сечением рассеяния электронов на H_2O по сравнению с аналогичными величинами для

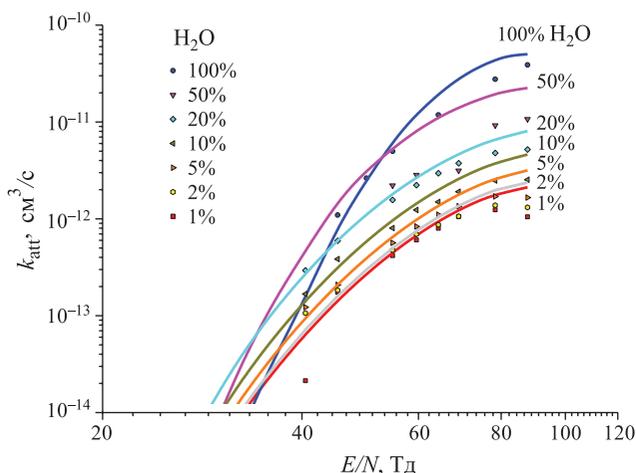


Рис. 6. Константы скорости диссоциативного прилипания электронов к молекулам в смесях H_2O :воздух для различных мольных долей H_2O в зависимости от приведенного электрического поля. Точки – эксперимент [16], сплошные кривые – данный расчет.

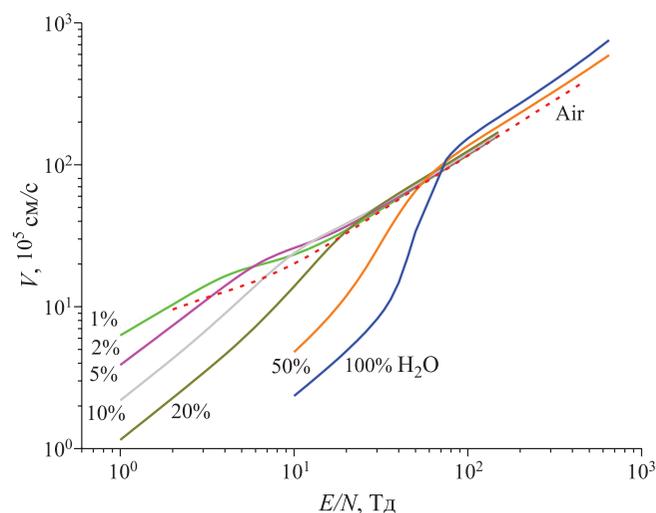


Рис. 7. Скорость дрейфа электронов в смесях H_2O :воздух в зависимости от приведенного электрического поля. Расчеты для разных долей H_2O .

O₂ и N₂ (см. рис. 1 а). При меньших значениях E/N ситуация более сложная. Здесь при больших долях H₂O в смесях скорость дрейфа резко падает из-за аномально большого транспортного сечения для H₂O при малых энергиях электронов (см. рис. 1 а). Кроме того, при фиксированном E/N скорость дрейфа в смеси H₂O:воздух может оказаться больше скорости дрейфа в парах воды и скорости дрейфа в сухом воздухе. Этот вопрос будет более подробно рассмотрен ниже.

Коэффициент продольной диффузии электронов D_L , как и скорость дрейфа, для всех смесей почти везде монотонно растет с увеличением E/N . Эту зависимость можно понять из соотношения для коэффициента диффузии частиц

$$D \sim V_{th}^2 / \nu_m, \quad (1)$$

которое следует из элементарной кинетической теории. С увеличением E/N растет средняя энергия электронов и, следовательно, V_{th}^2 . Поэтому, если частота ν_m не растет быстро при нагреве электронов, то коэффициент D_L увеличивается с ростом поля. При высоких электрических полях разбавление воздуха парами воды приводит к росту средней энергии электронов (см. рис. 4) и к уменьшению усредненного транспортного сечения рассеяния электронов и, следовательно, ν_m (см. рис. 1а). Все это вызывает, согласно (1), увеличение коэффициента диффузии D_L . При малых полях ситуация обратная: здесь с ростом содержания паров воды в смеси средняя энергия электронов уменьшается, а среднее транспортное сечение и ν_m увеличиваются. Поэтому в этом случае увеличение доли молекул H₂O

в смеси приводит к резкому уменьшению коэффициента D_L .

На рис. 9 приведены расчетные данные по коэффициенту поперечной диффузии электронов D_T в зависимости от E/N и состава смеси. Этот коэффициент, по аналогии с коэффициентом D_L , монотонно растет с увеличением содержания паров воды в смеси при высоких E/N и монотонно снижается при низких E/N . На рис. 10 приведено отношение коэффициентов продольной и поперечной диффузии электронов D_L/D_T , которое характеризует степень анизотропии диффузии. Это отношение определяется зависимостью средней частоты передачи импульса от электронов к нейтральным частицам ν_m от средней энергии электронов ϵ , поскольку [22, 23]

$$D_L = D_T - \Delta D, \quad (2)$$

где ΔD прямо пропорционально безразмерной производной

$$\frac{\epsilon}{\nu_m} \frac{\partial \nu_m}{\partial \epsilon}$$

Если частота ν_m не меняется при изменении средней энергии электронов, то анизотропия диффузии электронов отсутствует, и $D_L = D_T$. В случае сухого воздуха, как следует из данных на рис. 1а, сечение Q_m слабо зависит от энергии, а частота ν_m слабо растет с увеличением ϵ . При этом $\Delta D > 0$ и $D_L < D_T$. В парах воды при энергиях электронов меньше 1.5 эВ наблюдается резкий спад Q_m с ростом энергии. Поэтому при не слишком больших энергиях электронов здесь $\Delta D < 0$ и $D_L > D_T$. Отношение D_L/D_T в парах воды достигает пика при $E/N = 40$ Тд и с дальнейшим ростом поля снижается и становится

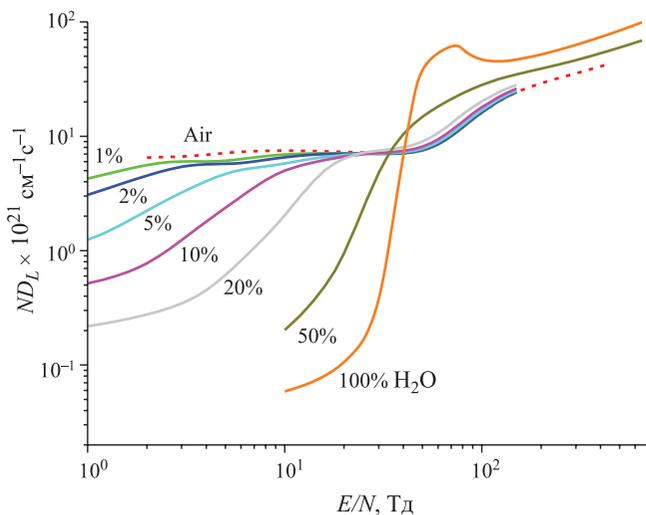


Рис. 8. Коэффициент продольной диффузии электронов ND_L в смесях H₂O:воздух в зависимости от приведенного электрического поля. Расчеты для разных долей H₂O.

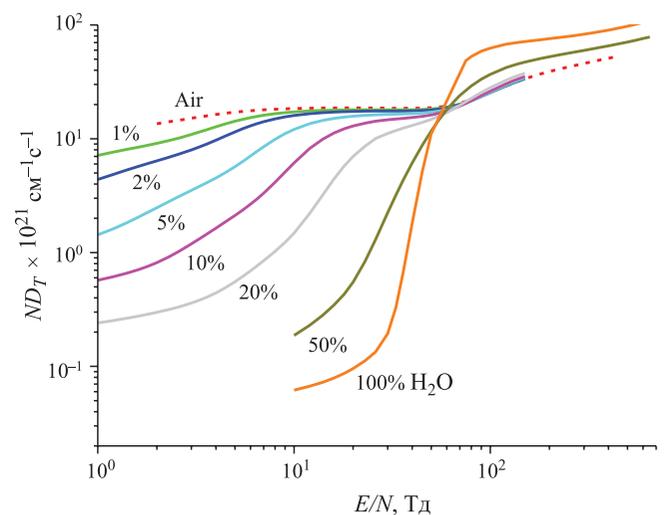


Рис. 9. Коэффициент поперечной диффузии электронов ND_T в смесях H₂O:воздух в зависимости от приведенного электрического поля. Расчеты для разных долей H₂O.

меньше 1 из-за того, что при высоких энергиях сечение Q_m для H_2O слабо зависит от энергии электронов. При добавлении в пары воды воздуха величина пика в зависимости отношения D_L/D_T от E/N снижается, а сам пик сдвигается в область меньших полей. При снижении содержания H_2O в смеси до $\delta = 5\%$ пик практически исчезает, а коэффициент D_L становится меньше D_T . Это происходит из-за того, что с уменьшением δ растет вклад в среднюю частоту ν_m от рассеяния электронов на N_2 и O_2 . Поскольку для этих молекул нет резкой отрицательной зависимости Q_m от ϵ , то это приводит к снижению отношения D_L/D_T . С уменьшением доли H_2O в смеси раньше это снижение начинается при более высоких энергиях; поэтому и пик в зависимости D_L/D_T от E/N смещается с уменьшением δ в сторону более низких полей.

На рис. 11 приведена скорость дрейфа электронов в зависимости от мольной доли H_2O в смесях H_2O :воздух при различных значениях E/N . И в эксперименте, и в расчете при малых (5.5–16 Тд) E/N наблюдается немонотонная зависимость скорости дрейфа от δ : сначала скорость дрейфа медленно растет, а потом резко падает. Эту зависимость можно объяснить следующим образом. В рассматриваемом диапазоне E/N средняя энергия электронов в смесях с малым содержанием H_2O близка к 0.8 эВ и несколько уменьшается с ростом δ (см. рис. 4). В то же время при этих энергиях и $\delta < 0.05$ отношение между транспортными сечениями Q_m для H_2O и N_2 не превышает коэффициента 4 (см. рис. 1а) и вклад рассеяния электронов на H_2O в их суммарную транспортную частоту пренеб-

режимо мал. При таких энергиях электронов сечения Q_m для N_2 и O_2 почти не меняются с энергией. В итоге небольшое увеличение δ здесь приводит из-за уменьшения средней энергии электронов и тепловой скорости v_{th} к небольшому снижению ν_m и, следовательно, к увеличению скорости дрейфа. При дальнейшем увеличении δ средняя энергия электронов быстро падает. Охлаждение электронов приводит к резкому увеличению частоты ν_m из-за увеличения сечения Q_m для рассеяния медленных электронов на H_2O . Это вызывает снижение скорости дрейфа примерно на порядок величины. При высоких же E/N средняя энергия электронов велика, и здесь сечение Q_m для H_2O гораздо меньше этой величины для N_2 , а средняя энергия с ростом δ меняется слабо. Поэтому при больших E/N скорость дрейфа почти не зависит от δ .

Немонотонная зависимость от δ наблюдается и для коэффициента диссоциативного прилипания при низких E/N (см. рис. 6). Например, максимальный расчетный коэффициент при 40 Тд получается для $\delta = 0.5$, в то время как в парах воды и в смесях с меньшим содержанием H_2O он меньше. Такую зависимость можно объяснить следующим образом. Максимальное значение сечения прилипания электронов к H_2O в несколько раз больше аналогичной величины для прилипания к O_2 . В то же время увеличение содержания H_2O в смесях приводит при $E/N = 40$ Тд к снижению средней энергии электронов (см. рис. 4). Но, пока δ мало, его увеличение мало сказывается на средней энергии электронов. В результате из-за большего сечения прилипания к H_2O сначала с ростом δ суммарный

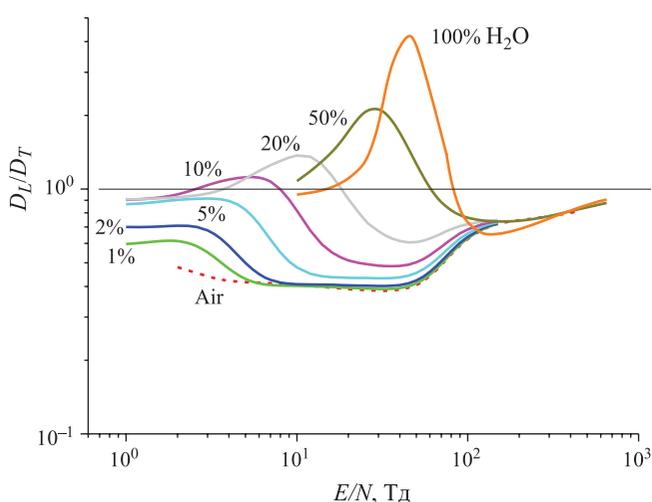


Рис. 10. Отношение коэффициентов продольной и поперечной диффузии электронов в смесях H_2O :воздух в зависимости от приведенного электрического поля. Расчеты для разных долей H_2O .

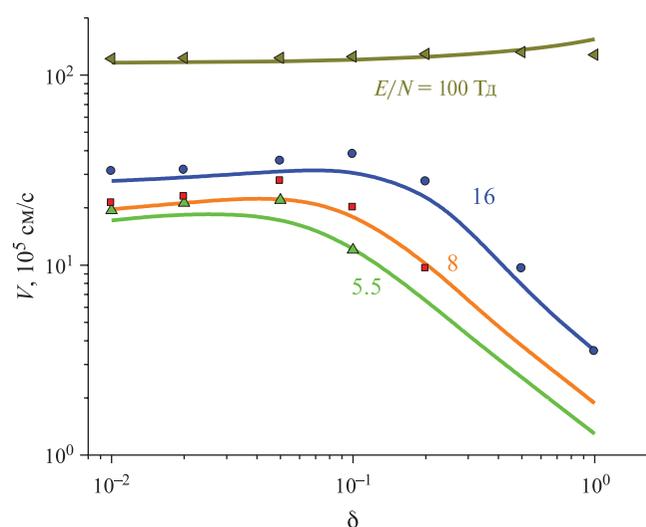


Рис. 11. Скорость дрейфа электронов в зависимости от мольной доли H_2O в смесях H_2O :воздух при различных значениях E/N . Кривые — данный расчет, точки — эксперимент [16].

коэффициент прилипания при $E/N = 40$ Тд увеличивается. Но при достижении достаточно больших значений δ начинает резко снижаться средняя энергия электронов, и в дальнейшем это приводит к уменьшению скорости прилипания, в соответствии с данными на рис. 6.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что существенное различие в сечениях рассеяния электронов и их зависимостях от энергии электронов для молекул H_2O , с одной стороны, и молекул N_2 и O_2 , с другой стороны, приводит к тому, что кинетические коэффициенты электронов сложным образом зависят в смесях H_2O :воздух от приведенного электрического поля E/N и состава смесей.

4. ВЫВОДЫ

На основе численного решения уравнения Больцмана в двучленном приближении вычислены скорость дрейфа электронов, коэффициенты их диффузии вдоль и поперек электрического поля и коэффициенты ионизации и диссоциативного прилипания в слабоионизованной плазме смесей воздуха с парами воды в широком диапазоне приведенных электрических полей и мольных долей молекул H_2O . При сравнении полученных результатов с новыми экспериментальными данными получено хорошее согласие между ними. Отсюда следует вывод о достаточной надежности использованных в данной работе наборов сечений упругого и неупругого взаимодействия электронов с молекулами N_2 , O_2 и H_2O .

Соотношение между сечениями рассеяния электронов на молекулах H_2O и на молекулах N_2 и O_2 сильно зависит от энергии электронов. При малых энергиях сечения упругого и неупругого рассеяния на H_2O аномально велики из-за большого постоянного дипольного момента этих молекул. С ростом энергии эти сечения быстро падают и становятся меньше аналогичных сечений рассеяния электронов на N_2 и O_2 . В результате получается разная зависимость коэффициентов переноса электронов и их средней энергии от мольной доли H_2O в смесях H_2O :воздух при малых и высоких электрических полях. При малых приведенных полях E/N увеличение содержания H_2O в смесях приводит к уменьшению коэффициентов переноса и средней энергии электронов, в то время как при больших значениях E/N наблюдается обратная тенденция. Кроме того, существуют области E/N , для которых наблюдается синергетический эффект, — здесь скорость дрейфа и коэффициент прилипания электронов в газовых смесях ока-

зываются больше соответствующих величин в чистом воздухе или парах воды.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-79-30062).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fridman A.* Plasma chemistry. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
2. *Kong M.G., Kroesen G., Morfill G., Nosenko T., Shimizu T., van Dijk J., Zimmermann J.L.* // New J. Phys. 2009. V. 11. P. 115012.
3. *Starikovskiy A., Aleksandrov N.* // Progr. Energy Comb. Sci. 2013. V. 39. P. 61.
4. *Starikovskaia S.M.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2014. V. 47. P. 353001.
5. *Ju Y., Sun W.* // Progr. Energy Comb. Sci. 2015. V. 48. P. 21.
6. *Стариковский А.Ю., Александров Н.Л.* // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 126.
7. *Gallimberti I.* // Pure Appl. Chem. 1988. V. 60. P. 663.
8. *Šimek M., Homola T.* // Eur. Phys. J. D. 2021. V. 75. P. 210.
9. *Starikovskiy A.Yu., Bazelyan E.M., Aleksandrov N.L.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2022. V. 31. P. 114009.
10. *Хаксли Л., Кромптон П.* Диффузия и дрейф электронов в газах. М.: Мир, 1977.
11. *Gallagher J.W., Beaty E.C., Dutton J., Pitchford L.C.* // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1983. V. 12. P. 109.
12. *Pancheshnyi S., Biagi S., Bordage M., Hagelaar G., Morgan W., Phelps A., Pitchford L.* // Chem. Phys. 2012. V. 398. P. 148.
13. *Pitchford L.C. et al* // Plasma Process. Polym. 2017. V. 14. P. 1600098.
14. *Alves L.L., Bogaerts A., Guerra V., Turner M.M.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2018. V. 27. P. 023002.
15. *Ruiz-Vargas G., Yousfi M., de Urquijo J.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V. 43. P. 455201.
16. *de Urquijo J., Gonzalez-Magana O., Basurto E., Juarez A.M.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2024. V. 57. P. 125205.
17. *Кочетов И.В., Александров Н.Л.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 717.
18. *Kochetov I.V., Popov M.A., Aleksandrov N.L.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2019. V. 28. P. 025009.
19. *Hagelaar G.J.M., Pitchford L.C.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2005. V. 14. P. 722.
20. *Дятко Н.А., Кочетов И.В., Нанартович А.П.* // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 888.
21. TRINITY database, www.lxcat.net, retrieved on November 20, 2017.
22. *Александров Н.Л., Кончаков А.М.* // Физика плазмы. 1981. Т. 7. С. 185.
23. *Александров Н.Л., Кончаков А.М., Нанартович А.П., Старостин А.Н.* Химия плазмы, Вып. 11, С. 3, под ред. Б.М. Смирнова, М.: Энергоатомиздат, 1984.

KINETIC COEFFICIENTS OF ELECTRONS IN WEAKLY IONIZED PLASMA OF MIXTURES OF AIR WITH WATER VAPOR IN A STRONG ELECTRIC FIELD

I. V. Kochetov^{a, b}, N. L. Aleksandrov^{c, d, *}

^a*Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

^b*Troitsk Institute for Innovation and Fusion Research, Moscow, 108840 Russia*

^c*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow oblast, 141701 Russia*

^d*Joint Institute for High Temperatures, Russian Academy of Sciences, Moscow, 125412 Russia*

**e-mail: nick_aleksandrov@mail.ru*

Abstract—Using a numerical solution of the Boltzmann equation, the electron drift velocity, the coefficients of their longitudinal and transverse diffusion, as well as the ionization and dissociative attachment coefficients in weakly ionized plasma of mixtures of air with water vapor are calculated in a wide range of reduced electric fields (1–650 Td, 1 Td = 10–17 V cm²) and mole fractions of water vapor (0–1). The calculation results are compared with new experimental data, and good agreement between them is obtained. It is shown that for all coefficients and the average electron energy, their dependence on the gas composition changes with increasing electric field. At low reduced fields, an increase in the content of H₂O water molecules in mixtures leads to a decrease in the transport coefficients and average electron energy, while the opposite trend is observed at high fields. It is shown that for the drift velocity and electron attachment coefficient there are electric fields, in which these coefficients in gas mixtures can be greater than the coefficients in dry air and water vapor. A qualitative explanation is given for the obtained dependences of the electron coefficients on the electric field and H₂O content in the mixtures.

Keywords: electron transport coefficients, ionization and electron attachment coefficients, weakly ionized nonequilibrium plasma, strong electric field, electron scattering by molecules, mixtures of air with water vapor

УДК 533.9

МНОГОГРУППОВАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ТРАНСПОРТА ЭЛЕКТРОНОВ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ В СЛАБОИОНИЗОВАННЫХ ГАЗАХ

© 2024 г. Е. И. Бочков*

Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики (РФЯЦ-ВНИИЭФ), Саров, Нижегородская область, Россия

*e-mail: e_i_bochkov@mail.ru

Поступила в редакцию 04.02.2024 г.

После доработки 18.03.2024 г.

Принята к публикации 25.03.2024 г.

Исходя из кинетического уравнения Больцмана для электронов, в рамках приближения Лоренца выполнен вывод системы многогрупповых уравнений для нулевого и первого момента функции распределения электронов низких энергий. Система включает в себя уравнения баланса концентраций и плотности потока электронов и предназначена для численного моделирования транспорта и кинетики электронов в диапазоне энергий от нуля до нескольких десятков электрон-вольт, в котором угловое распределение электронов обладает слабой анизотропией. Проведено сравнение результатов численных расчетов транспорта электронов в гелии в однородном и неоднородном электрическом поле, выполненных по разработанной многогрупповой модели и методом Монте-Карло.

Ключевые слова: низкоэнергетические электроны, транспорт электронов, кинетическое уравнение, уравнения моментов, многогрупповая модель

DOI: 10.31857/S0367292124050093, **EDN:** PWBKDS

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, наиболее полная информация, необходимая для описания плазменных процессов, может быть получена из функции распределения электронов (ФРЭ), которая может быть рассчитана решением кинетического уравнения (КУ) или методом Монте-Карло (МК). Однако численное моделирование газового разряда непосредственно на основе КУ или метода МК требует больших вычислительных ресурсов. Чаще всего при моделировании газовых разрядов транспорт электронов рассчитывается на основе уравнения баланса концентрации электронов в рамках диффузионно-дрейфового приближения. Недостатком данного подхода является неспособность описать энергетическое распределение электронов. Кроме того, при моделировании транспорта электронов с использованием диффузионно-дрейфового уравнения чаще всего используют приближение локального поля, т. е. полагают, что коэффициенты уравнения (подвижность электронов, коэффициенты продольной и поперечной диффузии, частота ионизации) являются функциями напряженности поля. Это справедливо, если ФРЭ в каждой точке находится в равновесии с полем. Однако, например, в области катодного слоя данное

условие не выполняется и, следовательно, диффузионно-дрейфовое приближение неприменимо [1]. Также стоит отметить, что диффузионно-дрейфовое приближение становится неприменимым и в сильных электрических полях в связи с появлением большого числа быстрых электронов.

С целью сокращения требования к вычислительным ресурсам, с одной стороны, и необходимостью учета кинетики быстрых электронов, с другой, разрабатываются гибридные модели расчета транспорта электронов в газах [1–9]. В рамках гибридных стохастических моделей (hybrid-particle model) [3, 5, 7–9] транспорт электронов низких энергий описывается с помощью диффузионно-дрейфового уравнения, а электронов более высоких энергий — методом МК. Но, как говорилось выше, стохастические расчеты методом МК требуют больших вычислительных ресурсов, зачастую нереальных. В работе [10] построена гибридная модель расчета транспорта электронов в воздухе, в рамках которой транспорт электронов низких энергий описывается с помощью диффузионно-дрейфового уравнения, а кинетика электронов высоких энергий рассчитывается из системы одномерных многогрупповых уравнений, которая была получена в [11]. В рамках многогруппового приближения интересующий диапазон энергий

электрона разбивается на отдельные группы, для каждой группы записываются уравнения, определяющие концентрацию электронов в данной энергетической группе, и полученная система уравнений решается численно.

Впервые многогрупповая модель была реализована в [12], в этой работе в рамках двучленного приближения Лоренца для ФРЭ получена система уравнений, описывающая эволюцию энергетического распределения электронов, однако транспорт электронов в пространстве не рассматривался. В работе [13] была предпринята попытка построить одномерную модель расчета транспорта электронов в гелии. Модель описывала транспорт и кинетику как низкоэнергетических электронов, так и убегающих электронов. В основе модели [13] также лежит многогрупповой подход, причем в полученной системе уравнений для концентрации электронов были учтены члены, отвечающие за транспорт электронов вдоль вектора электрической силы. В области низких энергий вывод уравнений был выполнен также в приближении Лоренца для ФРЭ, при этом были приняты некоторые дополнительные упрощающие предположения о форме связи плотности потока электронов с концентрацией.

Цель данной работы – построить многогрупповую модель расчета транспорта электронов низких энергий, которая будет описывать транспорт электронов не только вдоль вектора напряженности электрического поля, но и в поперечном направлении. Более того, вывод будет выполнен в предположении наличия магнитного поля. Единственное используемое допущение то, что в каждой пространственной точке существует направление, относительно которого ФРЭ обладает слабой анизотропией (приближение Лоренца). При выводе уравнений мы будем следовать стандартной процедуре (см., например, [14]), при этом мы не будем делать каких-либо дополнительных предположений о связи величины плотности потока электронов с концентрацией. Таким образом, полученная система уравнений будет состоять из уравнений баланса концентраций электронов в энергетических ячейках и плотностей потока электронов на границе энергетических ячеек.

2. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Будем рассматривать случай слабоионизованного газа, когда столкновениями электронов друг с другом и с ионами можно пренебречь. Учитываются только упругие и неупругие столкновения электронов с

нейтральными атомами или молекулами газа. Эволюция ФРЭ $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ подчиняется кинетическому уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \mathbf{F}_e \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f = St_{el} + St_{ex} + St_{ion}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{F}_e = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = -q_e (\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}])$ — сила, действующая на электрон, где q_e — элементарный заряд, \mathbf{E} — напряженность электрического поля, \mathbf{B} — индукция магнитного поля, \mathbf{v} — скорость электрона; $St_{el}, St_{ex}, St_{ion}$ — компоненты интеграла столкновений электронов, отвечающие за изменение ФРЭ в упругих столкновениях, в процессах возбуждения и ионизации атомов или молекул соответственно.

Для упрощения дальнейших выкладок мы будем рассматривать однокомпонентный газ, хотя модель может быть легко обобщена на случай многокомпонентных систем. Кроме того, полагаем, что кинетическая энергия электронов много больше энергии теплового движения атомов (молекул) и последние можно считать неподвижными. В этом случае интеграл упругих столкновений имеет следующий вид [15, 16]:

$$St_{el} = N_0 v \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [f(\mathbf{r}, \mathbf{p}', t) - f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)] \sigma_{el}(p, \xi) da d\xi + \frac{N_0 v m_e}{p^3 M} \frac{\partial}{\partial p} \left[\int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} p^4 f(\mathbf{r}, \mathbf{p}', t) \sigma_{el}(p, \xi) (1 - \xi) da d\xi \right]. \quad (2)$$

Здесь N_0 — концентрация атомов (молекул) газа, σ_{el} — дифференциальное сечение упругого рассеяния, $\xi = \cos \psi$, где ψ — угол рассеяния, m_e — масса электрона, M — масса атома, $\mathbf{p}'(p', \theta', \varphi')$ и $\mathbf{p}(p, \theta, \varphi)$ — импульс электрона до и после рассеяния, v — модуль скорости электрона. Используемая здесь система координат и геометрия рассеяния приведены на рис. 1 работы [16].

Интеграл, отвечающий за возбуждения электронных уровней атома [15, 16]

$$St_{ex} = N_0 v \sum_m \int_{\omega'} \left[f(\mathbf{r}, \mathbf{p}', t) \sigma_{ex}^{(m)}(p', \psi) (p'/p)^2 - f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \sigma_{ex}^{(m)}(p, \psi) \right] d\omega'. \quad (3)$$

Здесь суммирование ведется по всем уровням возбуждения, $\sigma_{ex}^{(m)}$ — дифференциальное сечение возбуждения уровня m с энергией $\epsilon_{ex}^{(m)}$ и $p' = p + \epsilon_{ex}^{(m)} / v$.

В предположении, что процесс ионизации можно рассматривать как рассеяние электрона на свободном электроне, выражение для ионизационного интеграла имеет вид [16]

$$St_{\text{ion}} = N_0 v \sum_m \left\{ \int_{\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(m)}}^{\infty} d\varepsilon' \sigma_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon', \varepsilon) (p'/p)^2 \int_0^{2\pi} \frac{f(\mathbf{r}, p', \mu', \varphi', t)}{2\pi} d\alpha - f(\mathbf{r}, p, \mu, \varphi, t) q_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon) \right\}. \quad (4)$$

Здесь суммирование ведется по всем ионизационным оболочкам с энергией ионизации $\varepsilon_{\text{ion}}^{(m)}$, $\sigma_{\text{ion}}^{(m)}$ и $q_{\text{ion}}^{(m)}$ — дифференциальное и полное сечение ионизации, и связь между величинами $\mu = \cos \theta$ и $\mu' = \cos \theta'$ задается уравнением [16]

$$\mu' = \mu \mu_0 + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \mu_0^2} \cos \alpha, \quad (5)$$

где $\mu_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon(\varepsilon' + 2m_e c^2)}{\varepsilon'(\varepsilon + 2m_e c^2)}}$ — косинус угла рассеяния электрона, c — скорость света в вакууме.

Далее будем полагать, что ФРЭ обладает слабой анизотропией, тогда ее можно представить в виде

$$\begin{aligned} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) &= f_0(\mathbf{r}, p, t) + (\mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p, t) \cdot \mathbf{p}/p) = \\ &= f_0(\mathbf{r}, p, t) + f_{1,x}(\mathbf{r}, p, t) \sin \theta \cos \varphi + f_{1,y}(\mathbf{r}, p, t) \sin \theta \sin \varphi + f_{1,z}(\mathbf{r}, p, t) \cos \theta. \end{aligned} \quad (6)$$

Используя данное приближение (приближение Лоренца) интегралы столкновений можно упростить. Рассмотрим сначала интеграл упругих столкновений.

С учетом того, что в процессе упругого рассеяния на атоме (молекуле) модуль импульса электрона меняется слабо, т. е. $p \approx p'$, имеем

$$\begin{aligned} St_{\text{el}} &= N_0 v \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [f(\mathbf{r}, p, \mu', \varphi', t) - f(\mathbf{r}, p, \mu, \varphi, t)] \sigma_{\text{el}}(p, \xi) d\alpha d\xi + \\ &+ \frac{N_0 v m_e}{p^3 M} \frac{\partial}{\partial p} \left[\int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} p^4 f(\mathbf{r}, p, \mu', \varphi', t) \sigma_{\text{el}}(p, \xi) (1 - \xi) d\alpha d\xi \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя выражение, связывающее вектор импульса электрона до рассеяния \mathbf{p}' и после \mathbf{p} [16]:

$$\mathbf{p}' = \frac{\mathbf{p}}{p} p' \cos \psi + \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{e}}{p \sin \theta} p' \sin \psi \sin \alpha + \frac{\mathbf{p} \times [\mathbf{e} \times \mathbf{p}]}{p^2 \sin \theta} p' \sin \psi \cos \alpha \quad (8)$$

в уравнение, и производя интегрирование, получаем выражение

$$\begin{aligned} St_{\text{el}} &= -N_0 \sigma_{\text{tr}}(p) (\mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p, t)) + \\ &+ \frac{N_0}{M} \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^4 \left\{ f_0(\mathbf{r}, p, t) \sigma_{\text{tr}}(p) + (\mathbf{v} / v \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p, t)) (\sigma_{\text{tr}}(p) - \sigma_{\text{tr}}^{(2)}(p)) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $\sigma_{\text{tr}}(p) \equiv 2\pi \int_{-1}^1 (1 - \xi) \sigma_{\text{el}}(p, \xi) d\xi$ — транспортное сечение и $\sigma_{\text{tr}}^{(2)}(p) \equiv 2\pi \int_{-1}^1 (1 - \xi)^2 \sigma_{\text{el}}(p, \xi) d\xi$.

Рассмотрим теперь ионизационный интеграл. Вычислим сначала интеграл по переменной α в правой части выражения (4)

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \frac{f(\mathbf{r}, p', \mu', \varphi', t)}{2\pi} d\alpha = \\
& = \int_0^{2\pi} \left[f_0(\mathbf{r}, p', t) + \left(\frac{\mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p', t)}{p} \cdot \left(\begin{array}{l} \mathbf{p}\mu_0 + \frac{[\mathbf{p} \times \mathbf{e}]}{\sqrt{1-\mu^2}} \sqrt{1-\mu_0^2} \sin \alpha + \\ + \frac{p\mathbf{e} - \mu\mathbf{p}}{\sqrt{1-\mu^2}} \sqrt{1-\mu_0^2} \cos \alpha \end{array} \right) \right) \right] \frac{d\alpha}{2\pi} = \\
& = f_0(\mathbf{r}, p') + \mu_0 (\mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p') \cdot \mathbf{p} / p).
\end{aligned} \tag{10}$$

С учетом данного выражения ионизационный интеграл после интегрирования по угловой переменной примет вид

$$\begin{aligned}
\text{St}_{\text{ion}} = \sum_m \left\{ \frac{N_0 \nu}{p^2} \int_{\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(m)}}^{\infty} \sigma_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon', \varepsilon) p'^2 [f_0(\mathbf{r}, p', t) + \mu_0(\varepsilon', \varepsilon) (\mathbf{v} / \nu \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p', t))] d\varepsilon' - \right. \\
\left. - N_0 \nu [f_0(\mathbf{r}, p, t) + (\mathbf{v} / \nu \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p, t))] q_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon) \right\}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Рассмотрим теперь интеграл, отвечающий за возбуждения электронных уровней атома. Будем полагать, что электрон в процессе возбуждения атома не меняет направление своего движения. Это упрощение не существенно, поскольку в боль-

шинстве газов угловое распределение электронов в основном определяется упругим рассеянием. Таким образом, полагая в (3) $\sigma_{\text{ex}}^{(m)}(p, \psi) = q_{\text{ex}}^{(m)}(p) \delta(\psi)$, где $q_{\text{ex}}^{(m)}(p)$ — полное сечение возбуждения, получаем

$$\begin{aligned}
\text{St}_{\text{ex}} = N_0 \nu \sum_m \left(1 + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)} / (p\nu) \right)^2 q_{\text{ex}}^{(m)}(p + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)} / \nu) \times \\
\times \left(f_0(\mathbf{r}, p + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)} / \nu, t) + (\mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)} / \nu, t) \cdot \mathbf{v} / \nu) \right) - \\
- N_0 \nu \sum_m q_{\text{ex}}^{(m)}(p) (f_0(\mathbf{r}, p, t) + (\mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p, t) \cdot \mathbf{v} / \nu)).
\end{aligned} \tag{12}$$

Для того чтобы получить систему многогрупповых уравнений разобьем интересующий нас интервал значений импульса $[p_{\text{min}}, p_{\text{max}}]$ на K частей $\Delta p_{k+1/2, k-1/2} = p_{k+1/2} - p_{k-1/2}$, $k = 1, \dots, K$.

Определим величину концентрации электронов в k -й группе

$$\begin{aligned}
n_k(\mathbf{r}, t) \equiv \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} f(\mathbf{r}, p, \mu, \varphi, t) d\varphi = \\
= 4\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 f_0(\mathbf{r}, p, t) dp \approx 4\pi p_k^2 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} f_{0,k}.
\end{aligned} \tag{13}$$

Также определим величину плотности потока электронов на границе k -й группы

$$\begin{aligned}
\mathbf{j}_{k+1/2}(\mathbf{r}, t) \equiv \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} f(\mathbf{r}, p, \mu, \varphi, t) d\varphi = \\
= \frac{4\pi}{3} \int_{p_k}^{p_{k+1}} \nu p^2 \mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p, t) dp \approx \frac{4\pi}{3} \nu_{k+1/2} p_{k+1/2}^2 \Delta p_{k+1, k} \mathbf{f}_{1, k+1/2},
\end{aligned} \tag{14}$$

где $p_k \equiv (p_{k-1/2} + p_{k+1/2}) / 2$.

Далее при выводе уравнений для величин n_k и $\mathbf{j}_{k+1/2}$ будут использоваться следующие равенства:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} v_i d\varphi &= 0, \\ \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} v_i v_j d\varphi &= \frac{4\pi}{3} v^2 \delta_{ij}, \\ \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} v_i v_j v_l d\varphi &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь δ_{ij} — символ Кронекера.

3. УРАВНЕНИЯ БАЛАНСА КОНЦЕНТРАЦИЙ

Для того чтобы найти уравнения для величин n_k необходимо кинетическое уравнение (1) умножить на величину p^2 и проинтегрировать по переменным p, μ, φ на отрезках $p \in [p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$, $\mu \in [-1, 1]$ и $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Интегрируя, таким образом, первый член в левой части кинетического уравнения, получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} f(\mathbf{r}, p, \mu, t) d\varphi = \frac{\partial n_k}{\partial t}. \quad (16)$$

Далее интегрируем второй член

$$\nabla_{\mathbf{r}} \left(\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} f(\mathbf{r}, p, \mu, t) d\varphi \right) = \nabla_{\mathbf{r}} \mathbf{j}_k. \quad (17)$$

Интеграл от третьего члена разбивается на две части

$$\begin{aligned} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} (\mathbf{F}_E \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f) d\varphi &= \iiint_{V_{p_k}} \operatorname{div}_{\mathbf{p}} (f \mathbf{F}_E) dV_{\mathbf{p}} = \\ &= \iint_{S_{p_k}} f (\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{dS}_{\mathbf{p}}) = \iint_{S_{p_k}} f (\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{p}}) dS_{\mathbf{p}} = \\ &= (\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{j}_{k+1/2} / v_{k+1/2}) / (p_{k+1} - p_k) - (\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{j}_{k-1/2} / v_{k-1/2}) / (p_k - p_{k-1}) \end{aligned} \quad (18)$$

и

$$\begin{aligned} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} (\mathbf{F}_B \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f) d\varphi &= -q_e \iiint_{V_{p_k}} \operatorname{div}_{\mathbf{p}} (f [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]) dV_{\mathbf{p}} = \\ &= -q_e \iint_{S_{p_k}} f ([\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \cdot \mathbf{dS}_{\mathbf{p}}) = -q_e \iint_{S_{p_k}} f ([\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{p}}) dS_{\mathbf{p}} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь V_{p_k} — объем шарового слоя, ограниченного сферическими поверхностями $S_{p_{k+1/2}}$ ($p = p_{k+1/2}$) и $S_{p_{k-1/2}}$ ($p = p_{k-1/2}$), $\mathbf{e}_{\mathbf{p}}$ — вектор внешней нормали к данным поверхностям. При выводе выражений (18) и (19) мы воспользовались теоремой о дивергенции, а также тем фактом, что вектора $\mathbf{e}_{\mathbf{p}}$ и \mathbf{v} коллинеарные.

Вычислим теперь правую часть уравнений. Сначала рассмотрим член, отвечающий за изменение величины n_k в результате упругих столкновений. С учетом того, что интеграл

$$\int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p, t)) d\varphi = 0$$

в виду первого соотношения (15), интегрируя выражение (9) для величины St_{el} , получаем

$$\begin{aligned} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} St_{el} d\varphi &= \frac{N_0}{M} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} \frac{\partial}{\partial p} [p^4 f_0(\mathbf{r}, p, t) \sigma_{tr}(p)] dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\varphi = \\ &= \frac{N_0}{M} 4\pi \left\{ p_{k+1/2}^4 f_0(\mathbf{r}, p_{k+1/2}, t) \sigma_{tr}(p_{k+1/2}) - p_{k-1/2}^4 f_0(\mathbf{r}, p_{k-1/2}, t) \sigma_{tr}(p_{k-1/2}) \right\} = \\ &= \frac{F_{el, k+1/2} n_{k+1/2}}{\Delta p_{k, k+1}} - \frac{F_{el, k-1/2} n_{k-1/2}}{\Delta p_{k-1, k}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь введено обозначение $F_{el}(p) \equiv N_0 p^2 \sigma_{tr}(p) / M$.

Вычислим член, отвечающий за изменение величины n_k в результате возбуждения электронных уровней, для этого проинтегрируем выражение (12)

$$\begin{aligned} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} St_{ex} d\varphi &= \\ &= N_0 \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} 4\pi v dp \sum_m (p + \varepsilon_{ex}^{(m)} / v)^2 q_{ex}^{(m)} (p + \varepsilon_{ex}^{(m)} / v) f_0(p + \varepsilon_{ex}^{(m)} / v) - \\ &- \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} N_0 v \sum_m q_{ex}^{(m)}(\varepsilon) f_0(p) 4\pi p^2 dp = \sum_m v_{ex, k_m}^{(m)} n_{k_m} - v_{ex, k} n_k. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь введены обозначения $v_{ex, k_m}^{(m)} \equiv N_0 v_{k_m} q_{ex}^{(m)}(\varepsilon_{k_m})$, $v_{ex, k} \equiv N_0 v_k \sum_m q_{ex}^{(m)}(\varepsilon_k)$, где k_m — это номер отрезка $[p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$ внутри которого лежит значение $p(\varepsilon_k + \varepsilon_{ex}^{(m)})$.

Вычислим теперь ионизационный член, проинтегрировав выражение (11)

$$\begin{aligned} & \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} St_{\text{ion}} d\varphi = \\ & = \sum_m \left\{ 4\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} N_0 v \int_{\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(m)}}^{\infty} \sigma_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon', \varepsilon) p'^2 f_0(p') v' dp' dp - 4\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 N_0 v f_0(p) q_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon) dp \right\} \approx \\ & \approx \sum_{l=l_k}^K s_{lk} v_l n_l - v_{\text{ion},k} n_k. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь $s_{lk} \equiv N_0 v_k \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \sum_m \sigma_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon_l, \varepsilon_k)$, $[p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$ и l_k — это номер отрезка $[p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$, в котором лежит значение $p(\varepsilon_k + \min_m \{\varepsilon_{\text{ion}}^{(m)}\})$.

Объединяя выражения (16)–(22) получаем следующее уравнение баланса концентрации электронов в k -й группе:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_k}{\partial t} + \text{div}_{\mathbf{r}} \mathbf{j}_k = & \left(\frac{(\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{j}_{k-1/2}) / v_{k-1/2} - F_{\text{el}, k-1/2} n_{k-1/2}}{p_k - p_{k-1}} - \frac{(\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{j}_{k+1/2}) / v_{k+1/2} - F_{\text{el}, k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1} - p_k} \right) - \\ & - (v_{\text{ion},k} + v_{\text{ex},k}) n_k + \sum_m v_{\text{ex}, k_m}^{(m)} n_{k_m} + \sum_{l=l_k}^K s_{lk} v_l n_l. \end{aligned} \quad (23)$$

При решении уравнений (23) необходимо вычислять величины $n_{k+1/2}$ и $n_{k-1/2}$, для этого используем следующую процедуру:

$$\begin{aligned} n_{k+1/2} = 4\pi \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 f_0(p) dp & \approx \frac{(p_{k+1} - p_k)}{2} (4\pi p_k^2 f_{0,k} + 4\pi p_{k+1}^2 f_{0,k+1}) = \\ = \frac{(p_{k+1} - p_k)}{2} \left(\frac{n_k}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} + \frac{n_{k+1}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

4. УРАВНЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА

Для того чтобы найти уравнения для величин $j_{k+1/2}$ необходимо уравнение (1) умножить на величину $v p^2$ и проинтегрировать по переменным p , μ , φ на отрезках $p \in [p_k, p_{k+1}]$, $\mu \in [-1, 1]$ и $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Интегрируя первый член в левой части кинетического уравнения (1), получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} v \mathbf{f}(\mathbf{r}, p, \mu, \varphi, t) d\varphi = \frac{\partial \mathbf{j}_{k+1/2}}{\partial t}. \quad (25)$$

Далее интегрируем второй член

$$\int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} (\mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f) d\varphi = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \mathbf{e}_i \nabla_i \left[4\pi \int_{p_k}^{p_{k+1}} v^2 p^2 f_0(\mathbf{r}, p, t) dp \right] = \frac{1}{3} \nabla_{\mathbf{r}} (v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2}). \quad (26)$$

При выводе данного выражения мы воспользовались вторым и третьим соотношением (15).

Используя соотношение

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{p}} f = \nabla_{\mathbf{p}} (f_0(p) + (\mathbf{f}_1(p) / p \cdot \mathbf{p})) & = \nabla_{\mathbf{p}} f_0(p) + \mathbf{f}_1(p) / p + \mathbf{p} \nabla_{\mathbf{p}} (\mathbf{f}_1(p) / p) = \\ = \frac{\partial f_0}{\partial p} \frac{\mathbf{p}}{p} + \frac{\mathbf{f}_1(p)}{p} + \mathbf{p} \left(\frac{\nabla_{\mathbf{p}} \mathbf{f}_1(p)}{p} - \frac{(\mathbf{f}_1(p) \cdot \mathbf{p})}{p^3} \right), \end{aligned} \quad (27)$$

вычислим интеграл от третьего члена в левой части кинетического уравнения, который снова разбивается на две части

$$\begin{aligned} \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} (\mathbf{F}_E \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f) d\varphi & = \int_{p_k}^{p_{k+1}} \frac{\partial f_0}{\partial p} p dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} (\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{p}) d\varphi + \int_{p_k}^{p_{k+1}} p dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} (\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{f}_1(p)) d\varphi + \\ + \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} (\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{p}) \left(\frac{\nabla_{\mathbf{p}} \mathbf{f}_1(p)}{p} - \frac{(\mathbf{f}_1(p) \cdot \mathbf{p})}{p^3} \right) d\varphi & = \frac{\mathbf{F}_E}{3} \left\{ \frac{n_{k+1} v_{k+1}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} - \frac{n_k v_k}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} - 3 \frac{n_{k+1/2} v_{k+1/2}}{p_{k+1/2}} \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

и член, включающий магнитное поле

$$\begin{aligned}
 & -q_e \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \left([\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f \right) d\varphi = \\
 & = -q_e \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \left(\underbrace{[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \cdot \mathbf{p}/p}_{=0} \right) \left[\frac{\partial f_0(p)}{\partial p} + \nabla_{\mathbf{p}} \mathbf{f}_1(p) - \frac{(\mathbf{f}_1(p) \cdot \mathbf{p})}{p^2} \right] d\varphi - \\
 & -q_e \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \left([\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \cdot \mathbf{f}_1(p)/p \right) d\varphi = q_e \int_{p_k}^{p_{k+1}} p dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \left(\mathbf{v} \cdot [\mathbf{f}_1(p) \times \mathbf{B}] \right) d\varphi = \frac{q_e}{m_e} [\mathbf{j}_{k+1/2} \times \mathbf{B}].
 \end{aligned} \tag{29}$$

При выводе последнего выражения мы использовали свойства смешанного произведения векторов.

Проинтегрируем теперь правую часть кинетического уравнения. Интегрирование интеграла упругих столкновений (9) дает

$$\begin{aligned}
 & \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \text{St}_{\text{el}} d\varphi = \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \left[-N_0 \sigma_{\text{tr}}(p) \frac{4\pi}{3} v^2 \mathbf{f}_1 \right] + \\
 & + \frac{N_0}{M} \int_{p_k}^{p_{k+1}} dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^4 (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{f}_1(\mathbf{r}, p, t)) (\sigma_{\text{tr}}(p) - \sigma_{\text{tr}}^{(2)}(p)) \right] d\varphi = \\
 & = -v_{\text{tr},k+1/2} \mathbf{j}_{k+1/2} + \frac{F_{\text{el},k+1} - F_{\text{el},k+1}^{(2)}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} \mathbf{j}_{k+1} - \frac{F_{\text{el},k} - F_{\text{el},k}^{(2)}}{p_{k+3/2} - p_{k-1/2}} \mathbf{j}_k - \frac{F_{\text{el},k+1/2} - F_{\text{el},k+1/2}^{(2)}}{p_{k+1/2}} \mathbf{j}_{k+1/2}.
 \end{aligned} \tag{30}$$

Здесь введено обозначение $F_{\text{el}}^{(2)}(p) \equiv N_0 p^2 \sigma_{\text{tr}}^{(2)}(p) / M$.

Проинтегрируем теперь выражение (12)

$$\begin{aligned}
 & \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \text{St}_{\text{ex}} d\varphi = \\
 & = N_0 \int_{p_k}^{p_{k+1}} dp \sum_m (p + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)} / v)^2 \sigma_{\text{ex}}^{(m)}(p + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)} / v) \frac{4\pi}{3} v^2 \mathbf{f}_1(p + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)} / v) - \\
 & - \int_{p_k}^{p_{k+1}} N_0 \sum_m \sigma_{\text{ex}}^{(m)}(\varepsilon) \frac{4\pi}{3} v^2 \mathbf{f}_1(p) p^2 dp = \\
 & \approx N_0 v_{k+1/2} \sum_m \int_{\varepsilon_k + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)}}^{\varepsilon_{k+1} + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)}} \sigma_{\text{ex}}^{(m)}(\varepsilon') \frac{4\pi}{3} \mathbf{f}_1(\varepsilon') p'^2 d\varepsilon' - v_{\text{ex},k+1/2} \mathbf{j}_{k+1/2} = \\
 & = \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{\text{ex},k_m+1/2}^{(m)} \mathbf{j}_{k_m+1/2} - v_{\text{ex},k+1/2} \mathbf{j}_{k+1/2}.
 \end{aligned} \tag{31}$$

Здесь $v_{\text{ex},k_m+1/2}^{(m)} \equiv N_0 v_{k_m+1/2} q_{\text{ex}}^{(m)}(\varepsilon_{k_m+1/2})$, $v_{\text{ex},k+1/2} \equiv N_0 v_{k+1/2} \sum_m q_{\text{ex}}^{(m)}(\varepsilon_{k+1/2})$ и $k_{m+1/2}$ — это номер отрезка $[p_k, p_{k+1}]$ внутри которого лежит значение $p(\varepsilon_{k+1/2} + \varepsilon_{\text{ex}}^{(m)})$.

Интегрирование ионизационного интеграла (11) дает

$$\begin{aligned}
 & \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \mathbf{v} \text{St}_{\text{ion}} d\varphi = \\
 & = \int_{p_k}^{p_{k+1}} v^2 dp \sum_m \left\{ \int_{\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(m)}}^{\infty} N_0 \sigma_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon', \varepsilon) \mu_0(\varepsilon', \varepsilon) \frac{4\pi}{3} \mathbf{f}_1(p') p'^2 v' dp' - \int_{p_k}^{p_{k+1}} p^2 N_0 \sigma_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon) \frac{4\pi}{3} v^2 \mathbf{f}_1(p) dp \right\} \approx \\
 & \approx N_0 v_{k+1/2}^2 \Delta p_{k+1,k} \sum_{l=k}^K \sum_m \sigma_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon_{l+1/2}, \varepsilon_{l+1/2}) \mu_0(\varepsilon_{l+1/2}, \varepsilon_{k+1/2}) \mathbf{j}_{l+1/2} - v_{\text{ion},k+1/2} \mathbf{j}_{k+1/2} = \\
 & = \sum_{l=k+1/2}^K s_{l+1/2,k+1/2} \mu_0(\varepsilon_{l+1/2}, \varepsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} \mathbf{j}_{l+1/2} - v_{\text{ion},k+1/2} \mathbf{j}_{k+1/2}.
 \end{aligned} \tag{32}$$

Здесь $s_{l+1/2, k+1/2} \equiv N_0 v_{k+1/2} \Delta p_{k+1, k} \sum_m \sigma_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon_{l+1/2}, \varepsilon_{k+1/2})$, $v_{\text{ion}, k+1/2} \equiv N_0 v_{k+1/2} \sum_m q_{\text{ion}}^{(m)}(\varepsilon_{k+1/2})$, $l_{k+1/2}$ — это номер отрезка $[p_k, p_{k+1}]$, в котором лежит значение $p(\varepsilon_{k+1/2} + \min\{\varepsilon_{\text{ion}}^{(m)}\})$.

Объединяя выражения (25)–(32), получаем следующее уравнение для плотности потока электронов:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{j}_{k+1/2}}{\partial t} + \nabla_r \left(\frac{v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2}}{3} \right) = \\ & = \mathbf{F}_E \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{v_k n_k}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} - \frac{v_{k+1} n_{k+1}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} \right) + \frac{v_{k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1/2}} \right\} - \frac{q_e}{m_e} [\mathbf{j}_{k+1/2} \times \mathbf{B}] + \\ & + \frac{F_{\text{el}, k+1} - F_{\text{el}, k+1}^{(2)}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} \mathbf{j}_{k+1} - \frac{F_{\text{el}, k} - F_{\text{el}, k}^{(2)}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \mathbf{j}_k - \frac{F_{\text{el}, k+1/2} - F_{\text{el}, k+1/2}^{(2)}}{p_{k+1/2}} \mathbf{j}_{k+1/2} - \\ & - (v_{\text{tr}, k+1/2} + v_{\text{ion}, k+1/2} + v_{\text{ex}, k+1/2}) \mathbf{j}_{k+1/2} + \\ & + \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{\text{ex}, k_m+1/2}^{(m)} \mathbf{j}_{k_m+1/2} + \sum_{l=l_k+1/2}^K s_{l+1/2, k+1/2} \mu_0(\varepsilon_{l+1/2}, \varepsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} \mathbf{j}_{l+1/2}. \end{aligned} \quad (33)$$

При решении уравнений (33) величины \mathbf{j}_{k+1} и \mathbf{j}_k вычисляются согласно следующей процедуре:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_k &= \frac{4\pi}{3} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 \mathbf{f}_1(p) dp \approx \frac{(p_{k+1/2} - p_{k-1/2})}{2} \left(\frac{4\pi}{3} p_{k-1/2}^2 \mathbf{f}_{1, k-1/2} + \frac{4\pi}{3} p_{k+1/2}^2 \mathbf{f}_{1, k+1/2} \right) = \\ &= \frac{(p_{k+1/2} - p_{k-1/2})}{2} \left(\frac{\mathbf{j}_{k-1/2}}{p_k - p_{k-1}} + \frac{\mathbf{j}_{k+1/2}}{p_{k+1} - p_k} \right). \end{aligned} \quad (34)$$

5. СИСТЕМА МНОГОГРУППОВЫХ УРАВНЕНИЙ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

Выпишем теперь полную систему многогрупповых уравнений для двух первых моментов ФРЭ в области низких энергий: баланса концентрации и плотности потока электронов

$$\begin{aligned} & \frac{\partial n_k}{\partial t} + \nabla_r \cdot \mathbf{j}_k = \left(\frac{(\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{j}_{k-1/2}) / v_{k-1/2} - F_{\text{el}, k-1/2} n_{k-1/2}}{p_k - p_{k-1}} - \frac{(\mathbf{F}_E \cdot \mathbf{j}_{k+1/2}) / v_{k+1/2} - F_{\text{el}, k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1} - p_k} \right) - \\ & - (v_{\text{ion}, k} + v_{\text{ex}, k}) n_k + \sum_m v_{\text{ex}, k_m}^{(m)} n_{k_m} + \sum_{l=l_k}^K s_{lk} v_l n_l, \\ & \frac{\partial \mathbf{j}_{k+1/2}}{\partial t} + \nabla_r \left(\frac{v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2}}{3} \right) = \\ & = \mathbf{F}_E \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{v_k n_k}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} - \frac{v_{k+1} n_{k+1}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} \right) + \frac{v_{k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1/2}} \right\} - \frac{q_e}{m_e} [\mathbf{j}_{k+1/2} \times \mathbf{B}] + \\ & + \frac{F_{\text{el}, k+1} - F_{\text{el}, k+1}^{(2)}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} \mathbf{j}_{k+1} - \frac{F_{\text{el}, k} - F_{\text{el}, k}^{(2)}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \mathbf{j}_k - \frac{F_{\text{el}, k+1/2} - F_{\text{el}, k+1/2}^{(2)}}{p_{k+1/2}} \mathbf{j}_{k+1/2} - \\ & - (v_{\text{tr}, k+1/2} + v_{\text{ion}, k+1/2} + v_{\text{ex}, k+1/2}) \mathbf{j}_{k+1/2} + \\ & + \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{\text{ex}, k_m+1/2}^{(m)} \mathbf{j}_{k_m+1/2} + \sum_{l=l_k+1/2}^K s_{l+1/2, k+1/2} \mu_0(\varepsilon_{l+1/2}, \varepsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} \mathbf{j}_{l+1/2}. \end{aligned} \quad (35)$$

К данной системе нужно добавить уравнения (24) и (34).

Отметим, что величины F_{el} , $F_{el}^{(2)}$, которые определяют потери энергии электронами в упругих столкновениях, крайне малы (для гелия максимальные значения величин $F_{el}/q_e \approx 0.04$ кэВ/см, $F_{el}^{(2)}/q_e \approx 0.05$ кэВ/см), поэтому в практических расчетах членами, включающими данные величины, можно пренебречь, хотя в расчетах, выполненных ниже, мы этого делать не будем.

Далее мы будем решать задачу, обладающую осевой симметрией, это значит, что пространственное распределение электронов будет зависеть только от координат z и r в цилиндрической системе координат. Выпишем здесь уравнения (35) в цилиндрической системе координат в отсутствие магнитного поля

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{\partial j_{k,z}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r j_{k,r})}{\partial r} = q_e E_z \left(\frac{(j_{k+1/2,z} / v_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} - \frac{(j_{k-1/2,z} / v_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} \right) + \\
 & + q_e E_r \left(\frac{(j_{k+1/2,r} / v_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} - \frac{(j_{k-1/2,r} / v_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} \right) + \left(\frac{F_{el,k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1} - p_k} - \frac{F_{el,k-1/2} n_{k-1/2}}{p_k - p_{k-1}} \right) - \\
 & - (v_{ion,k} + v_{ex,k}) n_k + \sum_m v_{ex,k_m}^{(m)} n_{k_m} + \sum_{l=l_k}^K s_{lk} v_l n_l, \\
 & \frac{\partial j_{k+1/2,z}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2}}{3} \right) = q_e E_z \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{v_{k+1} n_{k+1}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} - \frac{v_k n_k}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \right) - \frac{v_{k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1/2}} \right\} + \\
 & + \frac{F_{el,k+1} - F_{el,k+1}^{(2)}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} j_{k+1,z} - \frac{F_{el,k} - F_{el,k}^{(2)}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} j_{k,z} - \frac{F_{el,k+1/2} - F_{el,k+1/2}^{(2)}}{p_{k+1/2}} j_{k+1/2,z} - \\
 & - (v_{tr,k+1/2} + v_{ion,k+1/2} + v_{ex,k+1/2}) j_{k+1/2,z} + \\
 & + \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{ex,k_m+1/2}^{(m)} j_{k_m+1/2,z} + \sum_{l=l_k+1/2}^K s_{l+1/2,k+1/2} \mu_0(\epsilon_{l+1/2}, \epsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} j_{l+1/2,z}, \\
 & \frac{\partial j_{k+1/2,r}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2}}{3} \right) = q_e E_r \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{v_{k+1} n_{k+1}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} - \frac{v_k n_k}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \right) - \frac{v_{k+1/2} n_{k+1/2}}{p_{k+1/2}} \right\} + \\
 & + \frac{F_{el,k+1} - F_{el,k+1}^{(2)}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} j_{k+1,r} - \frac{F_{el,k} - F_{el,k}^{(2)}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} j_{k,r} - \frac{F_{el,k+1/2} - F_{el,k+1/2}^{(2)}}{p_{k+1/2}} j_{k+1/2,r} - \\
 & - (v_{tr,k+1/2} + v_{ion,k+1/2} + v_{ex,k+1/2}) j_{k+1/2,r} + \\
 & + \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{ex,k_m+1/2}^{(m)} j_{k_m+1/2,r} + \sum_{l=l_k+1/2}^K s_{l+1/2,k+1/2} \mu_0(\epsilon_{l+1/2}, \epsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} j_{l+1/2,r}.
 \end{aligned} \tag{36}$$

Численная схема решения системы уравнений (36) приведена в Приложении.

6. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЛАВИНЫ ЭЛЕКТРОНОВ В ГЕЛИИ В СЛАБОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ. СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ РАСЧЕТОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Для того чтобы продемонстрировать точность, полученной системы многогрупповых уравнений, был выполнен расчет развития лавины электронов в гелии (концентрация атомов $N_0 = 2.69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$) в однородных и неоднородных электрических полях в отсутствие магнитного поля. Величины $\sigma_{tr}^{(1)}(p)$,

$\sigma_{tr}^{(2)}(p)$ были рассчитаны на основе дифференциальных сечений упругого рассеяния, для которых использованы те же зависимости, что и в работе [17]. Полные сечения возбуждения электронных уровней, а также дифференциальное и полное сечения ионизации, также взяты из [17]. Система уравнений (36) решалась численно в диапазоне энергий от 0.01 эВ до 200 эВ. Данный энергетический диапазон был разбит на $N_\epsilon = 100$ групп, таким образом, что все интервалы $\Delta p_{k+1/2,k-1/2}$ равны.

Расчеты выполнялись в следующей постановке. Вектор напряженности электрического поля направлен против оси OZ , таким образом $E_r = 0$. Ввиду очевидной симметрии ФРЭ относительно вектора напряженности электрического поля, кинетика электронов будет описываться системой уравнений (36). Полагалось, что в начальный момент времени в точке $(z = 0, r = 0)$ задано максвелловское распределение электронов по энергиям f_M со средней энергией 10 эВ:

$$j_{1/2}(z, r, t) = j_{K+1/2}(z, r, t) = 0, \quad (37)$$

Задавались также следующие граничные условия

$$j_{1/2}(z, r, t) = j_{K+1/2}(z, r, t) = 0, \quad (38)$$

т. е. полагалось, что электроны не покидают рассматриваемую область энергий.

Постановка задачи МК-расчетов была максимально приближена к описанной выше: задавался точечный источник электронов в точке $(z = 0, r = 0)$, начальное распределение электронов по энергиям

также максвелловское со средней энергией 10 эВ, угловое распределение электронов полагалось изотропным, т. е. средний косинус угла между вектором скорости электрона и осью OZ равен нулю, что согласуется со вторым условием (37). МК-расчеты были выполнены по программе, описанной в [17].

На рисунке 1 представлены нормированные на единицу энергетические распределения электронов в однородном поле, рассчитанные по многогрупповой модели (МГМ), и методом МК. Распределения показаны в моменты времени t_{run} , когда число электронов в МК-расчетах увеличивалось в $\exp(8)$ раз. За это время распределение электронов по энергиям достигало равновесного состояния (см. [18]). Расчеты были выполнены для четырех значений приведенной напряженности поля $E/N = 50, 70, 100$ и 125 Тд. В гелии в полях с напряженностью, большей 125 Тд, анизотропия электронов становится заметной и двучленное приближение перестает работать [18]. Также на рис. 1 показаны значения средней энергии ансамбля электронов.

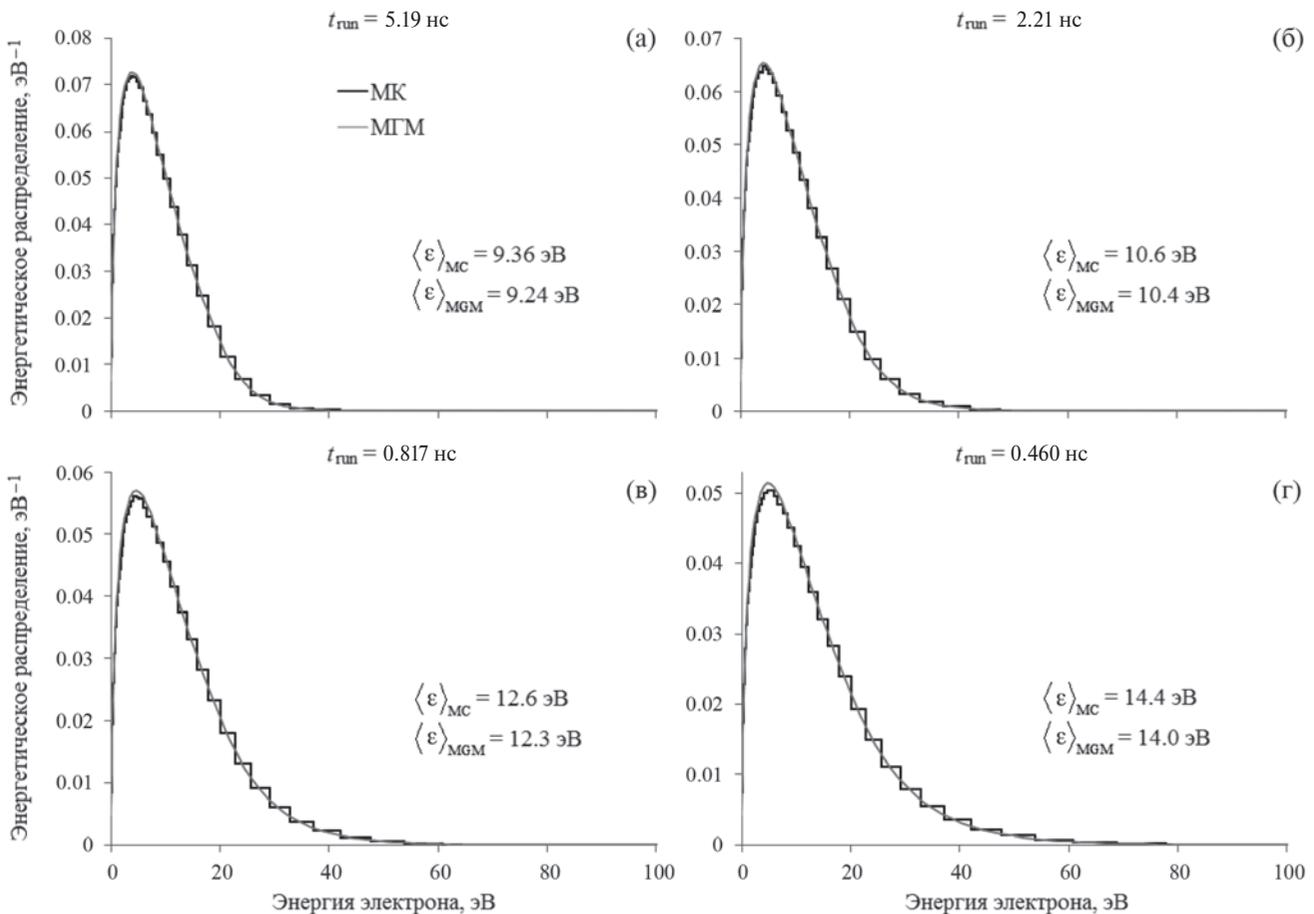


Рис. 1. Энергетическое распределение электронов. Однородное электрическое поле: $E/N = 50$ Тд (а), $E/N = 70$ Тд (б), $E/N = 100$ Тд (в), $E/N = 125$ Тд (г). МК расчет и решение по МГМ.

Как можно видеть, как формы энергетических распределений, так и значения средней энергии, полученные разными методами, близки между собой.

На рисунке 2 представлены зависимости от энергии среднего косинуса угла между вектором скорости электрона и направлением действия электрической силы (осью OZ). Данные зависимости позволяют определить верхнюю границу энергетического диапазона, в котором справедлива предложенная многогрупповая модель. Как можно видеть на рисунке 2 расчеты по многогрупповой модели хорошо согласуются с результатами МК-расчетов вплоть до значения энергии равного примерно 60 эВ, таким образом, для гелия это значение можно считать пределом, выше которого многогрупповая модель перестает действовать.

На рис. 3 показаны нормированные на единицу пространственные распределения электронов вдоль осей OZ и OR в те же самые моменты времени, что и на рис. 1. Видно, что наблюдается хорошее согласие между собой пространственных распределений.

На рисунке 3 также приведены значения коэффициента ионизации k_{ion} в единицах $\text{м}^3/\text{с}$. Относительная разница значений коэффициента k_{ion} , рассчитанных методом МК и по многогрупповой модели, не превышает 6.5%.

Представляет интерес оценить возможности многогрупповой модели при расчете транспорта электронов в сильно неоднородном электрическом поле, когда локальное равновесие ФРЭ с полем может не достигаться. С этой целью мы выполнили моделирование развития лавины электронов в электрическом поле с экспоненциально убывающим профилем

$$E_z(z, r) = \begin{cases} -E_{\text{max}} \exp(-z/l_z), & z \geq 0, \\ -E_{\text{max}}, & z < 0. \end{cases} \quad (39)$$

Расчеты выполнены для значений $E_{\text{max}}/N = 400$ Тд и $l_z = 10$ мкм. Как известно, ФРЭ по энергиям достигает локального равновесия с полем [19], если длина релаксации энергии Λ_ϵ много меньше характерного масштаба изменения поля $\lambda_E = \left(\frac{1}{E} \frac{dE}{dz} \right)^{-1}$,

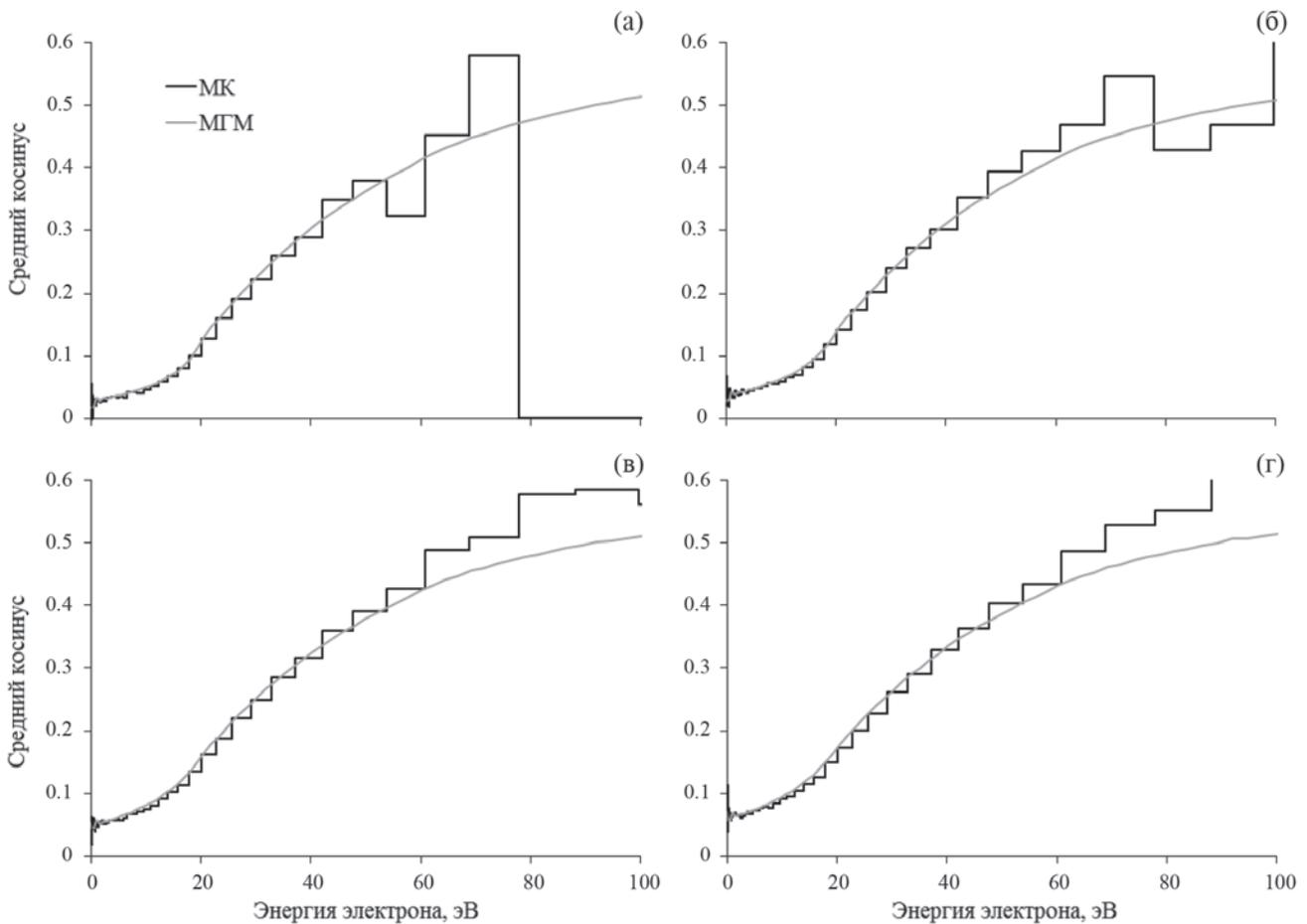


Рис. 2. Зависимость от энергии среднего косинуса угла между вектором скорости электрона и направлением действия электрической силы. Однородное электрическое поле: $E/N = 50$ Тд (а), $E/N = 70$ Тд (б), $E/N = 100$ Тд (в), $E/N = 125$ Тд (г). МК расчет и решение по МГМ.

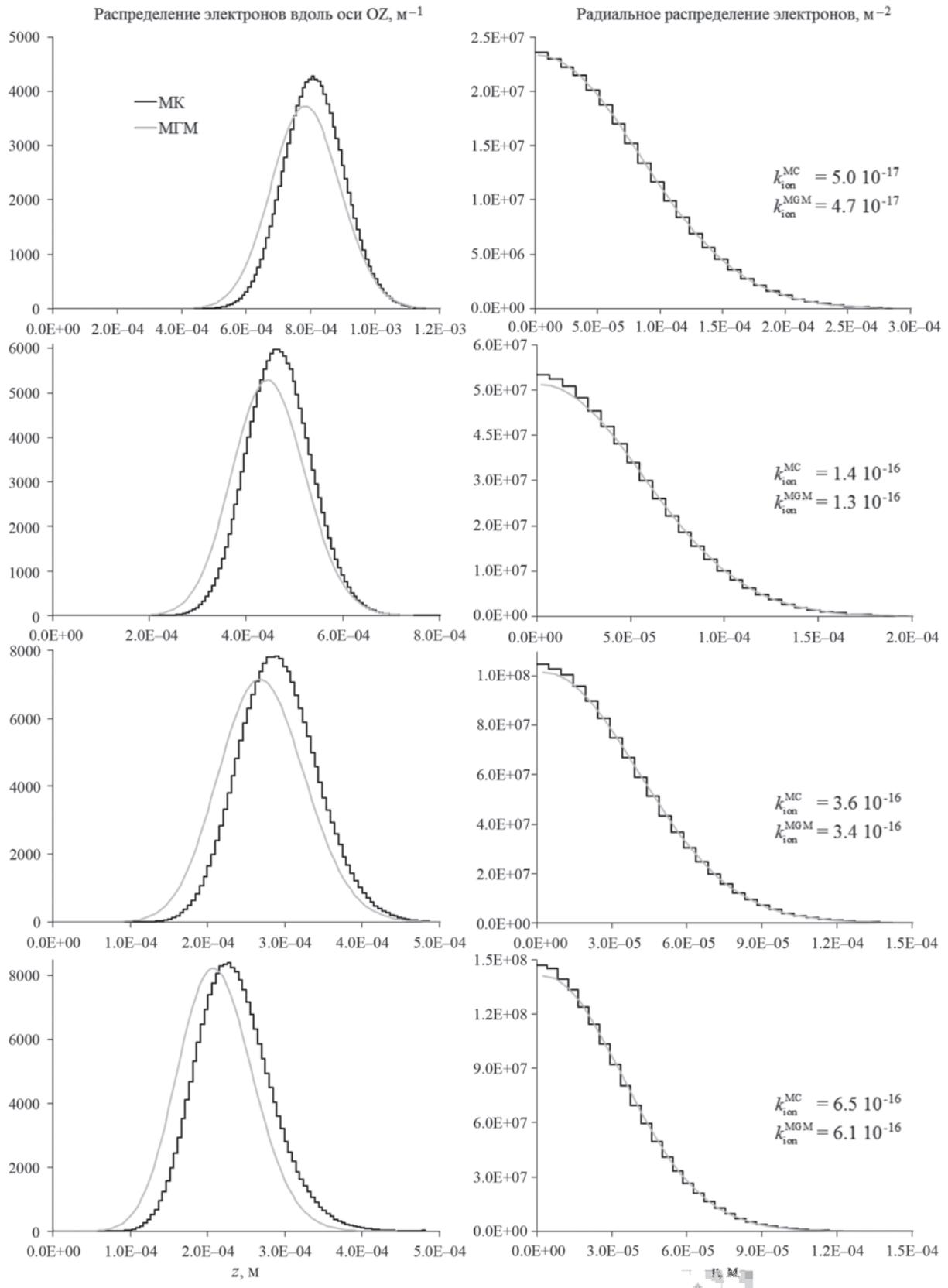


Рис. 3. Пространственные распределения электронов. Однородное электрическое поле. Сверху вниз: $E/N = 50$ Тд, $E/N = 70$ Тд, $E/N = 100$ Тд, $E/N = 125$ Тд. МК расчет и решение по МГМ.

для экспоненциального профиля $\lambda_E = l_z$. Значение величины Λ_c при заданной вышке концентрации атомов гелия оценивается снизу значением 30 мкм для энергий электрона меньших 10 эВ, таким образом $\Lambda_c > \lambda_E$.

На рис. 4 приведены нормированные на единицу энергетическое и пространственные распределения электронов, а также зависимость от энергии среднего косинуса в неоднородном электрическом поле в момент времени $t_{run} = 0.024$ нс, когда число электронов в МК-расчете увеличилось в e раз. Видно, что пространственные и энергетические распределения в этом случае также согласуются между собой. Рассчитанное значение коэффициента усиления (отношение $N_e(t_{run})/N_e(t=0)$) равно 3.14 из результатов расчетов по МГМ-модели и 2.72 из МК-расчета. Для того чтобы проиллюстрировать неприменимость классического диффузионно-дрейфового приближения для расчета транспорта электронов в данной ситуации, на рис. 4 также показано решение диффузионно-дрейфового уравнения (ДДУ). Зависимости от приведенной напряженности поля транспортных

и кинетических коэффициентов, входящих в ДДУ, были рассчитаны по программе BOLSIG+ [1] с использованием того же набора сечений, что и в нашей МГМ. Как можно видеть на рис. 4, решение ДДУ значительно хуже описывает пространственные распределения электронов, кроме того, значение коэффициента усиления 5.93, вычисленное из решения ДДУ, заметно превышает полученное в МК-расчете.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана многогрупповая модель расчета транспорта электронов низких энергий (в диапазоне от нуля до нескольких десятков электрон-вольт) в слабом электрическом поле, когда анизотропия углового распределения электронов мала. Для демонстрации точности полученной системы многогрупповых уравнений выполнено численное моделирование развития лавины электронов в гелии в однородных и неоднородных электрических полях. Рассчитанные пространственные и энергетические распределения электронов хорошо согласуются с результатами расчетов методом МК. Представленная

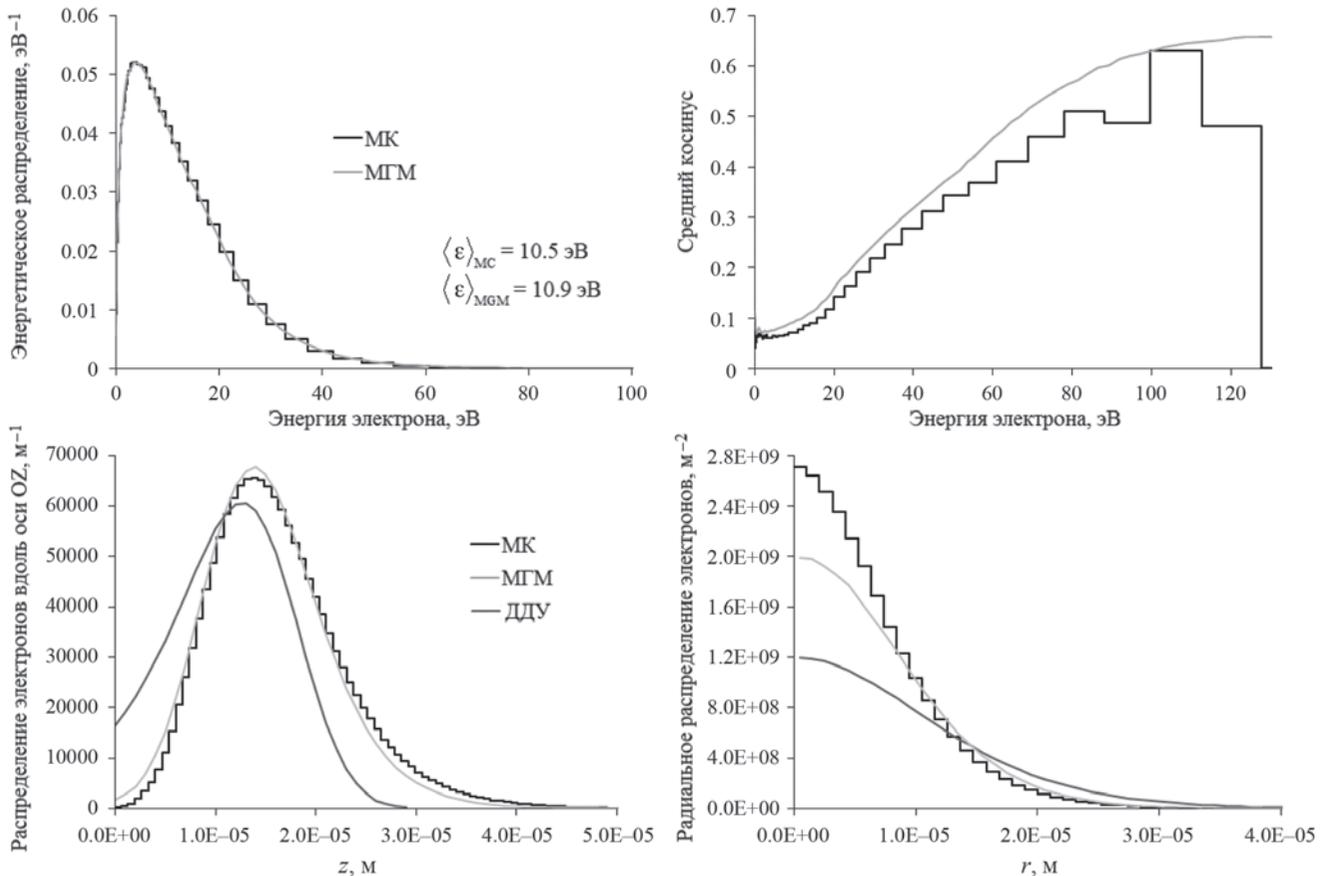


Рис. 4. Результаты расчетов для случая неоднородного электрического поля. МК расчет и решение по МГМ. Снизу также показано решение ДДУ.

многогрупповая модель может быть использована для численного моделирования газовых разрядов в различных газах. В частности, данная модель может быть использована при построении гибридных моделей расчета транспорта и кинетики электронов в

широком энергетическом диапазоне (от 0 до десятков кэВ), например электроны с энергией меньше нескольких десятков электронов-вольт описываются по представленной многогрупповой модели, а большей энергией методом Монте-Карло.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Численная схема, аппроксимирующая систему уравнений (36), выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
& \frac{(n_k)_{ij}^{n+1} - (n_k)_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{\partial(j_{k,z})^n}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r(j_{k,r})^n)}{\partial r} = \\
& = \frac{q_e}{2} \left(\frac{E_z(j_{k+1/2,z})_{ij}^{n+1} + E_r(j_{k+1/2,r})_{ij}^{n+1}}{v_{k+1/2}(p_{k+1} - p_k)} - \frac{E_z(j_{k-1/2,z})_{ij}^{n+1} + E_r(j_{k-1/2,r})_{ij}^{n+1}}{v_{k-1/2}(p_k - p_{k-1})} \right) + \\
& + \frac{q_e}{2} \left(\frac{E_z(j_{k+1/2,z})_{ij}^n + E_r(j_{k+1/2,r})_{ij}^n}{v_{k+1/2}(p_{k+1} - p_k)} - \frac{E_z(j_{k-1/2,z})_{ij}^n + E_r(j_{k-1/2,r})_{ij}^n}{v_{k-1/2}(p_k - p_{k-1})} \right) + \\
& + \left(\frac{F_{el,k+1/2}(n_{k+1/2})_{ij}^n}{p_{k+1} - p_k} - \frac{F_{el,k-1/2}(n_{k-1/2})_{ij}^n}{p_k - p_{k-1}} \right) - (v_{ion,k} + v_{ex,k})(n_k)_{ij}^n + \sum_{l=l_k}^K S_{lk} v_l (n_l)_{ij}^n + \sum_m v_{ex,k_m}^{(m)} (n_{k_m})_{ij}^n, \\
& \frac{(j_{k+1/2,z})_{ij}^{n+1} - (j_{k+1/2,z})_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{k+1/2}^2 (n_{k+1/2})^n}{3} \right) = \\
& = \frac{q_e E_z}{2} \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{v_{k+1}(n_{k+1})_{ij}^{n+1}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} - \frac{v_k(n_k)_{ij}^{n+1}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \right) - \frac{v_{k+1/2}(n_{k+1/2})_{ij}^{n+1}}{p_{k+1/2}} \right\} + \\
& + \frac{q_e E_z}{2} \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{v_{k+1}(n_{k+1})_{ij}^n}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} - \frac{v_k(n_k)_{ij}^n}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \right) - \frac{v_{k+1/2}(n_{k+1/2})_{ij}^n}{p_{k+1/2}} \right\} + \\
& + \frac{F_{el,k+1} - F_{el,k+1}^{(2)}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} (j_{k+1,z})_{ij}^n - \frac{F_{el,k} - F_{el,k}^{(2)}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} (j_{k,z})_{ij}^n - \frac{F_{el,k+1/2} - F_{el,k+1/2}^{(2)}}{p_{k+1/2}} (j_{k+1/2,z})_{ij}^n - \\
& - (v_{tr,k+1/2} + v_{ion,k+1/2} + v_{ex,k+1/2})(j_{k+1/2,z})_{ij}^n + \\
& + \sum_{l=l_k+1/2}^K S_{l+1/2,k+1/2} \mu_0(\epsilon_{l+1/2}, \epsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} (j_{l+1/2,z})_{ij}^n + \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{ex,k_m+1/2}^{(m)} (j_{k_m+1/2,z})_{ij}^n, \\
& \frac{(j_{k+1/2,r})_{ij}^{n+1} - (j_{k+1/2,r})_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{k+1/2}^2 (n_{k+1/2})^n}{3} \right) = \\
& = \frac{q_e E_r}{2} \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{v_{k+1}(n_{k+1})_{ij}^{n+1}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} - \frac{v_k(n_k)_{ij}^{n+1}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \right) - \frac{v_{k+1/2}(n_{k+1/2})_{ij}^{n+1}}{p_{k+1/2}} \right\} + \\
& + \frac{q_e E_r}{2} \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{v_{k+1}(n_{k+1})_{ij}^n}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} - \frac{v_k(n_k)_{ij}^n}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \right) - \frac{v_{k+1/2}(n_{k+1/2})_{ij}^n}{p_{k+1/2}} \right\} + \\
& + \frac{F_{el,k+1} - F_{el,k+1}^{(2)}}{p_{k+3/2} - p_{k+1/2}} (j_{k+1,r})_{ij}^n - \frac{F_{el,k} - F_{el,k}^{(2)}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} (j_{k,r})_{ij}^n - \frac{F_{el,k+1/2} - F_{el,k+1/2}^{(2)}}{p_{k+1/2}} (j_{k+1/2,r})_{ij}^n - \\
& - (v_{tr,k+1/2} + v_{ion,k+1/2} + v_{ex,k+1/2})(j_{k+1/2,r})_{ij}^n + \\
& + \sum_{l=l_k+1/2}^K S_{l+1/2,k+1/2} \mu_0(\epsilon_{l+1/2}, \epsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} (j_{l+1/2,r})_{ij}^n + \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{ex,k_m+1/2}^{(m)} (j_{k_m+1/2,r})_{ij}^n.
\end{aligned} \tag{40}$$

Здесь верхний индекс n относится к временному слою, а нижние индексы i и j показывают, что соответствующие значения величин определяются в центре пространственной ячейки $[z_{i-1/2}, z_{i+1/2}] \times [r_{j-1/2}, r_{j+1/2}]$. Систему уравнений (40) можно свести к системе уравнений для величин $(n_{k+1})_{ij}^{n+1}$, $(n_k)_{ij}^{n+1}$, $(n_{k-1})_{ij}^{n+1}$ с трехдиагональной матрицей, которая легко решается методом прогонки

$$c_k (n_{k+1})_{ij}^{n+1} - b_k (n_k)_{ij}^{n+1} + a_k (n_{k-1})_{ij}^{n+1} = d_k. \quad (41)$$

Здесь

$$a_k = E^2 \beta_k, \quad b_k = 1 + E^2 (\alpha_k + \beta_{k+1}), \quad c_k = E^2 \alpha_{k+1},$$

$$d_k = A_{b,k}^1 (E_z F_{k-1/2,z} + E_r F_{k-1/2,r}) - A_{b,k+1}^1 (E_z F_{k+1/2,z} + E_r F_{k+1/2,r}) - G_k;$$

$$E^2 = E_z^2 + E_r^2, \quad \alpha_k = A_{b,k}^1 f_k^1, \quad \beta_k = A_{b,k}^1 f_k^2;$$

$$G_k = A_{b,k+1}^1 (E_z (j_{k+1/2,z})_{ij}^n + E_r (j_{k+1/2,r})_{ij}^n) - A_{b,k}^1 (E_z (j_{k-1/2,z})_{ij}^n + E_r (j_{k-1/2,r})_{ij}^n) +$$

$$+ (A_{b,k+1}^2 (N_{c,k+1}^1 (n_k)_{ij}^n + N_{c,k+1}^2 (n_{k+1})_{ij}^n) - A_{b,k}^2 (N_{c,k}^1 (n_{k-1})_{ij}^n + N_{c,k}^2 (n_k)_{ij}^n)) +$$

$$+ (1 - \Delta t (v_{\text{ion},k} + v_{\text{ex},k})) (n_k)_{ij}^n + \Delta t \sum_{l=l_k}^K s_{lk} v_l (n_l)_{ij}^n + \Delta t \sum_m v_{\text{ex},k_m}^{(m)} (n_{k_m})_{ij}^n -$$

$$- \Delta t \left\{ \frac{\partial (j_{k,z})^n}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r(j_{k,r})^n)}{\partial r} \right\},$$

$$F_{k+1/2,z} = E_z \{ f_{k+1}^1 (n_{k+1})_{ij}^n - f_{k+1}^2 (n_k)_{ij}^n \} +$$

$$+ f_{k+1}^3 (j_{k+1/2,z})_{ij}^n + f_{k+1}^4 (j_{k+3/2,z})_{ij}^n - f_k^3 (j_{k-1/2,z})_{ij}^n - f_k^4 (j_{k+1/2,z})_{ij}^n + f_{k+1}^5 (j_{k+1/2,z})_{ij}^n +$$

$$+ \Delta t \sum_{l=l_k+1/2}^K s_{l+1/2,k+1/2} \mu_0 (\epsilon_{l+1/2}, \epsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} (j_{l+1/2,z})_{ij}^n + \Delta t \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{\text{ex},k_m+1/2}^{(m)} (j_{k_m+1/2,z})_{ij}^n -$$

$$- \Delta t \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{k+1/2}^2 (n_{k+1/2})^n}{3} \right) \right\},$$

$$F_{k+1/2,r} = E_r \{ f_{k+1}^1 (n_{k+1})_{ij}^n - f_{k+1}^2 (n_k)_{ij}^n \} +$$

$$+ f_{k+1}^3 (j_{k+1/2,r})_{ij}^n + f_{k+1}^4 (j_{k+3/2,r})_{ij}^n - f_k^3 (j_{k-1/2,r})_{ij}^n - f_k^4 (j_{k+1/2,r})_{ij}^n + f_{k+1}^5 (j_{k+1/2,r})_{ij}^n +$$

$$+ \Delta t \sum_{l=l_k+1/2}^K s_{l+1/2,k+1/2} \mu_0 (\epsilon_{l+1/2}, \epsilon_{k+1/2}) v_{k+1/2} (j_{l+1/2,r})_{ij}^n + \Delta t \sum_m (v_{k+1/2} / v_{k_m+1/2}) v_{\text{ex},k_m+1/2}^{(m)} (j_{k_m+1/2,r})_{ij}^n -$$

$$- \Delta t \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{k+1/2}^2 (n_{k+1/2})^n}{3} \right) \right\};$$

$$f_{k+1}^1 = A_{c,k+1}^1 - A_{b,k+1}^4 N_{c,k+1}^2, \quad f_{k+1}^2 = A_{c,k}^1 + A_{b,k+1}^4 N_{c,k+1}^1, \quad f_{k+1}^3 = A_{c,k+1}^2 N_{b,k+1}^1, \quad f_{k+1}^4 = A_{c,k+1}^2 N_{b,k+1}^2,$$

$$f_{k+1}^5 = 1 - A_{b,k+1}^3 - \Delta t (v_{\text{ion},k+1/2} + v_{\text{ex},k+1/2});$$

$$\begin{aligned}
A_{b,k}^1 &= \frac{\Delta t}{2} \frac{q_e}{v_{k-1/2}(p_k - p_{k-1})}, \quad A_{b,k}^2 = \Delta t \frac{F_{el,k-1/2}}{(p_k - p_{k-1})}, \quad A_{b,k}^3 = \Delta t \left(\frac{F_{el,k-1/2} - F_{el,k-1/2}^{(2)}}{p_{k-1/2}} + v_{tr,k-1/2} \right), \\
A_{b,k}^4 &= q_e \frac{\Delta t}{2} \frac{v_{k-1/2}}{p_{k-1/2}}, \quad A_{c,k}^1 = q_e \frac{\Delta t}{6} \frac{v_k}{(p_{k+1/2} - p_{k-1/2})}, \quad A_{c,k}^2 = \frac{F_{el,k} - F_{el,k}^{(2)}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}} \Delta t \\
N_{c,k}^1 &= \frac{1}{2} \frac{p_k - p_{k-1}}{p_{k-1/2} - p_{k-3/2}}, \quad N_{c,k}^2 = \frac{1}{2} \frac{p_k - p_{k-1}}{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}}, \quad N_{b,k}^1 = \frac{1}{2} \frac{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}}{p_k - p_{k-1}}, \quad N_{b,k}^2 = \frac{1}{2} \frac{p_{k+1/2} - p_{k-1/2}}{p_{k+1} - p_k}.
\end{aligned}$$

и члены, описывающие пространственные потоки, аппроксимируются следующим образом:

$$\frac{\partial (j_{k,z})^n}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r(j_{k,r})^n)}{\partial r} = \frac{(j_{k,z})_{i+1/2,j}^n - (j_{k,z})_{i-1/2,j}^n}{z_{i+1/2} - z_{i-1/2}} + \frac{r_{j+1/2} (j_{k,r})_{i,j+1/2}^n - r_{j-1/2} (j_{k,r})_{i,j-1/2}^n}{r_j (r_{j+1/2} - r_{j-1/2})},$$

$$(j_{k,z})_{i+1/2,j}^n = \begin{cases} (u_{k,z})_{i+1/2,j} (n_k)_{ij}^n, & (u_{k,z})_{i+1/2,j} \geq 0, \\ (u_{k,z})_{i+1/2,j} (n_k)_{i+1,j}^n, & (u_{k,z})_{i+1/2,j} < 0, \end{cases}$$

$$(j_{k,r})_{i,j+1/2}^n = \begin{cases} (u_{k,r})_{i,j+1/2} (n_k)_{ij}^n, & (u_{k,r})_{i,j+1/2} \geq 0, \\ (u_{k,r})_{i,j+1/2} (n_k)_{i,j+1}^n, & (u_{k,r})_{i,j+1/2} < 0, \end{cases}$$

$$(u_{k,z})_{i+1/2,j} = (u_{k,z})_{ij} + ((u_{k,z})_{i+1,j} - (u_{k,z})_{ij}) (z_{i+1/2} - z_i) / (z_{i+1} - z_i), \quad (u_{k,z})_{ij} = (j_{k,z})_{ij} / (n_k)_{ij},$$

$$(u_{k,r})_{i,j+1/2} = (u_{k,r})_{ij} + ((u_{k,r})_{i,j+1} - (u_{k,r})_{ij}) (r_{j+1/2} - r_j) / (r_{j+1} - r_j), \quad (u_{k,r})_{ij} = (j_{k,r})_{ij} / (n_k)_{ij},$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_{k+1/2}^2 (n_{k+1/2})^n}{3} \right) = \frac{v_{k+1/2}^2}{3} \frac{(n_{k+1/2})_{i+1,j}^n - (n_{k+1/2})_{ij}^n}{z_{i+1/2} - z_{i-1/2}},$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_{k+1/2}^2 (n_{k+1/2})^n}{3} \right) = \frac{v_{k+1/2}^2}{3} \frac{(n_{k+1/2})_{i,j+1}^n - (n_{k+1/2})_{ij}^n}{r_{j+1/2} - r_{j-1/2}},$$

$$(n_{k+1/2})_{ij}^n = N_{c,k+1}^1 (n_k)_{ij}^n + N_{c,k+1}^2 (n_{k+1})_{ij}^n.$$

Граничные условия для системы (41)

$$j_{1/2,z} = j_{1/2,r} = 0 \Rightarrow A_{b,1}^1 = A_{b,1}^2 = 0 \Rightarrow \alpha_1 = \beta_1 = 0;$$

$$j_{K+1/2,z} = j_{K+1/2,r} = 0 \Rightarrow A_{b,K+1}^1 = A_{b,K+1}^2 = 0 \Rightarrow \alpha_{K+1} = \beta_{K+1} = 0. \quad (42)$$

Отметим, что в расчетах, выполненных в данной работе, использовалась равномерная пространственная сетка: $\Delta z = \Delta r = 5 \cdot 10^{-6}$ м и шаг по времени $\Delta t = 10^{-13}$ с для всех расчетов в однородном поле; $\Delta z = \Delta r = 10^{-6}$ м, $\Delta t = 2 \cdot 10^{-14}$ с для расчета в неоднородном поле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hagelaar G.J.M., Pitchford L.C. // Plasma Source Sci. Technol. 2005. V. 14. P. 722.
2. Sommerer T.J., Hitchon W.N.G., Lawler J.E. // Phys. Rev. A. 1989. V. 39. P. 6356.
3. Boeuf J.-P., Pitchford L.C. // IEEE Transac. Plasma Sci. 1991. V. 19. P. 286.
4. Hitchon W.N.G., Parker G.J., Lawler J.E. // IEEE Transac. Plasma Sci. 1993. V. 21. P. 228.
5. Bogaerts A., Gijbels R., Goedheer W.J. // Anal. Chem. 1996. V. 68. P. 2296.
6. Wichaidit C., Hitchon W.N.G. // J. Computational Phys. 2005. V. 203. P. 650.
7. Donko Z., Hartmann P., Kutasi K. // Plasma Sources Sci. Technol. 2006. V. 15. P. 178.
8. Brok W.J.M., Wagenaars E., van Dijk J., van der Mullen J.J.A.M. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2007. V. 35. P. 1325.

9. *Derzsi A., Hartmann P., Korolov I., Karacsony J., Vano G., Donko Z.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2009. V. 42. P. 225204.
10. *Бочков Е.И.* // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 1151.
11. *Бочков Е.И.* // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 175.
12. *Rockwood S.D.* // Phys. Rev. A. 1973. V. 8. P. 2348.
13. *Бабич Л.П., Куцык И.М.* // ТВТ. 1995. Т. 3. С. 191.
14. *Бабич Л.П., Кудрявцева М.Л.* // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. С. 808.
15. *Holstein T.* // Phys. Rev. 1946. V. 70. P. 367.
16. *Бабич Л.П.* // ЖЭТФ. 2004. Т. 125. С. 808.
17. *Бочков Е.И., Бабич Л.П., Куцык И.М.* // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 935.
18. *Бочков Е.И., Бабич Л.П.* // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 276.
19. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.

MULTIGROUP MODEL OF CALCULATING THE LOW-ENERGY ELECTRON TRANSPORT IN WEAKLY IONIZED GASES

E. I. Bochkov^{a,*}

^a*Russian Federal Nuclear Center—All-Russian Scientific Research Institute of Experimental Physics,
Sarov, Nizhny Novgorod oblast, 607188 Russia*

^{*}*e-mail: e_i_bochkov@mail.ru*

Abstract—Proceeding from the Boltzmann kinetic equation for electrons, the system of multigroup equations for the zero and first moments of the distribution function of low-energy electrons is derived within the Lorentz approximation. The system includes the balance equations for concentration and flux density of electrons and is intended for numerical simulation of the transport and kinetics of electrons in the energy range from zero to several tens of electron volt where the angular distribution of electrons is weakly anisotropic. Results of the numerical calculations of electron transport in helium in homogeneous and inhomogeneous electric fields according to the developed multigroup model are compared with results obtained by the Monte Carlo method.

Keywords: low-energy electrons, electron transport, kinetic equation, equations of moments, multigroup model

УДК 537.5

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ АКТИВАЦИЯ ДИСТИЛЛИРОВАННОЙ ВОДЫ СТРУЕЙ СВЧ-ПЛАЗМЫ АРГОНА В АТМОСФЕРЕ ВОДЯНОГО ПАРА

© 2024 г. К. Ф. Сергейчев*, Н. А. Лукина

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

*e-mail: k-sergeichev@yandex.ru

Поступила в редакцию 29.12.2023 г.

После доработки 14.02.2024 г.

Принята к публикации 10.03.2024 г.

Предложен способ активации воды плазмой безэлектродного факельного разряда в СВЧ электромагнитном поле в аргоне в среде водяного пара при атмосферном давлении для получения в дистиллированной воде чистого раствора пероксида водорода H_2O_2 без примесей. Показано, что основным механизмом образования радикалов атомарного водорода $H\cdot$ и гидроксила $HO\cdot$ при распаде воды является фотолиз под воздействием эксимерного вакуумного ультрафиолетового излучения аргонной плазмы факела. Дополнительным источником радикалов в жидкой воде могут быть гидратированные электроны при соприкосновении плазменного факела с поверхностью воды. Плазменные технологии сегодня широко используются для получения активированной воды с содержанием перекиси водорода, для решения задач экологии, повышения урожайности в сельском хозяйстве и для применения в медицине.

Ключевые слова: СВЧ-разряд, аргон, плазма, факел, дистиллированная вода, водяной пар, эксимер, активные формы кислорода, пероксид водорода

DOI: 10.31857/S0367292124050109, EDN: PVZQSM

1. ВВЕДЕНИЕ

Физико-химические эксперименты с водой имеют глубокую историю, связанную с именами ученых XVIII в. Д. Пристли, А. Лавуазье и Г. Кавендиша, которые заложили основы химической науки и создали первые представления о газах, как о химических элементах и их соединениях [1]. Пристли принадлежит открытие кислорода, окиси и закиси азота, а также других газовых соединений. Он заложил новое направление исследований в биологии, приведшее впоследствии к открытию фотосинтеза, — им был обнаружен симбиоз мышей и растений в замкнутой экосистеме под стеклянным колпаком, где растения поглощали выдыхаемый мышами «испорченный воздух» (углекислый газ), а на свету эти растения выделяли в окружающее пространство кислород, необходимый для жизни животных. Лавуазье предложил стройную теорию окисления и горения, которая окончательно разрушила теорию флогистона. Кавендиш, используя точные для своего времени аналитические методы, выделил «горючий газ» — водород в чистом виде и определил его плотность, а также положил начало химии атмосферной плазмы, применив метод электрических искровых разрядов в смеси водорода и воздуха, с помощью которых получил воду и окислы азота. Им же впер-

вые были определен химический состав воды и атмосферного воздуха, за исключением 1%-ного (по объему) остатка воздуха, который не участвовал в химических реакциях. Этот остаток был идентифицирован как инертный газ — аргон лишь в конце XIX в. Д.У. Стреттом (Рэлеем) и У. Рамзаем.

Современные исследования воздействия плазмы на воду представлены широким обзором [2], охватывающим большинство распространенных способов электрофизической активации воды, где рассматриваются как прямой электролиз жидкости, так и разные виды воздействия на жидкость плазмы электрических разрядов в газах и воде. Эти исследования приобрели экологическую направленность, когда было установлено, что облучение воды потоками плазмы в открытой атмосфере изменяет химический состав воды и ее свойства благодаря образованию в ней химически активных форм кислорода и азота (АФКА), включая перекись водорода, супероксид, гидроксильные радикалы, оксиды азота, и пероксинитрит. Обработка воды плазмой сегодня уже находит применение в биологической очистке сточных вод [3–4], в санитарии, производстве продуктов питания [5], в растениеводстве [6, 7] и в медицине [8–9]. В обзоре [2] безэлектродные электромагнитные сверхвысокочастотные (СВЧ) раз-

ряды [10, 11], способные в изолированной от атмосферы среде создавать чистую плазму, не рассматривались.

Для получения чистых продуктов плазменной активации воды (ПАВ) целесообразно использовать струйные СВЧ-плазмотроны непрерывного действия с емкостной связью, которые впервые нами были использованы в технологии плазменного синтеза алмаза при атмосферном давлении [11]. Благодаря высокой скорости истечения несущего газа (аргон, гелий) плазменная струя (факел) отделяется от сопла СВЧ-плазмотрона слоем нейтрального газа, еще не затронутого ионизацией. Нейтральный слой формирует емкость, через которую реализуется связь между соплом и плазмой факела. При этом вокруг факела формируется самосогласованное поле поверхностной СВЧ-волны [12, 13], генерирующей чистую плазму в вытекающей струе инертного газа. Так как сопло не контактирует с плазмой, оно не подвергается эрозии и не загрязняет плазму. Струя плазмы аргона с температурой сварочной дуги (ионная температура аргона: 6000–7000 К) оказывает воздействие на воду, производя химические реакции на границе раздела плазмы и воды, а также в среде окружающего пара. При этом активация воды идет не только на контакте плазмы с водой и паром, но и под влиянием эксимерного излучения плазмы аргона. Таким способом можно обрабатывать как электропроводящие водные электролиты, так и не проводящую электрический ток дистиллированную воду.

Представленная работа направлена на изучение воздействия на воду струи СВЧ-плазмы аргона атмосферного давления для получения чистых растворов только с активными формами кислорода (АФК), включая пероксид водорода H_2O_2 биологического качества, не содержащих примесей. Работа плазмотрона проводится в контролируемой газовой среде – в камере, изолированной от окружающего воздуха в защитной атмосфере водяного пара. Для стабилизации «горения» СВЧ-факела ранее, например, в [14, 15] мы использовали азот, так как факел в собственной атмосфере аргона в закрытом сосуде в отсутствие завесы из молекулярного газа легко переходит в режим дугового СВЧ-разряда на срезе коаксиального плазмотрона, что приводит к его разрушению.

С целью исключения из продуктов плазменной активации воды (ПАВ) окислов азота, для завесы вокруг факела в качестве альтернативы азоту был применен перегретый водяной пар, и, таким образом, процесс активации воды и пара ограничивался только инертным аргоном. Использование для стабилизации СВЧ-факела газов из числа элементов

в составе воды (кислорода или водорода) оказалось в данном случае проблемным из-за их высокой химической активности. На новый способ стабилизации горения факельного СВЧ-разряда потоком водяного пара получен патент [16].

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Установка СВЧ бесконтактной плазменной активации воды (водных растворов) (рис. 1) в результате замены азотной завесы плазменного факела для стабилизации работы плазмотрона потоком водяного пара от парогенератора дала возможность проводить активацию воды плазмой аргона без участия азота. В качестве источника непрерывной генерации СВЧ-колебаний был использован «Магнетрон Вд-3ф», АгроЭкоТех [16] – мощностью 1200 Вт с частотой колебаний 2.45 ГГц. Магнетрон в блоке генератора 1 возбуждает в волноводном тракте 2 прямоугольного сечения 45×90 мм² волну типа TE_{10} . Тракт содержит стандартные элементы (не показаны): циркулятор типа ВФВВ2-42 для защиты магнетрона от отраженной мощности в отсутствие газового СВЧ-разряда и устройство согласования генератора с нагрузкой – плазменным факелом. Коаксиальный волновод плазмотрона 3 встроен в прямоугольный волновод перпендикулярно его широкой стенке, за ним в волноводе на расстоянии $\sim \lambda_{\text{в}}/4$ от оси плазмотрона ($\lambda_{\text{в}} = 16.7$ см – длина волны TE_{10}) расположен подвижный короткозамыкающий поршень для настройки электрического поля стоячей волны в волноводе 2 на максимальное значение (пучность) на центральном проводнике плазмотрона 3. Плазмотрон имеет газораспределительный узел 4 для подачи в него аргона и потока пара. Аргон из баллона сжатого газа 5 поступает во внутреннюю трубку-эжектор 6 с наружным диаметром 6 мм. Трубка заканчивается коническим соплом с отверстием 1,5 мм. Пар из парогенератора 7 поступает по горячему трубопроводу с теплоизоляцией через узел 4 в пространство между эжектором и кварцевой трубкой-изолятором 8 диаметром 22 мм. Радиопрозрачная трубка 8 отделяет внутреннее пространство плазмотрона от атмосферы в прямоугольном волноводе 2, благодаря уплотнению со стенками волновода прокладками из витона. Корпус коаксиальной части плазмотрона через скользящее уплотнение в крышке входит в герметичную камеру реактора 9 с внутренними размерами: диаметр 22 см, высота 22 см. Камера изготовлена из нержавеющей стали с двойными стенками, образующими контур водяного охлаждения камеры 10. Камера внутри наполняется дистиллированной водой 11. При зажига-

нии разряда в струе аргона формируется плазменный факел 12, окруженный паровой завесой 13. Давление аргона и пара в камере реактора поддерживали выше атмосферного, $p \geq 1$ атм. Расходы аргона варьировали в пределах 4–5 ст.л./мин. Расход пара при стартовом разогреве системы поддерживали на уровне 90 ст.л./мин, а в режиме обработки воды снижали до 11 ст.л./мин.

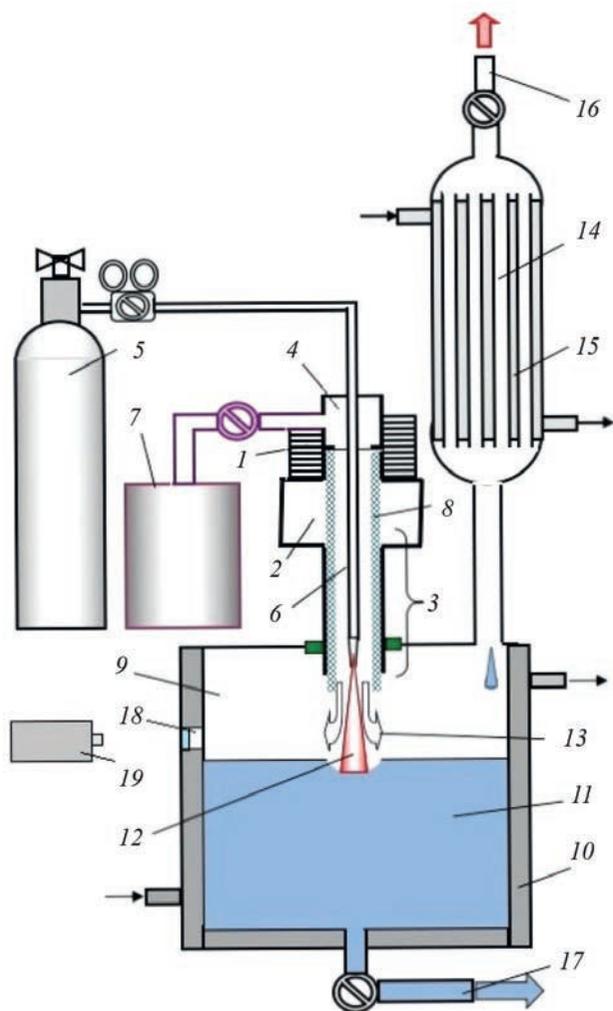


Рис. 1. Схема установки СВЧ плазменной обработки воды.

1 – магнетрон, 2 – волновод сечением 45×90 мм²; 3 – коаксиальная часть плазмотрона; 4 – газораспределительная камера; 5 – баллон со сжатым аргоном; 6 – трубка-эжектор аргона с соплом; 7 – бак генератора пара с индукционным нагревом и паропроводом; 8 – кварцевая трубка-изолятор; 9 – камера реактора; 10 – контур внешнего водяного охлаждения камеры; 11 – дистиллированная вода; 12 – плазменный факел; 13 – паровая завеса факела; 14 – полые трубки кожухотрубного холодильника; 15 – водяное охлаждение трубок; 16 – выпуск аргона в вытяжную вентиляцию; 17 – выпуск активированной воды; 18 – кварцевое смотровое окно; 19 – спектрометр.

Струя аргона на расстоянии от сопла до воды $\Delta < 3$ см выдавливает на поверхности воды ямку. При этом отработавшие аргон и часть водяного пара вытесняются из объема камеры через патрубков в кожухотрубный холодильник 14, присоединенный к крышке камеры. Полые трубки холодильника 15 охлаждаются водой, протекающей внутри кожуха. Пар из объема камеры конденсируется в трубках холодильника и конденсат стекает обратно в камеру 9. Воду после окончания активации плазмой сливали через дренажный патрубок 17. Кварцевое смотровое окно в камере 18 использовали для проведения спектральных измерений факела спектрометром 19. Бак парогенератора 7 из нержавеющей стали, наполняли дистиллированной водой и нагревали индукционной электроплитой iPlate YZ-T18 с сенсорным управлением. Стартовый разогрев воды до кипения проводили при мощности парогенератора $P = 1.5$ кВт, затем мощность нагрева переключали на рабочее значение 0.3 кВт и выдерживали около 20 минут перед зажиганием плазмотрона. Объемный расход пара при атмосферном давлении измеряли по количеству воды, конденсированной в единицу времени в холодильнике на выходе из плазмотрона без СВЧ-разряда. Расход пара дистиллированной воды 11 л/мин (при мощности нагрева 0.3 кВт) был принят оптимальным для стабилизации работы факела.

Напряженность СВЧ-поля вблизи сопла составляла около 1 кВ/см, но была недостаточной для зажигания самостоятельного разряда в паровой среде, поэтому вблизи сопла создавали искру импульсным искровым источником с пиковым напряжением около 10 кВ (устройство искрового поджига не показано).

Измерения температуры воды и парогазовой атмосферы проводили цифровым термометром Mastech MS6500 с терморезистивным датчиком К-типа (диапазон измеряемых температур от -50°C до 750°C).

2.1. Материалы: дистиллированная вода, аргон

Предварительную очистку водопроводной воды проводили через мембранный проточный фильтр, после которого электропроводность воды понижалась с 200–300 мкСм/см до 5–6 мкСм/см, затем перегоняли воду в дистилляторе с рабочим значением электропроводности на выходе не более 1 мкСм/см, т. е., вода, поступающая в реактор с паром, имеет качество двойной перегонки. Использовали аргон высокой чистоты, его состав показан в табл. 1.

Таблица 1

Газ	%
Аргон ВЧ*	> 99,998
Кислород	< 0,9992
Азот	< 0,001
Водяной пар	< 0,0003
Двуокись углерода	< 0,00002
Метан	< 0,0001
Водород	< 0,0002

*ТУ6-21-12-94

Примеси атмосферных газов к аргону: кислород, водяной пар, водород – практически не влияли на баланс химических реакций с водой и паром, а примесь двуокиси углерода минимальна. Только примесь азота в этом случае могла оказаться более существенной.

2.2. Методы измерений

Для характеристики плазмы разряда методом оптической эмиссионной спектроскопии (ОЭС) в экспериментах использовали спектральные приборы в диапазоне длин волн 200–1000 нм с различным разрешением: спектрометр FSD-8 16 невысокого разрешения (около 10 нм) служил для спектрального контроля режимов «горения» плазменного факела, спектрометры AvaSpec-2048 (УФ и синяя область) и AvaSpec-3648 (красная область спектра) с разрешением около 0.3 нм использовали для измерений спектров. Изображение плазменного факела проецировали на входной торец кварцевого световода, другой конец которого установлен перед входной щелью спектрального прибора.

Вода при обработке нагревается плазмой СВЧ-факела в рабочей зоне в центре камеры, ее охлаждение идет на стенках камеры за счет теплопередачи. Вода также нагревается с поверхности паром, заполняющим верхнюю часть камеры реактора. Для определения температурных условий образования и сохранения активных форм кислорода (АФК), в частности H_2O_2 , проводились измерения температурного поля в объеме воды и над водой в парогазовой атмосфере цифровым термометром Mastech MS6500.

Концентрацию пероксида водорода в воде, активированной плазмой, измеряли методом колориметрии цифровым тестером-фотометром Water-i.d. PoolLab 1.0 в диапазоне 0,0–2,9 мг/л с таблетками стандартного реагента PoolLab Peroxide LR. При превышении предела измерений ПАВ предварительно разводили в дистиллированной воде в опре-

деленном соотношении. Для определения ошибок измерений проводили не менее трех независимых измерений. Пробы раствора на содержание пероксида водорода брали в процессе обработки воды откачкой шприцом через стеклянную трубку с координатами точки отбора $r = 80$ мм на различных глубинах погружения в воду h . Измерения концентрации пероксида водорода в пробах проводили при температуре 25°C через час после взятия проб.

Параметры воды, обработанной плазмой: электропроводность (σ), водородный показатель (рН) и окислительно-восстановительный потенциал измеряли тестерами качества воды TDS Meter 3, высокоточным анализатором жидкостей PH-200 и ОВП-метром ORP-200.

2.3. Плазменный факел

Свободный плазменный факел в струе аргона, истекающей из сопла коаксиального эжектора, формируется под действием самосогласованного СВЧ-поля поверхностной электромагнитной волны (ПЭВ), поддерживающей плазму [12, 13]. Факел оторван от сопла благодаря высокой скорости истечения газа 30–50 м/с, которая превышает скорость движения фронта ионизации по струе аргона навстречу соплу. Факел не имеет контакта с медным соплом, которое не нагревается. В спектре излучения плазмы отсутствуют линии паров меди, что позволяет считать факельный СВЧ-разряд безэлектродным, а плазму и обрабатываемую ею воду – не имеющими примесей. Яркая сердцевина плазменной струи имеет диаметр 0.2–0.3 см, длину ≤ 3 см. Температура газа T_g , измеренная в [11] в аргон-водородной плазме факела достигала значений $(4 \div 5) \times 10^3$ К, а электронная температура $T_e \leq 1,5$ эВ. Изменяя уровень воды в камере реактора, можно изменять расстояние от факела до воды вплоть до касания им поверхности воды и погружения в воду до половины его светящейся части.

Чистые растворы ПАВ с АФК можно получать без посторонних примесей, которые присутствуют в электродуговых и иных типах разрядов из-за эрозии электродов.

3. ЭКСПЕРИМЕНТ

Непрерывная мощность СВЧ-генератора 1200 ± 50 Вт была измерена калориметрическим методом с помощью согласованной нагрузки с проточной водой. В экспериментах СВЧ-мощность не варьировалась. Характеристики плазменного факела оценивали по величине измеренного уширения водо-

родной спектральной линии H_α и на основании расчетов по уравнению Саха. В продуктах плазменной активации при стабилизации факела паром образуются короткоживущие АФК и долгоживущий пероксид водорода, который измеряли фотометром Water-i.d. PoolLab 1.0. Пар с содержанием H_2O_2 , конденсируясь в холодильнике, стекал в камеру, а аргон уходил в вентиляцию, что позволило сохранить продукты активации воды без потерь.

3.1. Эмиссионные спектры плазмы СВЧ-факела при стабилизации паром

На рис. 2а,б показаны оптические эмиссионные спектры (ОЭС), регистрируемые спектрометрами AvaSpec-2048 (а) и AvaSpec-3648 (б). При этом плазма факела стабилизировалась сопутствующим потоком насыщенного водяного пара в отсутствие контакта с атмосферой. Изображение факела попадало полностью в телесный угол принимающего торца оптоволоконного световода, соединенного со спектрометрами, поэтому измеряемые спектры являются интегральными по объему факела и все определяемые по ним параметры плазмы следует рассматривать как усредненные.

Распад водяного пара приводит к образованию радикалов гидроксила OH и атомов водорода. На спектре рис. 2а видны интенсивные полосы (в диапазоне длин волн 306–309 нм) принадлежащие электронно-колебательному спектру гидроксила OH ($X^2\Pi-A^2\Sigma+$, переход $0-0$) и линии атомов водорода серии Бальмера и атомов кислорода. Линии

аргона на участке спектра (а) 200–690 нм отсутствуют. В красной части спектра (рис. 2а) зарегистрированы интенсивная линия 696.3 нм и линия 738.4 нм, принадлежащие аргону, а линия 715.6 нм – атомному кислороду. В спектре (рис. 2б) присутствуют преимущественно линии водорода, аргона и кислорода. Широкий интенсивный континуум в видимой части спектра на рис. 2а в диапазоне от 350 до 700 нм можно считать рекомбинционным спектром плазмы с возможным наложением на него спектров флуоресценции водяного пара [17]. В красном спектре присутствуют интенсивные линии излучения аргона 750.4 и 811.5 нм. Полосы гидроксила OH сливаются с полосами 2-й положительной системы азота N_2 в диапазоне длин волн 310.5–337.1 нм. Присутствие азота в системе может быть связано с наличием небольшой примеси азота в составе ВЧ-аргона. Спектры, представленные на рис. 2, отличаются от спектров плазмы при стабилизации СВЧ-разряда потоком азота [15] заметным увеличением интенсивности полос гидроксила и интенсивности линий водорода H_α (656 нм) и H_β (486 нм).

3.2. Параметры плазмы факела

Значение электронной концентрации плазмы в факеле n_e вычислили из штарковского уширения наиболее яркой спектральной линии водорода H_α на полувысоте ее интенсивности – $\Delta\lambda_{1/2} = 11 \text{ \AA}$ (рис. 2б) по формуле [19].

$$\Delta\lambda_{1/2} = 8,16 \times 10^{-19} \lambda_0^2 \sqrt[3]{n_e^2} \left(1 - \frac{0,7}{\sqrt[3]{N_D}}\right) (n_1^2 - n_2^2) \frac{\sqrt[3]{Z_p}}{Z_e}, \quad (1)$$

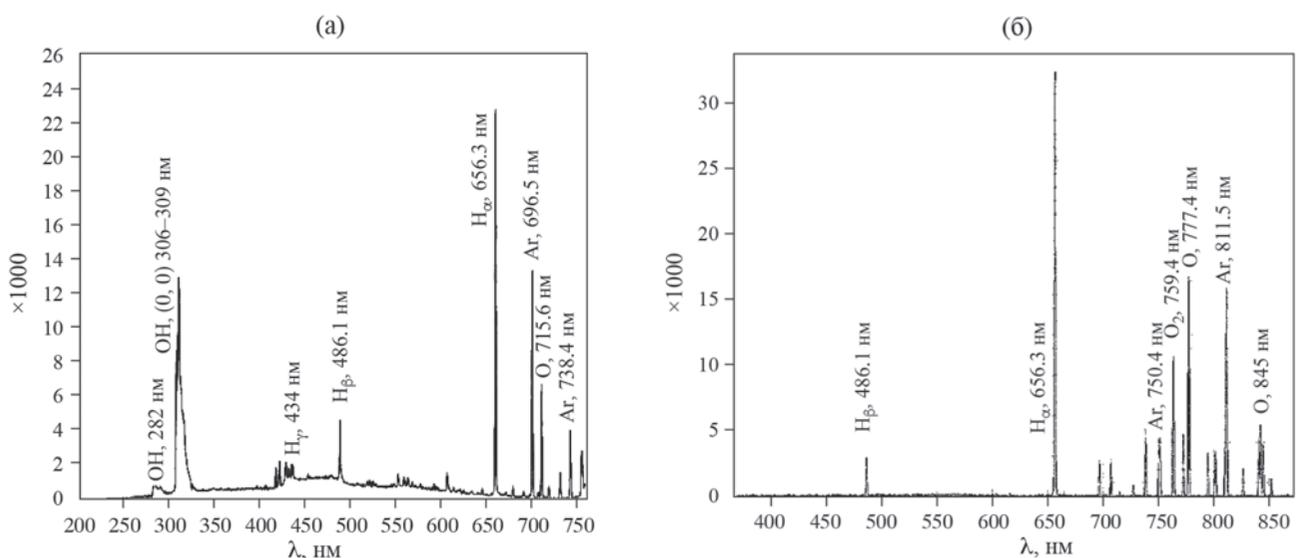


Рис. 2. ОЭС плазменного факела, стабилизированного водяным паром: а) УФ и синяя области спектров; б) красная и ИК-области спектров.

где $\Delta\lambda_{1/2} = \sqrt{\Delta\lambda_{1/2\text{exp}}^2 - \Delta\lambda_{1/2\text{inst}}^2}$ — полуширина спектральной линии с учетом инструментальной ошибки; n_e — концентрация электронов, м^{-3} ; N_D — число заряженных частиц в дебаевской сфере; $n_1 = 3$, $n_2 = 2$ — верхнее и нижнее главные квантовые числа для H_α ; $Z_e = 1$ — ядерный заряд излучающего атома; $Z_p = 1$ — кратность заряда ионов; $\lambda_0 = 6563 \text{ \AA}$ — длина волны, соответствующая центру спектральной линии. Результат расчета концентрации электронов: $n_e = 9 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$. Число N_D , зависимое от температуры плазмы, в диапазоне $1 \text{ эВ} \leq T \leq 2 \text{ эВ}$ изменяется от 14 до 40 и существенно не влияет на результат вычисления n_e .

Исходя из баланса давлений на границе контрагированного плазменного столба факела и окружающей его атмосферы, состоящей из смеси аргона и пара, имеющей давление, близкое к атмосферному, P_0 ,

$$(n_a + n_e)kT = P_0, \quad (2)$$

определяем степень ионизации $\chi = n_e / (n_a + n_e) = n_i / (n_a + n_i)$, где n_a — концентрация нейтральных атомов Ar в факеле), которая позволяет вычислить равновесную концентрацию n_e и температуру плазмы T из совместного решения трех уравнений: (1), (2) и уравнения Саха [20]. В аргоне при атмосферном давлении электронная, ионная и газовая температуры в плазме совпадают: $T = T_e = T_i = T_a \text{ эВ}$ — вследствие термодинамического равновесия, которое имеет место, когда $n_e \geq 3 \times 10^{21} \text{ м}^{-3}$ [21]. При низкой степени ионизации, $\chi \ll 1$, уравнение Саха для $n_e = f(T)$ в системе СИ принимает вид:

$$n_e = \sqrt{2n_a \frac{g_i}{g_a}} \frac{1}{\sqrt{\lambda_{Th}^3}} e^{-\frac{J_i}{T}} \quad (3)$$

где $g_i = 6$, $g_a = 1$ — статистические веса квантовых состояний иона и атома соответственно; $\lambda_{Th} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m_e k_B T}}$ — средняя длина волны де Бройля для электронов с температурой T , $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ — постоянная Планка; $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ кг}$ — масса электрона; $J_i = 15.58 \text{ В}$ — потенциал ионизации атома Ar . Из решения системы уравнений найдена температура: $T \approx 1.8 \text{ эВ}$.

3.3. Распределение температуры воды и пара в реакторе

Сохранение генерируемого пероксида водорода H_2O_2 требует учета влияния температуры воды, которая нагревается двумя источниками тепла: плазмой СВЧ-факела и потоком пара от внешнего парогенератора. На рис. 3а показано распределение

температуры воды $T(r)$, нагреваемой форсированным потоком пара (расход 90 л/мин) на различных глубинах h погружения термопары, через час после включения потока пара. Начало координат $h = 0$ выбрали на поверхности невозмущенной воды. Нагрев воды струей пара, падающей на ее поверхность, отличается неравномерностью температуры по радиусу r в сравнении с глубокими слоями. Однако нагрев воды потоком пара и плазмой факела (рис. 3б) отличается более высокой температурой и большей однородностью по радиусу r , при этом имеет лишь небольшой подъем температуры в центре под факелом и спад у охлаждаемой стенки камеры. Пар бурно кипящей воды под факелом заполняет объем камеры над водой и достаточно равномерно передает тепло воде через поверхность. Мощность, отдаваемая СВЧ-факелом в нагрев воды, составляет по калориметрическим оценкам около 50 Вт. Поскольку вода имеет низкую теплопроводность, за 1 час обработки нагреваются преимущественно верхние слои воды глубиной от 1 до 3 см (рис. 3б). Температурная инверсия, при которой нагретые верхние слои воды с меньшей плотностью, чем более плотные слабо нагретые глубокие слои, препятствует перемешиванию воды естественной конвекцией. Температура воды в направлении по радиусу за счет нагрева плазмой выравнивается быстрее, чем при нагреве одним паром, из-за расходящихся от центра поверхностных волн на воде, вызываемых турбулентным газодинамическим давлением плазменной струи. На рис. 4 показан осевой профиль температуры в камере воды и пара над водой в условиях рис. 3 отдельно для нагрева потоком пара 90 л/мин — 1 и плазмой СВЧ-факела, стабилизированного потоком пара с расходом 11 л/мин, — 2.

При переходе спая термопары через границу вода-пар температура скачкообразно возрастет в слое $\Delta h \sim 1 \text{ см}$. Показания термопары над водой находятся вблизи точки кипения 100°C , но оказываются заниженными из-за погрешности, связанной с потерей тепла через теплопередачу от спая термодатчика к экранирующей его трубке.

Параллельно с нагревом воды идет активное парообразование в зоне контакта плазма-вода. Мощность, затрачиваемую факелом на парообразование, определяли по объему конденсата пара, собираемого из холодильника, и удельной теплоте парообразования. Опыт проводили со стеклянным резервуаром с водой объемом 0.5 л, помещенном в камеру реактора на вертикально перемещаемом столике для вариации высоты Δ от воды до сопла.

Конденсат собирали отдельно в стакане под патрубком холодильника. Факел в этом опыте стабилизировали потоком азота, чтобы исключить конденсат от внешнего генератора пара. Объем испаренной воды V_u за время 10-минутной экспозиции в зависимости от величины Δ показан на рисунке 5. Правая шкала графика соответствует расчетной мощности P_n , идущей на парообразование.

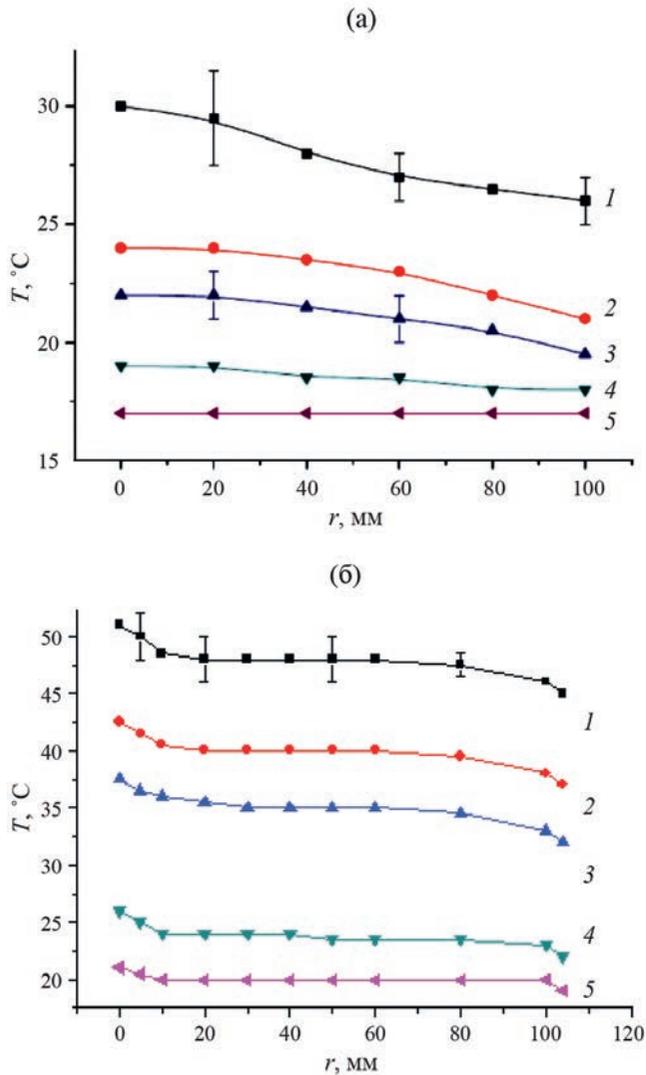


Рис. 3. а,б) - Распределение температуры $T(r)$ в воде на различных глубинах погружения термопары h спустя 1 час работы плазматрона при расстоянии $\Delta = 20$ мм от сопла плазматрона до воды. Начальный объем воды в камере – 3.2 л в условиях конденсации пара, поступающего из парогенератора, поддерживали постоянным: (а) Зависимость $T(r)$ под действием форсированного потока пара (расход пара 90 л/мин), h : 1 – 1 см; 2 – 2 см; 3 – 4 см; 4 – 6 см; 5 – 8.5 см, (вблизи дна); (б) под действием плазмы СВЧ-факела и потока пара: 1 – 1 см. 2 – 2 см; 3 – 3 см; 4 – 4.5 см; 5 – 8.5 см.

3.4. Измерение концентрации $[H_2O_2]$ в воде, активированной СВЧ-плазмой

Для количественного определения плазменного воздействия на воду провели измерения концентрации $[H_2O_2]$ в зависимости от продолжительности обработки воды плазмой на разных расстояниях между соплом и водой D при значении объемного расхода пара 11 л/мин., оптимально стабилизирующего факельный СВЧ-разряд.

Изменение концентрации $[H_2O_2]$ в течение первого часа обработки плазмой характеризуется линейным ростом во времени, затем темп роста замедляется и через 150 минут $[H_2O_2]$ асимптотически приближается к некоторому пределу, что видно на рис. 6. При ($\Delta_{\text{мин}} = 15$ мм) предельное значение концентрации $[H_2O_2]$, измеренное через 2.5 часа, $\sim (4,5 \pm 0,3) \times 10^{-2}$ г/л.

Для установления зависимости образования пероксида водорода от положения факела над водой провели измерения концентрации $[H_2O_2]$ в зависимости от Δ в пределах изменения $20 \leq \Delta \leq 95$ мм на 80-й минуте обработки плазмой (рис. 7, кривая 1).

Жизнеспособность полученных растворов ПАВ была проверена при хранении при температуре 20 °C в закрытой ПЭТ-бутылке из полиэтилентерефталата в течение двух недель (рис. 8). График зависимости концентрации $[H_2O_2] = f(t)$ построен по измерениям фотометром PoolLab-1.0. Сплошная точка в начале зависимости – измерения этого же раствора хемиллюминометром Lum-100 с участием

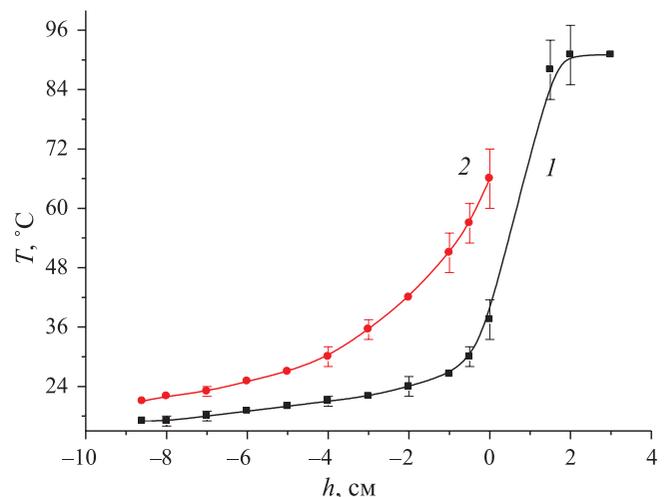


Рис. 4. Распределение температуры на оси камеры ($r = 0$) в зависимости от глубины погружения спая термодатчика в воду, $T(h)$, после 1 часа работы парогенератора с расходом 90 л/мин: (1) без включения плазматрона и (2) при включенном плазматроне, мощность 1,2 кВт. На поверхности воды: $h = 0$

люминола и катализатора распада H_2O_2 (пероксидазы хрена). Снижение показаний концентрации $[H_2O_2]$ на 40% в течение первых 6 суток до установившегося уровня требует более глубокого анализа состава АФК.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Образование АФК и H_2O_2 в воде в газовой и жидкой фазах при атмосферном давлении под воздействием плазмы СВЧ-факельного разряда связано с тремя физико-химическими механиз-

мами разложения воды: 1) термической диссоциацией, 2) фотодиссоциацией под действием вакуумного ультрафиолетового (ВУФ) излучения плазмы и 3) реакциями молекул воды с электронами плазмы, в т. ч. сольватированными на контакте плазмы с водой.

Известно, что термическая диссоциация водяного пара [22] в равновесной системе при давлении 1 атм происходит в диапазоне температур $2000 < T < 5000$ К, при этом с ростом T содержание паров воды (в мольных долях) монотонно снижается до 0, а содержание атомов водорода и кислорода моно-

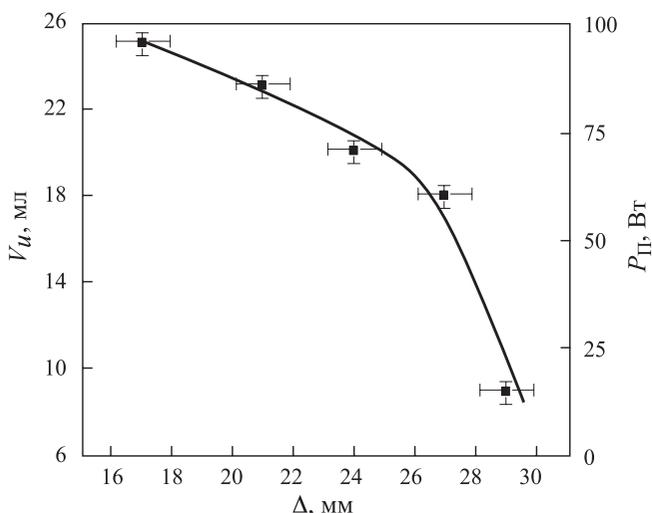


Рис. 5. Зависимость объема воды, испаренной в течение 10 минут плазменным факелом от расстояния (сопло-вода), $V_u = f(\Delta)$. Факел стабилизирован потоком азота. Справа – шкала мощности, затраченной на парообразование.

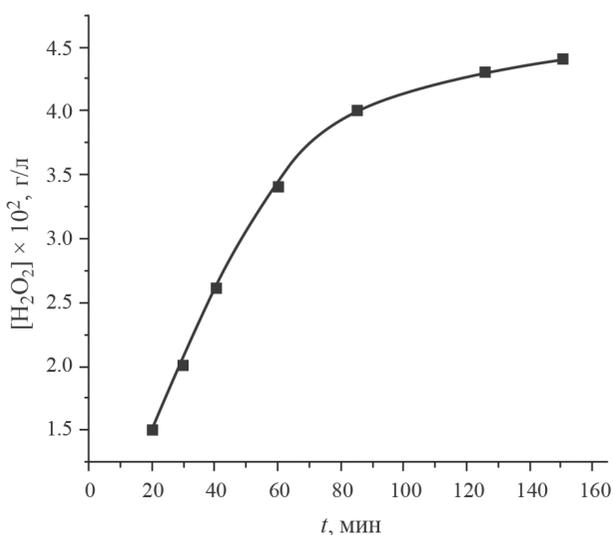


Рис. 6. Концентрация $[H_2O_2]$ в воде в зависимости от времени обработки плазмой СВЧ-факела при минимально допустимом расстоянии от сопла до воды $\Delta_{\min} = 15$ мм.

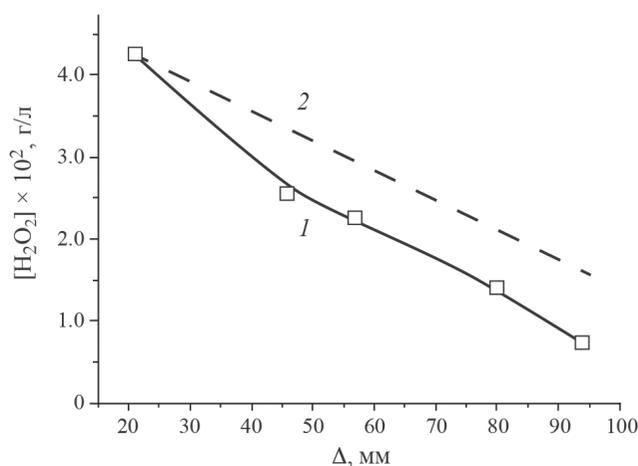


Рис. 7. Концентрации $[H_2O_2]$ в воде: 1 – в зависимости от расстояния между соплом и водой Δ , достигнутая в момент $t = 80$ мин; 2 – расчетная зависимость изменения $[H_2O_2]$ от Δ в относительных единицах.

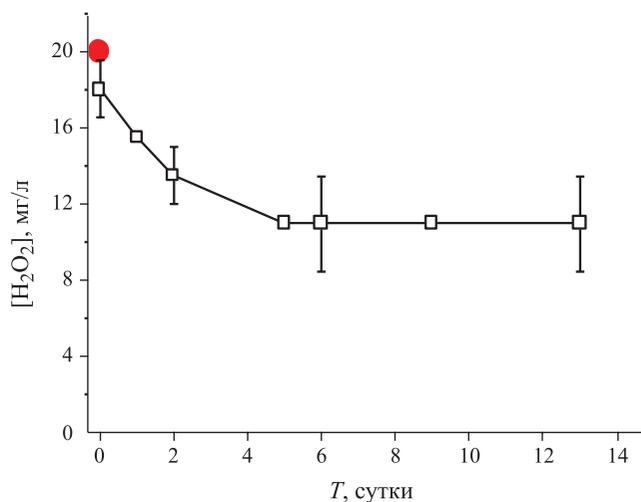
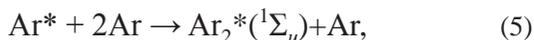
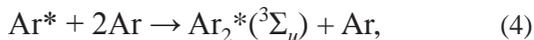


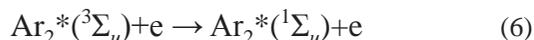
Рис. 8. График зависимости концентрации $[H_2O_2]$ в ПАВ от времени хранения в холодильнике по измерениям при $T = 20^\circ\text{C}$ фотометром PoolLab-1.0. Сплошная точка в начале зависимости – результат измерения этого раствора хемилуцинометром Lum-100 с катализатором (пероксидазой хрена).

тонно растет до максимума. Гидроксил OH^- и молекулярные водород H_2 и кислород O_2 с ростом температуры изменяются немонотонно — начиная с 2400 К их плотности растут линейно, а затем в процессе нарастающей диссоциации падают до 0. В области температур ~ 3600 К мольные доли N компонентов H_2O , OH , H , O , H_2 принимают близкие значения $\sim 0,2$, а $\text{O}_2 \sim 0,1$. Короткоживущий в нормальных условиях гидроксил OH при указанной температуре находится в равновесии с концентрацией пара H_2O . Однако термическая диссоциация из-за ограниченного объема плазмы с высокой температурой в паровой среде не может быть существенным процессом в образовании АФК.

Главную роль в образовании АФК в воде и паровой среде играет ВУФ-излучение плазмы факела. Аргон в основном состоянии — инертный газ, а в возбужденном состоянии он становится химически активным, способным образовывать эксимеры. Эксимер [23] — двухатомная молекула с возбужденным состоянием атомов, которые образуют устойчивую связь, а ниже, основное состояние — слабосвязанное, легко распадающееся на атомы. Эксимерное состояние Ar_2^* формируется вследствие каскада трехчастичных столкновений в реакциях [24, 25]:



причем столкновения долгоживущих триплетных димеров аргона с электронами, преобразуют их в излучающие синглетные эксимеры:



В [25] представлена диаграмма возбуждаемых уровней и связанных переходов между атомами и молекулами аргона. Энергетические уровни возбужденных состояний атомов аргона: (метастабильный $\text{Ar}(^3P_2)$ — 11.548 эВ), 13.328 эВ, 14.499 эВ и порог ионизации — 15.76 эВ. Возбужденные состояния молекул (димеров) аргона лежат в интервале энергий 11–15 эВ. Генерирующие ВУФ-излучение переходы связаны с нижними эксимерными уровнями (~ 11 эВ) $^1\Sigma_u$ синглетным и $^3\Sigma_u$ триплетным, первый из которых дает при переходе в основное состояние ВУФ-эмиссию, а долгоживущий второй преобразуется в синглетный в трехчастичных столкновениях.

Примерами разрядов в атмосфере с участием эксимеров в аргоне могут служить скользящий поверхностный разряд на диэлектрике [24] и диэлектрический барьерный разряд [25]. Непрерывный СВЧ-разряд в аргоне атмосферного давления с плотностью поглощаемой мощности в факеле $\sim 10^4$ Вт/см³,

может иметь ту же природу, связанную с образованием эксимеров аргона и ВУФ-излучения первого и второго континуумов $\text{Ar}_2^* \ ^1\Sigma_u^+(0)$. Второй имеет большее практическое значение, его длина волны в максимуме полосы — 126 нм (энергия 9,8 эВ). Максимум интенсивности второго континуума, в интервале давлений $0,3 < p < 3$ атм изменяется пропорционально p^2 [24] и при большем давлении переходит в насыщение. Важная особенность разрядов с участием эксимеров — отсутствие самопоглощения на связанно-свободных молекулярных переходах, что минимизирует потери и определяет высокую эффективность преобразования энергии в излучение от 40 до 60% вложенной энергии. Генерации континуума сопутствует эмиссия линий аргона 750,4 нм и 811,5 нм ближнего инфракрасного (БИК) спектра [24, 25]. В спектре рисунке 2б четко видна пара этих БИК-линий, что косвенно подтверждает эксимерную природу ВУФ-излучения. Третий континуум в спектре излучения СВЧ-разряда, наблюдаемый на рисунке 2а в диапазоне длин волн $250 \leq \lambda \leq 700$ нм, является, вероятно, фоторекомбинационным. Его интенсивность зависит от электронной плотности в канале разряда, которая растет пропорционально n_e^2 [24]. Однако в области длин волн третьего рекомбинационного континуума возможно наложение спектра флуоресценции водяного пара [18].

Рисунки 3 и 4 представляют распределение температуры воды и пара в камере спустя час после начала обработки плазмой. Нагрев воды идет в основном через ее поверхность. Проникновение СВЧ-излучения в дистиллированную воду с температурой $T_0 = 25^\circ\text{C}$ при нормальном падении составляет ~ 1 см, с ростом температуры до $T_0 = 56^\circ\text{C}$ глубина проникновения возрастает до $\sim 2,5$ см. Определить вклад СВЧ-мощности в нагрев воды, не поглощенной плазмой и излучаемой факелом как антенной, оказалось трудной задачей из-за общего нагрева воды всеми источниками тепла и излучения плазменного факела.

На рис. 5 показано изменение объема воды, испаренной плазмой факела в зависимости от расстояния Δ между соплом и водой, которое косвенно характеризует степень прямого влияния плазмы на воду при погружении в нее факела. Резкий спад зависимости объема испаренной воды при $\Delta = 26$ мм по мере удаления факела соответствует переходу через контакт факела с водой, т. к. длина видимой части факела около 25 мм. Эта зависимость указывает на возможное участие плазмы электронов в гидратации и образовании АФК.

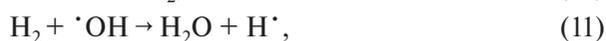
Поглощение ВУФ-излучения водой имеет отношение не столько к нагреву воды, сколько к физико-химическому преобразованию поглощенной энергии в АФК. Известно из [27], что излучение эксимеров, например ксенона, с длиной волн вблизи 172 нм полностью поглощается в слое жидкой воды толщиной в 110 мкм. С укорочением длины волны от 190 до 120 нм длина поглощения становится короче, при этом квантовый выход фотодиссоциации возрастает с 0.4 до 1. В насыщенном пару при атмосферном давлении, плотность которого в 10^3 раз меньше плотности воды, длина поглощения ВУФ-излучения увеличивается до сантиметров. Воздействие на воду и пар излучения второго ВУФ-континуума эксимера аргона с энергией фотонов около 9.8 эВ не может ионизировать воду из-за высокого потенциала ионизации, $I_{\text{H}_2\text{O}} = 12.62$ эВ, однако, осуществляет фотолиз молекул с энергией их ковалентной связи 5.07 эВ. Фотолиз происходит с предельно высокой эффективностью, близкой к 1. В результате реакции образуются свободные радикалы водорода и гидроксила [27]:

$\text{H}_2\text{O} + h\nu (\lambda = 126 \text{ нм}, E = 9.8 \text{ эВ}) \rightarrow \cdot\text{OH} + \text{H}\cdot$, (7)
из которых образуются АФК.

Столкновения молекул воды с метастабильными атомами аргона с энергией возбуждения также способны вызвать распад воды на свободные радикалы:



Радикалы, образованные по реакциям (7),(8), могут исчезать в реакциях:



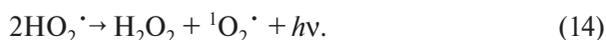
а также могут синтезировать пероксид водорода:



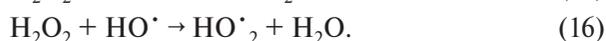
а со свободным кислородом образовывать гидропероксильный радикал:



Два гидропероксильных радикала в реакции дисмутации [28] синтезируют пероксид водорода H_2O_2 и кислород в синглетном состоянии:



Молекула H_2O_2 , вступая в реакции со свободными радикалами из реакции (1), разлагается до воды с гидроксильным (15) и гидропероксидным (16) радикалами:



Значимая роль в образовании АФК может принадлежать супероксиданион-радикалу (СОР) $\text{O}_2^{\cdot-}$, появляющемуся в реакции присоединения электрона к молекуле кислорода O_2 в основном состоянии:



Реакция (17) может протекать в воде с растворенным в ней кислородом на контакте плазменного факела с водой и в пару, где кислород образуется вследствие диссоциации пара в горячей зоне плазменного факела (см. выше). С потоком аргона радикалы переносятся в воду. В водном растворе радикал $\text{O}_2^{\cdot-}$ находится в равновесии с его кислотной формой — гидропероксидом:



который может распадаться на ион водорода и СОР:



Принято считать, что СОР существует в водном растворе при $\text{pH} < 4.8$ практически полностью в форме HO_2 , а при $\text{pH} > 4.8$ — в форме $\text{O}_2^{\cdot-}$.

Получаемые в реакциях (16) и (18) радикалы HO_2 образуют молекулы H_2O_2 и молекулы синглетного кислорода ${}^1\text{O}_2$ по реакции (14). Время жизни СОР в воде составляет несколько миллисекунд.

В водной среде два СОР могут аналогично (14) спонтанно образовывать молекулу H_2O_2 и кислорода:



Озон O_3 , который тоже относят к АФК, образуется в результате фотолиза кислорода УФ-излучением плазмы:



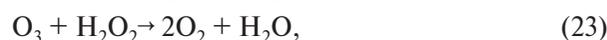
в реакции:



и затем легко распадается в результате фотолиза под влиянием ближнего УФ-излучения:



или в столкновениях с атомами кислорода с образованием двух молекул кислорода. Озон, образовавшийся в водном растворе H_2O_2 , неустойчив — он распадается сам за счет атомов, заимствованных у пероксида водорода по реакции:



с коэффициентом скорости разложения $k = (0.023 \pm 0.002) \text{ л}/(\text{моль} \times \text{с})$ [29]. Озон в отстаившемся растворе H_2O_2 , полученном обработкой воды СВЧ-плазмой, не был обнаружен. Таким образом, раствор пероксида водорода можно считать конечным продуктом всех перечисленных реакций.

Динамика изменения содержания H_2O_2 в дистиллированной воде в процессе обработки воды плазмой (рис. 6) носит квазилогарифмический характер. По мере того как с течением времени концентрация $[\text{H}_2\text{O}_2]$ достигает достаточно высоких значений, скорость обратных реакций (9–11), (15), (16) тоже растет пропорционально концентрации $[\text{H}_2\text{O}_2]$ и будет расти до тех пор, пока не установится равновесная концентрация, при которой скорость образования H_2O_2 не станет равной скорости распада с превращением в воду. Затраты энергии на производство пероксида водорода после 90 минут обработки плазмой становятся неэффективными. Количественный анализ процессов синтеза пероксида водорода и его распада под действием ВУФ-излучения плазмы аргона чрезвычайно сложен из-за того, что процессы в паровой и жидкой фазах невозможно разделить.

Гидратированные электроны (e^-_{aq}) плазмы, которые попадают в воду через ее контакт с водой, вступают в реакции с растворенным кислородом O_2 согласно (17) [29] и с первичными радикалами фотолиза Н и ОН (7, 8). В результате реакций образуются супероксиданион $\text{O}_2^{\cdot-}$ и пергидроксильные радикалы HO_2 , которые по уже известным реакциям преобразуются в пероксид водорода.

Измеренная зависимость концентрации $[\text{H}_2\text{O}_2]$ от расстояния от сопла до воды Δ при постоянстве параметров разряда (кривая 1 рис.7) позволяет оценить вклад разных механизмов в образование пероксида водорода (ПВ). Если предположить, что основным механизмом образования ПВ является фотолиз, а источник излучения считать точечным, находящимся на дистанции Δ , то концентрация $[\text{H}_2\text{O}_2]$ с ростом Δ должна в относительных единицах уменьшаться пропорционально интегралу светового потока, поглощаемого поверхностью воды в сужающемся с ростом Δ телесном угле конуса Ω , согласно выражению:

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\alpha) = 2\pi\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/\Delta)^2}}\right] \quad (24)$$

где α – плоский угол при вершине между осью и образующей конуса, $R = 11$ см – радиус камеры и основания конуса. Расчетная зависимость (24) нормированная в первой точке при $\Delta = 2$ см (кривая 2 рис. 7), прошла выше измеренной. Наклон кривых 1 и 2 при $\Delta \geq 4$ см оказался почти одинаковым. Более крутой спад кривой 1 при $\Delta \leq 4$ см можно считать дополнительным вкладом гидратированных плазменных электронов в синтез H_2O_2 . В случае отсутствия фотолиза образование H_2O_2 закончилось бы при $\Delta \sim 3$ см, когда факел отрывается от воды.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Факельный СВЧ-разряд в струе аргона, стабилизированный потоком чистого водяного пара, позволяет проводить активацию воды и получение чистого водного раствора H_2O_2 при атмосферном давлении в условиях изоляции от атмосферы. В плазмохимических реакциях участвуют только вода в жидком и газообразном состояниях и инертный аргон. Показано, что конечным продуктом СВЧ-активации воды является чистый раствор пероксида водорода, для получения которого используются дистиллированная вода, сжатый аргон и электроэнергия. Если создать систему осушения отработавшего аргона с его последующей компрессией, аргон можно многократно использовать в замкнутом цикле, что сократит потребность в нем в сотни раз.

Концентрация H_2O_2 в водном растворе ограничена значением 4.5×10^{-2} г/л $\sim 10^{-3}$ М, что связано с включением в процесс образования H_2O_2 обратных физико-химических реакций его распада, которые определяют предел получаемой концентрации. Эта концентрация пероксида водорода в растворе достаточна для использования в биологии и медицине, так как требуется дополнительное разбавление на 2–3 порядка величины.

Показано, что фотолиз воды является основным механизмом образования радикалов, конечным продуктом реакций которых в воде становится пероксид водорода. Длина волны УФ-излучения, которой ограничивается фотолиз воды, – 243 нм. В спектре УФ-излучения плазмы СВЧ-факела в наблюдаемой области $200 \leq \lambda \leq 250$ нм интенсивной эмиссии излучения не обнаружено, что позволяет сделать вывод, что образование АФК и H_2O_2 в воде и в водяном паре обязано преимущественно эксимерному ВУФ-излучению аргона, наличие которого косвенно подтверждается эмиссией линий аргона с длинами волн 750.4 и 811.5 нм.

Авторы благодарны В.А. Иванову за обсуждение результатов работы и полезные замечания, В.П. Бармину, О.М. Герасимову, С.Н. Сатунину за помощь в проведении экспериментов, А.А. Летунову за консультации в спектральных измерениях.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена по Госзаданию по теме «Плазма» (Физика высокотемпературной плазмы и фундаментальные основы плазменных и микроволновых технологий)» FFWF-2023-0002.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Asimov I.* A Short history of chemistry. Heinemann, London, 1972
2. *Bruggeman P.J., Kushner M.J., Locke B.R., Gardniers J.G. E., Graham W.G., Graves D.B., Hofman-Caris R.C. H.M., Maric D., Reid J.P., Ceriani E, Fernandez Rivas D., Foster J.E., Garrick S.C., Gorbanev Y., Hamaguchi S., Iza F., Jablonowski H., Klimova E., Kolb J., Krca F., Lukes P., Machala Z., Marinov I., Mariotti D., Mededovic Thagard S., Minakata D., Neyts E.C., Pawlat J., Petrovic Z.Lj., Pflieger R., Reuter S., Schram D.C., Schröter S., Shiraiwa M., Tarabová B., Tsai P.A., Verlet J.R. R., von Woedtke T., Wilson K.R., Yasui K. and Zvereva G.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2016. 25 053002 (59 pp). Doi:10.1088/0963-0252/25/5/053002
3. *Bansode A.S., More S.E., Siddiqui E.A., Satpute S., Ahmad A., Bhoraskar S.V., Mathe V.L.* // Chemosphere. 2017. 167. P. 396–405. Doi:10.1016/j.chemosphere.2016.09.089
4. *Marinova P., Benova E., Topalova Y., Todorova Y., Bogdanov T., Zhekova M., Yotinov I., Krca F.* // Effects of Surface-Wave-Sustained Argon Plasma Torch Interaction with Liquids. Processes. 2023. V. 11. P. 3313. <https://doi.org/10.3390/pr11123313>
5. *López M., Calvo T., Prieto M., Múgica-Vidal R., Muro-Fraguas I., Alba-Eliás F., Alvarez-Ordóñez A.* // Front. Microbiol. 2019. Sec. Food Microbiology V. 10. Doi.org/10.3389/fmicb.2019.00622
6. *Андреев С.Н., Анашева Л.М., Аууров М.Х., Лукина Н.А., Сапаев Б., Сапаев И.Б., Сергейчев К.Ф., Щербаков И.А.* // Доклады Академии наук. 2019. Т. 486. № 3. С. 297.
7. *Сергейчев К.Ф., Лукина Н.А., Анашева Л.М., Овчаренко Е.Н., Лобанов А.В.* // Химическая физика. 2022. Т. 41. № 1. С. 60. Doi: 10.1134/S1990793122010134
8. *Toyokuni S., Ikehara Y., Kikkawa F., Hori M.* Plasma Medical Science. Academic Press, 2018. P. 458.
9. *Kong M.G., Morfill G., Stolz W., Plasma Medicine / Ed. Laroussi M.* Cambridge University Press, Cambridge, 2012.
10. *Puschner G.* Heating with microwaves. Fundamentals, components and circuit technique, 1966.
11. *Сергейчев К.Ф., Лукина Н.А., Арутюнян Н.Р.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. № 6. С. 513. Doi:10.1134/S036729211906009X
12. *Moisan M., Nowakowska H.* // Plasma Sources Sci. and Techn. 2018. V. 27. № 7. Doi:10.1088/1361-6595/aac528
13. *Сергейчев К.Ф., Минаев И.М.* Плазменные антенны на поверхностных электромагнитных волнах // Труды Института общей физики им. А.М. Прохорова. 2014. Т. 70. С. 143.
14. *Сергейчев К.Ф., Лукина Н.А., Андреев С.Н., Анашева Л.М., Савранский В.В., Лобанов А.В.* Патент РФ 2019. RU 2 702 594 С1.
15. *Sergeichev K.F., Lukina N.A., Sarimov R.M., Smirnov I.G., Simakin A.V., Dorokhov A.S., Gudkov S.V.* // Front. Phys., 2021. <https://doi.org/10.3389/fphys.2020.614684>
16. *Сергейчев К.Ф., Хаваев В.Б., Лукина Н.А.* Патент РФ № RU 2761437 С1.
17. *Tikhonov V.N., Aleshin S.N., Ivanov I.A., Tikhonov A.V.* // J. of Physics. Conf. Series. 2017. 927 012067. doi:10.1088/1742-6596/927/1/
18. *Belovolova L.V., Glushkov M.V., Vinogradov E.A., Babintsev V.A., Golovanov V.I.* // Phys. of Wave Phenom. 2009. V. 17. № 1. P. 21.
19. Плазма в лазерах / под ред. Дж. Бекефи. М.: Энергоиздат, 1982. 411 с.
20. https://en.wikipedia.org/wiki/Saha_ionization_equation
21. *Колесников В.Н.* Дуговой разряд в инертных газах. // Труды ФИАН. 1964. Т. 30. С. 66.
22. Справочник химика. 21. Химия и химическая технология. Параграф 29, 29. С. 173. Рис. V, 3.
23. *Елецкий А.В., Смирнов Б.М.* Физические процессы в газовых лазерах. М.: Энергоатомиздат, 1985. 152 с.
24. *Lisovski A.A., Treshchalov A.B.* // Proc. SPIE 6263, Atomic and Molecular Pulsed Lasers VI, 626 30H 2006; <https://doi.org/10.1117/12.677401>
25. *Varicholo P., Hlatywayo D.J., Von Bergmann H.M., Stehmann T., Rohwer E., Collier M.* // S. Afr. J. Sci. 2011. V. 107 (11/12). Art. #581. P. 7. Doi.org/10.4102/sajs.v107i11/12.581
26. *Бойченко А.М., Ломаев М.И., Панченко А.Н., Соснин Э.А., Тарасенко В.Ф.* Ультрафиолетовые и вакуумно-ультрафиолетовые эксилампы: физика, техника и применения. Томск: STT, 2011. 512 с.
27. *Зверева Г.Н.* Исследование разложения воды вакуумным ультрафиолетовым излучением // Оптика и спектроскопия. 2010. Т. 108. № 6. С. 787.
28. *Беловолова Л.В.* // Оптика и спектроскопия. 2020. Т. 128. № 7. С. 923. Doi: 10.21883/OS.2020.07.49565.64-20
29. *Разумовский С.Д., Гриневиц Т.В., Коровина Г.В.* Химическая физика. 2011. Т. 30. № 10.

PHYSICOCHEMICAL ACTIVATION OF DISTILLED WATER BY A JET OF MICROWAVE PLASMA ARGON IN AN ATMOSPHERE OF WATER VAPOR

K. F. Sergeichev^{a,*}, N. A. Lukina^a

^a*Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

^{*}*e-mail: k-sergeichev@yandex.ru*

Abstract—A method for activating water by plasma of an electrodeless torch discharge in a microwave electromagnetic field in argon in an environment of water vapor, at atmospheric pressure, to obtain a pure solution of hydrogen peroxide H₂O₂ without impurities in distilled water is proposed. It is shown that the main mechanism for the formation of atomic hydrogen H• and hydroxyl HO• radicals in the water decomposition is photolysis under the influence of excimer vacuum ultraviolet radiation of argon plasma. Hydrated electrons can be an additional source of radicals in liquid water when the plasma torch comes into contact with the water surface. Today plasma technologies are widely used to produce activated water containing hydrogen peroxide, to solve environmental problems, to increase productivity in agriculture, and for medical use.

Keywords: microwave discharge, argon, plasma, torch, distilled water, water vapor, excimer, reactive oxygen species, hydrogen peroxide