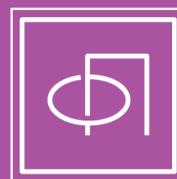


Том 50, Номер 6

ISSN 0367-2921
Июнь 2024

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ



Журнал для научных работников в области теоретических и экспериментальных исследований по физике плазмы и взаимодействию плазмы с твердым телом, по проблеме управляемого термоядерного синтеза



НАУКА
— 1727 —



СОДЕРЖАНИЕ

Том 50, номер 6, 2024

ТОКАМАКИ

Лазерная диагностика содержания изотопов водорода в стенках ТОКАМАКА Глобус-М2

*А. Г. Раздобарин, О. С. Медведев, И. М. Букреев, Д. Л. Богачев, А. М. Дмитриев,
Д. И. Елец, Е. В. Смирнова, Л. А. Снигирев, В. Б. Минаев, А. Н. Новохацкий,
И. В. Мирошников, С. В. Филиппов, М. В. Гришаев, Ю. М. Гаспарян*

629

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ПЛАЗМОЙ

О коэффициенте нелинейной связи двух электромагнитных волн обыкновенной поляризации и продольной верхнегибридной волны в высокотемпературной плазме

А. Ю. Попов, П. В. Третинников, Е. З. Гусаков, Л. В. Симончик

640

ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

СВЧ-метод измерения концентрации трубчатой плазмы для релятивистского СВЧ-генератора

А. В. Пономарев, Д. К. Ульянов

647

Определение скорости потока плазмы с разрешением во времени на основе эффекта Доплера

А. Д. Ярошевская, К. М. Гуторов, В. Л. Подковыров, Ю. И. Литвиненко

653

ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

Мощный источник мягкого рентгеновского излучения на основе Z-пинча вложенныхборок для экспериментов по физике высокой плотности энергии

*К. Н. Митрофанов, А. Н. Грицук, В. В. Александров, А. В. Браницкий, Е. В. Грабовский,
И. Н. Фролов, В. В. Рыжак*

662

КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА

Крупномасштабные гидродинамические течения в средах с переменными термодинамическими характеристиками

М. А. Юденкова, Д. А. Климачков, А. С. Петросян

683

ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ

Динамика ЭУФ-излучения плазмы низкоиндуктивной вакуумной искры на начальной стадии развития разряда

П. С. Анциферов, Л. В. Степанов, Н. Д. Матюхин

701

CONTENTS

Volume 50, Number 6, 2024

TOKAMAKS

- Laser Diagnostics of Content of Hydrogen Isotopes in the Globus-M2 Tokamak Wall
*A. G. Razdobarin, O. S. Medvedev, I. M. Bukreev, D. L. Bogachev, A. M. Dmitriev,
D. I. Elets, E. V. Smirnova, L. A. Snigirev, V. B. Minaev, A. N. Novokhatsky,
I. V. Miroshnikov, S. V. Filippov, M. V. Grishaev, Yu. M. Gasparyan* 629
-

INTERACTION OF WAVES WITH PLASMA

- Electromagnetic Waves with Ordinary Polarization and a Longitudinal Upper Hybrid
Wave in a High-Temperature Plasma
A. Yu. Popov, P. V. Tretinnikov, E. Z. Gusakov, L. V. Simonchik 640
-

PLASMA DYNAMICS

- Microwave Method of Tubular Plasma Density Measurement for Relativistic Microwave Oscillator
A. V. Ponomarev, D. K. Ul'yanov 647
- Determination of Plasma Flow Velocity with Time Resolution Based on the Doppler Effect
A. D. Yaroshevskaya, K. M. Gutorov, V. L. Podkovyrov, Yu. I. Litvinenko 653
-

PLASMA DIAGNOSTICS

- Powerful Source of Soft X-Ray Radiation Based on Z-Pinch of Nested Arrays
for Experiments in High-Energy Density Physics
*K. N. Mitrofanov, A. N. Gritsuk, V. V. Aleksandrov, A. V. Branitsky,
E. V. Grabovski, I. N. Frolov, V. V. Ryzhakov* 662
-

SPACE PLASMA

- Large-Scale Hydrodynamic Flows in Media with Variable Thermodynamic Characteristics
M. A. Yudenkova, D. A. Klimachkov, A. S. Petrosyan 683
-

PLASMA RADIATION

- The Dynamics of XUV Plasma Emission in a Low-Inductance Vacuum Spark
at the Initial Stage of Discharge Development
P. S. Antsiferov, L. V. Stepanov, N. D. Matyukhin 701
-
-

ЛАЗЕРНАЯ ДИАГНОСТИКА СОДЕРЖАНИЯ ИЗОТОПОВ ВОДОРОДА В СТЕНКАХ ТОКАМАКА ГЛОБУС-М2

© 2024 г. А. Г. Раздобарин^{a,b,*}, О. С. Медведев^{a,c}, И. М. Букреев^a, Д. Л. Богачев^a, А. М. Дмитриев^a, Д. И. Елец^{a,b,c}, Е. В. Смирнова^{a,b}, Л. А. Снигирев^{a,b}, В. Б. Минаев^a, А. Н. Новохацкий^a, И. В. Мирошников^a, С. В. Филиппов^a, М. В. Гришаев^c, Ю. М. Гаспарян^{b,c}

^aФизико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

^bСанкт-Петербургский государственный университет, Физический факультет, Санкт-Петербург, Россия

^cНИЯУ «МИФИ», Москва, Россия

*e-mail: aleksey.razdobarin@mail.ioffe.ru

Поступила в редакцию 04.12.2023 г.

После доработки 10.03.2024 г.

Принята к публикации 30.03.2024 г.

Собран и испытан макет системы дистанционного мониторинга накопления изотопов водорода в стенках токамака Глобус-М2. Измерения проводились при помощи лазерной диагностики LIA-QMS (лазерно-индуцированная абляция с регистрацией методом квадрупольной масс-спектрометрии). Получены данные о содержании изотопов водорода в осадениях, полученных путем экспозиции вольфрамовых коллекторов в объеме токамака Глобус-М. После апробации в лабораторных условиях диагностика реализована на установке Глобус-М2. Проведены *in-situ* измерения содержания изотопов водорода в графитовой облицовке дивертора токамака. Подтверждена возможность совмещения диагностики LIA-QMS с диагностикой LIBS (лазерно-индуцированная эмиссионная спектроскопия) для получения информации о составе аблируемого материала. Кроме того, методом LIBS получено изотопное соотношение дейтерий/протий при измерениях в установке Глобус-М2.

Ключевые слова: лазерно-индуцированная абляция, лазерно-индуцированная десорбция, первая стенка, сферический токамак, диагностика накопления трития

DOI: 10.31857/S0367292124060015, EDN: PTSREF

1. ВВЕДЕНИЕ

В современных установках магнитного удержания высокотемпературной плазмы существенный захват изотопов водорода происходит в процессе горения плазмы, на что указывает измерение газового баланса в разрядной камере. Исследование образцов облицовки первой стенки, извлеченных из установок, показывает, что одним из основных механизмов потерь газа является захват изотопов водорода в поверхностных слоях, осаждаемых на стенках вакуумной камеры [1]. Применительно к будущим токамакам-реакторам, превышение лимита накопления топлива, прежде всего радиоактивного трития, недопустимо с точки зрения безопасности работы и обслуживания, что требует постоянного мониторинга его содержания на поверхностях первой стенки [2]. В работе [1] было показано, что накопление в углеродных осадениях может на порядок превышать захват в Ве осадениях и на 2 порядка в вольфрамовых. В работе [3] показано, что даже после процедуры удаления трития из первой стенки, путем нагрева до 250°C, часть накопленного топлива остается, и для ИТЭР за рабочее время $\sim 10^7$ с содержание трития может достигнуть критической отметки в 1 кг [4, 5]. В реакторах следующего

поколения этот вопрос является одним из ключевых из-за длительного времени горения плазмы и высоких плазменных, радиационных и тепловых нагрузок на конструкционные элементы. Таким образом, необходима методика эффективного контроля за накоплением изотопов водорода, позволяющая осуществлять прямое измерение концентрации изотопов в осадениях на первой стенке, для возможности оценки безопасной работы токамака. При разработке такой методики, необходимо учитывать:

- сложный химический состав осадений, включающий: материалы первой стенки, материалы возобновляемых покрытий (В, Li и С) и накопленные элементы рабочего газа (He, H/D/T и т. д.);
- меняющиеся нагрузки на обращенные к плазме элементы (ОПЭ) термоядерных установок;
- специфику размещения диагностического оборудования вне вакуумного объема токамака-реактора.

В настоящее время основными методами определения доли изотопов водорода, поглощенных в стенке токамака-реактора, являются оценка дефицита термоядерного топлива и лабораторные исследования образцов-коллекторов, экспонировавшихся на первой стенке токамака. Последний может быть более точным, но при этом имеет ряд существенных недо-

статков. Эти измерения становятся все более и более сложными при использовании тайлов, которые в процессе плазменных разрядов были активированы тритием и загрязнены токсичными продуктами эрозии, такими как Ве. Для преодоления этих проблем предлагается использовать лазерные методы диагностики изотопов водорода, которые дают возможность *in situ* исследований взаимодействия плазмы с первой стенкой реактора [5].

В лазерных методах дистанционного измерения накопления изотопов водорода принципиально используются импульсные лазеры для уменьшения глубины проникновения тепла и минимизации воздействия на узлы крепления защитной облицовки. Методы можно разделить на 2 группы: основанные на лазерной десорбции и лазерной абляции. Импульсное лазерное воздействие с показателем тепловой нагрузки менее $10^4 \text{ Дж} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-0.5}$ приводит к разогреву поверхности и дегазации поверхностных и перепыленных слоев. С ростом плотности энергии лазерного излучения происходит переход в режим абляции материала стенки. Вместе с материалами стенки в вакуумный объем токамака инжектируется и растворенный газ. После дегазации или абляции материала стенки состав газовой смеси в объеме может регистрироваться методами масс-спектрометрии (LID-QMS и LIA-QMS), и оптической спектроскопии изотопов водорода в краевой плазме, или специально организованном разряде (LIDS и LIAS). Кроме того, в случае лазерной абляции возможна регистрация состава испаренной смеси методом эмиссионной спектроскопии лазерного факела (LIBS) [7].

Метод LID-QMS, как наиболее простой в реализации и интерпретации, считается основным кандидатом в качестве диагностики накопления водорода в ИТЭР. Главным ограничением этого метода является невозможность однозначно определить точный объем, с которого происходит десорбция водорода, из-за неизвестных теплофизических свойств материала и неравномерного распределения температурных полей в области воздействия лазерного излучения. В случае цельнометаллической стенки большая часть изотопов водорода накапливается в осадениях с толщиной, не превышающей десятков микрометров [8]. Путем подбора параметров лазерного импульса можно добиться равномерного прогрева осадочного слоя и его полной дегазации. В случае если толщина осадочных слоев составляет сотни микрометров, или при имплантации в объем стенки с неизвестной глубиной залегания, данный метод ограничивается количественным анализом верхних слоев, при этом сложно получить информацию о концентрации изотопов водорода в глубине объема.

В данной работе представлена апробация метода измерения накопления водорода, основанного на лазерной абляции LIA-QMS. Применение этого метода совместно с методом LIBS описано в [9]. В отличие от

лазерной десорбции, данная комбинация методов дает возможность построить профиль залегания изотопов водорода по всей глубине за счет послышного удаления пересадений при многократных проходах лазерного луча по интересующей области.

Статья состоит из двух частей. В первой описаны этапы макетирования такого комплекса в лабораторных условиях, и подтверждается возможность проведения количественного анализа с использованием вольфрамовых макетов облицовки, экспонированной в установке Глобус-М2. Во второй — описывается апробация на токамаке Глобус-М2 для проведения измерений содержания изотопов водорода в элементах графитовой облицовки.

2. МАКЕТИРОВАНИЕ ДИАГНОСТИКИ LIA-QMS В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ

2.1. Экспериментальная методика

Для отработки режимов лазерно-индуцированной абляции был создан макет оптической схемы диагностики, приведенный на рис. 1. Макет включает в себя импульсный Nd:YAG лазер с длиной волны 1064 нм, длительностью импульса 12 нс, энергией в импульсе 450 мДж и частотой следования импульсов 10 Гц, постоянный твердотельный лазер с диодной накачкой, мощностью 200 мВт и длиной волны 532 нм, поворотное и сканирующее зеркала системы ввода лазерного излучения. В представленной конфигурации в схеме ввода лазерного излучения имеется аттенюатор, позволяющий варьировать плотность энергии излучения на поверхности образца в диапазоне $1-150 \text{ Дж/см}^2$, не изменяя размер пятна фокусировки. Лабораторный макет воспроизводит геометрию и характерные размеры схемы, которую планировалось установить на токамаке Глобус-М2.

Система регистрации остаточных газов была реализована на основе квадрупольного масс-спектрометра (QMS) Extorr XT-300M, который оснащен вторичным электронным умножителем. В описываемом макете QMS имеет собственную дифференциальную откачку вакуумным постом Pfeiffer HiCube 80 Eco и присоединяется к общему вакуумному объему через апертуру диаметром 1 мм, для обеспечения давления в объеме QMS в пределах 10^{-3} Па во время лазерных импульсов. Для получения абсолютных показаний потоков сигнал QMS калибровался по сигналу дейтериевой течи с уровнем потока $1 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}^3/\text{с}$. Для 2-й и 3-й массы использовались те же значения калибровки.

Для макетирования вакуумного объема токамака Глобус-М2 была использована вакуумная камера, объемом $\sim 70 \text{ л}$. Данная вакуумная камера имеет двухступенчатую вакуумную откачку, состоящую из турбомолекулярного насоса (ТМН) Leybold Turbovac 90i и спирального насоса Geowell CWSP300. Базовое давление в вакуумном объеме контролировалось при помощи комбинированного вакуумного датчика (Пира-

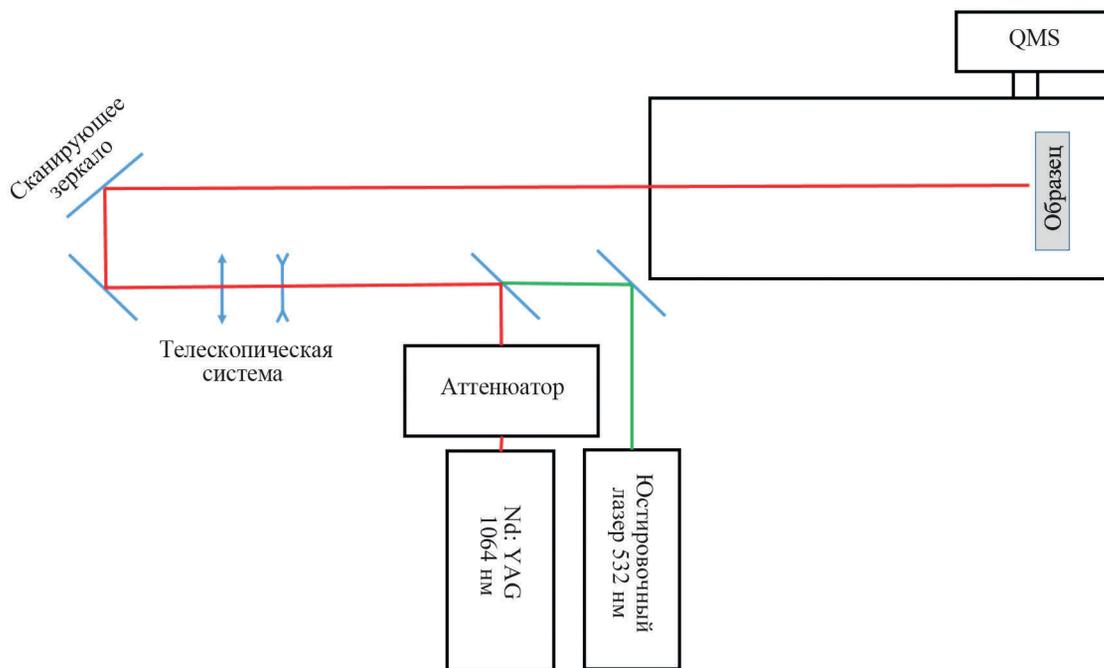


Рис. 1. Принципиальная схема оптической системы лазерной диагностики содержания водорода в конструкционных материалах первой стенки токамака.

ни/холодный катод) Edwards WRG-S и после 12 часов откачки составляло $8 \cdot 10^{-5}$ Па. Предельный вакуум, достижимый в данной камере, составляет $\sim 5 \cdot 10^5$ Па.

Сканирование поверхности стенки токамака и образца во время макетирования осуществлялось при помощи автоматизированной поворотной подвижки с зеркалом, обеспечивающей развертку по 2-м направлениям. Необходимость сканирования обусловлена неопределенностью профиля лазерного пятна и, соответственно формы кратера на исследуемой поверхности. Очевидно, что в отсутствие данных о форме кратера для обеспечения количественных измерений необходимо, чтобы размер анализируемой области был значительно больше площади лазерного пятна. Управление углом поворота подвижки производилось посредством шаговых двигателей, контроль за которыми осуществлялся с помощью управляющей платы Arduino UNO. Управляющая программа позволяла выполнять сканирование площадей прямоугольной формы, задавать размеры сканируемой области, шаг развертки и задержку между шагами. Задержка задавалась равной периоду импульсного излучения лазера. Чтобы соседние точки заведомо перекрывались, шаг сканирования был выбран равным радиусу лазерного пятна. На рис. 2 приведен профиль лазерного пятна на поверхности образца при плотности энергии порядка 15 Дж/см^2 . Диаметр лазерного пятна на поверхности составлял $\sim 1 \text{ мм}$.

Параметры сканирования исследуемых образцов защитной плитки Глобус-М2 лазерным лучом приведены в табл. 1.

Таблица 1. Параметры сканирования мишени лазерным лучом в экспериментах по лазерной абляции

Шаг сканирования, мм	0.5
Время нахождения в точке, с	0.1
Область сканирования, мм ²	10×10 и 5×5
Количество проходов, шт	10

2.2. Образцы

Для исследования изотопного состава методом LIA-QMS были выбраны три вольфрамовые плитки токамака Глобус-М из двух областей дивертора, на которые приходятся наибольшие потоки переосаждений: образцы 3.1 и 3.2, располагавшиеся в одном ряду, и образец 5. Нумерация образцов соответствует нумерации, в схемах, приведенных в работах [10, 11]. Исследуемые плитки были извлечены после разных кампаний на Глобус-М2. Толщины осадений составляли 300–600 нм (образцы 3.1 и 3.2) и 5–6 мкм (образец 5). В составе осадений обнаруживались соединения бора и углерода, дейтерий, а также примеси металлов: Ti, Cr, Fe, Ni и Cu [10]. Измерения толщины проводились методом сканирующей электронной микроскопии по окончании экспериментов по лазерной абляции на областях, не затронутых в исследовании. Предполагается, что осадения на исследуемых вольфрамовых образцах имеют тот же состав, что и осадения на стенке Глобус-М2, и, следовательно, результаты макетирования применимы к экспериментам внутри вакуумного объема токамака.

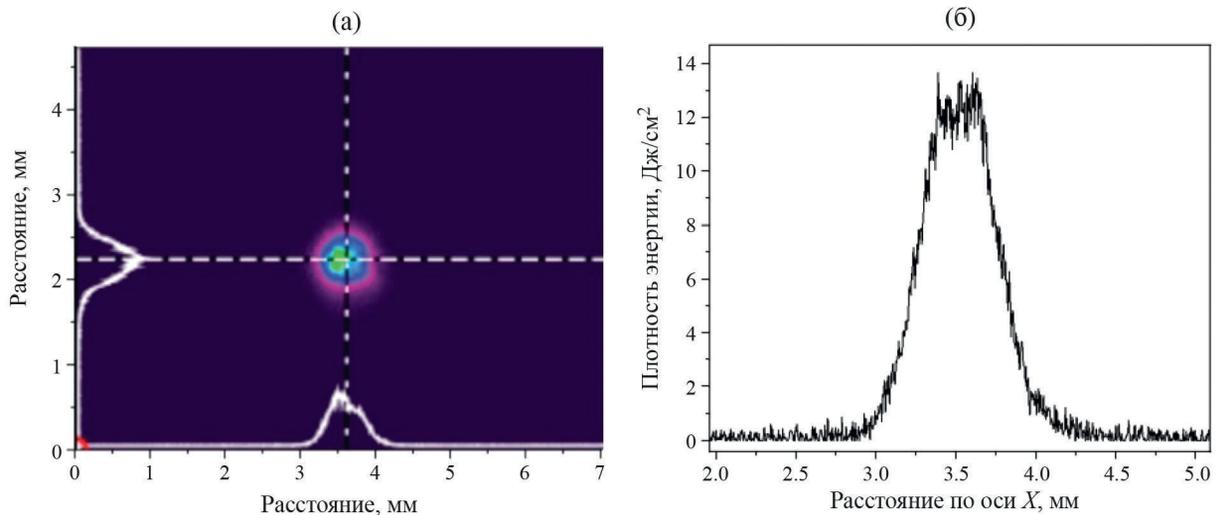


Рис. 2. Карта распределения интенсивности лазерного пятна на образце при нормальном падении луча (а); сечение профиля лазерного пятна на образце по оси X (б).

2.3. Измерение содержания изотопов водорода в вольфрамовых макетах облицовки дивертора Глобус-М2 методом LIA-QMS

На образце 3.1 с толщиной осадений порядка 500 нм исследовалось влияние выбранной плотности энергии LIA-QMS на количество дейтерия, зарегистрированного квадрупольным масс-спектрометром. Сравнение проводилось для 3 плотностей энергии: 5, 10 и 15 Дж/см².

В эксперименте отслеживался QMS сигнал 2-й, 3-й и 4-й масс. На рис. 3 представлены временные зависимости потока дейтерия, вычисленные из сигнала 4-й массы, при плотности энергии 5 Дж/см² (черная кривая), 10 Дж/см² (красная кривая) и 15 Дж/см² (синяя кривая). Время одного прохода площади 10×10 мм² составляло 40 с. После первого прохода на всех трех зависимостях наблюдается резкий спад потока дейтерия: на 2 порядка для плотностей энергии 10 и 15 Дж/см², и в 10 раз для 5 Дж/см². Последующие пики десорбции связаны с погрешностью системы сканирования, которая может выводить лазерное пятно за рамки исходно заданной области, т. е. на незатронутые лазерной абляцией области переосаждения, что и приводит к появлению данных пиков. Однако их вклад в интегральное количество потока составляет менее 10%, в сравнении с первым проходом. Плотность энергии напрямую влияет на количество аблируемого материала и, судя по всему, в случае 5 Дж/см² на поверхности после первого прохода остается тонкий слой переосаждений, который во время второго прохода уже полностью удаляется. Для 10 и 15 Дж/см² весь осаденный слой ~ 500 нм удаляется за первый проход. Интегральная поверхностная плотность атомов дейтерия для трех плотностей энергии составляет

- 5 Дж/см²— $1.6 \cdot 10^{17}$ см⁻²;
- 10 Дж/см²— $2.4 \cdot 10^{17}$ см⁻²;

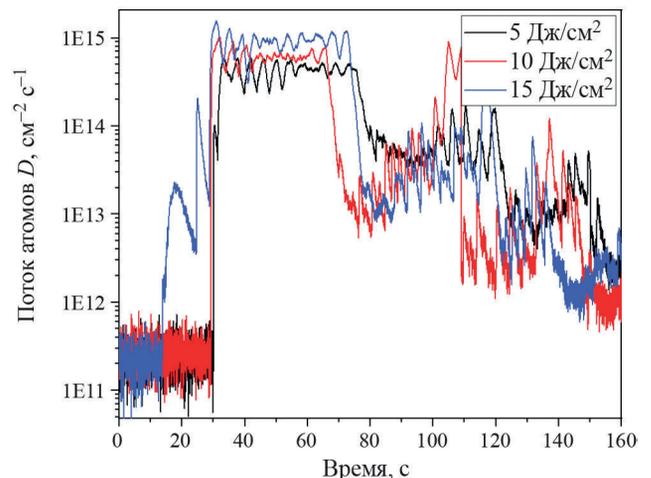


Рис. 3. Зависимость потока атомов дейтерия из образца 3.1, вычисленная из сигнала Extorr XT-300M для 4-й массы.

– 15 Дж/см²— $3.7 \cdot 10^{17}$ см⁻².

Согласно данным термодесорбционной спектроскопии (TDS) данного образца облицовки содержание атомов дейтерия составляет $2.9 \pm 0.7 \cdot 10^{17}$ см⁻². Результаты LIA-QMS в целом хорошо согласуются с результатами TDS. Отклонения от среднего значения при плотностях энергий 5 и 15 Дж/см² наиболее вероятно связаны с неоднородной толщиной осадений на образце, размер которого составлял $\sim 10 \times 10$ см. Для образца 3.2 при фиксированной плотности энергии абляции 10 Дж/см² поверхностная плотность атомов дейтерия, измеренная в трех точках, лежащих на диагонали, составила $4.8 \cdot 10^{17}$; $4.0 \cdot 10^{17}$ и $5.8 \cdot 10^{17}$ см⁻², что косвенно говорит о различной толщине осадений, либо отличающимися условиями захвата дейтерия в разных частях плитки и его различ-

ной концентрации. Из вышесказанного можно сделать вывод, что вариации регистрируемого сигнала в диапазоне плотностей энергии 5–15 Дж/см² не превышают экспериментальную неопределенность, обусловленную неоднородностью захвата дейтерия по площади исследуемых образцов, и можно выбирать плотность энергии исходя из удобства реализации профилирования осадений.

Для демонстрации возможности профилирования содержания изотопов водорода по толщине методом LIA-QMS, было проведено исследование образца 5 с толщиной осадений порядка 5–6 мкм. Плотность энергии в данной серии экспериментов составляла 10 Дж/см². На рис. 4 представлены потоки атомов водорода и дейтерия, вычисленные из данных QMS при многократном сканировании мишени. Длительность одного прохода по площади 5 × 5 мм² составляла 10 с. Из рисунка видно, что наибольший поток водорода наблюдается при первом сканировании. После чего до 4-го сканирования наблюдается постепенное/ступенчатое снижение уровня потока атомов водорода. В случае же атомов дейтерия наблюдаются аналогичные тенденции. Однако стоит заметить, что в случае атомов дейтерия нет явно выраженного повышенного потока при первом сканировании, что может свидетельствовать об изотопном замещении атомами водорода атомов дейтерия в приповерхностных слоях. При 4-м сканировании наблюдается резкий спад потоков газов, что по всей видимости свидетельствует о полном или практически полном удалении углеводородных осадений в данной области. Природа пиков на 5, 6 и 8-м проходах, аналогична описанным выше, что связано с несовершенством системы сканирования, которая может выводить лазерное пятно за рамки исходно заданной области, т. е. на незатруну-

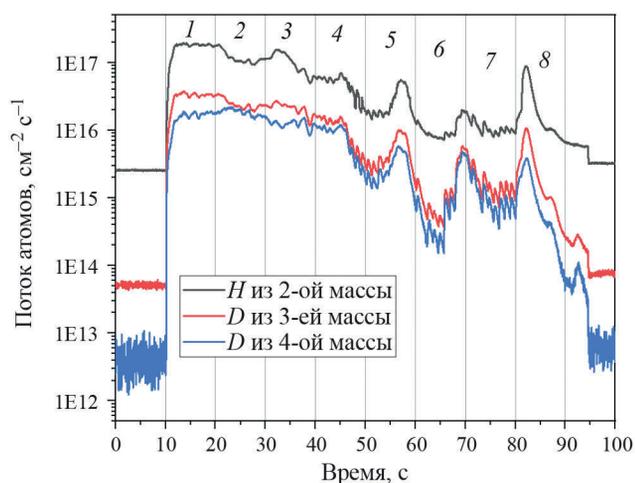


Рис. 4. Зависимость потока атомов водорода и дейтерия из образца 5, вычисленная из 2, 3 и 4-й масс. Цифрами сверху указан порядковый номер прохода лазерным лучом.

тые лазерной абляцией области пересадений, что и приводит к появлению данных пиков. Как и в случае выше, десорбция газов не приводит к значительному искажению интегрального количества атомов дейтерия, и, конкретно в данном случае, составляет 14%. Данную погрешность можно минимизировать увеличением области сканирования и усовершенствованием самой системы сканирования. Данный образец исследовался в трех областях, максимально удаленных друг от друга, временные зависимости 2, 3 и 4-й масс для всех областей аналогичны приведенным на рис. 4.

Результаты измерений поверхностной плотности атомов дейтерия для образца 5 вместе с данными LIA-QMS и TDS для образцов 3.1 и 3.2 приведены в табл. 2.

Как видно из таблицы, содержание дейтерия растет приблизительно линейно с толщиной осадений, что косвенно подтверждает корректность выводов о применимости метода LIA-QMS для измерения содержания изотопов водорода в толстых углеводородных осадениях. В работе [12] показано, что в режиме лазерной десорбции выход дейтерия из графитовых плиток на 80% происходит в виде молекул D₂ и HD, остальные 20% выделяются в виде летучих углеводородов C_xH_yD_z. В приведенных выше экспериментах не проводилось прямого сравнения количества выхода молекулярного дейтерия и дейтерия в различных соединениях с углеродом. Однако, можно сделать вывод, что измерения содержания дейтерия методом LIA-QMS с учетом лишь вклада D₂ и HD показывают неплохое совпадение с результатами TDS. Пространственная неоднородность содержания дейтерия по площади исследуемых плиток (до 50%) вносит неопределенность в результаты измерений, что не позволяет объективно оценить точность метода, а дает только оценку ошибки сверху. Чтобы получить более точную оценку, необходимы эксперименты на образцах осадений с лучшей пространственной однородностью по толщине.

3. РЕАЛИЗАЦИЯ ЛАЗЕРНЫХ ДИАГНОСТИК СОДЕРЖАНИЯ ИЗОТОПОВ ВОДОРОДА НА УСТАНОВКЕ ГЛОБУС-М2

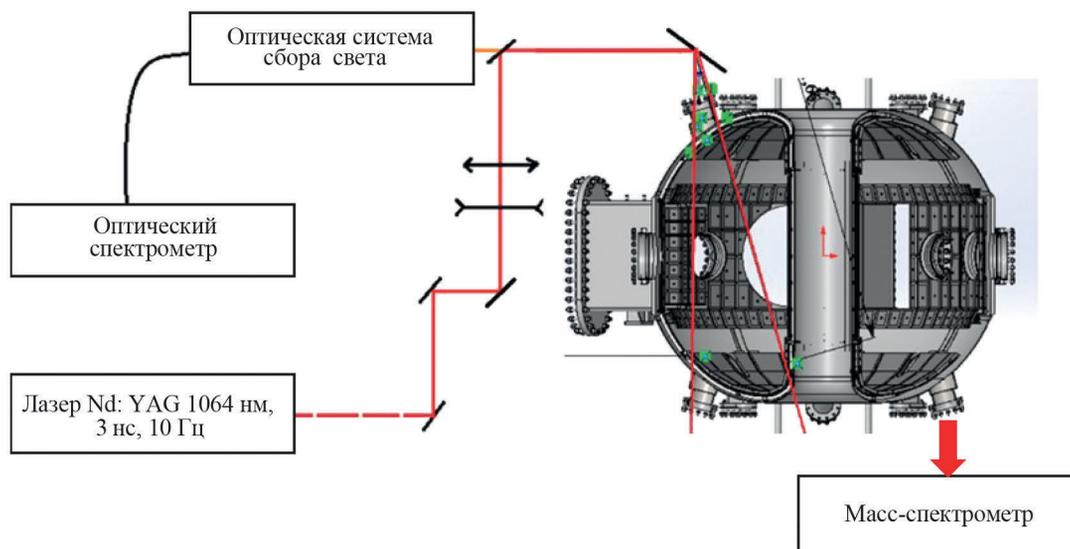
3.1. Экспериментальная методика

Схема диагностики накопления водорода, реализованная на установке Глобус-М2, показана на рис. 5.

В дополнение к диагностике LIA-QMS на установке Глобус-М2 была смонтирована схема сбора излучения лазерного факела, что позволило оценить возможность комбинации методов LIAQMS и LIBS для исследования содержания изотопов водорода в первой стенке. В представленной схеме излучение зондирующего лазера доводилось из диагностической комнаты до токамака при помощи системы зеркал и перископических устройств (не показаны на схеме). Далее фокусировка и развертка лазерного луча осуществлялась аналогично описанной выше схеме, использованной

Таблица 2. Поверхностная плотность атомов дейтерия в образцах 3.1, 3.2, 5, измеренная методами LIA-QMS и TDS

	3.1. Толщина осадений ~ 0.5 мкм	3.2. Толщина осадений ~ 0.5 мкм	5. Толщина осадений 5–6 мкм
LIA-QMS 5 Дж/см ²	$1.6 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	—	—
LIA-QMS 10 Дж/см ²	$2.4 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	$4.8 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	$2.6 \cdot 10^{18}$ см ⁻²
LIA-QMS 10 Дж/см ²	$2.4 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	$4.0 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	$2.5 \cdot 10^{18}$ см ⁻²
LIA-QMS 10 Дж/см ²	$2.4 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	$5.8 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	$2.4 \cdot 10^{18}$ см ⁻²
LIA-QMS 15 Дж/см ²	$3.7 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	—	—
TDS	$2.9 \cdot 10^{17}$ см ⁻²	—	—

**Рис. 5.** Схема ввода лазерного излучения и сбора света диагностики содержания водорода в стенках токамака Глобус-М2.

при лабораторном макетировании. В эксперименте на токамаке использовался Nd:YAG лазер с длительностью импульса равной 3 нс и максимальной энергией в импульсе до 2 Дж. Оценить плотность энергии лазерного излучения на поверхности облицовки во время эксперимента не представлялось возможным, однако по измерениям глубины кратера постфактум был сделан вывод о том, что показатель тепловой нагрузки ($\text{Дж} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-0.5}$) был заметно выше, чем в лабораторных экспериментах. Ось системы сбора света была совмещена с осью системы ввода лазерного излучения за счет монтажа элементов обеих систем на общем оптическом рельсе, что позволило держать лазерный луч в центре области наблюдения в ходе сканирования дивертора. Трехобъективная оптическая система сбора света передавала излучение лазерного факела на торец волокна оптического спектрометра. Для регистрации эмиссионного спектра лазерной искры в данной системе использовался дифракционный спектрометр SPT-DDHR-4 [13] с большой дисперсией и высокой пропускной способностью.

Для ввода лазерного излучения в вакуумную камеру токамака использовался верхний патрубок диаметром

80 мм, на который было установлено сапфировое окно, оснащенное защитной шторкой.

Регистрация остаточных газов осуществлялась при помощи квадрупольного масс-спектрометра Pfeiffer PrismaPlus QMG220 (с анализатором QMA220), установленного в откачной системе непосредственно перед ТМН. Данный QMS имеет предел обнаружения по парциальному давлению $1.5 \cdot 10^{-10}$ Па, и скорость измерения одной массы от 20 мс до 60 с, т. е. регистрация одного спектра (до 50 а. е. м.) осуществляется от 1 до 300 с.

Перед началом измерения была проведена калибровка показаний масс-спектрометра для водорода и гелия. В ходе процедуры калибровки в объем установки Глобус-М2 напускался газ, после чего напуск газа перекрывался и проводилась одновременная запись динамики давления в камере и амплитуды соответствующих линий в масс-спектре. При давлениях выше, чем $5 \cdot 10^{-4}$ Па, когда полное давление в камере незначительно отличается от парциального давления водорода, наблюдается близкая к линейной зависимость ионного тока от давления с коэффициентом пропорциональности $\sim 3 \cdot 10^5$ Па/А. В дальнейших

экспериментах мы использовали данный калибровочный коэффициент для расчета давления водорода и дейтерия в камере Глобус-М2.

3.2. Измерение содержания изотопов водорода в графитовой облицовке дивертора Глобус-М2 методом LIA-QMS

После завершения калибровки была проведена серия экспериментов по облучению облицовки токамака Глобус-М2 с целью записи эмиссионных спектров излучения лазерной искры и масс-спектров десорбированных газов. Базовое давление в вакуумной камере токамака поддерживалось на уровне $4 \cdot 10^{-4}$ Па. Лазерное излучение фокусировалось внутри объема токамака на графитовую диверторную плитку в области пересечения с правой ветвью сепаратрисы, которое соответствует положениям образцов 3.1 и 3.2, исследуемым в предыдущем пункте. Всего было произведено 8 лазерных экспозиций, две из которых были тестовыми, а шесть заключались в сканировании лазерным лучом поверхности плитки. Как показали предварительные эксперименты, время накопления при записи масс-спектра нежелательно делать менее, чем 200 мс на диапазон в 1 а. е. м. Для того, чтобы ограничить длительность записи одного спектра временем 1–2 с, было принято решение разбить весь интересующий нас диапазон на несколько меньших. Поэтому, в течение первых 3-х сканирующих экспозиций масс-спектр записывался в 3-х диапазонах масс: 1–5, 11–16 и 23–31 а. е. м. Затем выбирались линии, которые демонстрировали наибольший рост при лазерном облучении и в ходе следующих 3 экспозиций были записаны кинетики соответствующих линий. На рис. 6 показаны кинетики отдельных линий, соответствующих 1–4 массам и две последовательные записи масс-спектра в диапазонах 1–5 а. е. м, сделанные до

начала и во время лазерного сканирования дивертора установки Глобус-М2. Как видно из рис. 6, облучение лазером приводит к дегазации облицовки, которая может быть надежно зарегистрирована методами масс-спектрометрии. Следует отметить, что одновременно с ростом интенсивности линий, соответствующих 1–4 массам, в спектре наблюдался рост сигналов от кислорода, азота, воды и различных соединений углерода. Как следствие, скачок полного давления более чем на порядок превышал амплитуду импульсов парциальных давлений изотопов водорода в камере.

Из рис. 6 можно сделать вывод о количестве изотопов водорода, содержащегося в поверхностных слоях облицовки. Используя полученный выше калибровочный коэффициент, парциальное давление водорода в камере во время экспозиции можно оценить, как $(I_{H_2} + I_{HD}) / 2 \cdot 3 \cdot 10^5 \sim 4 \cdot 10^{-6}$ Па, а парциальное давление дейтерия как $(I_{D_2} + I_{HD}) / 2 \cdot 3 \cdot 10^5 \sim 1.6 \cdot 10^{-6}$ Па. Принимая скорость откачки равной $S \sim 1$ м³/с, стационарные потоки со стенки равны $P \cdot S / (k \cdot T) \sim 10^{15}$ Н₂/с и $4 \cdot 10^{14}$ D₂/с. Как следует из рис. 7, один проход сканирования занимал ~50 с, и за это время экспонировалась площадь ~1 см². Таким образом, на основании проведенных измерений можно сделать вывод о количественном содержании изотопов водорода в поверхностных слоях облицовки дивертора Глобус М2: $\sim 10^{17}$ Н/см² и $4 \cdot 10^{16}$ D/см². Полученное соотношение протия и дейтерия в поверхностном слое скорее всего связано с проведением процедуры боронизации стенки. Эта процедура в Глобус-М2 проводится в тлеющем разряде гелия в присутствии паров карборана (C₂B₁₀H₁₂).

Для получения информации о глубине залегания топлива в приповерхностной области был проведен цикл экспозиций, в котором одна и та же площадка сканировалась последовательно несколько раз.

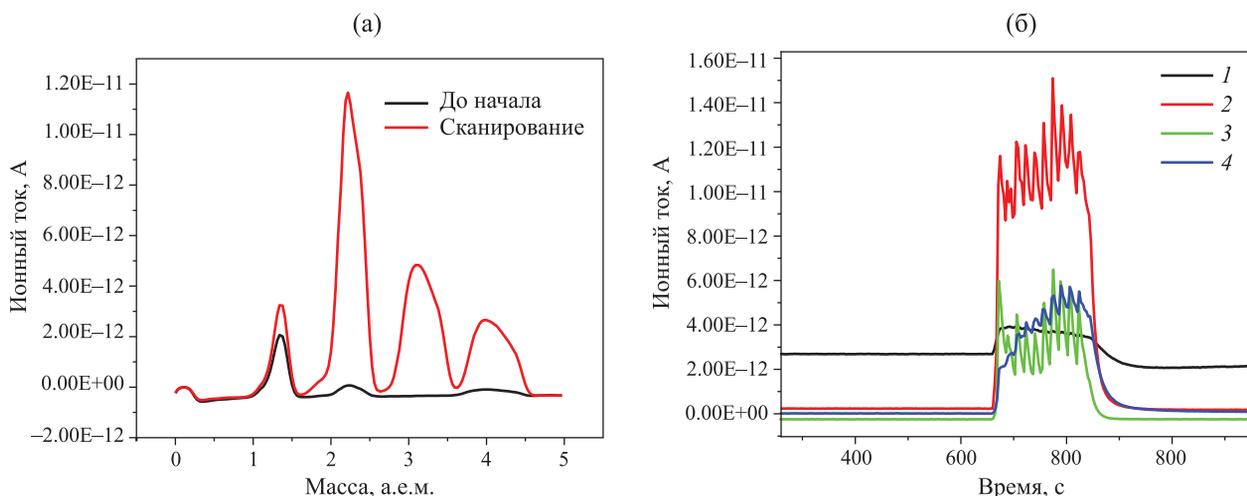


Рис. 6. Две последовательные записи масс-спектра в диапазонах 1–5 а. е. м., сделанные до начала (черная линия) и во время (красная линия) лазерного сканирования облицовки дивертора установки Глобус-М2 (а), кинетики линий, соответствующих массам 1–4 (H, H₂, HD, D₂) (б).

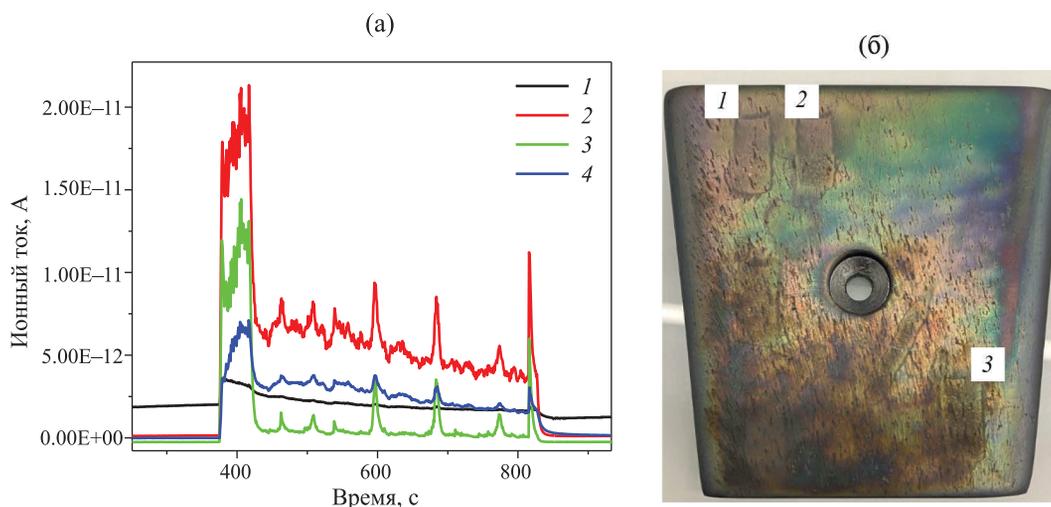


Рис. 7. Кинетики линий, соответствующих массам 1–4 (H, H₂, HD, D₂) записанные в ходе многократного сканирования облицовки дивертора установки Глобус-М2 (а); облицовка дивертора после лазерного сканирования (б). Область 1 — глубина 80–90 мкм, 2 — 110–140 мкм, 3 — 60–70 мкм.

Результат такого многократного сканирования, показан на рис. 7а. Как видно из рисунка, после первого прохода, амплитуды линий, соответствующих изотопам водорода, резко уменьшаются, однако некоторое количество топлива наблюдается и в более глубоких слоях. При этом неясно, оказывает ли какое-либо влияние на горение плазменного разряда топливо, запасенное в глубине взаимодействующих с плазмой элементов. Очевидно, данный вопрос требует дальнейшего исследования как в лабораторных условиях, так и на токамаке. Внешний вид плитки после лазерной экспозиции показан на рис. 7б. Измерения глубины следа лазерного сканирования позволили оценить полную толщину слоя, удаленного за 10 проходов, как ~ 100 мкм. Следовательно, приведенные выше оценки, сделанные для первого прохода лазерного сканирования облицовки, дают информацию о залегании изотопов водорода в верхнем слое толщиной ~ 10 мкм.

3.3. Измерение изотопного соотношения дейтерий/протий методом LIBS

На рис. 8 приведены фотографии лазерной искры во время первого и второго проходов лазерного сканирования облицовки дивертора Глобус-М2.

Из рис. 8 видно, что в начале экспозиции лазерный факел имеет два цвета — синий и красный. По всей вероятности, синий цвет соответствует свечению азота (391, 423 и 470 нм), так как в масс-спектрах интенсивность линии молекулы азота является доминирующей. Свечение углерода лежит в глубоком УФ-диапазоне (менее 200 нм). Красный цвет соответствует свечению водородных линий (656 нм). Примечательно, что визуально лазерный факел имеет тенденцию к раздвоению, однако авторы предполагают,

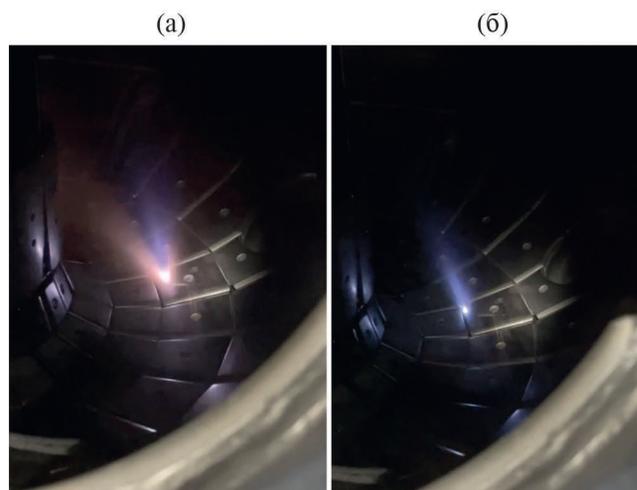


Рис. 8. Фотография лазерной искры во время первого (а), второго проходов лазерного сканирования облицовки дивертора Глобус-М2 (б).

что данный эффект связан с тем, что синяя часть факела имеет более высокую интенсивность, и красная часть факела на ее фоне становится незаметной. После первого прохода сканирования исследуемой области красная часть факела практически полностью исчезает, что подтверждает сделанные выше выводы о том, что за первый проход происходит преимущественное удаление водородосодержащих пленок с поверхности тайла. Следует также отметить, что после первого прохода сканирования исследуемой области факел становится значительно меньше.

В данной работе спектроскопия лазерного факела использовалась совместно с методом LIA-QMS для измерения относительной интенсивности линий дейтерия и протия. Во время лазерной экспозиции эмис-

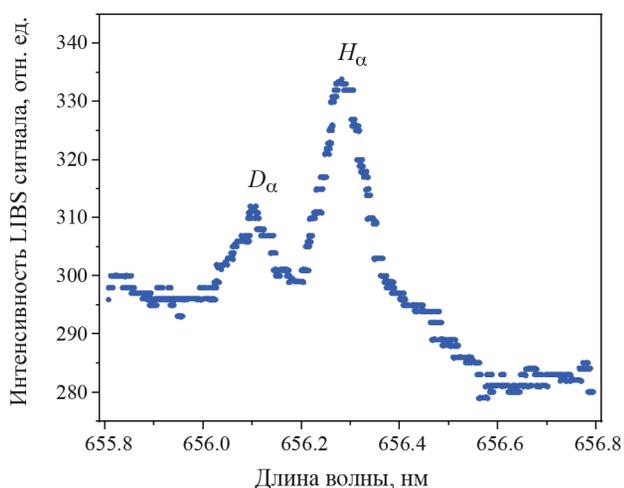


Рис. 9. Спектр свечения лазерной искры по время первого прохода лазерного сканирования, давление $5 \cdot 10^{-4}$ Па.

сионный спектр факела в спектральном диапазоне 655.8–656.8 нм регистрировался при помощи спектрометра SPT-DDHR-4. Спектр, записанный во время первого прохода сканирования, приведен на рис. 9. На спектре хорошо видно Бальмер-альфа ($H\alpha$ и $D\alpha$) линии от двух изотопов водорода — протия (H) и дейтерия (D). Из соотношения интенсивности линий можно предположить, что отношение концентраций дейтерия и протия в искре составляет около 1:3, что близко к оценкам, полученным методами масс-спектрометрии $\sim 1:2.5$. Данный факт подтверждает корректность измерений, проведенных методом LIA-QMS. В частности, можно ответить на вопрос о соотношении вкладов D_2 и ${}^4\text{He}$ в интенсивность линии, соответствующей массе 4 в масс-спектре. Поскольку стенка установки Глобус-М2 регулярно проходит процедуру кондиционирования в тлеющем гелиевом разряде, такой результат не является очевидным. В нашем случае, исходя из данных LIBS, можно сделать вывод о доминирующем вкладе D_2 в интенсивность линии 4-й массы.

После начала второго сканирования Бальмер-альфа линии изотопов водорода полностью пропадали из спектра, что подтверждает, что большая часть изотопов водорода, содержащихся в приповерхностных слоях, удаляется во время первого прохода.

Оценки атомной концентрации дейтерия на глубине более 10 мкм (после первого прохода лазерного сканирования) дают величину $\sim 10^{-2}$ ат%, что существенно меньше атомной концентрации дейтерия в осадениях, измеренной в [10] на плитке из того же ряда — 4 ат%. Полученная нами концентрация $\sim 10^{-2}$ ат% гораздо ближе к величине $2 \cdot 10^{-3}$ ат%, приведенной в работе [10] для растворенного D_2 в объеме графитовой облицовки. В наших экспериментах интегральная поверхностная плотность атомов дейтерия составила $\sim 4 \cdot 10^{16}$ D/см², где преобладающий вклад

оказывает первый проход. Данный результат примерно на порядок меньше содержания — $5.6 \cdot 10^{17}$ D/см², приведенного в той же работе [10] в осадениях с толщиной 2.6 мкм. Следовательно, естественным будет предположить, что в описанных выше экспериментах на Глобус-М2 толщина осадений была заметно меньше (сотни нм). За первый проход все осадения были удалены вместе со слоем объемного материала, что и дало несколько более высокий уровень сигнала по сравнению с дальнейшими проходами сканирования, когда мы распыляли исключительно объемный материал.

В представленных экспериментах оптическая спектроскопия использовалась только для регистрации спектра эмиссии протия и дейтерия. В то же время метод LIBS позволяет получать информацию и о составе распыленного слоя, а при должной калибровке быть независимым инструментом количественного анализа содержания изотопов водорода в стенке. Для этого необходимо одновременно реализовать запись в широком спектральном диапазоне, обеспечить высокое разрешение и светосилу в области свечения $H\alpha$ и $D\alpha$. Как вариант, предлагается использовать 2 спектральных канала с перекрестной калибровкой. Контролируя одновременно элементный состав распыляемого вещества и содержание в нем изотопов водорода, мы сможем разделять водород, со-осажденный вместе с продуктами эрозии и содержащийся в объеме стенки, получать дополнительную информацию о механизмах накопления топлива в зависимости от сценария разрядов, проведения процедур боронизации или кондиционирования.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены первые результаты разработки и апробации системы лазерной диагностики содержания изотопов водорода в первой стенке токамак-реакторов. Макетирование в лабораторных условиях подтвердило применимость системы для измерения содержания изотопов водорода во взаимодействующих с плазмой элементах токамаков. Система была смонтирована на установке Глобус-М2 и получены первые экспериментальные данные о накоплении изотопов водорода в облицовке дивертора установки. Сравнение изотопного содержания по соотношению интенсивности $H\alpha/D\alpha$, полученного двумя методами: LIBS и LIA-QMS позволила подтвердить корректность проведенных измерений.

Дальнейшее развитие методов включает в себя разработку методики LIBS для многоэлементного количественного анализа в предположении бальмановской заселенности возбужденных уровней и не требующего использования калибровочных кривых. Альтернативой может служить метод регистрации, основанный на спектроскопии во внешнем разряде, например, в Пеннинговской ячейке. Кроме того, при-

менение метода абляции для исследования осажде- ний неизвестной толщины предполагает наличие об- ратной связи, отслеживающей основные химические элементы первой стенки в лазерном факеле. Наличие подобной системы на базе многоэлементного LIBS позволит избежать повреждения первой стенки.

Точность и чувствительность разработанного мето- да сильно зависят от материала первой стенки и объе- ма вакуумной камеры токамака. В ходе исследований наблюдалась и десорбция водорода из объема первой стенки, которая тоже может вносить заметный вклад в формирование сигнала масс-спектрометра. К сожа- лению, попытка выделения водорода из объема со- пряжена с нарушением целостности первой стенки. Для повышения точности определения концентрации изотопов водорода необходимо определять глубину и форму лазерного кратера. Для этого предполагается усилить методику интерферометрией. Реализация ка- либровки масс-спектрометра возможна несколькими способами, которые могут быть легко интегрированы в текущую вакуумную систему токамака. В последую- щих исследованиях на токамаке Глобус-М2 планиру- ется использовать калиброванную течь с потоком дей- терия $\sim 10^4$ Па \cdot м³/с, что позволит провести более точ- ный количественный анализ изотопов водорода.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена с использованием УНУ «Сфери- ческий токамак Глобус-М», входящей в состав ФЦКП «Материаловедение и диагностика в передовых тех- нологиях» ФТИ им. А.Ф. Иоффе. Макетирование ди- агностики LIA-QMS в лабораторных условиях вы- полнены за счет гранта Российского научного фон- да (проект № 22-12-00360). Реализация лазерных ди- агностик содержания изотопов водорода на установ- ке Глобус-М2 выполнена при поддержке Министер- ства науки и высшего образования Российской Фе- дерации (договор № 0723-2020-0043). Разработка ва- риантов размещения диагностического комплекса на токамаке, а также анализ ожидаемой точности изме- рения выполнены при поддержке Министерства на- уки и высшего образования Российской Федерации (договор FFUG-2024-0034 и № 0034-0024-0028).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Doerner R.P., Baldwin M.J., De Temmerman G., Hanna J., Nishijima D., Roth J., Schmid K., Tynan G.R., Umstadter K. // IAEA Genova. 2008. Ex/P4-4. P. 1.
2. Federici G., Skinner C.H., Brooks J.N., Coad J.P., Grisolia C., Haasz A.A., Hassanein A., Philipps V., Pitcher C.S., Roth J., Wampler W.R., Whyte D.G. // Nucl. Fusion. 2001. V. 41. P. S1967. Doi: 10.1088/0029-5515/41/12/218.
3. Sugiyama K., Roth J., Anghel A., Porosnicu C., Baldwin M., Doerner R., Krieger K., Lungu C. P. //

- J. Nuclear Mater. 2011. V. 415. P. S731. Doi: 10.1016/j.jnucmat.2010.09.043.
4. ITER Documentation 2001 Generic Site Safety Report volumes III, ITER Document Ref. G 84 RI.
5. Zlobinski M., Sergienko G., Martynova Y., Matveev D., Unterberg B., Brezinsek S., Spilker B., Nicolai D., Rasinski M., Moller S., Linsmeier Ch., Lungu C.P., Porosnicu C., Dinca P., De Temmerman G. // Nucl. Mater. Energy. E. 2019. V. 19. P. 503. Doi: 10.1016/j.nme.2019.04.007.
6. Hodille E.A., Bernard E., Markelj S., Mougnot J., Becquart C. S., Bisson R., Grisolia C. // Physica Scripta. 2017. P. 014033. Doi: 10.1088/1402-4896/aa8787.
7. Paris P., Butikova J., Laan M., Aints M., Hakola A., Piip K., Tufail I., Veis P. // Physica Scripta. 2017. P. 014003. Doi: 10.1088/0031-8949/2017/T170/014003.
8. Brezinsek S., Widdowson A., Mayer M., Philipps V., Baron-Wiechec P., Coenen J.W., Heinola K., Huber A., Likonen J., Petersson P., Rubel M., Stamp M.F., Borodin D., Coad J.P., Carrasco A.G., Kirschner A., Krat S., Krieger K., Lipschultz B., Linsmeier Ch., Matthews G.F., Schmid K., JET contributors // Nucl. Fusion. 2015. V. 55. P. 063021. Doi: 10.1088/0029-5515/55/6/063021.
9. Gasparyan Y., Bulgadaryan D., Efimov N., Efimov V., Krat S., Popova M., Sinelnikov D., Vovchenko E., Dmitriev A., Elets D., Mukhin E., Razdobarin A., Minaev V., Novokhatsky A., Sakharov N., Varfolomeev V. // Fusion Engineering Design. 2021. V. 172. P. 112882. Doi: 10.1016/j.fusengdes.2021.112882.
10. Gusev V.K., Alimov V.Kh., Arkhipov I.I., Balden M., Denisov E.A., Gorodetsky A.E., Kurdumov A.A., Kompaniec T.N., Lebedev V.M., Litunovsky N.V., Mazul I.V., Novokhatsky A.N., Petrov Yu.V., Sakharov N.V., Sharapov V.M., Terukov E.I., Trapeznikova I.N., Roth J., Zakharov A.P., Zalavutdinov R.Kh. // J. Nuclear Mater. 2009. V. 49. P. 095022. Doi: 10.1088/0029-5515/49/9/095022.
11. Novokhatsky A.N., Gusev V.K., Ber B.Ya., Brun- kov P.N., Bukhovets V.L., Gervash A.A., Gorode- tsky A.E., Grigoriev S.A., Kuznetsov V.E., Litunov- sky N.V., Makhankov A.N., Mazul I.V., Mukhin E.E., Petrov Yu.V., Rybkina T.V., Sakharov N.V., Soko- lov R.V., Tanchuk V.N., Tolstyakov S.Yu., Voro- nin A.V., Zakharov A.P., Zalavutdinov R.Kh. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2017. Т. 40. С. 14. Doi: 10.21517/0202-3822-2017-40-4-14-24.
12. Zlobinsky M. PhD Thesis. Laser Induced Desorption as Hydrogen Retention Diagnostic Method.
13. Mukhin E.E., Andrew P., Anthoine A.D., Bazhe- nov A.N., Barnsley R., Bukreev I.M., Bukho- vets V.L., Chernakov A.P., Gorodetsky A.E., Kocher- gin M.M., Koval A.N., Kukushkin A.B., Kukush- kin A.S., Kurskiev G.S., Levashova M.G., Litvi- nov A.E., Litunovsky V.N., Markin A.V., Mazul I.V.,

Masyukevich S.V., Miroshnikov I.V., Nemov A.S.,
Novokhatsky A.N., Razdobarin A.G., Sherstnev E.V.,
Samsonov D.S., Semenov V.V., Smirnov A.S., De

Temmerman G., Tolstyakov S.Yu., Zalavutdinov R.Kh.,
Walsh. M.J. // Nucl. Fusion. 2016. V. 56. P. 036017.
Doi: 10.1088/0029-5515/56/3/036017.

HYDROGEN ISOTOPES IN THE GLOBUS-M2 TOKAMAK WALL

A. G. Razdobarin^{a,b,*}, O. S. Medvedev^{a,c}, I. M. Bukreev^a, D. L. Bogachev^a, A. M. Dmitriev^a,
D. I. Elets^{a,b,c}, E. V. Smirnova^{a,b}, L. A. Snigirev^{a,b}, V. B. Minaev^a, A. N. Novokhatsky^a, I. V. Miroshnikov^a,
S. V. Filippov^a, M. V. Grishaev^c, and Yu. M. Gasparyan^{b,c}

^aIoffe Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 194021 Russia

^bDepartment of Physics, St. Petersburg State University, St. Petersburg, 199034 Russia

^cNational Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, 115409 Russia

*e-mail: aleksey.razdobarin@mail.ioffe.ru

Mock-up of the system for remote monitoring of the accumulation of hydrogen isotopes in the walls of the Globus-M2 tokamak was assembled and tested. The measurements were performed using the LIA-QMS laser diagnostics (laser-induced ablation with registration using quadrupole mass-spectrometry). The data were obtained on the content of hydrogen isotopes in deposits appearing after exposing tungsten collectors to the loads in the volume of the Globus M tokamak. After testing the diagnostics under laboratory conditions, it was mounted at the Globus-M2 facility. In-situ measurements of the content of hydrogen isotopes in the graphite tiles of the tokamak divertor were performed. The possibility of combining the LIA-QMS diagnostics with the LIBS (laser-induced emission spectroscopy) diagnostics has been confirmed, in order to obtain information on the composition of the ablated material. In addition, the LIBS method was used for obtaining the deuterium/protium isotopic ratio during measurements in the Globus-M2 facility.

Keywords: laser-induced ablation, laser-induced desorption, first wall, spherical tokamak, tritium accumulation Diagnostics

О КОЭФФИЦИЕНТЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СВЯЗИ ДВУХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОБЫКНОВЕННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ И ПРОДОЛЬНОЙ ВЕРХНЕГИБРИДНОЙ ВОЛНЫ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2024 г. А. Ю. Попов^{а,*}, П. В. Третинников^а, Е. З. Гусаков^а, Л. В. Симончик^б

^аФизико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, С.-Петербург, Россия

^бИнститут физики НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь

*e-mail: a.porov@mail.ioffe.ru

Поступила в редакцию 28.01.2024 г.

После доработки 25.04.2024 г.

Принята к публикации 26.04.2024 г.

В кинетическом приближении получено выражение для квадратичной компоненты нелинейной плотности заряда, которая используется при описании параметрического распада СВЧ-волны обыкновенной поляризации с частотой, соответствующей второй гармонике электронного циклотронного резонанса. В результате распада возбуждаются верхнегибридная и обыкновенная волны.

Ключевые слова: СВЧ-волны, электронный циклотронный резонансный нагрев замагниченной плазмы, параметрическая распадная неустойчивость, верхнегибридная и нижнегибридная волны

DOI: 10.31857/S0367292124060023, EDN: PTKEGD

1. ВВЕДЕНИЕ

Электронный циклотронный резонансный нагрев (ЭЦРН) широко применяется в современных тороидальных установках магнитного удержания плазмы. Считается, что этот метод локального (в окрестности ЭЦ-резонанса) нагрева электронов и генерации безындукционных токов позволяет эффективно контролировать развитие неоклассической тиринг-неустойчивости и рост магнитных островов, и планируется в токамаке ITER в сценарии нагрева на фундаментальной ЭЦ-гармонике обыкновенной волны [1]. Обсуждается использование ЭЦР-нагрева и в токамаке DEMO - термоядерной установке следующего поколения [2]. В настоящее время также исследуется эффективность ЭЦР-нагрева на второй гармонике резонанса с использованием пучков СВЧ-волн обыкновенной поляризации [3–6]. Современные генераторы – гиротроны, которые обеспечивают возбуждение мощных волновых СВЧ-пучков, имеют выходную мощность излучения до 1 МВт. В настоящее время идет разработка гиротронов с выходной мощностью до 5 МВт [7]. По этой причине исследование всех аспектов поведения столь мощных пучков СВЧ-волн в высокотемпературной плазме является актуальной задачей. Представляет интерес анализ возможности возбуждения нежелательных нелинейных эффектов, которые могут сопровождать распространение волновых СВЧ-пучков и, в конечном итоге, значитель-

но ухудшать локальность дополнительного нагрева электронов. Одним из таких нелинейных эффектов является параметрическая распадная неустойчивость (ПРН) СВЧ-волны. Эффективность этого нелинейного явления во многом определяется эффективностью нелинейной связи волны накачки и дочерних волн, возбуждаемых в результате распада. Коэффициент нелинейной связи адекватно описывается функцией отклика плазмы второго порядка по амплитудам взаимодействующих волн, а именно, билинейной восприимчивостью или проводимостью плазмы.

Впервые выражения для функции отклика замагниченной плазмы были получены в рамках гидродинамической модели [8]. Однако, хотя гидродинамическое приближение и позволяет получить выражение для нелинейной проводимости и/или восприимчивости в явном виде, оно справедливо только в случае взаимодействия длинноволновых колебаний (быстрых волн), для которых эффект пространственной дисперсии плазмы пренебрежимо мал. Для анализа параметрического распада СВЧ-волны, приводящего к возбуждению дочерних волн, при описании которых (или одной из которых) необходимо учитывать пространственную дисперсию плазмы, гидродинамическое приближение становится некорректным. В рамках кинетического подхода в замкнутой непертурбативной форме параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму было рассмот-

рено в монографии [9]. Ключевым предположением, позволившим в этой работе продвинуться аналитически, было полное пренебрежение пространственной структурой параметрически неустойчивой волны, что является лишь одним из предельных случаев и при многих сценариях нелинейного взаимодействия не является адекватным. Позднее, общие выражения для многокомпонентных тензоров диэлектрической проницаемости были получены в монографии [10] в кинетическом приближении в рамках пертурбативной процедуры теории возмущений, т.е. в результате разложения функции распределения частиц по амплитудам взаимодействующих волн. В общем случае эти выражения в силу характера траектории невозмущенной заряженной частицы в присутствии внешнего магнитного поля, могут быть получены только в форме многократных интегралов по поперечным скоростям и по фазам ларморовского вращения частицы в поле соответствующей волны. В случае конкретного нелинейного взаимодействия при заданных направлениях распространения нелинейно связанных волн и их векторах поляризации, общие интегральные выражения могут быть значительно упрощены и приведены к удобному для анализа виду. Таким образом, каждый сценарий многоволнового взаимодействия, не рассмотренный ранее, является отдельной нерешенной задачей. В качестве примера можно привести выражения для билинейной восприимчивости высокотемпературной замагниченной плазмы, которые описывают как взаимодействие трех продольных волн, так и распад необыкновенной волны на две продольные волны, полученные в компактном виде в работах [11, 12] и [13] соответственно.

Один из наиболее вероятных сценариев распада СВЧ-волны обыкновенной поляризации на частоте фундаментальной ЭЦ-гармоники, при котором возбуждаются продольная верхнегибридная (ВГ) волна и продольная нижнегибридная (НГ) волна, основываясь на подходе, развитом в монографии [10], был рассмотрен ранее в работе [14]. В случае распада обыкновенной СВЧ-волны на частоте второй ЭЦ-гармоники наиболее вероятно возбуждение дочерней продольной верхнегибридной волны и электромагнитной обыкновенной волны с частотой, близкой фундаментальной гармонике ЭЦ-резонанса. Поскольку в высокотемпературной плазме токамака пренебрежение пространственной дисперсией при описании ВГ-волны не является корректным, в данной работе этот сценарий трехволнового взаимодействия рассмотрен в кинетическом приближении. В итоге, мы впервые получим интегральное представление для нелинейной плотности заряда в замагниченной плазме, которая описывает это нелинейное явление. Окончательные выражения для коэффициентов связи получены в удобном для численного анализа виде. Их можно использовать для описания параметрических распадных неустойчивостей обыкновенной

волны, приводящих к возбуждению продольных колебаний и электромагнитной волны в высокотемпературной термоядерной, космической и астрофизической плазме.

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ, УЧАСТВУЮЩИЕ В НЕЛИНЕЙНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

В традиционной постановке ЭЦРН-экспериментов пучки греющего излучения вводятся в плазму почти поперек внешнего магнитного поля. Для улучшения локализации энергосодержания СВЧ-волн в плазме предпринимаются дополнительные усилия, такие как использование фокусирующих зеркал и широких пучков, чтобы обеспечить квазиоптический характер их распространения без значительного изменения формы волнового фронта. Это позволяет считать, что их продольный коэффициент преломления мал

$$n_{z0} = \frac{c}{\omega_0} (\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{b}) \ll 1, \quad (1)$$

где ω_0 — частота ЭЦ-волны, $\mathbf{b} = \mathbf{e}_z$ — единичный вектор вдоль внешнего магнитного поля, \mathbf{k}_0 — волновой вектор. В силу конечной величины (1), электрическое поле обыкновенной волны может иметь не только продольную, но и поперечные компоненты. Однако, как показано в монографии [15], величина поперечных компонент поля в силу условия имеет малость порядка $\propto n_{z0}$ по сравнению с величиной продольной компоненты. Согласно обычной геометрии ввода пучка накачки в плазму со стороны слабого магнитного поля, параметрический распад возможен и, к тому же, обладает минимальным порогом в области плазмы далеко за пределами ее ЭЦ-слоя, размер которого

$$l_{ECR} \approx \max(n_{\parallel} \beta_e, \beta_e^2) R_0,$$

где $\beta_e = v_{te}/c$, $v_{te} = \sqrt{2T_e/m_e}$ — электронная тепловая скорость, T_e, m_e — электронная температура и масса электрона, R_0 — большой радиус установки. Согласно выводам монографий [15] (см. формулы (20), (21)) и [16] (см. формулу (5.3.3.1)) при квазипоперечном распространении при распаде вне ЭЦ-слоя накачки и дочерних волн размером l_{ECR} влиянием релятивизма на поляризацию, распространение и затухание обыкновенной волны накачки можно пренебречь. Кроме того, в области распада, размеры которой много меньше характерных масштабов изменения параметров фоновой плазмы, мы можем использовать модель однородной среды, пренебрегая изменением параметров волны в этой области.

Итак, рассмотрим обыкновенную волну на частоте, соответствующей второй ЭЦ-гармонике, которая распространяется в однородной плазме поперек к внешнему магнитному полю, направленному вдоль координаты \mathbf{e}_z . Электрическое и магнитное поле этой волны в приближении Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна

(ВКБ) можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0 &= \mathbf{e}_z \frac{A_0}{2} \exp(ik_0x - i\omega_0t) + c.c., \\ \mathbf{V}_0 &= -\frac{\mathbf{e}_y}{2} n_0 A_0 \exp(ik_0x - i\omega_0t) + c.c., \end{aligned} \quad (2)$$

где $n_0 = ck_0/\omega_0 = \sqrt{\eta(\omega_0)}$ — поперечная компонента коэффициента преломления, $\eta = 1 - \omega_{pe}^2/\omega_0^2$ — продольная компонента высокочастотного, т.е. без учета ионного вклада, тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы, $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi\bar{n}e^2/m_e}$ — электронная плазменная частота; \bar{n} — фоновая плотность плазмы.

Поскольку с физической точки зрения распад волны накачки в плазме приводит к появлению именно тех дочерних волн, которые испытывают наименьшие потери из-за затухания, т.е. распространяются квази-поперечно, рассмотрим распространяющуюся поперек магнитного поля дочернюю обыкновенную волну, поле которой в приближении Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна (ВКБ) имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \mathbf{e}_z \frac{A_1}{2} \exp(ik_1x + i\omega_1t) + c.c., \\ \mathbf{V}_1 &= \mathbf{e}_y n_1 \frac{A_1}{2} \exp(ik_1x + i\omega_1t) + c.c. \end{aligned} \quad (3)$$

Вторая дочерняя волна соответствует верхним гибридным (ВГ) колебаниям. Ее потенциал может быть представлен в следующем виде:

$$\phi_2 = \frac{C_2}{2} \exp(iq_2x - i\omega_2t) + c.c., \quad (4)$$

где q_2 является решением дисперсионного уравнения для ВГ-волны

$$D_{UH}(q_2, \omega_2) = q_2^2 + \chi_e(q_2, \omega_2) + \frac{\omega_2^2}{c^2} g(\omega_2)^2 = 0. \quad (5)$$

В выражении (5) использованы следующие обозначения: $g = \omega_c/\omega_2 \cdot \omega_{pe}^2 (\omega_2^2 - \omega_c^2)$ — поперечная недиагональная компонента тензора диэлектрической проницаемости холодной плазмы, χ_e — электронная восприимчивость, которая в плазме с максвелловской функцией распределения частиц имеет вид [16]

$$\begin{aligned} \chi_e(q_2, \omega_2) &= \frac{2\omega_{pe}^2}{v_{te}^2} \left(1 - \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_2}{\omega_2 - p\omega_c} \times \right. \\ &\times \exp\left(-\frac{q_2^2 v_{te}^2}{2\omega_c^2}\right) I_p\left(\frac{q_2^2 v_{te}^2}{2\omega_c^2}\right) \Bigg), \end{aligned} \quad (6)$$

где I_j — модифицированная функция Бесселя первого рода. Последний член в уравнении (5) учитывает наличие малой электромагнитной компоненты у ВГ-волны. В выражениях (2), (3), (4) частоты и волновые вектора удовлетворяют распадным резонансным условиям

$$q_2 = k_0 + k_1, \quad \omega_0 = \omega_2 + \omega_1. \quad (7)$$

Отметим, что в дисперсионном уравнении (5) с учетом условия (1) мы пренебрегаем вкладом, связанным с продольной пространственной дисперсией ВГ-волны.

Рассмотрим уравнение Власова для бесстолкновительной однородной замагниченной плазмы, которое описывает функцию распределения электронов [16]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i} - \frac{|e|}{m_e} (E_i + e_{ijk} v_j B_k/c) \frac{\partial}{\partial v_i} - \omega_c e_{ijz} v_j \frac{\partial}{\partial v_i} \right) f_e = 0, \quad (8)$$

где e_{ijz} — полностью антисимметричный единичный тензор и $\mathbf{E} = \sum_{i=0 \div 2} \mathbf{E}_i$. Будем искать решение уравнения (8), используя процедуру теории возмущений

$$f = f_M + f^{(1)} + f^{(2)} + \dots, \quad (9)$$

где f_M — максвелловская функция распределения с температурой T_e , $f^{(1)}$, $f^{(2)}$ — поправки к равновесной функции распределения первого и второго порядка по амплитуде взаимодействующих волн. Подставим разложение в уравнение и, выделяя члены первого порядка, получим уравнения для линейных поправок к функции распределения на частотах обыкновенных волн

$$\left(-i\alpha_s + i\lambda_s \xi_{\perp} \cos\theta + \frac{\partial}{\partial\theta} \right) f_s^{(1)} = -\frac{\bar{n}|e|v_{te}A_s}{2\omega_c T_e} \xi_z f_M, \quad (10)$$

где $s = 0, 1$, $\alpha_0 = \omega_0/\omega_c$, $\alpha_1 = -\omega_1/\omega_c$, $\lambda_0 = k_0 v_{te}/\omega_c$, $\lambda_1 = k_1 v_{te}/\omega_c$, $\xi_{\perp} = v_{\perp}/v_{te}$, $\xi_z = v_z/v_{te}$ и θ азимутальный угол цилиндрической системы координат в пространстве скоростей. Используя метод вариации произвольной постоянной, мы получим функцию Грина уравнения в следующем виде:

$$\begin{aligned} G_s^0[\dots] &= \exp(i\alpha_s\theta - i\sigma_s\xi_z\theta - i\lambda_s\xi_{\perp}\sin(\theta)) \times \\ &\times \int_{-\infty}^0 d\tau \exp(i\lambda_s\xi_{\perp}\sin(\tau) + i\sigma_s\xi_z\tau - i\alpha_s\tau) [\dots]. \end{aligned} \quad (11)$$

Линейные поправки к равновесной функции распределения на частоте ω_s равны

$$\begin{aligned} f_s^{(1)} &= i \frac{\bar{n}|e|}{\omega_c m_e v_{te}} \xi_z A_s f_M \times \\ &\times \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ip\theta - i\lambda_s\xi_{\perp}\sin(\theta))}{p - \alpha_s} J_p(\lambda_s\xi_{\perp}), \quad s = 0, 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Отметим, что линейные поправки к равновесной функции распределения зависят от азимутального угла вращения электрона в однородном магнитном поле.

Билинейная поправка к равновесной функции распределения на частоте второй дочерней волны является решением уравнения

$$\begin{aligned} & \left(-i\alpha_2 + i\lambda_2 \xi_{\perp} \cos \theta + \frac{\partial}{\partial \theta} \right) f_2^{(2)} = \frac{|e|}{2m_e \omega_c} \times \\ & \times \left(A_0 \left(\left(1 - \frac{v_x}{c} n_0 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} + n_0 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x} \right) f_1^{(1)} + \right. \\ & \left. + A_1 \left(\left(1 + \frac{v_x}{c} n_1 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} - n_1 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x} \right) f_0^{(1)} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\alpha_2 = \omega_2/\omega_c$, $\lambda_2 = q_2 v_{\perp}/\omega_c$. Используя функцию Грина (11), мы получим решение уравнения (13) в интегральном виде

$$\begin{aligned} f_2^{(2)} = & \frac{|e|}{2m_e \omega_c} G_2^{\theta} \left[A_0 \left(\left(1 - \frac{v_x(\tau)}{c} n_0 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} + \right. \right. \\ & \left. \left. + n_0 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(\tau)} \right) f_1^{(1)}(\tau) + \dots \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Выражение в квадратных скобках в выражении (14), на которое действует интегральный оператор (11), зависит от переменной интегрирования τ . Отметим, что компоненты скорости $v_x(\tau)$, зависящие от переменной интегрирования τ , связаны с компонентами скорости $v_{x,y}(\theta)$, зависящими от текущего значения азимутального угла θ , преобразованием поворота, а именно:

$$\begin{aligned} v_x(\tau) &= v_x(\theta) \cos(\tau - \theta) - v_y(\theta) \sin(\tau - \theta), \\ v_y(\tau) &= v_x(\theta) \sin(\tau - \theta) + v_y(\theta) \cos(\tau - \theta). \end{aligned}$$

Далее, умножим выражение (14) на заряд электрона $-|e|$. Выполним интегрирование по скоростям, что позволяет получить нелинейную плотность заряда на частоте ВГ-волны $\rho(\omega_2) = \rho_2^{(2)}/2 \exp(-i\omega_2 t) + c.c.$:

$$\begin{aligned} \rho_2^{(2)} = & -\frac{|e|^2 v_{te}^3}{m_e \omega_c} \int_0^{\infty} \xi_{\perp} d\xi_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_z \times \\ & \times \int_0^{2\pi} d\theta \exp(i\alpha_2 \theta - i\lambda_2 \xi_{\perp} \sin(\theta)) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\theta} d\tau \exp(-i\alpha_2 \tau) F(\tau), \end{aligned} \quad (15)$$

где периодическая функция $F(\tau)$ имеет вид

$$\begin{aligned} F(\tau) = & \exp(i\lambda_2 \xi_{\perp} \sin(\tau)) \left[A_0 \left(\left(1 - \frac{v_x(\tau)}{c} n_0 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} + \right. \right. \\ & \left. \left. + n_0 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(\tau)} \right) f_1^{(1)}(\tau) + A_1 \left(\left(1 + \frac{v_x(\tau)}{c} n_1 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} - \right. \right. \\ & \left. \left. - n_1 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(\tau)} \right) f_0^{(1)}(\tau) \right]. \end{aligned}$$

Воспользовавшись периодичностью $F(\tau)$, разложим ее в ряд Фурье

$$F(t) = \sum_p F_p \exp(ip\tau), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} F_p = & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} dt \exp(i\lambda_2 \xi_{\perp} \sin(t) - ipt) \times \\ & \times \left(A_0 \left(\left(1 - \frac{v_x(t)}{c} n_0 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} + n_0 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(t)} \right) f_1^{(1)}(t) + \right. \\ & \left. + A_1 \left(\left(1 + \frac{v_x(t)}{c} n_1 \right) \frac{\partial}{\partial v_z} - n_1 \frac{v_z}{c} \frac{\partial}{\partial v_x(t)} \right) f_0^{(1)}(t) \right) \end{aligned}$$

Используя представление (16) в выражении (15), мы, выполнив в последнем интегрирование по частям, в результате получим

$$\begin{aligned} \rho_2^{(2)} = & -\frac{\omega_{pe}^2 q_2 A_0 A_1}{\omega_c^2 8\pi B} \int_0^{\infty} d\xi_{\perp} \xi_{\perp} \exp(-\xi_{\perp}^2) \times \\ & \times \int_0^{2\pi} d\theta \exp(i\alpha_2 \theta - i\lambda_2 \xi_{\perp} \sin(\theta)) \int_{-\infty}^{\theta} dt \exp(-i\alpha_2 t) \times \\ & \times \sin(\theta - t) \left(n_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ilt + i\lambda_0 \xi_{\perp} \sin(t))}{l - \alpha_1} J_l(\lambda_1 \xi_{\perp}) - \right. \\ & \left. - n_1 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ipt + i\lambda_1 \xi_{\perp} \sin(t))}{p - \alpha_0} J_p(\lambda_0 \xi_{\perp}) \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Проинтегрировав последовательно по переменным t и θ , окончательно получим

$$\begin{aligned} \rho_2^{(2)} = & \frac{\omega_{pe}^2 q_2 A_0 A_1}{\omega_c^2 4\pi B} \sum_{p,l=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left(\frac{n_0}{p - \alpha_1} J_p(\lambda_1 \xi_{\perp}) \times \right. \\ & \times \left(J_l^+(\lambda_0 \xi_{\perp}) J_{p+l}^-(\lambda_2 \xi_{\perp}) + J_l^-(\lambda_0 \xi_{\perp}) J_{p+l}^+(\lambda_2 \xi_{\perp}) \right) - \\ & - \frac{n_1}{p - \alpha_0} J_p(\lambda_0 \xi_{\perp}) \left(J_l^+(\lambda_1 \xi_{\perp}) J_{p+l}^-(\lambda_2 \xi_{\perp}) + \right. \\ & \left. + J_l^-(\lambda_1 \xi_{\perp}) J_{p+l}^+(\lambda_2 \xi_{\perp}) \right) \left. \right) \frac{\exp(-\xi_{\perp}^2)}{(p+l-\alpha_2)} \xi_{\perp} d\xi_{\perp}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $J_p^+(\lambda) = p J_p(\lambda)/\lambda$, $J_p^-(\lambda) = J'_p(\lambda)$. Выражение (18) – это сумма однократных хорошо сходящихся интегралов. Его численный расчет в зависимости от мощности компьютера и использованной схемы интегрирования занимает от одной до нескольких минут, что делает полученное представление нелинейной плотности заряда удобным для использования.

Далее, найдем асимптотическое представление (18) в пределе длинноволновых взаимодействующих волн

$$\rho_e^{(2)} = -q_2^2 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_c c}{\omega_0 \omega_1 (\omega_2^2 - \omega_c^2)} \frac{A_0 A_1}{8\pi B} (1 - O(\delta)), \quad (19)$$

где

$$\delta \propto \max \left(\beta_e^2 n_{x2}^2 \frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_c}, \beta_e^2 n_{x0}^2 \frac{\omega_0}{\omega_0 - 4\omega_c}, \beta_e^2 n_{x2}^2 \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_c} \right).$$

Член нулевого порядка в этом выражении совпадает с выражением, полученным в гидродинамическом приближении (см. Приложение).

Для оценки влияния поперечных компонент поля электромагнитных волн, появляющихся из-за малого, но конечного значения продольного волнового числа при квази-поперечном распространении дочерних волн, приведем без вывода выражение для нелинейной плотности заряда в замагниченной плазме при распаде поперечно распространяющейся О2-волны. Пренебрегая поперечной пространственной дисперсией $\lambda_{0,1} \rightarrow 0$ и учитывая малое, но конечное значение продольного волнового вектора у дочерних волн k_z , получим

$$\rho_e^{(2)} = -q_2^2 \frac{\omega_{pe}^2 \omega_c c}{\omega_0 \omega_1 (\omega_2^2 - \omega_c^2)} \frac{A_0 A_1}{8\pi B} (1 - n_z^2), \quad (20)$$

где $n_z = ck_z/\omega_1$. Таким образом, если иметь в виду эксперименты на стеллараторе Wendelstein 7-X, где имеется система нагрева на второй гармонике О-моды на частоте 140 GHz [6], при поперечном распространении пучка накачки поправка к нелинейной плотности заряда, связанная с квази-поперечным распространением дочерних волн, меньше процента $n_z^2 \propto 10^{-3}$.

Для оценки влияния электронной температуры плазмы на величину нелинейной плотности заряда приведем расчет этого выражения при типичных параметрах плазмы и системы ЭЦРН, когда данный режим параметрического распада может наблюдаться. В качестве примера взят стелларатор Wendelstein 7-X, где обсуждаются эксперименты по дополнительному нагреву на второй гармонике О-моды на частоте 140 GHz [6]. Рассмотрим случай поперечного распространения дочерних волн. На рис. 1 изображена зависимость отношения нелинейной плотности заряда к ее гидродинамическому приближению (А.4) от электронной температуры при плотности $\bar{n} = 1.2 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ для двух значений магнитного поля 2 и 2.5 Т.

Частота дочерней электромагнитной волны 100 GHz, характерная электронная температура, достигаемая в экспериментах по ЭЦРН на Wendelstein 7-X, составляет 5–10 keV. Видно, что в рассмотренном диапазоне параметров (см. сплошную линию для магнитного поля 2 Т, пунктирную линию для магнитного поля 2.5 Т для температуры в диапазоне $T_e \propto 5 \div 10 \text{ keV}$) отличие кинетического выражения от гидродинамического составляет 5–35% в зависимости от температуры электронов. Эти значения значительно превосходят значение поправки, связанной с наклонным распространением, полученное выше.

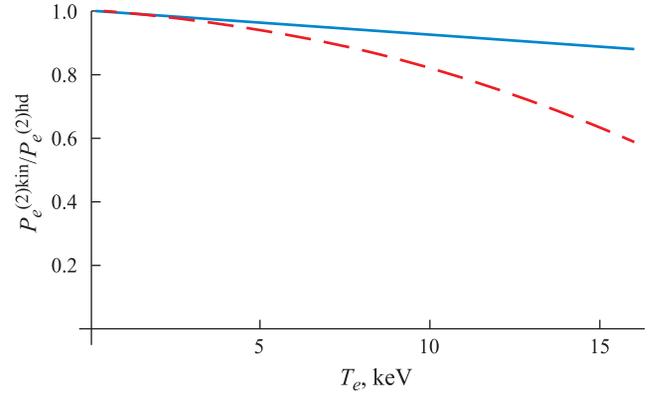


Рис. 1. Зависимость отношения нелинейной плотности заряда (18) к ее гидродинамическому приближению (19) от электронной температуры при поперечном распространении дочерних волн и параметрах плазмы, характерных для стелларатора Wendelstein 7-X [6]. Сплошная кривая соответствует значению магнитного поля 2 Т, пунктирная – 2.5 Т.

3. ВЫВОДЫ

Впервые в явном виде получено выражение для нелинейной плотности заряда в замагниченной плазме в кинетическом приближении, которое описывает нелинейное взаимодействие двух СВЧ-волн обыкновенной поляризации с частотой, лежащей в диапазоне между второй и фундаментальной ЭЦ-гармониками, соответственно, с продольными верхнегибридными колебаниями. В предельном случае длинноволновых дочерних колебаний полученное выражение воспроизводит выражения, выведенные в рамках гидродинамического приближения (А.4). Результаты работы востребованы при анализе нелинейных эффектов при ЭЦРН-нагреве при распространении обыкновенной волны на периферии плазмы.

Возможность возбуждения параметрической распадной неустойчивости обыкновенной волны с частотой близкой ко второй ЭЦ-гармонике, может быть изучена в модельном эксперименте в газовом разряде. Ранее на линейной установке «Гранит» было показано, что необыкновенная волна является параметрически неустойчивой, и в результате распада может эффективно отдавать свою мощность дочерним волнам, испытывая сильное аномальное затухание [17]. Результаты, полученные в настоящей статье, могут оказаться полезны при планировании и интерпретации подобных экспериментов, где будет анализироваться поведение обыкновенных СВЧ-волн.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Статья и расчеты в ней выполнены в рамках Договора № 23-РБ-02-06, а Приложение подготовлено в рамках государственного контракта ФТИ им. А.Ф. Иоффе № 0040-2024-0028.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Осцилляторная скорость электронов в полях обыкновенных волн и определяются из уравнений движения

$$u_{0z}^{(1)} = -i \frac{|e| A_0}{2m_e \omega_0}; \quad u_{1z}^{(1)} = i \frac{|e| A_1}{2m_e \omega_1}. \quad (\text{A.1})$$

Осцилляторная скорость электронов, появляющаяся в результате биений двух обыкновенных волн из-за силы Лоренца определяется из системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -i\omega_2 & \omega_c \\ -\omega_c & -i\omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{2x}^{(2)} \\ u_{2y}^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{|e|}{m_e c} \begin{pmatrix} u_{0z}^{(1)} B_{1y} + u_{1z}^{(1)} B_{0y} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Решая неоднородные уравнения (A.2), получим

$$u_{2x}^{(2)} = \omega_2 \frac{|e| \omega_c c q_2}{4m_e \omega_0 \omega_1} \frac{A_0 A_1}{B} \frac{1}{\omega_2^2 - \omega_c^2}. \quad (\text{A.3})$$

Из уравнения непрерывности найдем амплитуду плотности заряда $\rho_e^{(2)} = \rho_2^{(2)}/2 \exp(iq_2 x - i\omega_2 t) + c.c.$

$$\rho_2^{(2)} = -\frac{\omega_p^2 \omega_c c q_2^2}{\omega_0 \omega_1} \frac{A_0 A_1}{8\pi B} \frac{1}{\omega_2^2 - \omega_c^2}. \quad (\text{A.4})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Preynas M., Schneider M., Arroyo J. M., Beaumont F., Casal N., Choe M., Carannante G., Gandini Franco., Henderson M.A., Omori T., Pascal S. and the ITER Scientist Fellow Network // EPJ Web of Conferences. 2023. V.277. P.01004.*
2. *Franke T., Aiello G., Avramidis K., Bachmann C., Baiocchi B., Baylard C., Bruschi A., Chauvin D., Cufar A., Chavan R., Gliss C., Fanale F., Fignini L., Gantenbein G., Garavaglia S., Granucci G., Jelonnek J., Suarez Lopez G., Moro A., Moscheni M., Rispoli N., Siccini M., Spaeh P., Strauss D., Subba F., I. Tigelis, Tran M.Q., Tsironis C., Wu C., Zohm H. // Fusion Engineering and Design. 2021. V.168. P.112653.*
3. *Hohnle H., Stober J., Herrmann A., Kasperek W., Leuterer F., Monaco F., Neu R., Schmid-Lorch D., Schutz H., Schweinzer J., Stroth U., Wagner D., Vorbrugg S., Wolfrum E. and the ASDEX Upgrade Team // Nucl. Fusion. 2011. V.51. P.083013.*
4. *Moseev D., Laqua H.P., Marsen S., Marushchenko N., Stange T., Braune H., Gellert F., Hirsch M., Hoefel U., Knauer J., Oosterbeek J.W., Turkin Y. and the Wendelstein 7-X Team // Nucl. Fusion. 2017. V.57. P.036013.*
5. *Laqua H.P., Baldzuhn J., Braune H., Bozhenkov S., Brunner K.J., Kazakov Ye.O., Marsen S., Moseev D., Stange T., Wolf R.C., Zanini M. and Wendelstein 7-X Team // EPJ Web of Conferences. 2019. V.203. P.02002.*
6. *Wolf R.C., Bozhenkov S., Dinklage A., G Fuchert, Kazakov Y.O., Laqua H.P., Marsen S., Marushchenko N.B., Stange T., Zanini M., Abramovic I., Alonso A., Baldzuhn J., Beurskens M., Beidler C.D., Braune H., Brunner K.J., Chaudhary N., Damm H., Drewelow P., Gantenbein G., Gao Yu., Geiger J., Hirsch M., Hofel U., Jakubowski M., Jelonnek J., Jensen T., Kasperek W., Knauer J., Korsholm S.B., Langenberg A., Lechte C., Leipold F., Trimino Mora H., Neuner U., Nielsen S.K., Moseev D., Oosterbeek H., Pablant N., Pasch E., Plaum B., Sunn Pedersen T., Puig Sitjes A., Rahbarnia K., Rasmussen J., Salewski M., Schilling J., Scott E., Stejner M., Thomsen H., Thumm M., Turkin Y., Wilde F. and the Wendelstein 7-X Team // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V.61. P.014037.*
7. *Литвак А.Г., Денисов Г.Г., Запелов В.Е., Куфтин А.Н., Малыгин В.И., Чирков А.В., Соколов Е.В., Тай Е.М., Солюянова Е.А., Мясников В.Е., Агапова М.В., Ильин В.К., Ничипоренко В.О., Попов Л.Г., Усачев С.В., Ильин В.И., Новиков В.Н. // Электронная техника. Сер. 1: СВЧ-техника. 2013. V.518. P. 142.*
8. *Силин В.П. // ЖЭТФ. 1964. Т.47. С.2254.*
9. *Силин В.П. // Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М.: Наука, 1973.*
10. *Pustovalov V.V., Silin V.P. // Theory of Plasmas: Consultants Bureau 1975.*
11. *Larsson J. // J. Plasma Physics. 1988. V.40. P.385.*
12. *Brodin G., Stenflo L. // Physics of Plasmas. 2015. V.22. P.104503.*
13. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu., Tretinnikov P.V. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V.61. P.085008.*
14. *Попов А. Ю. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С.27.*
15. *Пилюя А.Д., Федоров В.И. // Электронный циклотронный нагрев плазмы в токамаках. / Вопросы теории плазмы. Вып. 13. Под ред. Б.Б. Кадомцева. М.: Энергоатомиздат, 1984, с. 262-304.*
16. *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В., Ситенко А.Г., Степанов К.Н. Электродинамика плазмы // М.: Наука, 1974.*
17. *Altukhov A.B., Arkhipenko V.I., Gurchenko A.D., Gusakov E.Z., Popov A.Yu., Simonchik L.V., Usachonak M.S. // Europhys. Lett. 2019. V. 126. 15002.*

ELECTROMAGNETIC WAVES WITH ORDINARY POLARIZATION AND A LONGITUDINAL UPPER HYBRID WAVE IN A HIGH-TEMPERATURE PLASMA

A. Yu. Popov^{a,*}, P. V. Tretinnikov^a, E. Z. Gusakov^a, and L. V. Simonchik^b

^a*Ioffe Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 194021 Russia*

^b*Stepanov Institute of Physics, National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, 220072 Belarus*

*e-mail: a.popov@mail.ioffe.ru

The kinetic approximation was used to obtain an expression for the bilinear component of the nonlinear charge density, which is used to describe the parametric decay of a microwave with ordinary polarization whose frequency corresponds to the second harmonic of the electron cyclotron resonance. As a result of the decay, an upper hybrid wave and a lower hybrid wave are excited.

Keywords: microwaves, electron cyclotron resonance heating of magnetized plasma, parametric decay instability, upper hybrid and lower hybrid waves

УДК 533.9

СВЧ-МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ТРУБЧАТОЙ ПЛАЗМЫ ДЛЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО СВЧ-ГЕНЕРАТОРА

© 2024 г. А. В. Пономарев^{a,*}, Д. К. Ульянов^{a,**}^a Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

*e-mail: aponomarev68@gmail.com

**e-mail: ulyanov@fpl.gpi.ru

Поступила в редакцию 21.03.2024 г.

После доработки 24.04.2024 г.

Принята к публикации 28.04.2024 г.

Создан и опробован метод определения абсолютного значения концентрации плазмы в источниках, создающих плазму электронным пучком в сильном магнитном поле. Представлены результаты измерений концентрации плазмы в источнике трубчатой плазмы, используемом в исследованиях по плазменной релятивистской СВЧ-электронике. Показано, что в момент включения плазменного лазера, концентрация плазмы составляла величины $(3 \pm 0.3) \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда в источнике 5 А, $(5.5 \pm 0.6) \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда 9 А и $(9.5 \pm 1) \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда 20 А. Сравнение с проведенными ранее зондовыми измерениями, а также с численными расчетами, сделанными с помощью кода КАРАТ, показало хорошее согласие результатов СВЧ-измерений с численными расчетами, при этом погрешность измерений не превышала 15%. Зондовые измерения дают значительно большее отклонение от результатов СВЧ-измерений, что связано с наличием сильного магнитного поля в плазменном источнике.

Ключевые слова: трубчатая плазма, магнитное поле, СВЧ-измерения, ленгмюровский зонд, концентрация плазмы, запердельный волновод, плазменный лазер

DOI: 10.31857/S0367292124060033, EDN: PTJAUP

1. ВВЕДЕНИЕ

Плазменный лазер — это мощный источник СВЧ-излучения, который работает на основе черенковского взаимодействия релятивистского электронного пучка с распространяющимися в плазме медленными волнами. В этом его главное отличие от вакуумных ламп бегущей волны, в которых используются пространственно-периодические замедляющие структуры, например, гофрированный волновод. Наличие плазмы, как замедляющей структуры, дает возможность перестройки средней частоты излучения путем изменения концентрации плазмы. Поэтому знание параметров плазмы важно для понимания процессов, происходящих в плазменных лазерах, а также и для совершенствования их работы как генераторов мощного СВЧ-излучения. К сожалению, традиционные методы диагностики плазмы — зондовые измерения, оптическая интерферометрия, микроволновая диагностика, не работают в условиях присутствия в системе релятивистского электронного пучка, интенсивного света от взрывоэмиссионного катода и мощного СВЧ-излучения. Поэтому остаются два пути — либо косвенная оценка концентрации плазмы путем сравнения спектров излучения плазменного лазера с численными моделями [1–3], либо измерение параметров плазмы традиционными ме-

тодами в отсутствие релятивистского электронного пучка и связанных с ним мешающих факторов. Данная работа следует в русле второго пути и является продолжением работы [4].

В работе [4] были проведены зондовые измерения параметров плазмы в источнике трубчатой плазмы, который применяется в исследованиях по плазменной релятивистской СВЧ-электронике. Они позволили определить температуру электронов, независимость концентрации плазмы от длины плазменного столба и линейную зависимость между током разряда и зондовым током, что позволяет контролировать относительное изменение концентрации плазмы в течение эксперимента. Абсолютное значение концентрации плазмы носило оценочный характер, так как плазма находится в сильном магнитном поле, которое не учитывается в стандартной теории Ленгмюра. Целью данной работы является определение абсолютного значения концентрации плазмы СВЧ-методом в источнике трубчатой плазмы для плазменного лазера.

2. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

Схема установки показана на рис. 1. Плазма создается в цилиндрическом волноводе I диаметром 60 мм при давлении воздуха $8.6 \times 10^{-2} \text{ Па}$ ($6.5 \times 10^{-4} \text{ Торр}$), который помещен внутрь соленоида 2 , создающего

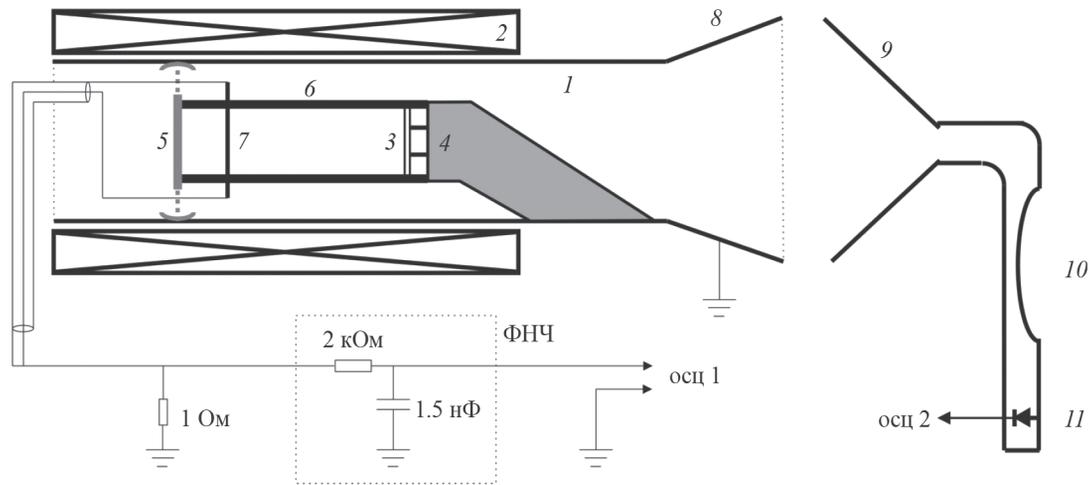


Рис. 1. Схема установки. 1 – волновод, 2 – соленоид, 3 – термокатод, 4 – электрод-держатель, 5 – подвижный коллектор, 6 – трубочатая плазма, 7 – зонд, 8 – излучающий рупор, 9 – приемный рупор, 10 – запредельный волновод, 11 – детектор СВЧ.

аксиальное магнитное поле 1 Тл. Кольцевой термокатод 3 изготовлен из листового вольфрама толщиной 0.5 мм. В момент запуска на катод подается импульсный ток накала, длительностью 2 с, нагревающий его до температуры около 3000 К. После этого на термокатод 3 подается прямоугольный отрицательный относительно волновода 1 импульс напряжения амплитудой 500 В и длительностью 160 мкс. В результате термоэлектронной эмиссии образуется трубочатый электронный пучок, распространяющийся вдоль линий индукции магнитного поля как вправо, к внутреннему электроду 4, так и влево, к коллектору 5, электрически соединенному с волноводом 1. Этот электронный пучок, распространяясь в разреженном газе (в эксперименте использовался воздух) ионизирует его и создает трубочатую плазму 6 с внутренним и внешним диаметрами 35 мм и 39 мм соответственно. Концентрация создаваемой плазмы, может меняться от импульса к импульсу путем изменения температуры термокатаода 3, которая, в свою очередь, определяется током накала. Длина столба плазмы составляла около 20 см. Полный ток, идущий через плазму между термокатодом 3 и волноводом 1, мы называем током разряда.

Справа от коллектора 5 на расстоянии 15 мм от него по диаметру волновода установлен одиночный зонд 7 из нихромовой проволоки диаметром 0.18 мм. Ток зонда выводится из вакуумной части наружу и через резистор 1 Ом замыкается на землю. Сигнал с резистора через фильтр низкой частоты (ФНЧ) подается на один канал осциллографа. Непосредственно за излучающим рупором 8 находится приемный рупор 9 такого же диаметра переходящий в стандартный прямоугольный волновод 23×10 мм². Далее по волноводному тракту ставится один из шести запредельных волноводов 10, данные которых представлены в табл. 1. Волноводный тракт заканчивается детектор-

Таблица 1. Характеристики используемых запредельных волноводов: № – номер волновода; f_0 – линейная СВЧ-частота отсечки; n_p – концентрация плазмы, для которой плазменная частота равна частоте отсечки.

№	f_0 , ГГц	n_p , 10^{12} см ⁻³
1	6.5	0.55
2	7.9	0.8
3	10	1.3
4	12	1.9
5	15.8	3.2
6	18.8	4.6

ной головкой 11, сигнал с которой поступает на другой канал того же осциллографа.

3. ИДЕЯ МЕТОДА

Плазма в эксперименте создается электронным пучком в два этапа [5]. Сначала концентрация плазмы растет только за счет ударной ионизации молекул газа электронами пучка. После достижения критической концентрации плазмы (около 10^8 см⁻³ в нашем случае) возникает плазменно-пучковый разряд, и происходит дополнительная ионизация СВЧ-полями. При этом, согласно расчету, СВЧ-поля в основном сосредоточены внутри плазменной трубки, поэтому ионизации фонового газа полями вне плазмы не происходит и не приводит к уширению трубочатой плазмы. На рис. 2 представлена дисперсионная характеристика плазменного волновода в предположении бесконечно сильного магнитного поля и постоянства концентрации плазмы внутри плазменной трубки. Показана азимутально симметричная мода и две азимуталь-

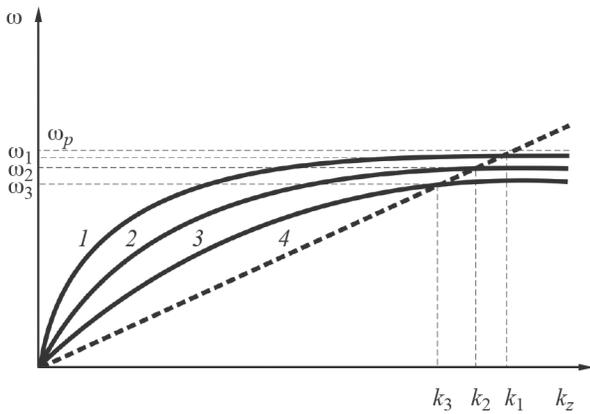


Рис. 2. Дисперсионная характеристика плазменного волновода в предположении бесконечно сильного магнитного поля. Быстрые моды не показаны. 1 — азимутально симметричная мода медленной плазменной волны, 2, 3 — азимутально несимметричные моды, 4 — линия электронного пучка, создающего плазму.

но несимметричные моды волн в волноводной системе с трубчатой плазмой. Реальное распределение концентрации плазмы внутри плазменной трубки измерялось в [8], где было показано, что распределение близко к прямоугольному поперек плазменной трубки и, с точностью до азимутальных колебаний, постоянно по длине. Плазменно-пучковый разряд возникает в результате черенковского взаимодействия электронного пучка с медленными плазменными волнами волновода при условии равенства фазовых скоростей. На рис. 2 это точки, соответствующие волновым числам k_1, k_2, k_3 . Им соответствуют частоты возникающих СВЧ-полей $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ соответственно. Азимутально несимметричных мод может быть много, но важно то, что частоты их возбуждения меньше частоты возбуждения ω_1 азимутально симметричной моды. Кроме того, частота ω_1 очень близка к плазменной частоте ω_p . Оценки показывают, что в наших условиях относительное отклонение частот $(\omega_1 - \omega_p)/\omega_p$ равно 0.03% для концентрации плазмы 10^{12} см^{-3} , и 0.003% для концентрации плазмы 10^{13} см^{-3} .

Таким образом, спектр СВЧ-излучения в системе с плазмой имеет резкую верхнюю границу, равную $\omega_1 \approx \omega_p$. Измеряя верхнюю границу спектра мы определяем плазменную частоту ω_p и, по ней концентрацию плазмы n_p по формуле:

$$n_p = \frac{\epsilon_0 m \omega_p^2}{e^2},$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная, m и e — масса и заряд электрона.

4. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

В эксперименте измерялся сигнал с ленгмюровского зонда и сигнал с СВЧ-детектора. Типичные осциллограммы сигналов представлены на рис. 3. В момент

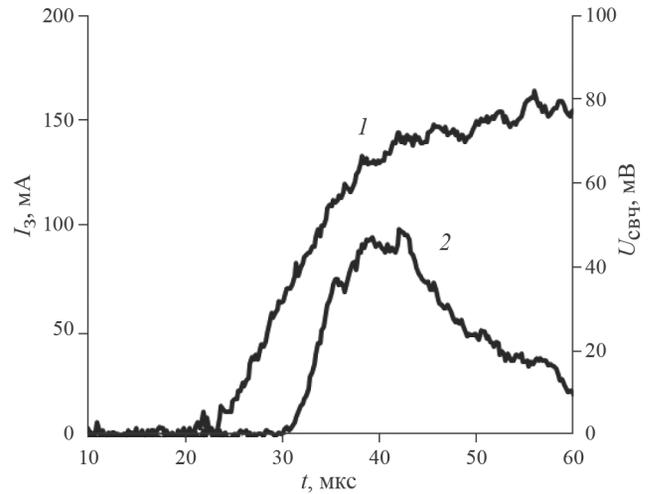


Рис. 3. Осциллограмма сигналов с зонда 1 и с СВЧ-детектора 2. Запредельный волновод — 10 ГГц, ток разряда — 5 А.

подачи импульса отрицательного напряжения на термокатод (20-я мкс на рис. 3) начинает создаваться плазма и появляется зондовый ток. При нулевом смещении на зонде он находится в режиме электронного насыщения [4], и сигнал с него пропорционален средней по сечению плазменной трубки концентрации плазмы. После достижения критической концентрации плазмы возникают СВЧ-поля, и часть их через рупоры 8, 9 попадают на вход запределного волновода 10 (рис. 1). При малой концентрации плазмы все излучаемые из плазмы частоты лежат ниже полосы пропускания запределного волновода, и сигнал с СВЧ-детектора 11 (рис. 1) отсутствует. Как только концентрация плазмы достигает такого значения, при котором верхняя частота спектра начинает попадать в полосу пропускания запределного волновода, появляется сигнал с СВЧ-детектора. Измеряя момент времени, при котором возникает сигнал с СВЧ-детектора, и зная частоту отсечки запределного волновода, мы определяем концентрацию плазмы в данный момент времени в предположении ее постоянства внутри плазменной трубки. На рис. 3, например, сигнал с СВЧ-детектора появляется на 31-й мкс. Это значит, что в этот момент времени линейная плазменная частота ($f_0 = \omega_p/2\pi$) равна частоте отсечки $f_0 = 10 \text{ ГГц}$ запределного волновода и, следовательно, концентрация плазмы равна

$$n_p = \frac{\epsilon_0 m (2\pi f_0)^2}{e^2} = 1.3 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}.$$

Ток на зонд при этом равен 68 мА. Таким образом, по данной точке подбирается масштаб для пересчета всей осциллограммы в значения концентрации плазмы. Для оценки точности получаемых результатов были проведены измерения времени начала СВЧ-импульса и тока на зонд в этот момент вре-

Таблица 2. Время начала СВЧ-импульса и величина тока на зонд в этот момент времени для шести разных импульсов в одинаковых условиях. Запредельный волновод 10 ГГц, ток разряда 5 А.

№ импульса	Время, мкс	Ток на зонд, мА
1	30.6	76
2	31.4	86
3	31.0	78
4	31.2	70
5	31.0	68
6	31.2	76

мени для шести разных импульсов работы плазменного источника в одинаковых условиях. Результаты представлены в табл. 2.

Из данных табл. 2 следует, что относительный разброс времени начала СВЧ-импульса составляет $\pm 3\%$, а разброс тока на зонд в этот момент времени $\pm 8\%$. Считая эти величины независимыми, мы получаем, что точность наших измерений составляет $\pm 9\%$.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 4, 5 и 6 приведены результаты измерений для трех токов разряда 5, 9 и 20 А. Данные токи разряда были выбраны для соответствия параметрам эксперимента в [1]. Каждый из этих рисунков представляет собой осциллограмму сигнала с зонда в режиме электронного насыщения (левая вертикальная шкала) и величины концентрации плазмы (правая вертикальная шкала) для конкретных моментов времени, определенных по методике, описанной выше. При этом масштаб правой шкалы подбирается таким образом, чтобы получилось наилучшее соответствие между то-

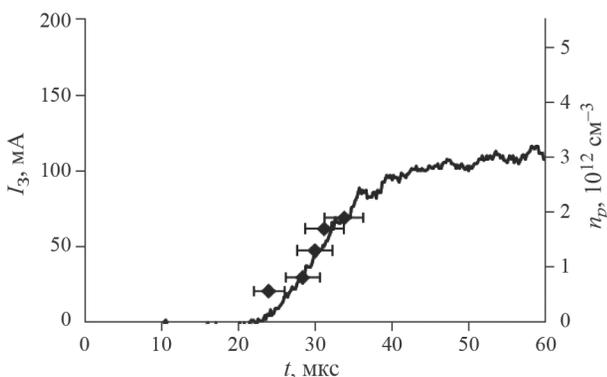


Рис. 4. Зависимость от времени тока на зонд в режиме электронного насыщения (левая вертикальная шкала) и величины концентрации плазмы (правая вертикальная шкала). Ток разряда — 5 А.

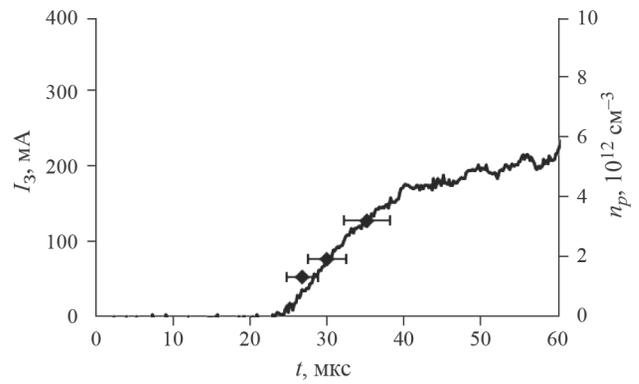


Рис. 5. То же, что и рис. 4. Ток разряда 9 А.

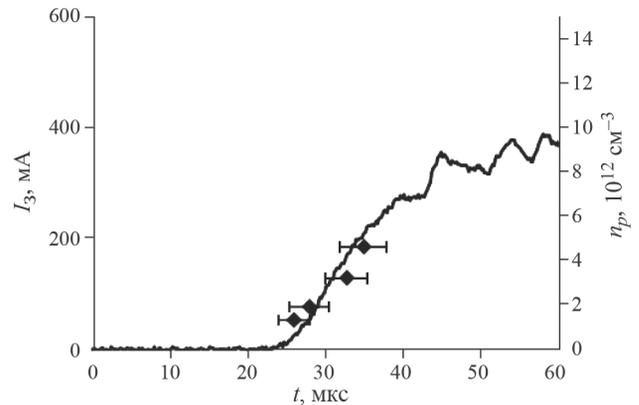


Рис. 6. То же, что и рис. 4. Ток разряда 20 А.

ком на зонд и измеренными значениями концентрации плазмы. После этого зависимость зондового тока на рис. 4–6 считается калиброванной, то есть она показывает значение концентрации плазмы в любой момент времени.

Для экспериментов по генерации мощного СВЧ-излучения [1, 6, 7] особенно важно знание концентрации плазмы на 60-й мкс, так как именно в этот момент времени включается плазменный релятивистский генератор. Из рис. 4–6 следует, что на 60-й микросекунде концентрация плазмы равна $3 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда 5 А, $5.5 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда 9 А и $9.5 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда 20 А.

Возникает вопрос, почему бы не измерить концентрацию плазмы этим методом непосредственно на 60-й мкс. Проблема в том, что сигнал с СВЧ-детектора резко уменьшается с увеличением частоты СВЧ-излучения из плазмы и, соответственно, концентрации плазмы. Например, на рис. 5 точка, соответствующая концентрации плазмы $1.3 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ получена из СВЧ-сигнала амплитудой 250 мВ; точка, соответствующая концентрации плазмы $1.9 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$, получена из СВЧ-сигнала амплитудой 15 мВ, а точка, соответствующая концентрации плазмы $3.2 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$, получена из СВЧ-сигнала ампли-

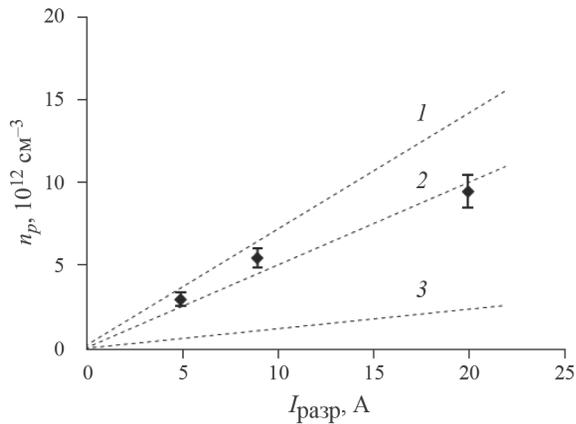


Рис. 7. Зависимость концентрации плазмы, определенной разными методами от тока разряда: 1 – по зондовым измерениям ионного тока, 2 – расчет кодом КАРАТ, 3 – по зондовым измерениям электронного тока. Взято из [4]. Ромбики – измерения из данной работы.

тудой 0.5 мВ, что является нашим пределом точности измерения СВЧ-сигнала.

На рис. 7 представлено сравнение результатов измерения концентрации плазмы, полученных в данной работе, с результатами работы [4], в которой концентрация плазмы оценивалась с помощью зондов Ленгмюра, а также рассчитывалась с помощью кода КАРАТ. Методика зондовых измерений и численного расчета подробно описана в [4]. Рисунок 7 демонстрирует, что результаты измерения концентрации плазмы СВЧ-методом наиболее близко соответствуют численным расчетам, сделанным в коде КАРАТ. Зондовые измерения дают отклонение от правильных результатов, причем если для измерений по ионному току погрешность не превышает 50%, то для измерений по электронному току погрешность равна 300–400%. Как обсуждалось в [4], это связано с наличием сильного магнитного поля в рассматриваемом плазменном источнике.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты СВЧ-измерений концентрации трубчатой плазмы в источнике, используемом в плазменных лазерах [1, 6, 7]. Результаты измерений сопоставлены с током разряда в источнике. Показано, что на 60-й мкс, в момент

включения плазменного лазера, концентрация плазмы равна $(3 \pm 0.3) \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда 5 А, $(5.5 \pm 0.6) \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда 9 А и $(9.5 \pm 1) \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ для тока разряда 20 А. Также установлено, что концентрация плазмы растет практически пропорционально росту тока разряда, что позволяет оценивать ее по значению тока разряда, измеряемому в процессе эксперимента.

Сравнение с проведенными ранее зондовыми измерениями, а также численными расчетами плазменного лазера [1], сделанными с помощью кода КАРАТ, показало хорошее согласие (погрешность менее 15%) результатов СВЧ-измерений с численными расчетами. Зондовые измерения дают большее отклонение от результатов СВЧ-измерений, связанное с наличием сильного магнитного поля в плазменном источнике.

Авторы выражают благодарность П. С. Стрелкову и И. Е. Иванову за многочисленные полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Buleyko A.B., Ponomarev A.V., Loza O.T., Ulyanov D.K., Sharyпов K.A., Shunailov S.A., Yalandin M.I. // Phys. Plasmas. 2021.V. 28. № 2. P. 023304 DOI: 10.1063/5.0031432
2. Стрелков П.С., Тараканов В.П., Диас Михайлова Д.Е., Иванов И.Е., Шумейко Д.В. // Физика плазмы. 2019. Т. 45. № 4. С. 335.
3. Стрелков П.С., Иванов И.Е., Диас Михайлова Е.Д., Шумейко Д.В. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. № 3. С. 257.
4. Пономарев А.В., Ульянов Д.К. // Физика плазмы. 2023. Т. 49. № 6. С. 576. DOI: 10.31857/S0367292122601485
5. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: ЛЕНАНД, 2018. 624 с.
6. Buleyko A.B., Ponomarev A.V., Loza O.T., Ulyanov D.K., Andreev S.E. // Phys. Plasmas. 2021. V. 28. № 2. P. 023303 DOI: 10.1063/5.0013145
7. Богданкевич И.Л., Гришин Д.М., Гунин А.В., Иванов И.Е., Коровин С.Д., Лоза О.Т., Месяц Г.А., Павлов Д.А., Ростов В.В., Стрелков П.С., Ульянов Д.К. // Физика плазмы. 2008.Т. 34.№ 10. С. 926. DOI 10.1134/S1063780X08100061
8. Лоза О.Т., Пономарев А.В., Стрелков П.С. и др. // Физика плазмы. 1997.Т. 23. №3. С. 222.

MICROWAVE METHOD OF TUBULAR PLASMA DENSITY MEASUREMENT FOR RELATIVISTIC MICROWAVE OSCILLATOR

A. V. Ponomarev^{a,*} and D. K. Ul'yanov^{a,**}

^a Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia

*e-mail: aponomarev68@gmail.com

**e-mail: ulyanov@fpl.gpi.ru

The method for determining the absolute plasma density in sources that create plasma in the strong magnetic field using the electron beam has been developed and tested. The results of plasma density measurements in the source of tubular plasma used in research on plasma relativistic microwave electronics are presented. It was shown that at time of switching-on plasma maser, for discharge currents of 5, 9, and 20 A, the plasma densities were $(3 \pm 0.3) \times 10^{12}$, $(5.5 \pm 0.6) \times 10^{12}$, and $(9.5 \pm 1) \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, respectively. Comparison with the probe measurements previously performed, as well as with the numerical calculations made using the KARAT code, showed good agreement between the results of microwave measurements and numerical calculations, while the measurement error did not exceed 15%. The results of probe measurements much stronger deviate from the results of microwave measurements, which is associated with the presence of the strong magnetic field in the plasma source.

Keywords: tubular plasma, magnetic field, microwave measurements, Langmuir probe, plasma density, below cutoff waveguide, plasma maser

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОТОКА ПЛАЗМЫ С РАЗРЕШЕНИЕМ ВО ВРЕМЕНИ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА

© 2024 г. А. Д. Ярошевская^{a,*}, К. М. Гуторов^a, В. Л. Подковыров^a, Ю. И. Литвиненко^a

^aГосударственный научный центр РФ «Троицкий институт инновационных
и термоядерных исследований», Троицк, Москва, Россия

*e-mail: YaroschAD@triniti.ru

Поступила в редакцию 08.12.2024 г.

После доработки 12.03.2024 г.

Принята к публикации 25.03.2024 г.

Описаны аппаратура и метод измерения скорости потока плазмы квазистационарного сильноточного плазменного ускорителя (КСПУ) на основе высокоскоростной спектроскопии доплеровского сдвига. Дискретизация измерений по времени может достигать 100 кГц, что позволяет подробно исследовать процессы длительностью порядка 1 мс и более. Продемонстрировано согласие значений скорости потока, полученных методом спектроскопии доплеровского сдвига и времяпролетным методом. Представлены результаты измерений, показывающие, что скорости плазменного потока КСПУ лежат в диапазоне 30–160 км/с в зависимости от энерговклада в разряд и состава рабочего газа.

Ключевые слова: скорость плазмы, эффект Доплера, КСПУ, ЭРД

DOI: 10.31857/S0367292124060043, EDN: PTAHQZ

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» ведется разработка прототипа электроракетного двигателя (ЭРД) с повышенными параметрами тяги и удельного импульса на основе квазистационарного сильноточного плазменного ускорителя (КСПУ). Установка и методы исследования интегральных характеристик разряда и потока плазмы представлены в работе [1]. Для определения скорости плазменного потока очевидное решение — применение спектроскопии доплеровского сдвига. Типичные параметры эксперимента — использование легких плазмообразующих газов (водород, гелий), скорость потока ~ 100 км/с, температура до 2 эВ, концентрация от $3 \cdot 10^{14}$ до 10^{16} см⁻³, мгновенная мощность разряда от 3 МВт, длительность разрядного импульса ~ 1 мс. В указанных условиях возможно проводить спектроскопические исследования с применением промышленно изготавливаемого оборудования. Характерные примеры определения направленной скорости для водорода и гелия можно найти в работах [2–5]. Особенностью условий представленного исследования является необходимость высокоскоростной съемки при кадровой регистрации спектров для отслеживания изменений скорости во время разряда, что отличает технику эксперимента от известных методов с короткой экспозицией одиночного кадра с применением электронно-оптического преобразователя или

регистрацией быстрых процессов с применением камер с шелевой разверткой [5, 6].

Ключевая характеристика ЭРД — скорость выбрасываемого потока, поэтому при разработке нового объекта техники желательно применять несколько независимых методов ее определения. В представленных экспериментах используется дублирующая диагностика скорости на базе времяпролетной методики, которая дает надежные результаты при наличии хорошо выделяемых движущихся объектов, например, отдельных сгустков или фронта распространения плазмы [7, 8]. В работе [9] описывается определение скорости плазмы КСПУ времяпролетным методом при регистрации движения ярких участков плазменного потока по схеме с временной разверткой щели, ориентированной вдоль направления потока. В работе [10] показано, что в плазменном потоке КСПУ области яркого свечения соответствуют участкам потока с повышенной концентрацией плазмы и сохраняются на расстояниях свыше 1 м от среза электродов ускорителя. Движение таких сгустков плазмы можно отслеживать как посредством осциллографической регистрации излучения потока, так и методом хордовой интерферометрии электронной концентрации.

Настоящая работа посвящена реализации техники определения скорости плазменного потока методом спектроскопии доплеровского сдвига, позволяющей отслеживать изменения скорости в ходе разряда длительностью ~ 1 мс. Проводится сравнение результа-

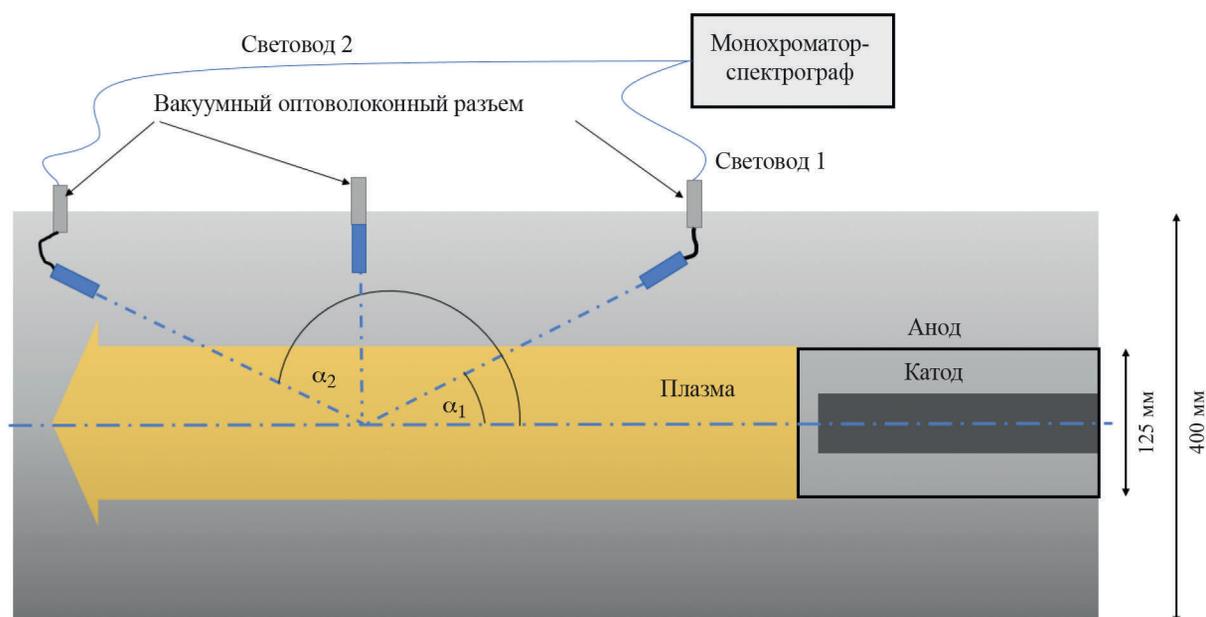


Рис. 1. Общая схема эксперимента.

тов с данными, получаемыми времяпролетной методикой, и исследуется скорость потока для водорода, дейтерия и гелия при различном уровне вклада мощности в разряд.

2. ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Регистрация линий свечения частиц плазменного потока при наблюдении вдоль направления движения позволяет определять скорость частиц по доплеровскому сдвигу регистрируемых линий. При наблюдении набегающего потока линия будет смещаться в коротковолновую область, а для убегающего — в длинноволновую. Схема эксперимента (рис. 1) подразумевает регистрацию излучения навстречу, вслед потоку и перпендикулярно потоку. В таком случае, относительный сдвиг линий имеет большую величину и лучше различим, что повышает точность измерений. При наблюдении под углами α_1 и α_2 суммарное смещение линий $\Delta\lambda$ определяется выражением

$$\Delta\lambda = \lambda_0 \frac{u}{c} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где λ_0 — исходная длина волны, c — скорость света, u — скорость движения частиц в потоке.

Регистрация спектральных линий реализована на основе монохроматора-спектрографа M522i, построенного по оптимизированной схеме Черни–Тернера с компенсацией абберации астигматизма. Основные характеристики прибора: фокусное расстояние 522 мм, относительное отверстие 1/6.7, используемая дифракционная решетка 2400 штрихов/мм в первом порядке дифракции, ширина инструментального контура 0.03 нм при ширине щели 15 мкм. Обратная линейная дисперсия для ряда длин волн приведена в табл. 1.

Излучение собиралось коллиматорами FA-2 из кварца с диаметром окна 15 мм, расположенными внутри вакуумного объема, и вводилось в оптоволоконные кабели. Переход оптоволоконна из вакуума в атмосферу осуществлялся через вакуумные оптоволоконные вводы VFT-400-SR. Далее излучение на щель спектрометра заводилось посредством волоконной сборки BFL44HS01, которая собирает четыре оптоволоконна диаметром 400 мкм в линию длиной 1.73 мм. Максимально возможно задействовать четыре направления наблюдения, как прави-

Таблица 1. Обратная линейная дисперсия для ряда длин волн

	Длина волны, нм					
	486	577	588	594	633	658
Обратная линейная дисперсия, нм/мм	0.564	0.476	0.464	0.458	0.410	0.376
Обратная линейная дисперсия, пм/пикс.	7.614	6.426	6.264	6.183	5.535	5.076
Диапазон в полном кадре, нм	15.6	13.2	12.8	12.7	11.3	10.4

ло это два навстречу потоку и по одному вслед и перпендикулярно потоку.

Размещение коллиматоров непосредственно в вакуумной камере вблизи оси распространения плазменного потока позволяет обеспечить максимально острый угол наблюдения, увеличивая разрешающую способность метода. Большинство экспериментов проведены в вакуумной камере диаметром 400 мм и диаметром анода ускорителя 125 мм, часть экспериментов проведена в существенно большей вакуумной камере диаметром 1.5 м при диаметре анода ускорителя 470 мм, во всех случаях общая длина вакуумной камеры для распространения пучка превышала 6 м. На практике вслед потоку удается реализовать наблюдение с углом α_1 близким 45° . Для наблюдения навстречу потоку нет существенных геометрических ограничений, но использование малых углов приводит к быстрой деградации или загрязнению защитного стекла коллиматора плазменным потоком. Экспериментально обычно реализовывались углы α_2 близкие к 140° и в ряде случаев 165° . Характерная величина сдвига длины волны в диапазоне 560–660 нм при наблюдении потока под углом 45° для скоростей 20–200 км/с лежит в диапазоне 37–440 пм (6–88 пикселей).

Регистрация спектров осуществлялась при помощи высокоскоростной видеокамеры Phantom 2640. Основные характеристики камеры: матрица 2048×1920 пикселей, размер пиксела 13.5 мкм, разрядность 12 бит, глобальный затвор, минимальная экспозиция 1 мкс, максимальная скорость съемки может составлять от 6600 до 300000 кадров в секунду в зависимости от выбранного размера кадра и режима работы матрицы. Квантовая эффективность находится в диапазоне 55–60% для излучения с длинами волн 480–650 нм.

Размер кадра может конфигурироваться исходя из размеров минимального блока матрицы, составляющего 128×8 пикселей. При сборе излучения от четырех оптоволокон требуемая высота кадра составляет не менее 144 пикселей, минимальная высота для регистрации двух оптоволокон — 72 пикселя. Минимальная требуемая ширина кадра 256 пикселей, что при граничной рабочей длине волны для применяемой решетки в 675 нм дает покрытие кадром диапазона 1.28 нм, достаточное для регистрации доплеровского сдвига на скорости до 200 км/с. Максимальная частота регистрации составляет 120 000 кадров/с для этих параметров, что дает около 120 отсчетов скорости на протяжении импульса.

Ключевой момент в построении системы регистрации — стыковка камеры с выходным портом монохроматора-спектрографа. Основная задача — расположить матрицу в плоскости изображения спектрального прибора и добиться одинакового положения спектральных линий для всех оптоволокон. Доплеровский сдвиг определяется на основе положения центра спектральной линии для каждого кана-

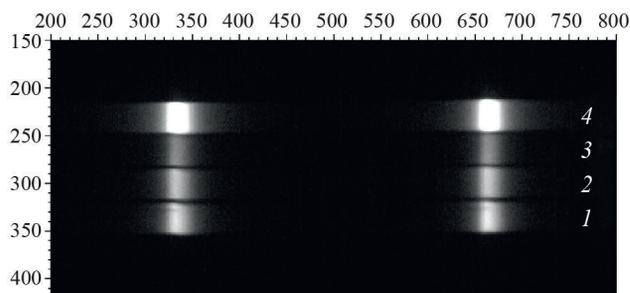


Рис. 2. Изображение с камеры при настройке по желтому дублету ртути, линия 576.96 нм лежит справа, а линия 579.07 нм — слева. Цифрами указаны полосы наблюдения.

ла наблюдения. Проверка обратной линейной дисперсии и точности выравнивания матрицы проведена при регистрации желтого дублета ртути, источник излучения — ртутная лампа высокого давления. Участок изображения с камеры приведен на рис. 2, по осям отложены пиксели, длина волны возрастает справа налево (линия 576.96 нм лежит правее, а линия 579.07 нм — левее). Расстояние между линиями 330 пикселей, характерная высота полосы, соответствующей каждому световоду, составляет 30 пикселей. Экспериментально наблюдаемое расстояние между линиями полностью соответствует указанной обратной линейной дисперсии.

Дальнейшая обработка заключалась в усреднении спектров для каждой полосы по 17 центральным пикселям. Результаты построения профилей для полос 1 и 4 приведены на рис. 3. Для всех пиков была проведена аппроксимация распределением Фойгта, давшая практически идентичные результаты — ширина по Лоренцу 0.14 нм, ширина по Гауссу 0.07 нм, погрешность определения центра не более 0.5 пм. На основании разницы между положениями центров ли-

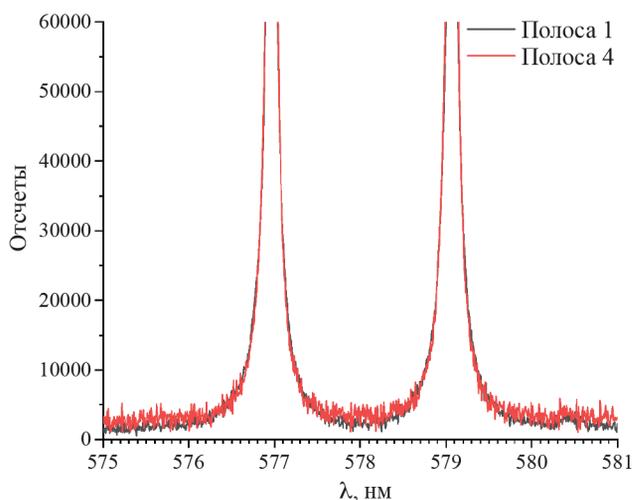


Рис. 3. Профили линий желтого дублета ртути для полос 1 и 4 с рис. 2.

ний для разных полос, составившей менее 1 пм, можно утверждать, что камера установлена с максимальной возможной точностью — до одного пиксела.

В эксперименте точность определения доплеровского смещения фактически будет определяться точностью определения центра наблюдаемой линии. По приведенным данным можно сказать, что для узких линий с шириной на полувысоте до 0.1 нм точность определения центра по профилю линии находится на уровне 1 пм, что соответствует погрешности определения скорости до 1 км/с. При определении центра по положению максимума точность составит 1 пиксел (5–7 пм в зависимости от длины волны), что соответствует погрешности определения скорости до 5 км/с. С увеличением ширины регистрируемых линий погрешность будет возрастать. Для линий с шириной на полувысоте от 0.2 нм точность определения центра по положению максимума не превышает 4 пикселей, что соответствует погрешности определения скорости до 15 км/с. Для решения задачи по определению скорости плазменного потока на уровне 100 км/с точности в 5 км/с вполне достаточно, что достигается даже простым способом определения максимума относительно узкой линии.

Эффективность сбора излучения влияет на интенсивность регистрируемой линии. Узким местом для сбора излучения на данный момент является узел стыковки оптоволокон с входной щелью монохроматора-спектрографа — апертуры не согласованы и диаметр волокна существенно превышает ширину щели, что приводит к существенным потерям света. В случае нехватки света может снижаться точность определения центра линии, для компенсации чего потребуются увеличить время накопления кадра. На практике в широком диапазоне экспериментальных условий система регистрации успешно работала с временами накопления 1–10 мкс. Недостаток освещенности проявляется в области энерговыклада в разряд ниже 40 кДж, которая также характеризуется низкими скоростями потока и не актуальна для текущих задач установки. В перспективе повышение эффективности сбора излучения может расширить экспериментальные возможности в части работы с минимальной экспозицией, уменьшения области сбора излучения, исследования динамики слабых линий в спектре.

3. ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ПЛАЗМЕННОГО ПОТОКА

Эксперименты проводились с водородом, дейтерием и гелием в качестве плазмообразующего газа. В случае водорода спектр содержит линии серии Бальмера, из которых наиболее предпочтительна H_{α} . Линия H_{β} подвержена интенсивному штарковскому уширению (характерные значения полуширины около 2 нм), следующие линии серии имеют низкую интенсивность. Однако в ходе экспериментов было об-

наружено, что профиль линии H_{α} имеет составной характер — кроме сдвинутой по доплеру части, соответствующей движению плазменного потока, существует существенная не сдвинутая часть, обусловленная свечением окружающего поток неподвижного газа. Пуски разряда проводились при остаточном давлении $(1-3) \cdot 10^{-4}$ мбар, что должно гарантировать отсутствие фона в области распространения потока. Наблюдаемое свечение неподвижного газа, видимо, вызвано эффектами предварительного заполнения вакуумного объема напускаемым газом до формирования плазменного потока и поступления газа в область разряда со стенок вакуумной камеры. По этой причине для измерения скорости потоков водородной или дейтериевой плазмы было решено использовать маркерную примесь.

В качестве маркерной примеси был использован гелий (добавлялся в количестве 10%), поскольку близок по массе к водороду и уже задействуется в эксперименте как рабочий газ. Для определения скорости как в указанной смеси газов, так и в чистом гелии, выбрана линия He I 587.56 нм, которая демонстрирует достаточно высокую интенсивность, и в ее окрестностях отсутствуют другие яркие линии спектра. Ширина на полувысоте составляет порядка 0.1 нм, что позволяет применять для определения скорости программный код [11] на основе поиска положения максимума линии, который в автоматическом режиме обрабатывает всю регистрируемую в пуске ускорителя серию кадров.

Переход к работе с маркерной линией He I 587.56 нм кардинально улучшил наблюдаемую картину по сравнению с линией H_{α} , позволив проводить эксперименты с автоматической обработкой спектров. Однако проблема с составным характером профиля линии не была устранена полностью — в ряде случаев также наблюдалось свечение покоящегося газа совместно со свечением потока, что иллюстрирует рис. 4. На рисунке изображены фрагменты кадров с камеры, размер фрагмента 298×158 пикселей, длина волны возрастает справа налево, красной линией отмечено положение центра несмещенной линии.

Полностью устранить явление свечения неподвижного газа при определении скорости потока удалось путем перехода к большой вакуумной камере с диаметром 1.5 м и применением модифицированной системы напуска газа в ускоритель, исключаяющей излишнее натекание в камеру до запуска разряда. В таких условиях линия H_{α} становится пригодной для диагностики. Также удобными для диагностики оказываются линии примесей, поступающих в плазменный поток с электродов ускорителя. В экспериментах наблюдались линии меди (материал электродов) и углерода (загрязнения, переосаждающиеся на электродах в результате плазменного воздействия на элементы внутри вакуумной камеры). Преимуществом линий примеси является меньшая ширина, обычно не

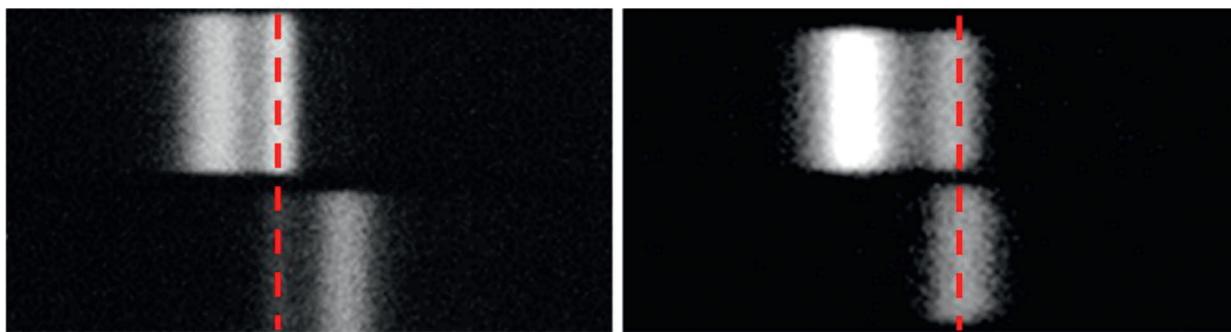


Рис. 4. Иллюстрация смещения линии He I 587.56 нм, вертикальная красная линия — центр без смещения, длина волны возрастает справа налево. Верхняя полоса — наблюдение вслед потоку, нижняя полоса слева — навстречу потоку, нижняя полоса справа — перпендикулярно потоку.

превышающая 0.09 нм, когда ширина H_{α} может достигать 0.16 нм. Пример регистрации линии примеси углерода приведен на рис. 5.

На вставке участок кадра с камеры отображен отраженным относительно вертикальной оси, чтобы длина волны возрастала слева направо, как это приведено для профилей линий. Задействованы все четыре направления наблюдения: 1 — перпендикулярно потоку, 2 — навстречу потоку (41°), 3 — навстречу потоку (15°), 4 — вслед потоку (46°).

В качестве дополнительного способа определения скорости потока плазмы была использована времяпролетная методика, базирующаяся на подходе, изложенном в работе [9]. В настоящей работе регистрировалось полное излучение потока в видимом диапазоне, собираемое по двум хордам, пересекающим поток плазмы на расстоянии 50 мм друг от друга вдоль распространения потока. Собираемое излучение с помощью ФЭУ преобразуется в электрические сигналы,

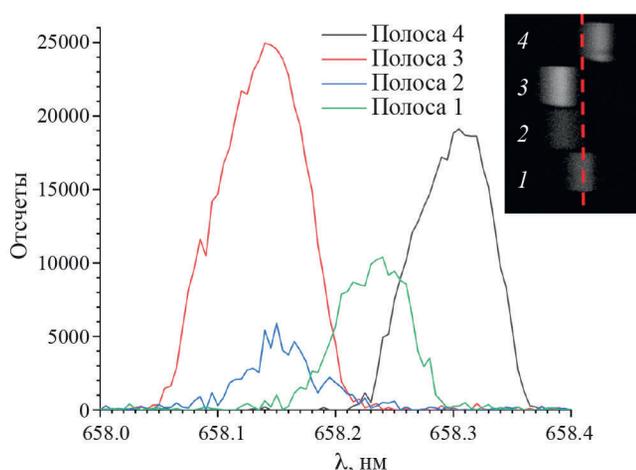


Рис. 5. Пример свечения и спектра примеси С II для четырех направлений наблюдения: 1 — перпендикулярно потоку, 2 — навстречу потоку, 3 — навстречу потоку, 4 — вслед потоку.

регистрируемые осциллографом. На каждом сигнале отчетливо прослеживаются характерные пики, соответствующие движению сгустков в потоке [10]. Скорость потока плазмы вычисляется по задержке между сигналами на двух осциллограммах (времени пролета плазмы между двумя сечениями). Иллюстрация определения задержки приведена на рис. 6.

Сопоставление кривых скорости движения плазменного потока, полученных двумя разными способами, показывает близкий результат (рис. 7). Видно непостоянство скорости на протяжении разряда, объясняющееся непостоянством вкладываемой мощности в разряд и величиной мгновенного расхода газа. Можно отметить тенденцию к завышению скорости, определяемой времяпролетным методом, что объясняется отслеживанием именно областей повышенной яркости — они соответствуют локальным увеличениям мощности разряда и скорости потока. Также можно отметить, что этот метод перестает давать результаты в окончании разряда, поскольку со спадом мощности излучение потока теряет упорядоченность, и отслеживание движения отдельных сгустков становится невозможным. К преимуществам времяпролетного метода можно отнести техническую простоту реализации.

Использование собранного диагностического комплекса позволило зарегистрировать поведение скорости плазменного потока КСПУ на протяжении разряда для водорода, дейтерия и гелия при варьировании вкладываемой в разряд энергии. Сводные зависимости скорости потока и тока разряда от времени приведены на рис. 8. Указанные на графиках напряжения для пусков соответствуют запасенной в конденсаторной батарее энергии: 1.5 кВ — 110 кДж (для дейтерия 1.6 кВ — 120 кДж), 2 кВ — 190 кДж, 3 кВ — 430 кДж. Для КСПУ, в котором ускорение плазмы осуществляется силой Ампера, определяющую роль играет ток разряда. Хорошо видно, что при одинаковой энергии в батарее, максимальный ток достигается для водорода и снижается при увеличении атомарной массы рабочего газа, также снижается и полная вложенная

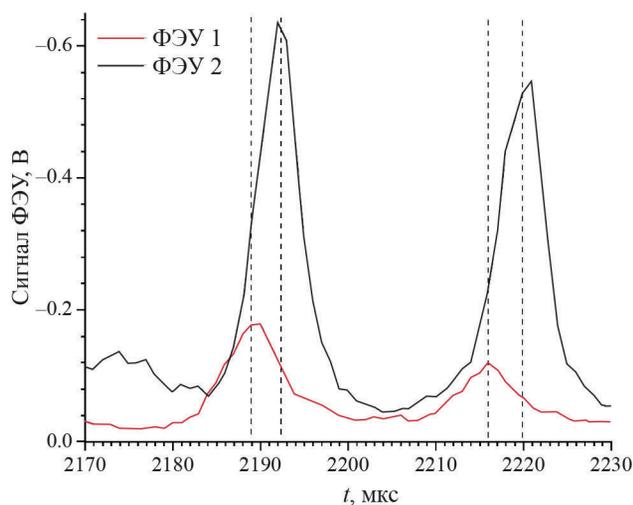


Рис. 6. Иллюстрация определения задержки для вычисления скорости потока временем пролетным методом.

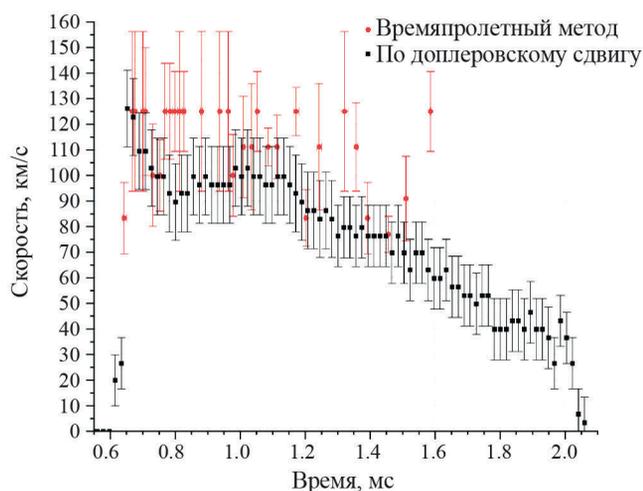


Рис. 7. Сопоставление результатов измерения скорости потока разными методами.

в разряд энергии. В соответствии с поведением тока, максимальные скорости наблюдаются для водорода и также снижаются при увеличении атомарной массы рабочего газа. Это в целом ожидаемый результат, соответствующий базовым представлениям плазмодинамики.

Существенная возможность, которую представляет высокоскоростная спектроскопия доплеровского сдвига — это отслеживание во времени изменений скорости потока. Видно, что скорость потока возрастает в средней части разряда (1–1.5 мс) в моменты роста тока при подключении секций конденсаторных батарей. Фиксируется быстрый спад скорости в завершающей стадии разряда, превышающий динамику снижения тока. Выявлен значительный скачок скорости потока в начальной стадии разряда. Этот эффект хорошо заметен для водорода, слабо проявляется

для дейтерия и наиболее выражен для гелиевой плазмы. Наиболее вероятно, что такое поведение вызвано несогласованностью скоростей нарастания для тока разряда и концентрации газа на входе в ускоритель.

На рис. 9 приведены значения средней скорости потока плазмы для разных рабочих газов в зависимости от вложенной в разряд энергии. Очевидно, что при сохранении общей массы ускоряемого вещества и росте скорости, отображаемая зависимость должна приближаться к корневой. В случае близких энергий разряда в диапазоне 30–100 кДж скорости потока оказываются близкими для различных газов, но в целом тенденция к понижению скорости с ростом атомной массы продолжает прослеживаться.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе продемонстрирована техника определения скорости плазменного потока методом спектроскопии доплеровского сдвига. Аппаратная комбинация монохроматора-спектрографа с компенсацией aberrации астигматизма, фокусным расстоянием 522 мм, дифракционной решеткой 2400 штрихов/мм (M522i) и высокоскоростной камеры с размером пиксела 13.5 мкм, максимальной скоростью съемки 300000 кадров в секунду (Phantom 2640) позволяет регистрировать скорость с точностью до 5 км/с при определении сдвига линии по максимуму и с точностью до 1 км/с при определении сдвига линии по анализу профиля для узких линий с полушириной до 0.1 нм. При использовании достаточно интенсивных линий возможна работа с минимальной экспозицией 1 мкс и максимальной скоростью съемки.

Экспериментально показано, что для плазменного потока КСПУ возможно исследовать особенности поведения скорости на протяжении разряда длительностью ~ 1 мс и их взаимосвязь с крупномасштабными (от 10 мкс) изменениями тока. Описанная диагностика может служить действенным инструментом в работах по оптимизации формы токового импульса и его синхронизации с напуском газа в целях разработки прототипа электроракетного двигателя. Показано, что времяпролетная методика дает близкий результат и также может применяться в разработке ЭРД.

Приведены результаты экспериментального исследования скорости потока для водорода, дейтерия и гелия в зависимости от вложенной в разряд энергии. Максимальное значение скорости 145 км/с достигнуто при работе на водороде, скорость, близкая к 100 км/с достигается и для дейтерия. Это обусловлено, в первую очередь, более высоким вкладом энергии из конденсаторной батареи в разряд при работе на водороде. Скорости потока оказываются близкими для различных газов в случае сравнимых энергий разряда, но отмечается тенденция к понижению скорости с ростом атомной массы.

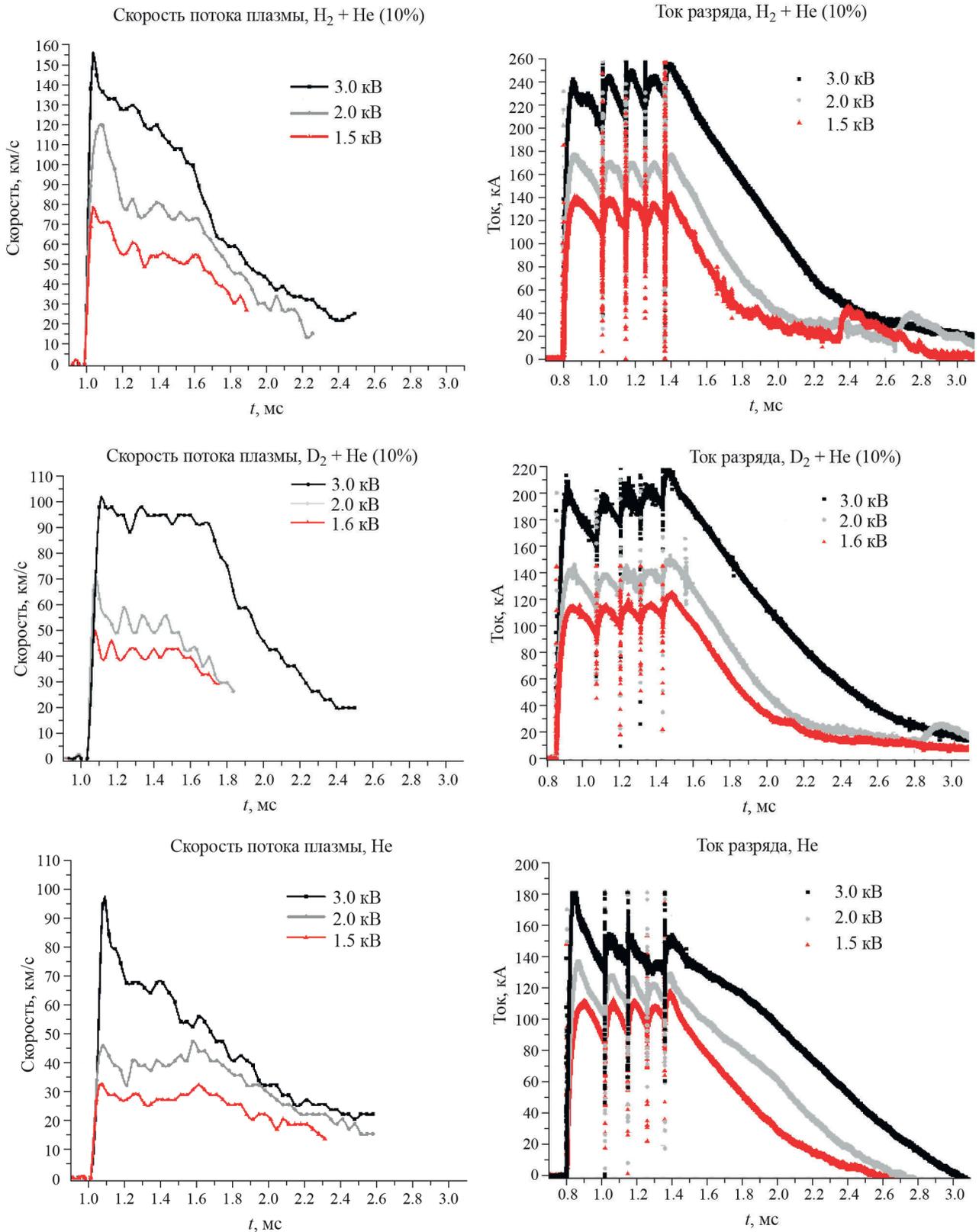


Рис. 8. Скорости потока и разрядные токи для водорода, дейтерия и гелия при варьировании вкладываемой в разряд энергии.

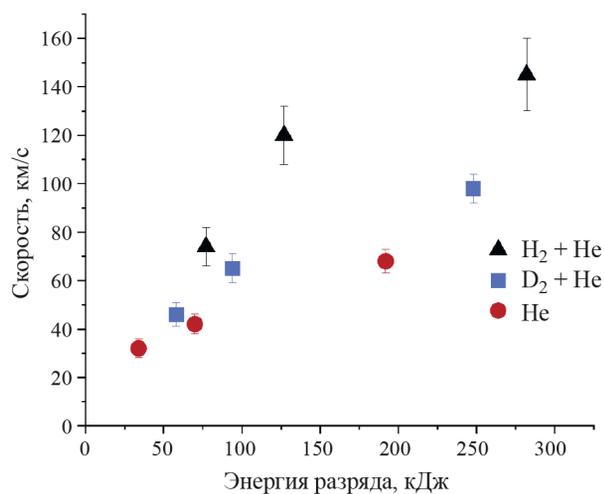


Рис. 9. Скорость потока плазмы в зависимости от вложенной в разряд энергии для разных плазмообразующих газов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Выражаем благодарность А.Ю. Малютину за создание программы автоматической обработки данных спектроскопии доплеровского сдвига.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках государственных контрактов № Н.4ц.241.09.21.1115 от 29.04.2021, № Н.4ф.241.09.22.1127 от 25.08.2022 и № Н.4к.241.09.23.1062 от 19.04.2023.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Климов Н.С., Коваленко Д.В., Подковыров В.Л., Кочнев Д.М., Ярошевская А.Д., Урлова Р.В., Козлов А.Н., Коновалов В.С. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2019. Т. 42. С. 52. Doi: 10.21517/0202-3822-2019-42-3-52-63.
2. Голобородько В.Т., Киселев Ю.М. // Теплофиз. высоких температур. 1971. Т. 9. С. 1248.
3. Дейчули П.П., Бруль А.В., Давыденко В.И., Иванов А.А., Осин Д., Магги Р. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 596. Doi: 10.31857/S0367292121070064.
4. Инжеваткина А.А., Бурдаков А.В., Иванов И.А., Ломов К.А., Поступаев В.В., Судников А.В., Устюжанин В.О. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 706. Doi: 10.31857/S0367292121080059.
5. Кирий Н.П., Харлачев Д.Е., Шпаков К.В. // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 1092. Doi: 10.31857/S0367292123601194.
6. Lebedev V.B., Feldman G.G., Savel'ev A.B., Bugar I., Chorvat Jr. D. // Proc. SPIE. 26th Internat. Congress on High-Speed Photography and Photonics (17 March 2005). P. 5580. Doi: 10.1117/12.597451.
7. Yates K.C., Langendorf S.J., Hsu S.C., Dunn J.P., Brockington S., Case A., Cruz E., Witherspoon F.D., Thio Y.C.F., Cassibry J.T., Schillo K., Gilmore M. // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. P. 062706. Doi: 10/1063/1/5126855.
8. Воронин А.В., Гусев В.К., Герасименко Я.А., Судьенков Ю.В. // ЖТФ. 2013. Т. 83. С. 36.
9. Коваленко Д.В., Климов Н.С., Житлухин А.М., Музыченко А.Д., Подковыров В.Л., Сафронов В.М., Ярошевская А.Д. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2014. Т. 37. С. 39. Doi: 10.21517/0202-3822-2014-37-4-39-48.
10. Kartasheva A.A., Gutorov K.M., Podkovyrov V.L., Muravyeva E.A., Lukyanov K.S., Klimov N.S. // Phys. Plasmas. 2024. V. 31. 043107. DOI: 10.1063/5.0198341
11. Малютин А.Ю., Ярошевская А.Д., Подковыров В.Л., Гуторов К.М. // Тез. доклад. XLIX Междунар. (Звенигородской) конф. по физике плазмы и УТС, 14–18 марта 2022 г. С. 163. Doi: 10.34854/ICPAF.2022.49.1.125.

DETERMINATION OF PLASMA FLOW VELOCITY WITH TIME RESOLUTION BASED ON THE DOPPLER EFFECT

A. D. Yaroshevskaya^{a,*}, K. M. Gutorov^a, V. L. Podkovyrov^a, and Yu. I. Litvinenko^a

^a*State Research Center of Russian Federation Troitsk Institute for Innovation and Fusion Research,
Troitsk, Moscow, 108840 Russia*

**e-mail: YaroschAD@triniti.ru*

The equipment and method for measuring the plasma flow velocity of a quasi-stationary high-current plasma accelerator (QSPA) based on high-speed Doppler shift spectroscopy are described. Time sampling of measurements can reach 100 kHz, which makes it possible to study in detail processes lasting about 1 ms or more. The correspondence between the flow velocity values obtained by Doppler shift spectroscopy and the time-of-flight method has been demonstrated. The results of measurements are presented, showing that the velocities of the QSPA plasma flow lie in the range of 30–160 km/s, depending on the energy input into the discharge and the composition of the working gas.

Keywords: plasma velocity, Doppler effect, QSPA, ERT

МОЩНЫЙ ИСТОЧНИК МЯГКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ Z-ПИНЧА ВЛОЖЕННЫХ СБОРОК ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ФИЗИКЕ ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ

© 2024 г. К. Н. Митрофанов^{a,*}, А. Н. Грицук^a, В. В. Александров^a, А. В. Браницкий^a,
Е. В. Грабовский^a, И. Н. Фролов^a, В. В. Рыжаков^a

^a ГИЦ РФ «Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований», Москва, Троицк, Россия

*e-mail: mitrofan@triniti.ru

Поступила в редакцию 29.03.2024 г.

После доработки 19.04.2024 г.

Принята к публикации 24.04.2024 г.

Представлены результаты работ по созданию мощного источника мягкого рентгеновского излучения (МРИ, $h\nu > 100$ эВ) на основе Z-пинча компактных вложенныхборок. Одно из применений такого источника излучения возможно для радиационной абляции мишеней из различных веществ в экспериментах по физике высокой плотности энергии и экстремального состояния вещества, активно проводимых в настоящее время в мире. На мощной электрофизической установке Ангара-5-1 при уровне разрядного тока до 3.5 МА проведены эксперименты по сжатию плазмы двухкаскадных вложенныхборок смешанного состава с различным отношением радиусов каскадов. Внешний каскад состоял из волокон вещества с малым атомным номером (полипропилен), внутренний каскад — из вещества с высоким атомным номером (вольфрам). Было показано, что в случае вложенныхборок данной конструкции возможно получить существенное (в ~ 1.4 раз) повышение пиковой мощности МРИ по сравнению с одиночными W-борокми с теми же параметрами, что и у W-борокми во внутреннем каскаде. При этом спектральные данные, полученные при помощи спектрографа скользящего падения с «плоским полем», демонстрируют существенное уменьшение доли ионов вольфрама в отставшей плазме вокруг пинча вложенныхборок. Путем оптимизации линейной массы внешнего каскада и его радиуса получены мощные и короткие импульсы МРИ амплитудой ~ 10 ТВт, энергией ~ 130 кДж и длительностью ~ 4 – 5 нс. Это позволило увеличить падающую плотность мощности и флюенс на мишень вплоть до 1.55 ТВт/см² и 17 кДж/см², соответственно, в экспериментах по экстремальному состоянию вещества, проводимых в настоящее время на установке.

Ключевые слова: импlosionия многопроволочной сборки, вложенные проволочные сборки, магнитное поле, тонкие проволоки/волокна, отставшая плазма, Z-пинча, рентгеновское излучение

DOI: 10.31857/S0367292124060057, EDN: PSSPQV

1. ВВЕДЕНИЕ

Для исследований в области инерциального термоядерного синтеза (ИТС) [1–5], физики высокой плотности энергии (ФВПЭ) и экстремального состояния вещества (ЭСВ) [6–8] необходимо применение мощных источников излучения. Особую важность при таких исследованиях имеет интервал энергий фотонов 50–300 эВ в области т.н. вакуумного экстремального ультрафиолета (ЭУФ). основополагающие эксперименты по ФВПЭ требуют создания макроскопических количеств вещества, которое однородно нагрето до экстремальных условий. На установке Ангара-5-1 проводятся исследования спектральной зависимости коэффициентов пропускания в ЭУФ-диапазоне горячей плазмы различных веществ (Al, Sn, In, Bi, Au и др.), полученной при объемном нагреве рентгеновскими лучами Z-пинча мишеней из различных веществ площадью более 1 см² [9–14]. При выполнении

этих работ была создана платформа по исследованию спектральных свойств высокотемпературной плазмы и разработана оригинальная схема одновременного облучения мощным потоком рентгеновских фотонов Z-пинча двух образцов тонкой мишени из исследуемого вещества, которая обеспечивает равномерное пространственное распределение энергии и мощности облучения при плотности на мишени (т.н. энергетической или лучистой экспозиции) в диапазоне 3 – 7 кДж/см² и 0.3 – 0.6 ТВт/см², и позволяет в одном выстреле определять спектральный коэффициент пропускания плазмы мишени с учетом ее собственного излучения, а также динамику разлета плазмы мишени на фронтальной и тыльной сторонах. Указанные потоки излучения пинча позволяют нагреть плазму мишени до 40 – 45 эВ при плотности ~ 1 мг/см³ [13, 14]. Для повышения температуры плазмы требуются более высокие плотности потоков излучения на

мишени. Это можно сделать, увеличивая мощность и энергию импульса излучения пинча, а также уменьшая расстояние от пинча до мишени.

Целью экспериментов, результаты которых представлены в этой работе, являлось дальнейшее развитие идеи создания мощного источника ЭУФ-излучения на основе Z-пинча вложенныхборок смешанного состава [15–17] для повышения энергетического вклада в мишень с помощью создания мощного источника излучения из более компактной (меньшего размера) проволочной сборки для применения его в будущих экспериментах по ЭСВ.

2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

На установке Ангара-5-1 при уровне разрядного тока до 3.5 МА проведена серия из ~30 выстрелов по сжатию плазмы двухкаскадных вложенныхборок и одиночных W-борок с параметрами, идентичными внутреннему каскаду вложенныхборок (см. табл. 1). Установка Ангара-5-1 [18] представляет собой генератор сверхвысокой электрической мощности, состоящий из восьми включенных параллельно модулей. Длительность формируемого каждым модулем импульса напряжения на полувысоте составляет 90 нс. Измеренная на радиусе 5 см от оси нагрузки амплитуда импульса тока на согласованной нагрузке составляла ~5 МА ($\tau = 100\text{--}120$ нс), а измеренная на радиусе

6 см от оси амплитуда напряжения — $0.5\div 0.7$ МВ.

Конструкция вложенныхборок смешанного состава состояла из двухкаскадов (см. рис. 1а): внешний каскад представлял собой волоконную сборку радиусом $r_{out} = 6$ мм, состоящую из различного количества полипропиленовых (PP) 8 мкм волокон, внутренний каскад - проволочная сборка из 40 вольфрамовых (W) 6 мкм проволок линейной массы 220 мкг/см. В некоторых случаях W-сборка состояла из 80 проволок линейной массы 440 мкг/см. Радиус r_{in} внутреннего каскада вложенныхборок в этой серии экспериментов имел следующие значения 3 мм и 4 мм. Оптимизация рентгеновского излучения Z-пинча вложенныхборок с различным отношением радиусов каскадов r_{in}/r_{out} проводилась путем изменения линейной массы внешнего каскада m_{out} в широком диапазоне значений от ~3 до ~25 мкг/см. Проведены сравнительные эксперименты по генерации импульса МРИ по сжатию плазмы одиночных W-борок с теми же параметрами (количество проволок, радиус сборки и ее масса), что и у W-борок во внутреннем каскаде (PP-W) вложенныхборок.

Типичные временные зависимости полного тока $I_t(t)$, протекающего через нагрузку, показаны на рис. 1б. Из представленных кривых видно, что амплитуда тока лежит в диапазоне от 3.2 до 3.5 МА для данной серии экспериментов с вложеннымибороками.

Таблица 1. Параметры вложенныхборок

Выстрел	Параметры			Примечание
	внешнего каскада*	внутреннего каскада	r_{in}/r_{out}	
7096, 7098	8 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~3.2 мкг/см	40 W 6 мкм проволочка, 220 мкг/см, $r_{in} = 3$ мм	0.5	поиск параметров вложенныхборок вблизи максимальных выходов МРИ
7093, 7094, 7095	12 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~4.8 мкг/см			
7090, 7091, 7102	24 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~9.8 мкг/см			
7100, 7101	60 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~24.6 мкг/см			
7137	60 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~24.6 мкг/см	80 W 6 мкм проволочка, 440 мкг/см, $r_{in} = 3$ мм		
7092, 7097, 7104	—	40 W 6 мкм проволочка, 220 мкг/см, $r_{in} = 3$ мм	—	одиночная сборка для сравнения
7161, 7162	8 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~3.2 мкг/см	40 W 6 мкм проволочка, 220 мкг/см, $r_{in} = 4$ мм	0.67	поиск параметров вложенныхборок вблизи максимальных выходов МРИ
7150, 7152, 7153	12 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~4.8 мкг/см			
7143, 7144, 7147	24 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~9.8 мкг/см			
7139, 7140, 7142	60 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~24.6 мкг/см			
7142	60 PP-волокон $\varnothing 8$ мкм, ~24.6 мкг/см			
7138, 7159, 7160	—	40 W 6 мкм проволочка, 220 мкг/см, $r_{in} = 4$ мм	—	одиночная сборка для сравнения

Примечание: $r_{out} = 6$ мм — радиус внешнего каскада; $h = 16$ мм — высотаборок; * — линейная масса 8 мкм PP-волокон может отличаться из-за немного различающейся плотности пластика в зависимости от партии изготовления. Серым цветом выделены ячейки с параметрами одиночной цилиндрической W-борок.

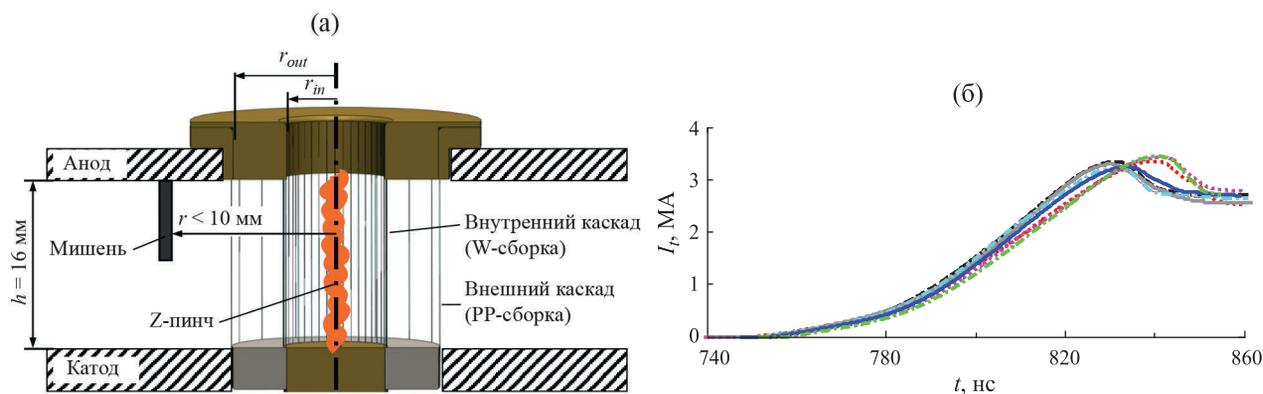


Рис. 1. Общий вид взаимного расположения вложенных сборок смешанного состава в межэлектродном зазоре установки Ангара-5-1 и облучаемой мишени (а) и типичные для представленной серии экспериментов временные зависимости полного тока $I_t(t)$, протекающего через нагрузку (б).

Для решения поставленных задач в экспериментах были использованы следующие диагностические методики: датчики излучения (вакуумные рентгеновские диоды (ВРД) и термопарный калориметр типа ВЧД-3), многокадровая рентгеновская камера СХР6 (10 кадров, 1 нс, $h\nu > 70$ эВ или $\lambda < 180$ Å) и квази-плоскопольный дифракционный ВУФ-спектрограф скользящего падения (QFF-VUV) с пространственным и временным разрешением (3 кадра, 1.5 нс, $\lambda/\Delta\lambda \sim 200$). Пространственное разрешение спектрографа в радиальном направлении (перпендикулярно оси пинча) составляло для энергии фотонов более 100 эВ порядка 300 мкм. В обычных спектрографах скользящего падения входная щель устанавливается на круге Роуланда, а плоскость детектора пересекается в одной точке плоскости Роуланда [19], в результате чего фокусировка происходит на одной длине волны, что приводит к ухудшению, за счет размывания изображения спектральных линий, спектрального разрешения на остальных длинах волн. Одним из способов решения данной проблемы является использование спектрографа скользящего падения с «плоским полем» (ССПП), в котором входная щель смещена относительно круга Роуланда [20]. Основными проблемами, препятствующими достоверному качественному и количественному восстановлению исходных рентгеновских спектров Z-пинча в области энергий квантов сотни эВ, являются наложение сигналов от разных порядков дифракции и сложный вид аппаратной функции прибора. Виртуальная модель рентгеновского спектрографа скользящего падения, разработанная в работе [21, 22], позволила выполнить подобный расчет полномасштабной виртуальной Монте-Карло модели ССПП, позволяющего минимизировать дефокусировку изображения спектральных линий в плоскости регистрации. В разработанной виртуальной модели спектрографа производится расчет распределения интенсивности излучения в различные порядки дифракции при взаимодействии с ди-

фракционной решеткой. При этом учитывается форма профиля штриха, материал и структура покрытия дифракционной решетки. Проведен расчет аппаратной функции спектрографа с «плоским полем» и найдено ее аналитическое приближение. С использованием полученной аппаратной функции спектрографа и итеративной методики было выполнено восстановление входного рентгеновского спектра излучения плазмы Z-пинча.

ВРД за разными фильтрами и термопарным калориметром ВЧД-3 регистрировался импульс мягкого рентгеновского излучения в спектральном диапазоне от 20 эВ вплоть до 1–2 кэВ на расстоянии ~ 3.5 м от пинча в радиальном направлении. По сигналам ВРД рассчитывалась мощность излучения в указанном диапазоне энергий квантов [23]. Погрешность измерения импульсов электромагнитной энергии термопарным калориметром ВЧД-3 не превышала $\sim 15\%$ [24].

Динамика сжатия плазмы вложенных и одиночных сборок регистрировалась по лазерным теневым изображениям. Трехкадровое теневое зондирование плазмы (с экспозицией кадра ~ 100 пс) осуществлялось световым пучком на второй гармонике частоты Nd:YAG-лазера ($\lambda = 532$ нм) в радиальном направлении с регистрацией двумерных изображений на цифровые фотоаппараты. Пространственное разрешение лазерной диагностики по объекту было не хуже 50–100 мкм. Также диагностический комплекс [25] установки Ангара-5-1 включал в себя электротехнические методы (датчики тока и напряжения): 8-ми петельный датчик производной полного тока и индуктивный делитель напряжения [26]. Места измерения напряжения и тока приблизительно соответствуют месту объединения токов отдельных модулей установки Ангара-5-1. Данные одновременного мониторинга профилей полного тока и напряжения вблизи нагрузки приблизительно в одной точке по радиусу позволили вычислять и исследовать временные про-

фили индуктивности лайнера на стадии финального сжатия плазмы в предположении малости сопротивления плазмы на данной стадии процесса.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Пространственно-временные характеристики динамики сжатия плазмы вложенныхборок смешанного состава с различным отношением радиусов каскадов

В экспериментах, выполненных на данном этапе исследований, использовались (PP-W) вложенные сборки с различным отношением радиусов каскадов $r_{in}/r_{out} = 0.5$ и 0.67 у которых внешним каскадом была волоконная сборка радиусом $r_{out} = 6$ мм. В данном случае радиус внешнего каскада вложенныхборок был меньше, чем в наших предыдущих экспериментах ($r_{out} = 10$ мм, [15, 17]). Это было необходимо для оптимизации параметров импульса рентгеновского излучения в зависимости от массы внешнего каскада m_{out} и отношения радиусов каскадов r_{in}/r_{out} . Лайнеры с малым внешним радиусом используются в экспериментах на установке Ангара51 по радиационной абляции мишеней различных веществ [12, 13] по программе исследований по физике высокой плотности энергии, когда требуется как можно ближе располагать мишень к источнику излучения в радиальном направлении на расстояниях менее 10 мм.

Ниже, на рис. 2–8 представлены результаты экспериментов с (PP-W) вложенными сборками у которых линейная масса внешнего каскада менялась в диапазоне от ~ 3 мкг/см до ~ 25 мкг/см за счет изменения количества 8 мкм волокон N_{out} от 8 до 60. На данных рисунках в части (а) показаны временные зависимости производной полного тока dI_t/dt (кривая 1), напряжения U (кривая 2) и импульса мощности МРИ P_{SXR} (кривая 3) в наиболее представительном по энергии излучения спектральном диапазоне $h\nu > 100$ эВ. Там же могут быть показаны некоторые моменты времени: T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах, T_f — время финального сжатия плазмы, соответствующее моменту пика мощности МРИ. Момент времени T_{pl}^{out} определяет начало процесса переключения тока внешнего каскада на внутренний каскад, а момент времени T_{pl}^{in} указывает на начало финальной стадии сжатия плазмы W-сборки во внутреннем каскаде вложенныхборок. На этой стадии процесса ($t > T_{pl}^{in}$) происходит быстрое сжатие плазмы с током к оси, которое сопровождается увеличением индуктивности разрядного контура. При этом нарушается подобие между формами производной полного тока и напряжения $U \approx L \cdot dI/dt$ (см. кривые 1 и 2), наблюдавшегося на стадии процесса плазмообразования PP-волокон внешнего и W-проволок внутреннего каскадов. Чем сильнее наблюдается расхождение кривых 1 и 2, тем эффективнее разрядный ток вме-

сте с плазмой проникает в приосевую область вложенныхборок, создавая условия для диссипации электромагнитной энергии цепи плазмой Z-пинча и получения высоких выходов рентгеновского излучения. Более подробно определение данных времен из электротехнических измерений тока, напряжения и индуктивности разряда, связанных с динамикой плазмы в многопроволочных сборках различных конструкций, представлено в работах [26–29]. Рядом с оциллограммами на рисунках показаны моменты времени регистрации кадровых рентгеновских (СХР6) и лазерных теневого (LAS) изображений, представленных в части рисунков (б) или (в).

Вложенные сборки с отношением радиусов каскадов $r_{in}/r_{out} = 0.5$ ($\varnothing_{in}/\varnothing_{out} = 6$ мм/12 мм). С увеличением количества N_{out} с 8 до 60, что соответствовало увеличению линейной массы волокон во внешнем каскаде с ~ 3 мкг/см до ~ 25 мкг/см, по электротехническим измерениям производной тока dI/dt и напряжения U (см. кривые 1 и 2 на рис. 2а–5а) были определены времена окончания плазмообразования и начала сжатия плазмы внешнего и внутреннего каскадов. Время окончания плазмообразования и начала сжатия плазмы волокон внешнего каскада T_{pl}^{out} увеличивалось с увеличением массы их массы с 49 нс до 58 нс. Следует заметить, что параметры внутреннего каскада в большинстве выстрелов практически не менялись (40 W проволока, массой 220 мкг/см) и, поэтому, время T_{pl}^{in} было постоянным и лежало в диапазоне 66–70 нс. В выстрелах с увеличенной массой внутреннего каскада (80 W проволока, массой 440 мкг/см) время T_{pl}^{in} составляло бóльшую величину — около 80 нс. Согласование времен T_{pl}^{out} и T_{pl}^{in} , является необходимым условием синхронного сжатия плазмы внешнего и внутреннего каскадов для получения мощных импульсов МРИ малой длительности.

Как следует из рис. 2–5, при увеличении массы PP-сборки во внешнем каскаде с ~ 3 мкг/см до ~ 25 мкг/см наблюдается рост пиковой мощности МРИ с ~ 6 ТВт до 10 ТВт. Увеличение W-сборки в 2 раза массы во внутреннем каскаде не приводит к повышению пиковой мощности МРИ (см. рис. 5а). Это связано с компактностью сжатия плазмы к моменту T_f пиковой мощности МРИ (см. кривые 3). Действительно, на рентгеновских и лазерных кадровых изображениях видно, что в оптимальных по пиковой мощности излучения экспериментах, радиальный размер пинча составляет ~ 0.4 – 0.5 мм и ~ 0.5 – 0.6 мм, соответственно (см. рис. 3б, в). При этом вокруг пинча практически отсутствует отставшая плазма, способная шунтировать часть разрядного тока пинча. Это является следствием устойчивого сжатия плазмы W-сборки. На рентгеновских кадрах рис. 2б и 5б наблюдается сжатие плазмы внутреннего каскада без видимых неустойчивостей типа магнитной Релей-Тейлоровской неустойчивости, характерной для сжа-

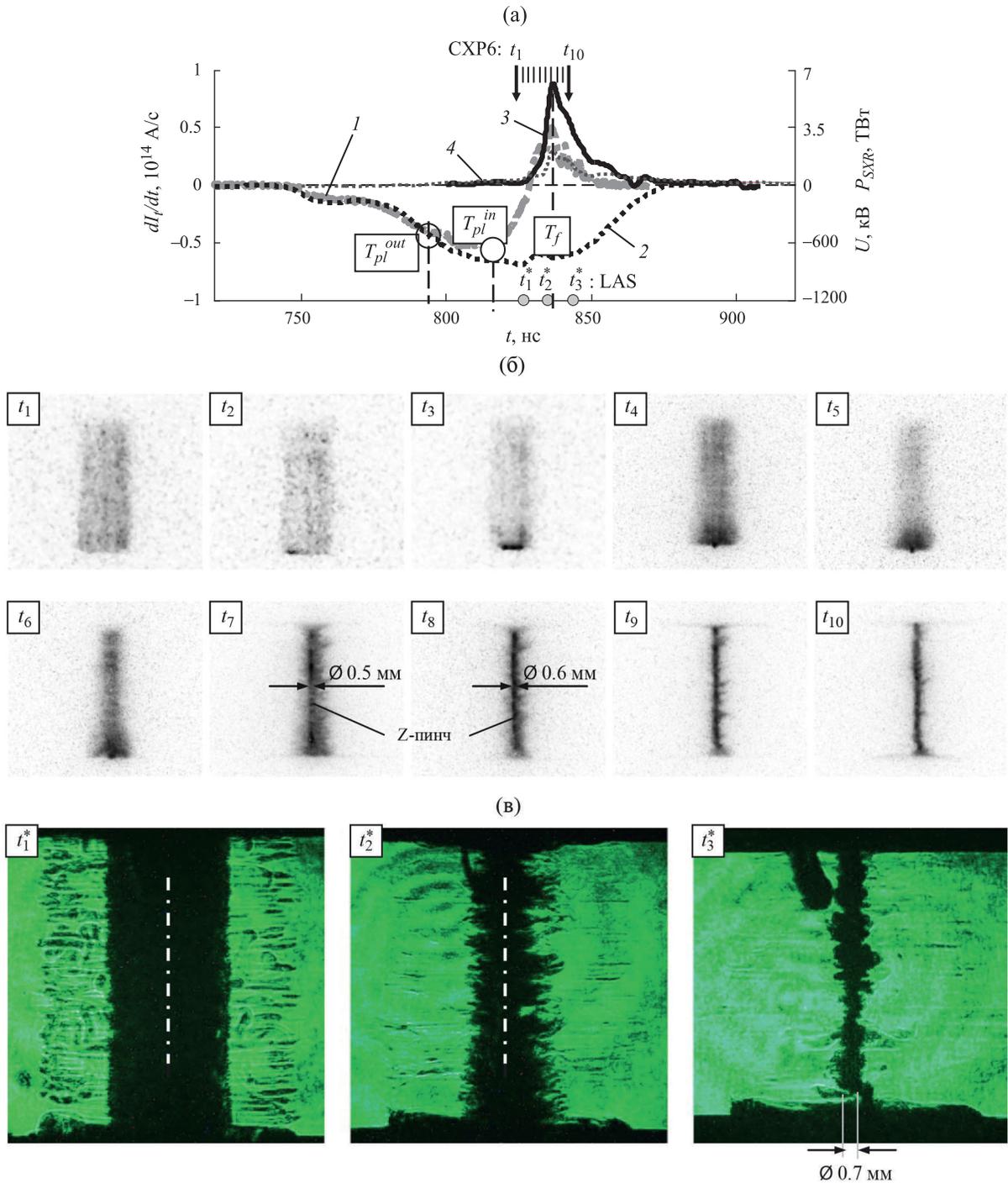


Рис. 2. Результаты эксперимента № 7098 с вложенными сборками: внешний каскад — сборка из 8 полипропиленовых 8.0 мкм волокон, погонной массы 3.2 мкг/см. Радиус сборки — 6 мм, высота — 16 мм; внутренний каскад — сборка из 40 вольфрамовых 6 мкм проволок, погонной массы 220 мкг/см. Радиус сборки — 3 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульса мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100 \text{ эВ}$) в абс. ед. и ($h\nu > 20 \text{ эВ}$) в отн. ед.; T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) имплозии вложенной сборки, синхронизованные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1 – t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow СХР6). Анод — вверх, катод — внизу; в) — кадровые изображения (позитив) плазмы вложенныхборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров t_1^* – t_3^* указаны вертикальными стрелками (\bullet LAS) на рис. (а). Анод — вверх, катод — внизу.

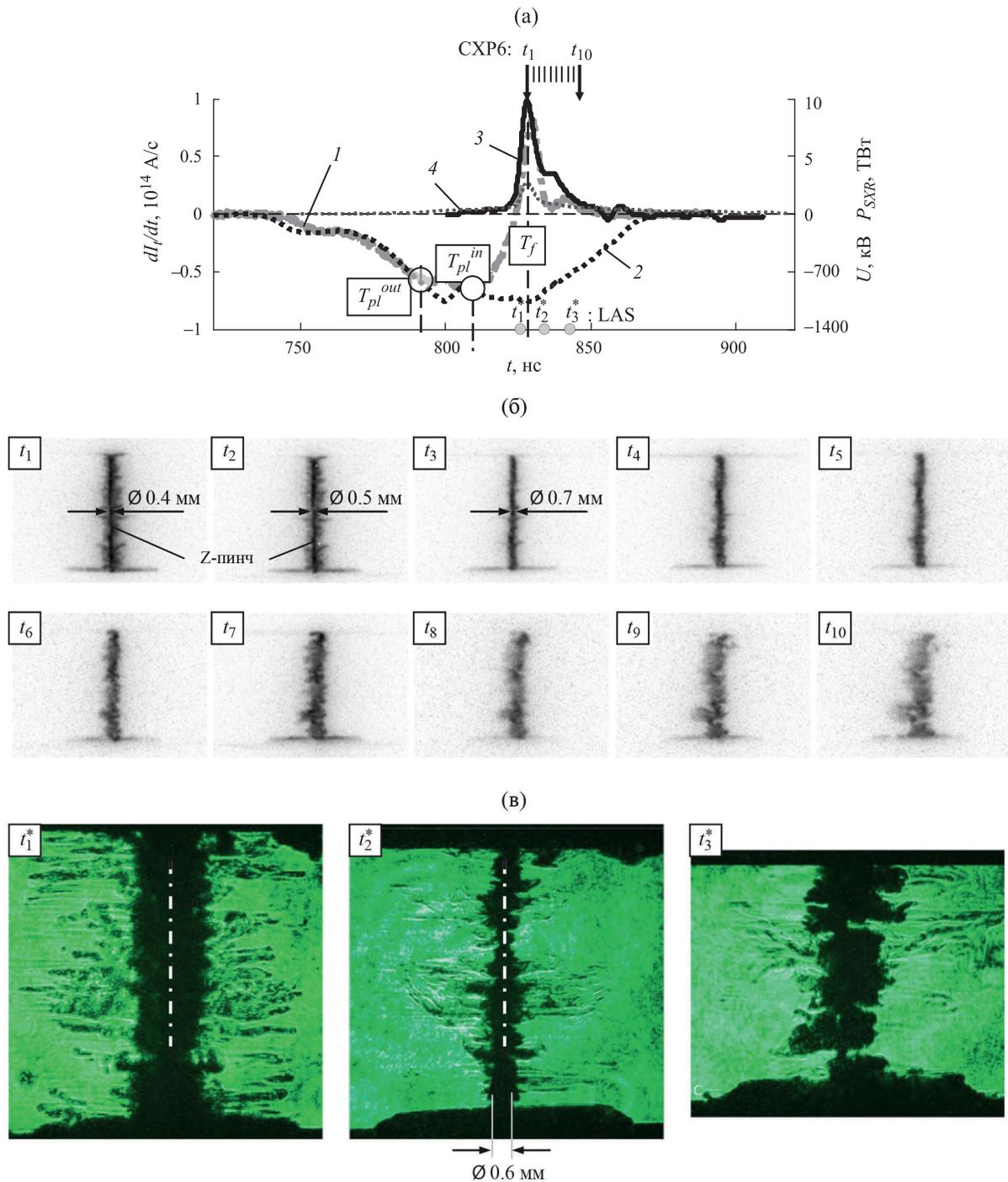


Рис. 3. Результаты эксперимента № 7090 с вложенными сборками: внешний каскад — сборка из 24 полипропиленовых 8.0 мкм волокон, погонной массы 9.8 мкг/см. Радиус сборки — 6 мм, высота — 16 мм; внутренний каскад — сборка из 40 вольфрамовых 6 мкм проволок, погонной массы 220 мкг/см. Радиус сборки — 3 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульса мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100$ эВ) в абс. ед. и ($h\nu > 20$ эВ) в отн. ед.; T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) имплозии вложенной сборки, синхронизированные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1 – t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow СХРБ). Анод — вверх, катод — внизу; в) — кадровые изображения (позитив) плазмы вложенныхборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров t_1^* – t_3^* указаны вертикальными стрелками (\bullet LAS) на рис. (а). Анод — вверх, катод — внизу.

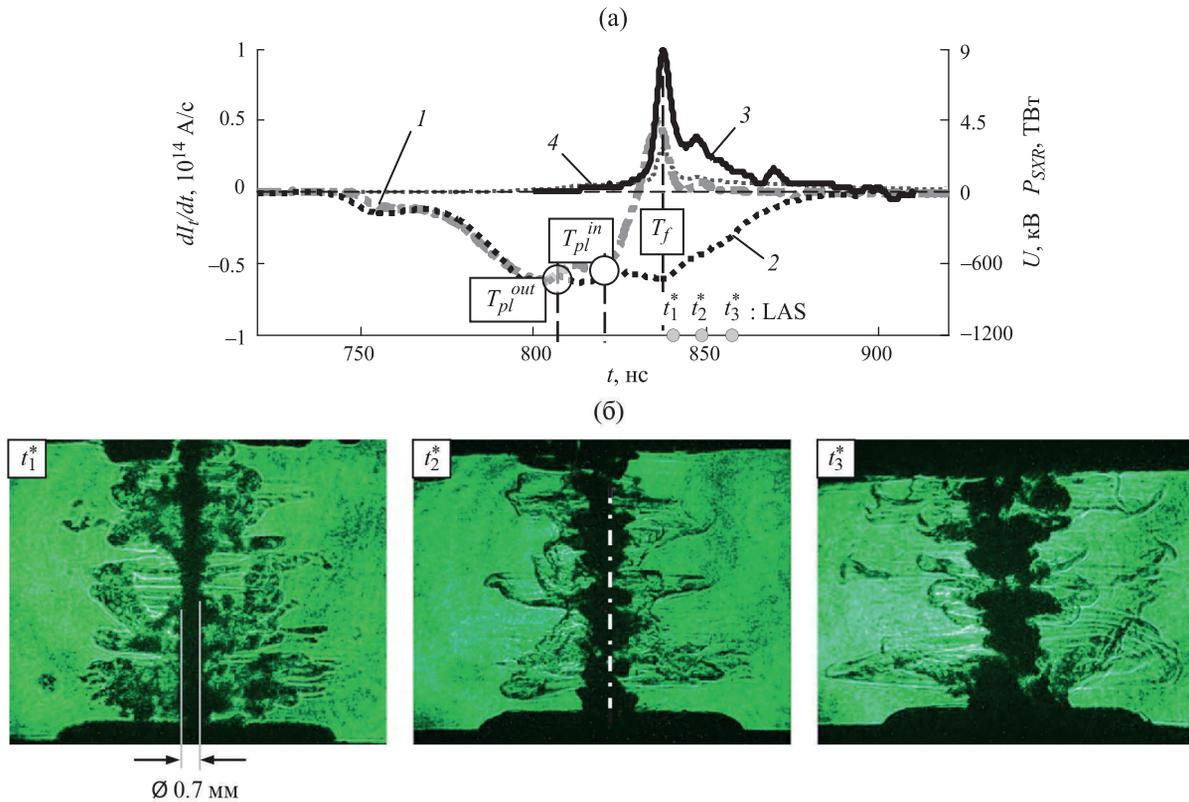


Рис. 4. Результаты эксперимента № 7101 с вложенными сборками: внешний каскад — сборка из 60 полипропиленовых 8.0 мкм волокон, погонной массы 24.6 мкг/см. Радиус сборки — 6 мм, высота — 16 мм; внутренний каскад — сборка из 40 вольфрамовых 6 мкм проволок, погонной массы 220 мкг/см. Радиус сборки — 3 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульса мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100$ эВ) в абс. ед. и ($h\nu > 20$ эВ) в отн. ед.; T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — кадровые изображения (позитив) плазмы вложенныхборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров $t_1^* - t_3^*$ указаны вертикальными стрелками (●LAS) на рис. (а). Анод — вверх, катод — вниз.

тия одиночных W-борок. Воздействие плазменных потоков с волокон внешнего каскада приводит к уменьшению в несколько раз инкремента неустойчивости сжимающейся вольфрамовой плазмы внутреннего каскада (см. работу [30] и рис. 24 и 25 в работе [29]). В выстрелах с неоптимальной массой внешнего каскада (PP-W) вложенныхборок радиальный размер пинча был больше и составлял ~ 0.6 мм по рентгеновским изображениям (см. рис. 26) и ~ 0.7 мм по лазерным теневым изображениям (см. рис. 2в и 4в). В случае с увеличенной массой W-борки во внутреннем каскаде, радиальный размер пинча был еще больше $\sim 0.6 - 0.7$ мм и ~ 0.8 мм (см. рис. 5б, в, соответственно). В целом, подобная тенденция наблюдалась в наших прошлых экспериментах [15] с вложенными сборками смешанного состава с тем же отношением радиусов $r_{in}/r_{out} = 0.5$ (10 мм/20 мм), но с большим радиусом внешнего каскада — $r_{out} = 10$ мм.

Вложенные сборки с отношением радиусов каскадов $r_{in}/r_{out} = 0.67$ ($\varnothing_{in}/\varnothing_{out} = 8$ мм/12 мм). В данном разделе на рис. 6–9 представлены результаты экспериментов с вложенными сборками с увеличенным ра-

диусом внутреннего каскада (W-борки) $r_{in} = 4$ мм. Отношение радиусов каскадов в этом случае было ~ 0.67 . Данная серия экспериментов была сделана для сравнения с имплозией обычных одиночных вольфрамовыхборок, стандартно применяемых на установке Ангара-5-1. В целом, наблюдается та же тенденция роста пиковой мощности МРИ при изменении линейной массы PP-борки во внешнем каскаде, компактность сжатия пинча и устойчивость сжатия плазмы внутреннего каскада. При этом в случае увеличения в 2 раза массы W-проволок во внутреннем каскаде с 220 мкг/см до 440 мкг/см практически не приводит к повышению пиковой мощности МРИ (см. рис. 9а). Максимальный уровень пиковой мощности МРИ, достигнутый в этой серии выстрелов, составил около 10.4 ТВт.

Более подробно зависимости параметров импульса МРИ от параметров внешней сборки (m_{in} , r_{in}/r_{out}) обсуждаются ниже, в разделе «Зависимости параметров импульса МРИ от массы внешнего каскада».

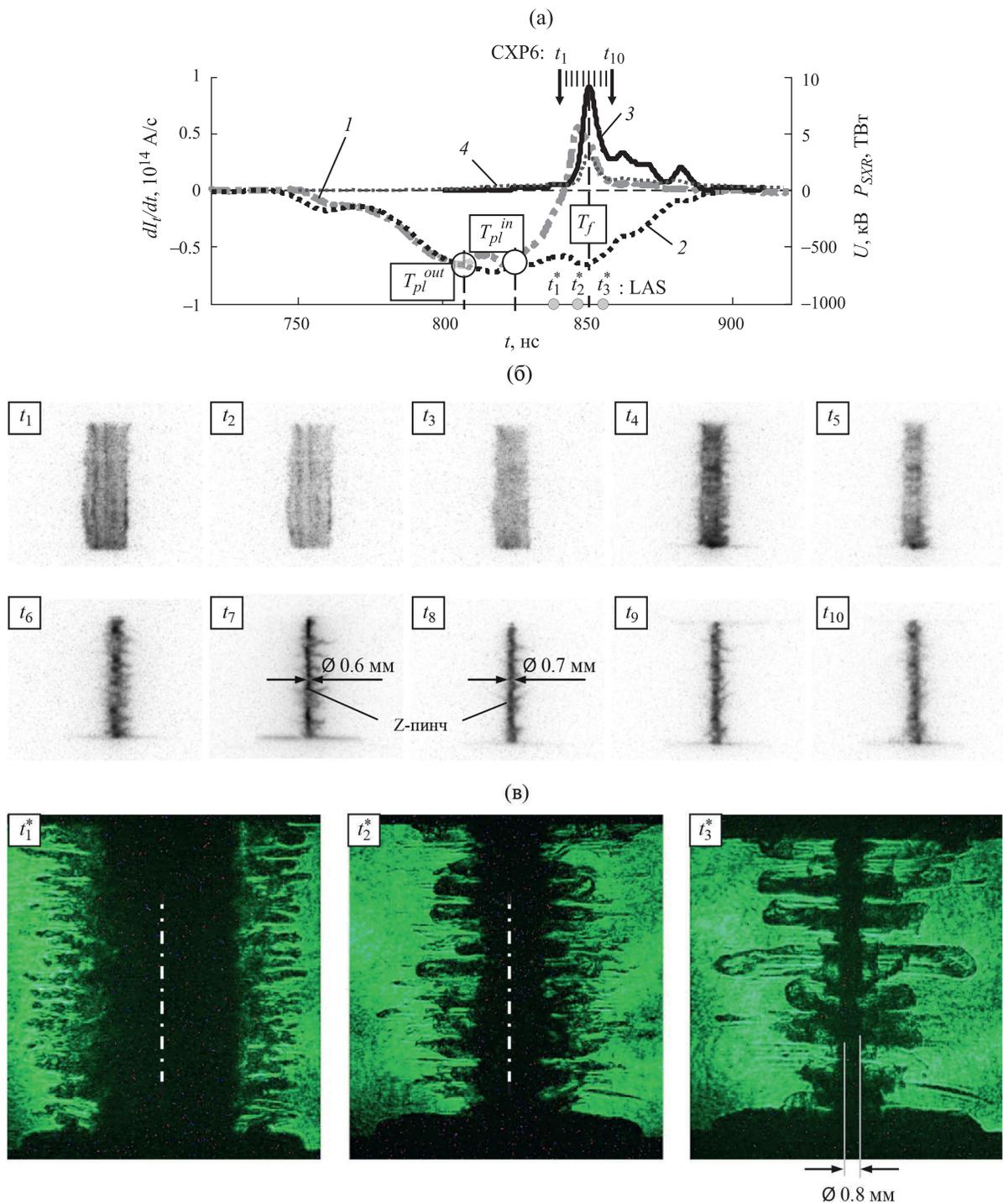


Рис. 5. Результаты эксперимента № 7137 с вложенными сборками: внешний каскад — сборка из 60 полипропиленовых 8.0 мкм волокон, погонной массы 24.6 мкг/см. Радиус сборки — 6 мм, высота — 16 мм; внутренний каскад — сборка из 80 вольфрамовых 6 мкм проволоки, погонной массы 440 мкг/см. Радиус сборки — 3 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульсы мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100$ эВ) в абс. ед. и ($h\nu > 20$ эВ) в отн. ед.; T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) имплозии вложенной сборки, синхронизованные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1 – t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow CXP6). Анод — вверх, катод — вниз; в) - кадровые изображения (позитив) плазмы вложенныхборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров t_1^* – t_3^* указаны вертикальными стрелками (\bullet LAS) на рис. (а). Анод — вверх, катод — вниз.

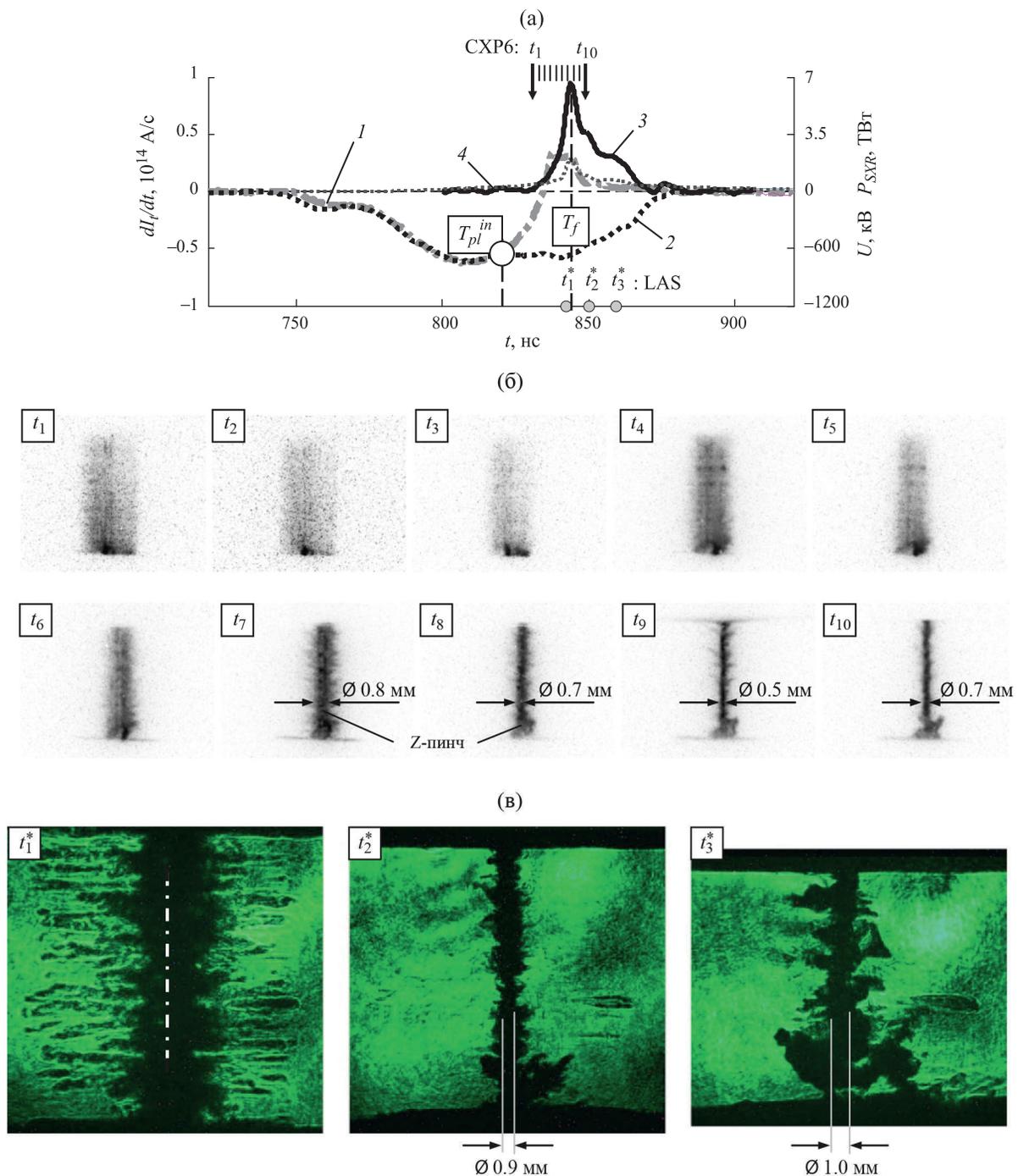


Рис. 6. Результаты эксперимента № 7162 с вложенными сборками: внешний каскад — сборка из 8 полипропиленовых 8.0 мкм волокон, погонной массы 3.2 мкг/см. Радиус сборки — 6 мм, высота — 16 мм; внутренний каскад — сборка из 40 вольфрамовых 6 мкм проволок, погонной массы 220 мкг/см. Радиус сборки — 4 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульса мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100$ эВ) в абс. ед. и ($h\nu > 20$ эВ) в отн. ед.; T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) имплозии вложенной сборки, синхронизованные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1 – t_{10} указаны вертикальными стрелками (\perp СХР6). Анод — вверху, катод — внизу; в) — кадровые изображения (позитив) плазмы вложенных сборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров t_1^* – t_3^* указаны вертикальными стрелками (\bullet LAS) на рис. (а). Анод — вверху, катод — внизу.

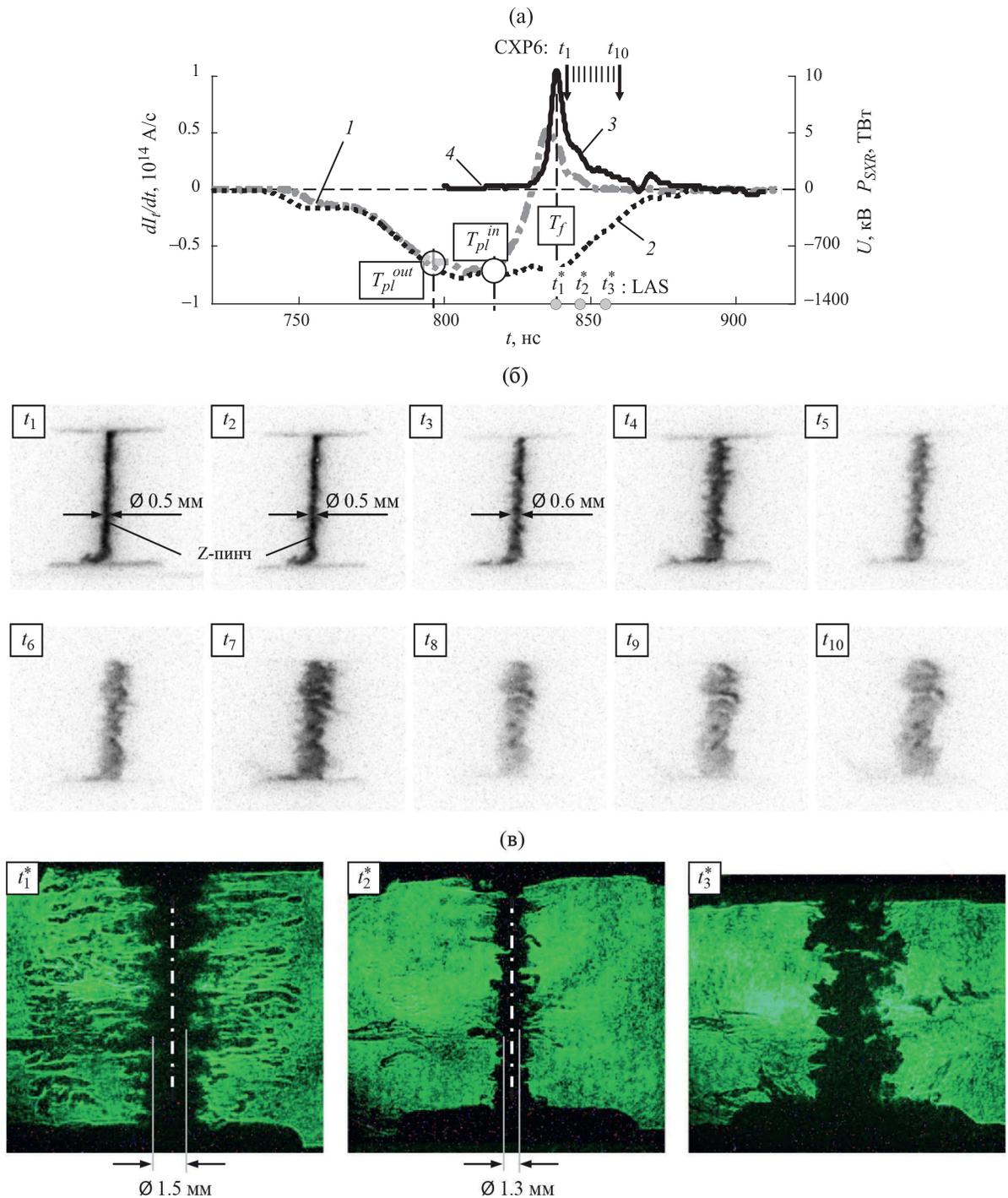


Рис. 7. Результаты эксперимента № 7143 с вложенными сборками: внешний каскад — сборка из 24 полипропиленовых 8.0 мкм волокон, погонной массы 9.8 мкг/см. Радиус сборки — 6 мм, высота — 16 мм; внутренний каскад — сборка из 40 вольфрамовых 6 мкм проволок, погонной массы 220 мкг/см. Радиус сборки — 4 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульса мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100$ эВ) в абс. ед. и ($h\nu > 20$ эВ) в отн. ед.; T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) вложенной сборки, синхронизованные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1 – t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow СХР6). Анод — сверху, катод — внизу; в) — кадровые изображения (позитив) плазмы вложенныхборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров t_1^* – t_3^* указаны вертикальными стрелками (●LAS) на рис. (а). Анод — сверху, катод — внизу.

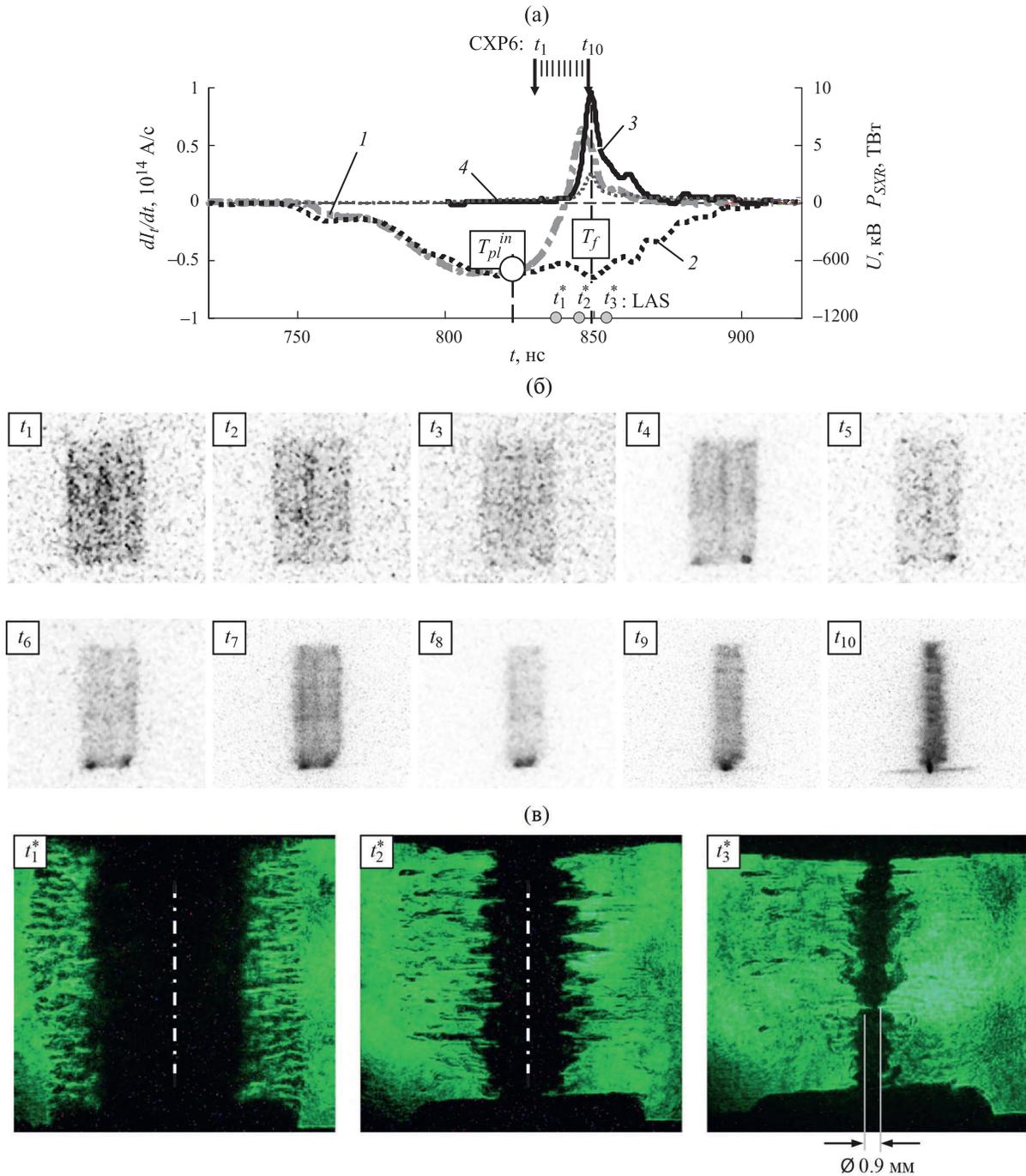


Рис. 8. Результаты эксперимента № 7139 с вложенными сборками: внешний каскад — сборка из 60 полипропиленовых 8.0 мкм волокон, погонной массы 24.6 мкг/см. Радиус сборки — 6 мм, высота — 16 мм; внутренний каскад — сборка из 40 вольфрамовых 6 мкм проволок, погонной массы 220 мкг/см. Радиус сборки — 4 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульсы мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100 \text{ эВ}$) в абс. ед. и ($h\nu > 20 \text{ эВ}$) в отн. ед.; T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) имплозии вложенной сборки, синхронизованные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1 – t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow СХР6). Анод — сверху, катод — внизу; в) — кадровые изображения (позитив) плазмы вложенныхборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров t_1^* – t_3^* указаны вертикальными стрелками (\bullet LAS) на рис. (а). Анод — сверху, катод — внизу.

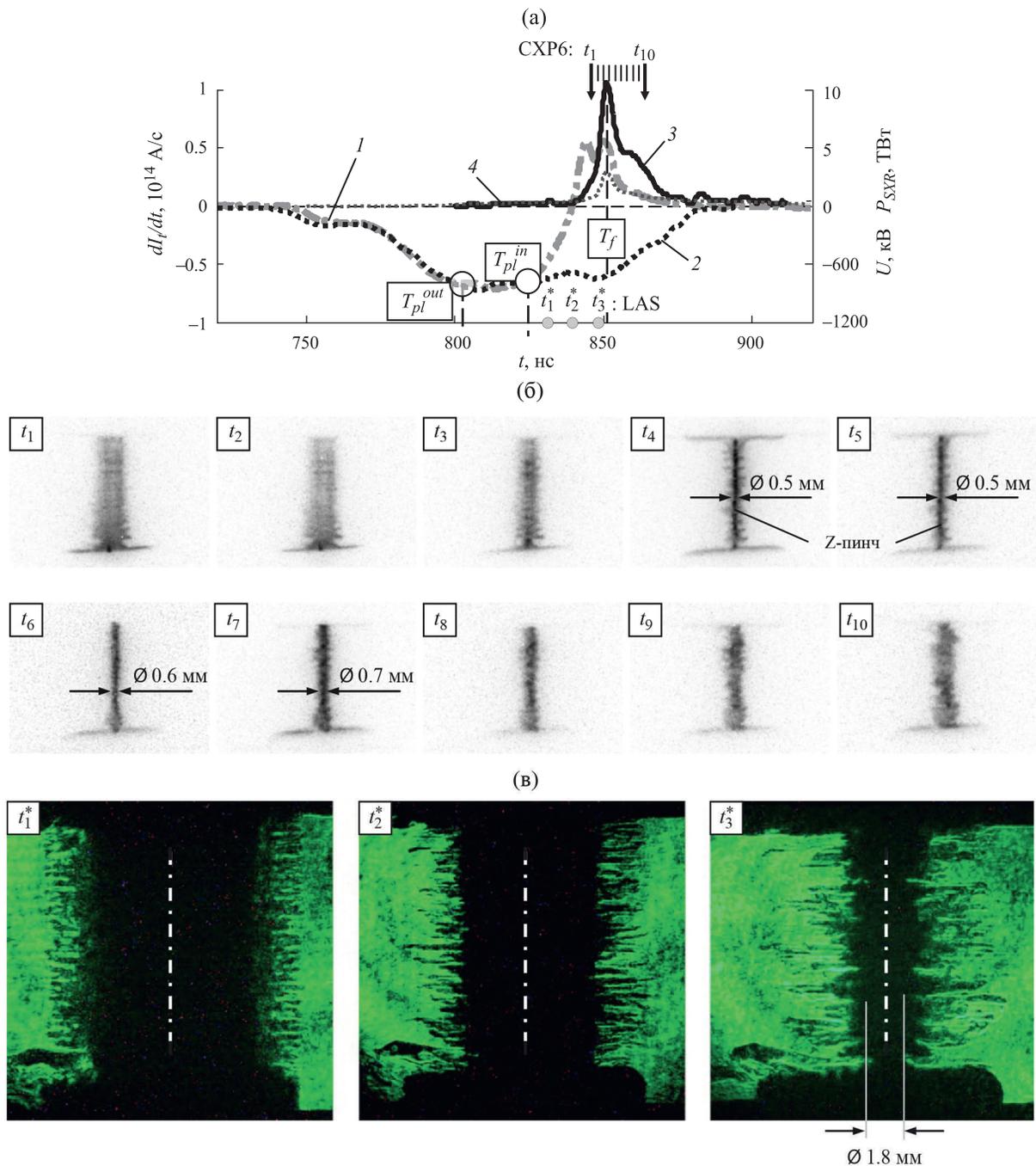


Рис. 9. Результаты эксперимента № 7142 с вложенными сборками: внешний каскад - сборка из 60 полипропиленовых 8.0 мкм волокон, погонной массы 24.6 мкг/см. Радиус сборки — 6 мм, высота — 16 мм; внутренний каскад — сборка из 80 вольфрамовых 6 мкм проволок, погонной массы 440 мкг/см. Радиус сборки — 4 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульса мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100$ эВ) в абс. ед. и ($h\nu > 20$ эВ) в отн. ед.; T_{pl}^{out} , T_{pl}^{in} — времена окончания плазмообразования на внешнем и внутреннем каскадах; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) имплозии вложенной сборки, синхронизованные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1 – t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow СХР6). Анод — вверх, катод — внизу; в) — кадровые изображения (позитив) плазмы вложенных сборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров t_1^* – t_3^* указаны вертикальными стрелками (\bullet LAS) на рис. (а). Анод — вверх, катод — внизу.

Одиночные вольфрамовые сборки радиусами 3 мм и 4 мм. Далее, рассмотрим результаты сравнительных экспериментов (см. рис. 10 и 11) с одиночными W-сборками с параметрами, идентичными параметрам внутреннего каскада в (PP-W) вложенных сборках.

По кадровым изображениям сжатия плазмы W-сборок определен радиальный размер пинча в момент пиковой мощности МРИ. Диаметр пинча составил 0.6–0.8 мм по рентгеновским изображениям (см. рис. 10б и 11б) и ~1.2 мм по лазерным теневым изображениям (см. 11в). При этом, что на лазерных, что на рентгеновских изображениях хорошо видно развитие магнитной Релей-Тейлоровской неустой-

чивости сжимающейся вольфрамовой плазмы и, как следствие этого, наличие отставшей и излучающей плазмы вокруг пинча. В приведенных на рис. 10а и 11а выстрелах пиковая мощность рентгеновского излучения составила меньшую величину 5.3 ТВт и 6.6 ТВт, соответственно, по сравнению с выстрелами с вложенными сборками.

Сравнение спектральных данных излучения Z-пинча вложенных и одиночныхборок. Спектральные измерения показали, что в оптимальных режимах сжатия плазмы вложенных проволочно-волоконныхборок (PP-W) наблюдается увеличение вклада энергии рентгеновского излучения в спектральном диапазоне $\lambda \in (30, 40) \text{ \AA}$ в излучение пинча по сравнению

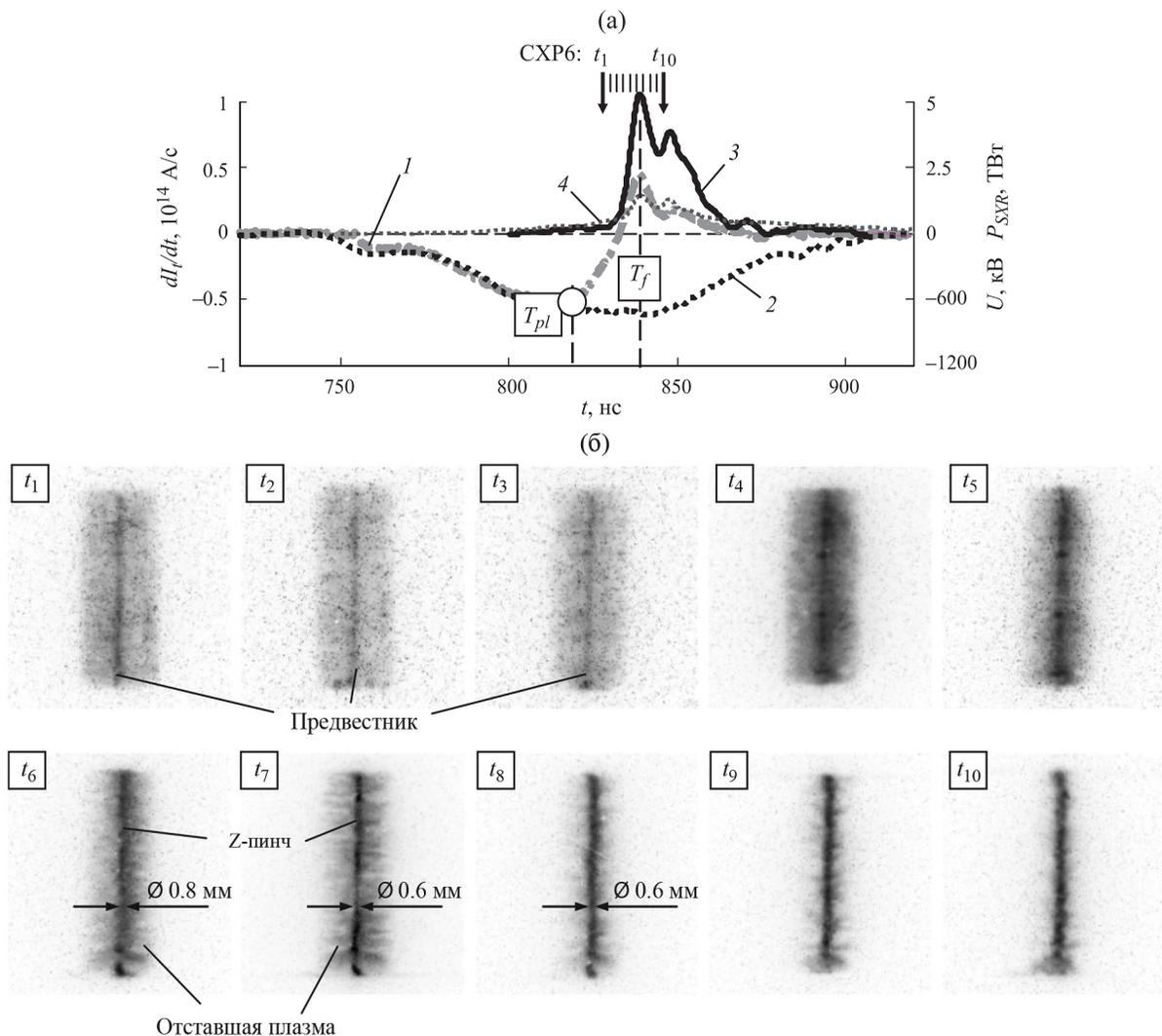


Рис. 10. Результаты эксперимента № 7097 с одиночной сборкой из 40 W 6 мкм проволоч, линейной массы 220 мкг/см. Радиус сборки — 3 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульса мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100 \text{ эВ}$) в абс. ед. и ($h\nu > 20 \text{ эВ}$) в отн. ед.; T_{pl} — время окончания плазмообразования; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) импlosionи вложенной сборки, синхронизованные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1 – t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow CXP6). Анод — вверху, катод — внизу. Анод — вверху, катод — внизу.

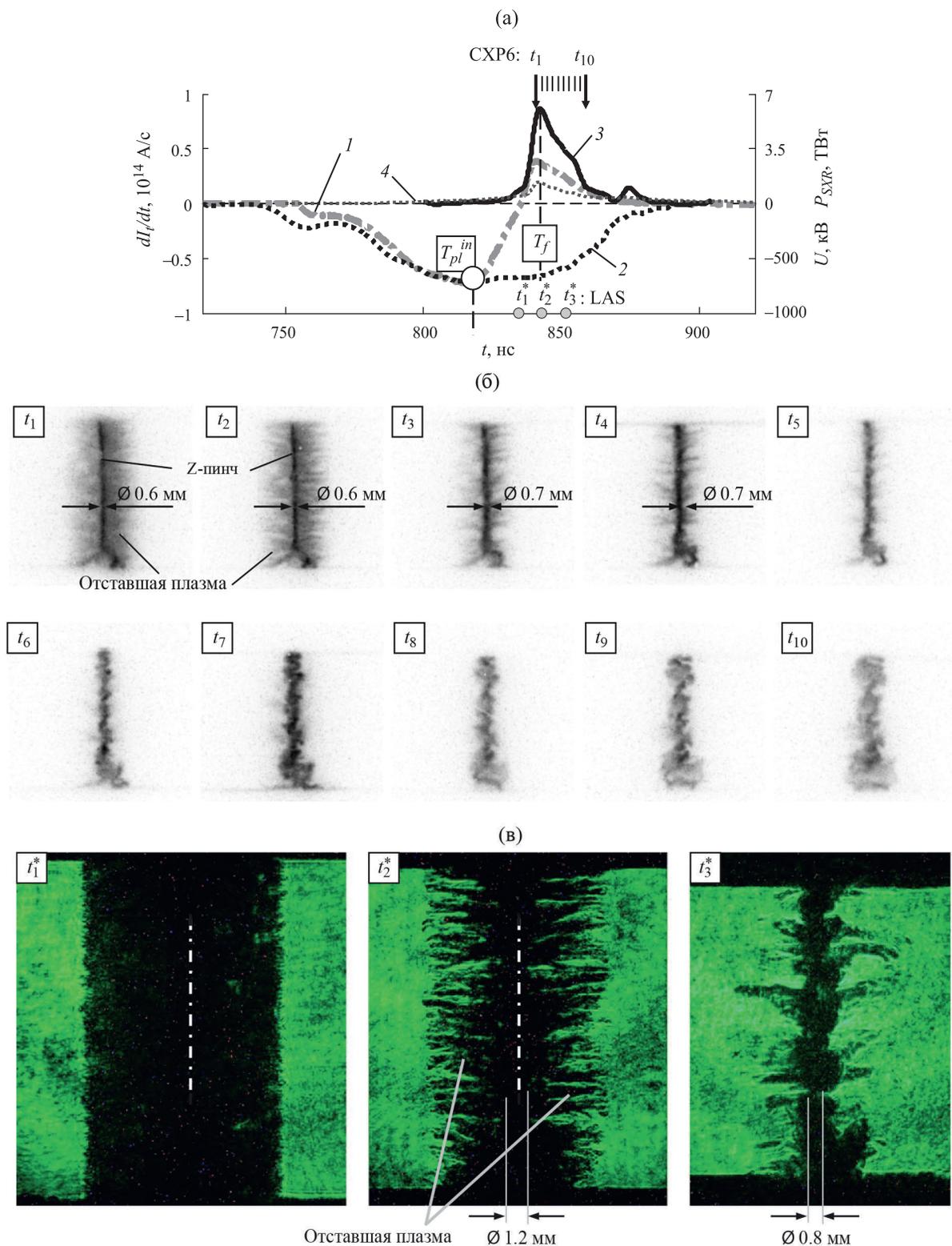


Рис. 11. Результаты эксперимента № 7138 с одиночной сборкой из 40 W 6 мкм проволоки, линейной массы 220 мкг/см. Радиус сборки — 4 мм, высота — 16 мм: а) — временные зависимости: 1 — производной полного тока; 2 — напряжения; 3, 4 — импульса мощности МРИ в разных спектральных диапазонах соответственно ($h\nu > 100$ эВ) в абс. ед. и ($h\nu > 20$ эВ) в отн. ед.; T_{pl} — время окончания плазмообразования; T_f — время финального сжатия плазмы; б) — рентгеновские кадровые изображения (негатив) имплозии вложенной сборки, синхронизованные с представленными на рис. (а) кривыми, где времена регистрации кадров t_1-t_{10} указаны вертикальными стрелками (\downarrow CXP6). Анод — вверх, катод — внизу; в) — кадровые изображения (позитив) плазмы сборок, полученные при помощи теневого лазерного зондирования в различные моменты времени. Времена кадров $t_1^*-t_3^*$ указаны вертикальными стрелками (\bullet LAS) на рис. (а). Анод — вверх, катод — внизу.

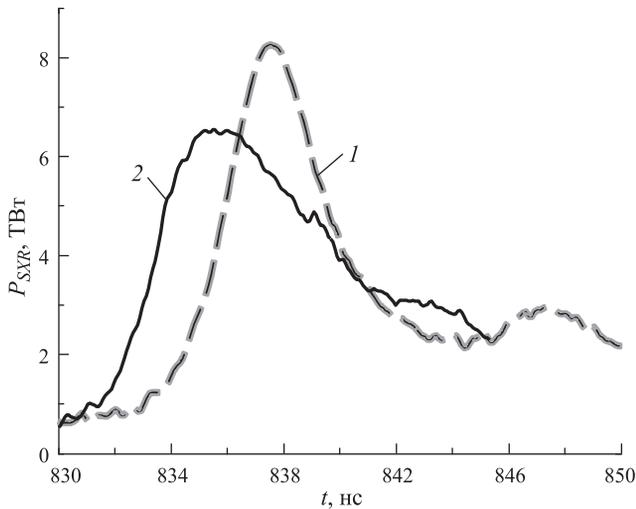


Рис. 12. Временные профили мощности излучения в выстрелах с вложенной волоконно-проволочной сборкой (выстрел № 7101, кривая 1) и одиночной сборкой (выстрел № 7104, кривая 2).

с одиночными W-сборками со схожими параметрами [15–17]. При этом отставшая плазма волоконной сборки внешнего каскада успевает сжаться в приосевую область до начала импульса МРИ, что скорее всего, свидетельствует об уменьшении влияния отставшей плазмы на эффективность транспортировки разрядного тока в приосевую область вложенныхборок. Для сопоставления спектральных данных излучения Z-пинчей одиночных и вложенных проволочно-волоконныхборок, и влияния отставшей массы плазмы пинча проведено сравнение спектров МРИ Z-пинча с радиальным пространственным и временным разрешением в выстрелах № 7101 и № 7104 (см. табл. 1).

В случае вложенной проволочно-волоконной сборки импульс мощности МРИ имеет меньшую полуширину на полувысоте и большую амплитуду (см. рис. 12). Эксперименты показывают [31], что спектр излучения многопроволочной вольфрамовой сборки является суперпозицией двух источников: компактного высокотемпературного пинча и т.н. «гало», отставшей плазмы, существенно большего поперечного размера, спектр излучения которого существенно мягче. Большой эффективный размер излучателя можно объяснить тем, что излучение сжатого компактного пинча переизлучается на отставшей плазме вольфрама, расположенной вне центральной части пинча [32]. На рис. 13 представлены спектры излучения Z-пинча в выстреле № 7101 на разных расстояниях от оси сборки, зарегистрированные в момент максимума излучения ($t_p - t_{\max} = 0$).

На рис. 14 представлены спектры излучения Z-пинча одиночной W-сборки в выстреле № 7104 на разных расстояниях от оси, также полученные в момент максимума излучения.

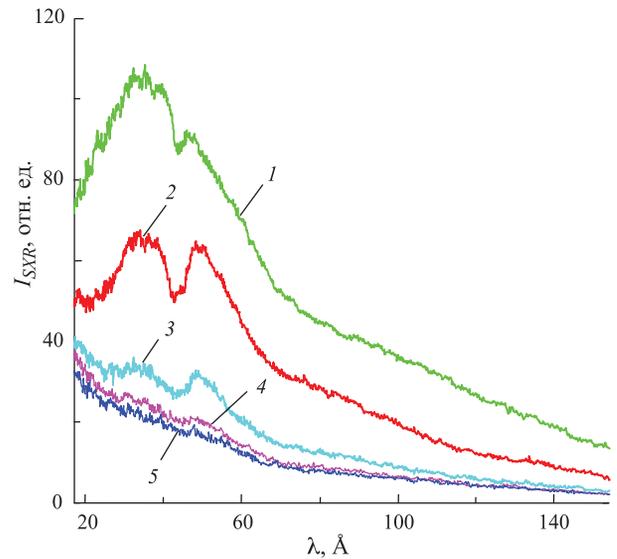


Рис. 13. Спектры излучения, полученные в выстреле № 7101 на различных радиусах r от оси пинча, время регистрации спектра $t_p - t_{\max} = 0$ нс: кривые 1 – на $r = 0.00 \pm 0.45$ мм, 2 – на $r = 0.9 \pm 0.25$ мм, 3 – на $r = 1.6 \pm 0.25$ мм, 4 – на $r = 2.29 \pm 0.25$ мм, 5 – на $r = 2.78 \pm 0.25$ мм.

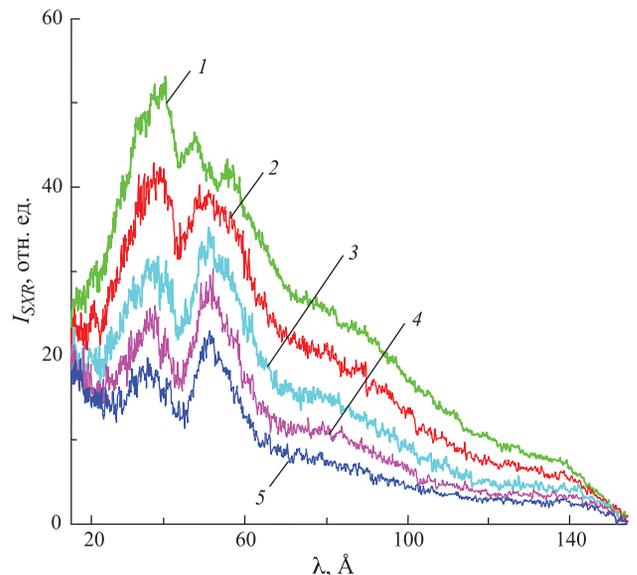


Рис. 14. Спектры излучения, полученные в выстреле № 7104 на различных радиусах r от оси пинча, время регистрации спектра $t_p - t_{\max} = 0$ нс: кривые 1 – на $r = 0.01 \pm 0.45$ мм, 2 – на $r = 0.95 \pm 0.25$ мм, 3 – на $r = 1.53 \pm 0.25$ мм, 4 – на $r = 2.05 \pm 0.25$ мм, 5 – на $r = 2.59 \pm 0.25$ мм.

Из рис. 13 и 14 видно, что спектральная плотность мощности (I_{SXR}) падает по мере увеличения расстояния от оси пинча, а основной источник излучения – центральная приосевая часть пинча диаметром ~ 1 мм, причем спектральная плотность мощности излучения пинча одиночной сборки меньше, чем в случае (PP-W) вложенныхборок, спектр которых смещен в более коротковолновый диапазон. На спек-

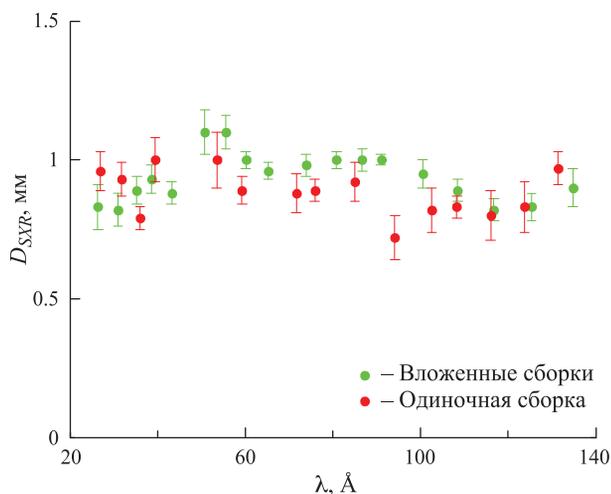


Рис. 15. Зависимость диаметра излучающей области пинча (D_{SXR}) от длины волны λ для одиночной и вложенныхборок (выстрелы № 7101 и № 7104), время регистрации спектра $t_p - t_{max} = 0$ нс (относительно пика МРИ).

трах излучения пинчей одиночных и вложенныхборок (см. рис. 13 и 14), выделяются полосы излучения ионов вольфрама в районе 38 \AA и 52 \AA , которые определяются массивами неразрешаемых переходов (УТА) в ионах с открытыми $4f$ - и $4d$ - подоболочками [33, 34], которые становятся особенно заметны в спектрах излучения отставшей массы на расстоянии $1\text{--}3$ мм от оси пинча (см. кривые 2–5 на рис. 13 и 14).

На рис. 15 показана зависимость диаметра излучающей области пинча D_{SXR} от длины волны λ для вложенной и одиночнойборок, полученная при оцифровке изображения спектра перпендикулярно линии дисперсии при различных длинах волн [32]. Диаметр излучаемой области на выбранной длине волны определяется как ширина пика на полувысоте интенсивности спектра.

Диаметр излучающей области составляет примерно одинаковую величину $0.7\text{--}1.1$ мм для обоих типовборок, а измеренная величина излучающей области согласуется с данными кадрового рентгеновского регистратора СХР6. На рис. 16 представлены спектры излучения отставшей плазмы одиночных и вложенных (PP-W)борок на расстоянии $r = 1.9$ мм от оси

пинча в разные моменты времени относительно пика импульса мощности МРИ. При сравнении спектров излучения отставшей плазмы пинчей одиночных и вложенных (PP-W)борок (см. рис. 16), можно заметить, что в обоих случаях полосы излучения ионов вольфрама в районе 38 \AA и 52 \AA [33, 34] становятся особенно заметны в момент пика импульса МРИ (см. кривые 4 и 5 на рис. 16а и кривые 3 и 4 на рис. 16б). Излучение центральной части вольфрамовой плазмы пинча переизлучается на отставшей плазме вольфрама [32], что регистрируется спектрографом с радиальным разрешением. На спектрах излучения отставшей массы одиночныхборок полосы излучения ионов вольфрама в области 38 \AA и 52 \AA более выражены по сравнению со спектрами для вложенных (PP-W)борок. Это связано с тем, что при имплозии вложенныхборок на этом расстоянии от оси ($r \sim 1.9$ мм) в отставшей плазме меньше ионов вольфрама за счет устойчивого сжатия W-борок внутреннего каскада вложенныхборок (см. напр. работы [29, 30]).

Зависимости параметров импульса МРИ от массы внешнего каскада. По совокупности проведенных экспериментов по сжатию вложенныхборок смешанного состава и одиночныхборок проанализированы зависимости основных параметров импульса МРИ (пиковой мощности P_{SXR} , энергии E_{SXR} и длительности на полувысоте импульса $FWHM$) от линейной массы m_{out} PP-волокон внешнего каскада. На рис. 17 слева представлены зависимости $P_{SXR}(m_{out})$, $E_{SXR}(m_{out})$ и $FWHM(m_{out})$ для вложенныхборок с отношением радиусов каскадов $r_{in}/r_{out} = 0.5$ и отношением $r_{in}/r_{out} = 0.67$ — справа. Там же для сравнения кружками (o) представлены данные для одиночных 40W-борок, у которых параметры были идентичны параметрам W-борок во внутреннем каскаде (PP-W) вложенныхборок. Как следует из приведенных зависимостей, оптимальным диапазоном линейной массы волоконной сборки во внешнем каскаде является следующий — $\sim(10\text{--}25)$ мкг/см. Оптимальные параметры импульса МРИ, полученные в этой серии экспериментов, представлены в табл. 2. Из табличных данных видно, что в случае вложенныхборок достигается примерно в 1.4 бóльшая пиковая мощность по

Таблица 2. Параметры импульса МРИ

Отношения радиусов (диаметров) каскадов r_{in}/r_{out} ($\varnothing_{in}/\varnothing_{out}$)	Оптимальные значения параметров импульса МРИ			Примечания
	P_{SXR} , ТВт	E_{SXR} , кДж	$FWHM$, нс	
0.5 (6 мм/12 мм)	9.2 ± 0.3 (9.2*)	104.6 ± 9.9 (133.9*)	4.4 ± 0.1 (5.5*)	$N_{out} = 40, 80$
0.67 (8 мм/12 мм)	9.5 ± 1.3 (10.6*)	108.5 ± 4.9 (130.6*)	6.1 ± 2.3 (5.2*)	$N_{out} = 40, 80$
--- (6 мм/---)	6.5 ± 1.2	93.4 ± 9.5	12.1 ± 4.5	одиночные
--- (8 мм/---)	6.8 ± 0.3	99.0 ± 1.0	13.9 ± 1.7	W-борок

Примечание. Значения параметров со знаком (*) указаны для вложенныхборок, у которых во внутреннем каскаде использовалась W-сборка с увеличенным числом 6 мкм проволок $N_{out} = 80$.

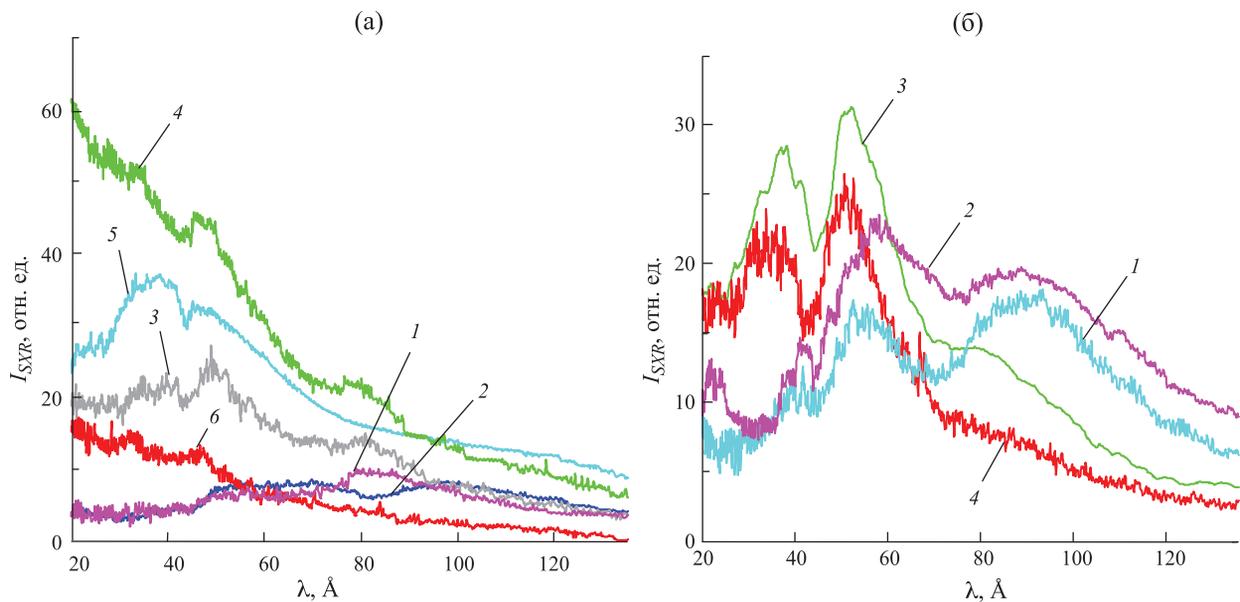


Рис. 16. Спектры излучения пинча вложенных (а) и одиночных (б) сборок на некоторых расстояниях r от оси пинча при различных временах регистрации $t_p - t_{\max}$ относительно пика МРИ: а) — на $r = 1.9 \pm 0.1$ мм, кривые 1 — 13 нс, 2 — 8 нс, 3 — 5 нс, 4 — 0 нс, 5 — +5 нс, 6 — +11 нс; б) — на $r = 1.9 \pm 0.1$ мм, кривые 1 — 12 нс, 2 — 5 нс, 3 — 0 нс, 4 — +2 нс.

сравнению с одиночными W-сборками с теми же параметрами (40W 6 мкм проволока, 220 мкг/см), что и W-сборка во внутреннем каскаде вложенных сборок. При этом энергия рентгеновского излучения увеличивается незначительно, не более чем на 10%. Следует заметить, что увеличение количества проволок во внутреннем каскаде в 2 раза — до $N_{out} = 80$ (440 мкг/см) практически не приводит к повышению пиковой мощности, однако, происходит увеличение энергии излучения на 20–30%.

Эксперименты на установке Ангара-5-1 по исследованию ЭСВ проводятся с проволочными нагрузками диаметром 10 мм из 60 W проволок $\varnothing 6$ мкм, при этом облучаемая мишень устанавливается в 11 мм от пинча [12–14]. Средняя пиковая мощность импульса излучения и стандартное отклонение для такой нагрузки (по последним 40 экспериментам) составляет 7.5 ± 0.9 ТВт, что соответствует плотности мощности на нагрузке 0.49 ТВт/см². Исследуемые в данной работе компактные нагрузки позволяют поместить мишень ближе к оси, в ≈ 7 мм, что с учетом более высокой пиковой мощности 9.5 ТВт дает втрое большую плотность мощности на нагрузке 1.55 ТВт/см². Наши расчеты [13] показывают, что спектральные характеристики плазмы заметно меняются при таком увеличении энергетического вклада в мишень.

ВЫВОДЫ

Выполнено сравнительное исследование токовой имплозии 2-х каскадных вложенных сборок смешанного состава (PP-W) и одиночной цилиндрической многопроволочной W-сборки, в которых

параметры внутреннего каскада вложенных сборок из W-проволок идентичны параметрам одиночной W-сборки. Исходя из сопоставления экспериментальных данных по токовому сжатию таких типов сборок (с малым радиальным размером ~ 3 мм и 4 мм), можно сделать следующие выводы:

1. Создан мощный источник мягкого рентгеновского излучения ~ 10 ТВт, энергией ~ 100 кДж на основе Z-пинча вложенных сборок короткой длительности ~ 5 нс для радиационной абляции мишеней различных веществ. Это позволяет увеличить падающую плотность мощности и флюенс на мишень вплоть до 1.55 ТВт/см² и 17 кДж/см², соответственно, путем уменьшения радиуса расположения мишени около источника излучения с 11 мм до 7 мм;

2. В случае вложенных сборок достигается примерно в 1.4 бóльшая пиковая мощность по сравнению с одиночными W-сборками с теми же параметрами. При этом энергия рентгеновского излучения увеличивается незначительно, не более чем на 10%;

3. Следует заметить, что увеличение количества проволок во внутреннем каскаде в 2 раза — до $N_{out} = 80$ (440 мкг/см) практически не приводит к повышению пиковой мощности, однако, происходит увеличение энергии излучения на 20–30% вплоть до ~ 130 кДж;

4. На спектрах излучения отставшей массы одиночных сборок полосы излучения ионов вольфрама в области 38 Å и 52 Å более выражены по сравнению со спектрами для вложенных (PP-W) сборок. Это связано с существенным уменьшением доли ионов вольфрама в отставшей плазме вокруг пинча вложенных

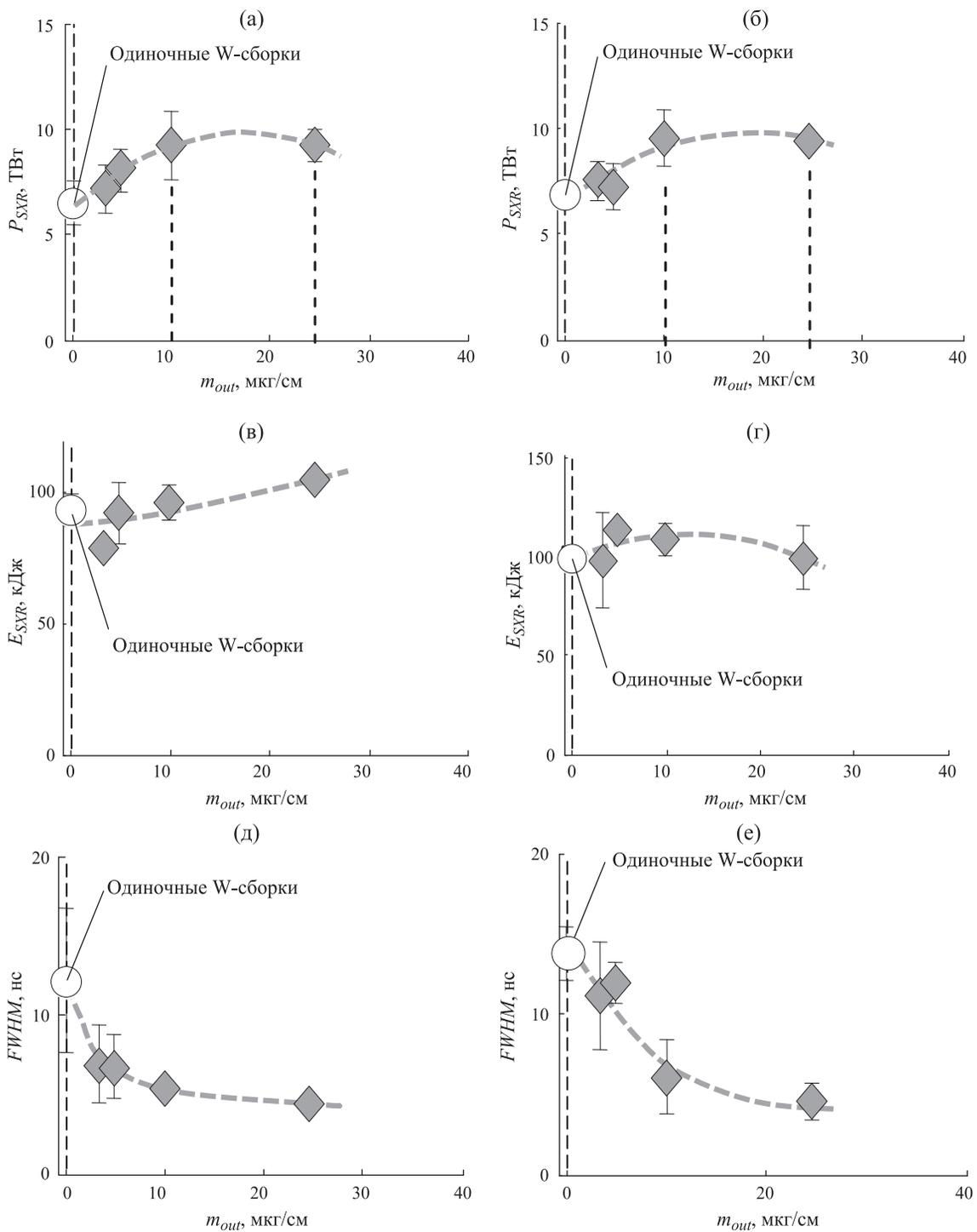


Рис. 17. Зависимость параметров импульса мощности МРИ (P_{SXR} , $P_{>600}$, $h\nu > 100$ эВ и $h\nu > 600$ эВ — пиковой мощности, E_{SXR} , $h\nu > 100$ эВ — энергии и $FWHM$ — ширины импульса на его полувысоте) от массы m_{out} PP-волокон внешней сборки ($r_{out} = 0.6$ см) для вложенных сборок смешанного состава (PP-W) с различным радиусом r_{in} внутреннего каскада: а), в), д), ж) — $r_{in} = 0.3$ см; б), г), е), з) — $r_{in} = 0.4$ см. \diamond — для $N_{in} = 40$ W-проволок линейной массы 220 мкг/см. Кружками (о) представлены данные для одиночных 40W-сборок.

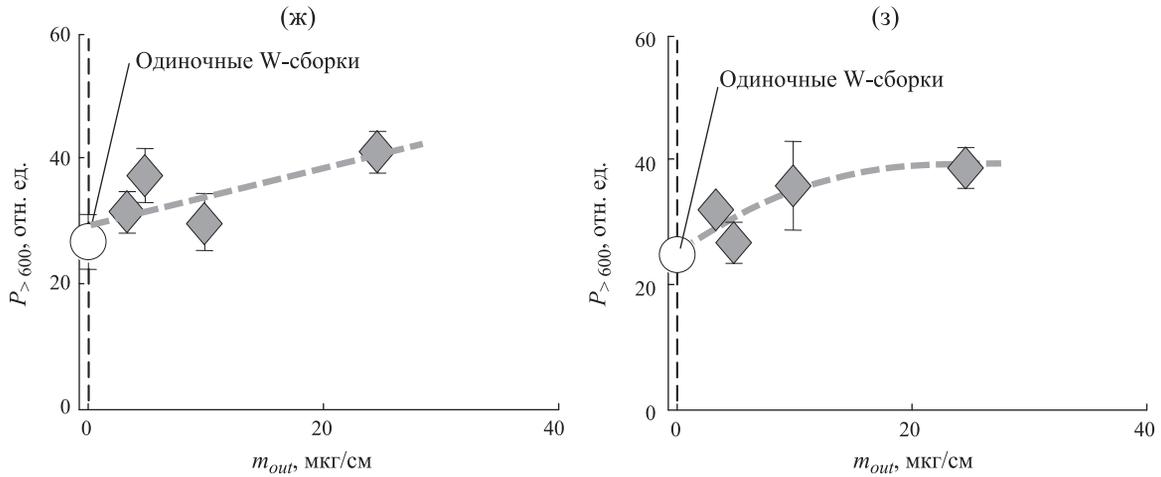


Рис. 17. Окончание. Зависимость параметров импульса мощности МРИ (P_{SXR} , $P_{>600}$, $h\nu > 100$ эВ и $h\nu > 600$ эВ — пиковой мощности, E_{SXR} , $h\nu > 100$ эВ — энергии и $FWHM$ — ширины импульса на его полувысоте) от массы m_{out} PP-волокон внешней сборки ($r_{out} = 0.6$ см) для вложенных сборок смешанного состава (PP-W) с различным радиусом r_{in} внутреннего каскада: а), в), д), ж) — $r_{in} = 0.3$ см; б), г), е), з) — $r_{in} = 0.4$ см. ◆ — для $N_{in} = 40$ W-проволок линейной массы 220 мкг/см. Кругами (○) представлены данные для одиночных 40W-сборок.

сборок, что приводит к увеличению пиковой мощности излучения для таких нагрузок.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность коллективу установки Ангара-5-1 за инженерно-техническое сопровождение экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Olson C., Rochau G., Slutz S., Morrow C., Olson R., Cuneo M., Hanson D., Bennett G., Sanford T., Bailey J., Stygar W., Vesey R., Mehlhorn T., Struve K., Mazarakis M., Savage M., Pointon T., Kiefer M., Rosenthal S., Cochrane K., Schneider L., Glover S., Reed K., Schroen D., Farnum C., Modesto M., Oscar D., Chhabildas L., Boyes J., Vigil V., Keith R., Turgeon M., Cipiti M., Lindgren E., Dandini V., Tran H., Smith D., McDaniel D., Quintenz J., Matzen M.K., VanDeventer J.P., Gauster W., Shephard L., Walck M., Renk T., Tanaka T., Ulrickson M., Meier W., Latkowski J., Moir R., Schmitt R., Reyes S., Abbott R., Peterson R., Pollock G., Ottinger P., Schumer J., Peterson P., Kammer D., Kulcinski G., El-Guebaly L., Moses G., Sviatoslavsky I., Sawan M., Anderson M., Bonazza R., Oakley J., Meekunasombat P., De Groot J., Jensen N., Abdou M., Ying A., Calderoni P., Morley N., Abdel-Khalik S., Dillon C., Lascar C., Sadowski D., Curry R., McDonald K., Barkey M., Szaroletta W., Gallix R., Alexander N., Rickman W., Charman C., Shatoff H., Welch D., Rose D., Panchuk P., Louie D., Dean S., Kim A., Nedoseev S., Grabovsky E., Kingsep A., Smirnov V. *Development Path for Z-Pinch IFE*. // Fusion Science and Technology. 2005. V. 47. N. 3. P. 633–640.
- Sangster T.C., McCrory R.L., Goncharov V.N., Harding D.R., Loucks S.J., McKenty P.W., Meyerhofer D.D., Skupsky S., Yaakobi B., MacGowan B.J., Atherton L.J., Hammel B.A., Lindl J.D., Moses E.I., Porter J.L., Cuneo M.E., Matzen M.K., Barnes C.W., Fernandez J.C., Wilson D.C., Kilkenny J.D., Bernat T.P., Nikroo A., Logan B.G., Yu S., Petrasso R.D., Sethian J.D., Obenschain S. // Nuclear Fusion. 2007. V. 47. N. 10. P. S686–S695.
- Abu-Shawareb H., R. Acree, Adams P. et. al. // Phys. Rev. Lett. 2022. V. 129. N. 8. P. 075001-1–075001-15.
- Lindl J.D., Amendt P., Berger R.L., Glendinning S.G., Glenzer S.H., Haan S.W., Kauffman R.L., Landen O.L., Suter L.J. // Phys. Plasmas. 2004. V. 11. N. 2. P. 339–491.
- Lawrence Livermore National Laboratory, 2022, <https://www.llnl.gov/news/national-ignition-facility-achieves-fusion-ignition>
- Remington B.A., Drake R.P. and Ryutov D.D. // Rev. Mod. Phys. 2006. V. 78. N. 8. P. 755.
- Фортвов В.Е. // УФН. 2009. Т. 179. № 6. С. 653–687.
- Drake R.P. // Springer Science & Business Media. 2006. 518 с.
- Грабовский Е.В., Сасоров П.В., Шевелько А.П., Александров В.В., Андреев С.Н., Баско М.М., Браницкий А.В., Грицук А.Н., Волков Г.С., Лаухин Я.Н., Митрофанов К.Н., Новиков В.Г., Олейник Г.М., Саломхин А.А., Смирнов В.П., Толстихина И.Ю., Фролов И.Н., Якушев О.Ф. // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 103. № 5. С. 394–401.
- Grabovsky E.V., Sazorov P.V., Shevelko A.P., Aleksandrov V.V., Andreev S.N., Basko M.M., Branitski A.V., Gritsuk A.N., Volkov G.S., Laukhin Ya.N., Mitrofanov K.N., Oleinik G.M., Samokhin A.A., Smirnov V.P., Tolstikhina I.Yu.,

- Frolov I.N., Yakushev O.F.* // Matter and Radiation at Extremes. 2017. V. 2. № 3. P. 129–138.
11. *Митрофанов К.Н., Александров В.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Фролов И.Н., Браницкий А.В., Лаухин Я.Н.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. № 4. С. 367–382.
 12. *Александров В.В., Баско М.М., Браницкий А.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Сасоров П.В., Фролов И.Н.* // Физика плазмы. 2021. Т. 47. № 7. С. 613–650.
 13. *Александров В.В., Браницкий А.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Фролов И.Н., Баско М.М.* // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 9. С. 847–870.
 14. *Gritsuk A.N., Mitrofanov K.N., Aleksandrov V.V., Branitskiy A.V., Grabovskiy E.V., Oleinik G.M., Frolov I.N., Basko M.M., Grushin A.S., Solomyannaya A.D., Rodionov N.B.* // Plasma Physics Reports. 2024. V. 50. N. 2. P. 206–224.
 15. *Митрофанов К.Н., Александров В.В., Браницкий А.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Олейник Г.М., Фролов И.Н.* // Физика плазмы. 2021. Т. 47. № 10. С. 887–920.
 16. *Mitrofanov K.N., Aleksandrov V.V., Branitskiy A.V., Grabovskiy E.V., Gritsuk A.N., Oleinik G.M., Frolov I.N., Samokhin A.A., Olkhovskaya O.G., Gasilov V.A.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2022. V. 64., N. 4. P. 045007-1–045007-24.
 17. *Митрофанов К.Н., Грицук А.Н., Александров В.В., Браницкий А.В., Грабовский Е.В., Олейник Г.М., Фролов И.Н.* // Физика плазмы. 2023. Т. 49. № 7. С. 647–670.
 18. *Альбикиев З.А., Велихов Е.П., Веретенников А.И., Глухих В.А., Грабовский Е.В., Грязнов Г.М., Гусев О.А., Жемчужников Г.Н., Зайцев В.И., Золотовский О.А., Истомин Ю.А., Козлов О.В., Крашенинников И.С., Курочкин С.С., Латманнизова Г.М., Матвеев В.В., Минеев Г.В., Михайлов В.Н., Недосеев С.Л., Олейник Г.М., Певчев В.П., Перлин А.С., Печерский О.П., Письменный В.Д., Рудаков Л.И., Смирнов В.П., Царфин В.Я., Ямпольский И.Р.* // Атомная энергия. 1990. Т. 68. Вып. 1. С. 26–35.
 19. *Малышев В.И.* Введение в экспериментальную спектроскопию. М.: Наука, 1979.
 20. *Antsiferov P.S., Dorokhin L.A. and Krainov P.V.* // Rev. Sci. Instrum. 2014. V. 87. N. 5. P. 053106.
 21. *Скобляков А.В., Колесников Д.С., Канцырев А.В., Голубев А.А., Рудской И.В., Грицук А.Н., Грабовский Е.В., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М.* // Физика плазмы. 2023. Т. 49. № 6. С. 558–575.
 22. *Skobliakov A.V., Kolesnikov D.S., Kantsyrev A.V., Golubev A.A., Plyicheva M.V., Gritsuk A.N., Grabovskii E.V.* // Rev. Sci. Instrum. 2023. V. 94. N. 11. P. 113102.
 23. *Браницкий А.В., Олейник Г.М.* // Приборы и техника эксперимента (ПТЭ). 2000. №4. С. 58–64.
 24. *Александров В.В., Волков Г.С., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Лахтюшко Н.И., Медовицков С.Ф., Олейник Г.М., Светлов Е.В.* // Физика плазмы. 2014. Т. 40. № 2. С. 160–171.
 25. *Волков Г.С., Грабовский Е.В., Зайцев В.И., Зукакишвили Г.Г., Зурин М.В., Митрофанов К.Н., Недосеев С.Л., Олейник Г.М., Порофеев И.Ю., Смирнов В.П., Фролов И.Н.* // Приборы и техника эксперимента (ПТЭ). 2004. № 2. С. 74–81.
 26. *Олейник Г.М.* // Приборы и техника эксперимента (ПТЭ). 2000. № 3. С. 49–51.
 27. *Александров В.В., Грабовский Е.В., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Смирнов В.П., Сасоров П.В., Фролов И.Н.* // Физика плазмы. 2004. Т. 30. № 7. С. 615–629.
 28. *Митрофанов К.Н., Александров В.В., Грицук А.Н., Грабовский Е.В., Фролов И.Н., Лаухин Я.Н., Брешков С.С.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. № 2. С. 134–157.
 29. *Митрофанов К.Н., Александров В.В., Грицук А.Н., Браницкий А.В., Фролов И.Н., Грабовский Е.В., Сасоров П.В., Ольховская О.Г., Зайцев В.И.* // Физика плазмы. 2018. Т. 44. № 2. С. 157–192.
 30. *Митрофанов К.Н., Александров В.В., Грабовский Е.В., Браницкий А.В., Грицук А.Н., Фролов И.Н., Лаухин Я.Н.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. № 9. С. 751–764.
 31. *Cuneo M.E., Waisman E.M., Lebedev S.V., Chittenden J.P., Stygar W.A., Chandler G.A., Vesey R.A., Yu E.P., Nash T.J., Bliss D.E., Sarkisov G.S., Wagoner T.C., Bennett G.R., Sinars D.B., Porter J.L., Simpson W.W., Ruggles L.E., Wenger D.F., Garasi C.J., Oliver B.V., Aragon R.A., Fowler W.E., Hettrick M.C., Idzorek G.C., Johnson D., Keller K., Lazier S.E., McGurn J.S., Mehlhorn T.A., Moore T., Nielsen D.S., Pyle J., Speas S., Struve K.W., Torres J.A.* // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. P. 046406-1–046406-43.
 32. *Gritsuk A.N., Aleksandrov V.V., Grabovskiy E.V., Laukhin Y., Mitrofanov K.N., Oleinik G.M., Volkov G.S., Frolov I.N. and Shevel'ko A.P.* // IEEE Transactions on Plasma Science. 2013. V. 41. N. 11. P. 3184–3189.
 33. *Vichev I.Yu., Novikov V.G., Solomyannaya A.D.* // Mathematical Models and Computer Simulations. 2009. V. 1, N. 4. P. 470–481.
 34. *Colm S Harte, Higashiguchi T., Otsuka T., D'Arcy R., Kilbane D. and O'Sullivan G.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2012. V. 45. N. 20. P. 205002.

POWERFUL SOURCE OF SOFT X-RAY RADIATION BASED ON Z-PINCH OF NESTED ARRAYS FOR EXPERIMENTS IN HIGH-ENERGY DENSITY PHYSICS

K. N. Mitrofanov^{a,*}, A. N. Gritsuk^a, V. V. Aleksandrov^a, A. V. Branitsky^a,
E. V. Grabovski^a, I. N. Frolov^a, and V. V. Ryzhakov^a

^aTroitsk Institute for Innovation and Fusion Research, Troitsk, Moscow, 142190 Russia

*e-mail: mitrofan@triniti.ru

The results of research on the creation of a powerful source of soft X-ray radiation (SXR, $h\nu > 100$ eV) based on the Z-pinch of compact nested arrays are presented. One of the applications of such an SXR source can be radiation ablation of targets made of various substances in experiments on high-energy density physics and extreme states of matter, which are currently being actively carried out worldwide. Experiments are carried out on plasma implosion of combined nested arrays with different ratios of array radii at a discharge current level of up to 3.5 MA at the pulse power facility Angara-5-1. The outer array consisted of fibers of a substance with a low atomic number (polypropylene) and the inner array consisted of a substance with a high atomic number (tungsten). It is shown that in the case of nested arrays of this design, it is possible to obtain a significant (~ 1.4 times) increase in the peak SXR power compared to single W arrays with the same parameters as the W array in the inner array. At the same time, spectral data obtained using a “flat field” grazing incidence spectrograph demonstrate a significant decrease in the fraction of tungsten ions in the trailing plasma around the pinch of nested arrays. By optimizing the linear mass of the outer array and its radius, powerful and short SXR pulses with amplitude of ~ 10 TW, energy of ~ 130 kJ and duration of ~ 4 – 5 ns are obtained. This made it possible to increase the incident power density and fluence on the target up to 1.55 TW/cm² and 17 kJ/cm², respectively, in experiments on extreme states of matter currently being carried out at the facility.

Keywords: implosion of multi-wire array, nested wire arrays, magnetic field, thin wires/fibers, trailing plasma, Z-pinch, X-ray emission

КРУПНОМАСШТАБНЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ В СРЕДАХ С ПЕРЕМЕННЫМИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

© 2024 г. М. А. Юденкова^{a,b}, Д. А. Климачков^a, А. С. Петросян^{a,b,*}

^a Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

^b Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Московская обл., Россия

*e-mail: apetrosy@iki.rssi.ru

Поступила в редакцию 22.11.2023 г.

После доработки 10.04.2024 г.

Принята к публикации 25.04.2024 г.

Развита теория крупномасштабных течений во вращающейся астрофизической плазме в условиях нетривиальных свойств физической среды, которые не описываются классической гидродинамической теорией плазмы. В качестве первого шага теория развивается в рамках модели нейтральной жидкости для описания астрофизической плазмы, имея в виду последующее обобщение для учета магнитных эффектов. Такая модель имеет самостоятельное значение для изучения турбулентного динамо в областях звездообразования в галактиках, для изучения гидродинамических неустойчивостей в низкоионизованных дисках (poorly ionized), для описания меридиональных течений ниже конвективных зон в маломассивных звездах и на Солнце, а также для изучения осцилляций Солнца и звезд. Поэтому полученные результаты имеют более широкое приложение, например, для описания геофизических течений. Построение теории основано на двух ключевых идеях, развитых в плазменной астрофизике: использование модели мелкой воды с крупномасштабной сжимаемостью и использование модели двуслойной мелкой воды. В работе выведены уравнения двуслойной мелкой воды с учетом вращения и влияния сферичности течения на вращение, в которых в верхнем слое учитываются эффекты крупномасштабной сжимаемости. Для вращающейся системы получены дисперсионные соотношения для волн Пуанкаре в двуслойной мелкой воде с учетом крупномасштабной сжимаемости, при учете влияния сферичности на вращение в высокочастотном пределе получены аналогичные дисперсионные соотношения для волн Пуанкаре, в низкочастотном пределе получено дисперсионное соотношение для волн Россби. Показано, что дисперсионные соотношения для волн Пуанкаре с учетом сферичности течения имеют качественно иной вид, что приводит к трехволновым взаимодействиям волн Пуанкаре и взаимодействию двух волн Пуанкаре с волной Россби, которых не наблюдается в однослойном течении сжимаемой жидкости. Методом многомасштабных разложений исследованы все типы трехволновых взаимодействий для рассматриваемых течений.

Ключевые слова: астрофизическая плазма, двуслойная мелкая вода, крупномасштабная сжимаемость, волны Россби, волны Пуанкаре

DOI: 10.31857/S0367292124060062, EDN: PSQWBH

1. ВВЕДЕНИЕ

Работа посвящена развитию теории крупномасштабных течений во вращающейся астрофизической плазме в условиях нетривиальных свойств физической среды, которые не описываются классической гидродинамической теорией плазмы. Как будет указано ниже, такие нетривиальные свойства существенным образом определяют динамику и свойства широкого класса астрофизических объектов.

Гидродинамические течения, например, волны и турбулентность, широко распространены и решающим образом влияют на различные астрофизические процессы, такие как образование звезд и планет, ускорение и перенос космических лучей, образование холодного газа в околосгалактических средах, усиление магнитных полей вследствие динамо, аккреция и маг-

нитное пересоединение. В последнее время активно развиваются теоретические исследования в плазменной астрофизике, изучающие общие свойства течений, характерные для различных астрофизических объектов [1–3]. Эти исследования выполнены в рамках классической магнитной гидродинамики вращающейся плазмы. Тем не менее в настоящее время имеются наблюдения новых астрофизических объектов с беспрецедентной точностью и с беспрецедентным размером выборки, что настоятельно требует новых теоретических идей для понимания реалистичных течений в астрофизической плазме в условиях нетривиальных характеристик астрофизической среды. В качестве примера приведем проблемы, связанные с зарождением планет в астрофизических дисках [4, 5], в которых одновременно сосуществуют как области, содержащие планетезимали, так и области, свобод-

ные от планетезималей. Отметим также пыльные облака на Марсе [6, 7] и вызванные пыльными облаками электрические явления как в планетных атмосферах, так и в атмосфере Земли. Отметим также такие важные объекты как компактные пылевые облака в межзвездной среде [8] а также пылевые облака в областях ионизованного водорода в межзвездной среде (известные как H II регионы) [9]. Ключевая идея нашей работы — возможность описания таких нетривиальных течений путем их описания моделями с переменными термодинамическими свойствами. Предлагаемая работа является исследованием течений космической и астрофизической плазмы, не описываемых классической магнитной гидродинамикой. На самых больших масштабах плазменная среда испытывает воздействие гравитации и вращения. Сформулированная цель предлагаемого исследования сводится к изучению волновых процессов, свойств турбулентности и зональных течений вне рамок классической магнитной гидродинамики вращающейся плазмы на пространственно-временных масштабах, характерных для астрофизических объектов. Работа направлена на решение фундаментальной проблемы описания и изучения многомасштабных течений астрофизической плазмы путем исследования общих свойств, характеризующих различные объекты во Вселенной.

Предлагаемое исследование — это первый шаг в развитии теории течений с переменными свойствами среды, поэтому на данном этапе мы пренебрегаем магнитными эффектами и ограничиваемся течениями нейтральной вращающейся жидкости. Учет эффектов магнитного поля будет осуществлен в отдельной работе. Тем не менее, полученные в работе результаты, имеют непосредственное применение в астрофизической плазме в ситуациях, в которых магнитное поле не оказывает воздействие на кинематические течения, как например в проблемах, связанных с турбулентным динамо в областях звездообразования в галактиках [10]. Один из механизмов образования магнитных полей в областях звездообразования в галактиках — вейбелевская неустойчивость [11]. Численным моделированием методом частиц в ячейках показано, что в результате вейбелевской неустойчивости возникает турбулентность с включениями в виде магнитных полей, которые усиливаются механизмом динамо [12]. Аналогичная ситуация возникает в задачах зарождения планет. Протопланетные диски являются низкоионизованными (poorly ionized) и слабо связаны с магнитными полями. Отсутствие магнитогидродинамической турбулентности вызвало интерес и инициировало всплеск работ по чисто гидромеханическим механизмам в протопланетных дисках [5]. Обнаружены три новых гидродинамических неустойчивости: вертикальная сдвиговая неустойчивость [13–15], конвективная неустойчивость и усиление бароклинного вихря [16, 17], неустойчивость

самовоспроизводящихся вихрей в сдвиговом течении (zombie vortex instability) [18–21]. Отметим также важные задачи плазменной астрофизики, связанные с меридиональными циркуляциями ниже конвективных зон в маломассивных звездах и на Солнце. Такие течения играют важную роль в переносе углового момента, а также вносят значительный вклад в перенос химических составляющих и магнитных полей в радиационной зоне [22, 23]. Важную роль в астрофизике играют пульсации звезд и Солнца — радиальные сферически симметричные пульсации при которых звезды и Солнце периодически расширяются и сжимаются [24]. Отметим, что наблюдение пульсаций играет определяющую роль в обнаружении волн Россби в экваториальной зоне Солнца [25]. Такие течения не подвергаются воздействию магнитного поля. Заметим также, что полученные в нашей работе результаты имеют важные приложения, например, при изучении крупномасштабных пыльных бурь в атмосферах Марса и Земли [26]. Мы, конечно же, не претендуем на исследование всех перечисленных объектов и сфокусируемся на том, чтобы показать важную роль изучения течений с переменными термодинамическими свойствами в астрофизической плазме. Как будет показано ниже, полученные в нашей работе результаты имеют достаточно широкий потенциал применимости к проблемам геофизической гидродинамики.

Работа основана на двух ключевых идеях, развитых в плазменной астрофизике. Первая идея заключается в использовании приближения мелкой воды для сжимаемых течений [27–31]. Такое приближение хорошо описывает астрофизические течения с крупномасштабной сжимаемостью, а также течения в планетных атмосферах при наличии пыли. Вторая идея заключается в возможности использования модели многослойных течений мелкой воды для описания физических процессов в течениях с переменными термодинамическими характеристиками [32, 33].

Несмотря на значительное количество работ, изучающих плазменные объекты в астрофизике, влияние вращения на сложные магнитогидродинамические течения привлекло внимание специалистов совсем недавно. Существуют многочисленные работы по теории и численному моделированию турбулентного динамо в астрофизике, обзор которых мы не приводим поскольку изучение динамо остается вне рамок нашей работы. Исследование фундаментальных свойств турбулентности во вращающихся магнитогидродинамических течениях до настоящего времени носит фрагментарный характер и относится в основном к изучению турбулентности в астрофизических дисках (см. обзоры [34–36]), в солнечном тахоклине и конвективной области Солнца (см. обзор [37]). Исключения составляют несколько работ, изучающих свойства магнитогидродинамической турбулентности простыми аналитическими методами с использованием рядов Фурье для параметров подобия, ха-

рактерных для земного ядра [38, 39]. В работах [40, 41] о двумерной магнитогиродинамической турбулентности плазмы на бета-плоскости исследуется крупномасштабная магнитогиродинамическая турбулентность по аналогии с течениями в геофизической гидродинамике. Отметим важные работы [42–44], описывающие существенное отличие течений в астрофизической плазме вследствие богатой и нетривиальной динамики из-за присутствия магнитных полей. В частности, в [42] обнаружена нестационарность зональных течений вследствие возникновения магнитных островов и их взаимодействия. В [43] исследована важная роль магнитных эффектов в зарождении зональных течений во вращающейся плазме на бета-плоскости. Показано, что именно магнитные эффекты определяют динамику зональных течений, а также и механизм их возникновения вследствие несамоподобного затухания турбулентности. Это существенно отличает магнитогиродинамическую турбулентность от турбулентности в геофизической гидродинамике. Отсутствие большого количества работ в такой актуальной для плазменной астрофизики области вызвано прежде всего неподъемностью такой задачи даже для современных суперкомпьютеров. Для прорыва в этом направлении мы будем использовать как теоретические методы, так и новые идеи для анализа результатов моделирования с использованием суперкомпьютерных вычислений.

Существенное отличие магнитогиродинамических течений также имеет место при исследовании крупномасштабных волновых процессов. Основным методом исследования в этом случае является магнитогиродинамическое приближение мелкой воды, предложенное для исследования течений в солнечном тахоклине [45–47]. В работах [48–50] показано, что в этом приближении для слоя плазмы во внешнем вертикальном магнитном поле само магнитное поле является принципиально трехкомпонентным, в то время как поле скоростей является двухкомпонентным. Несмотря на трехкомпонентность магнитного поля, течения в магнитогиродинамическом приближении мелкой воды остаются двумерными, что ограничивает применимость развитой теории для задачи о самовозбуждении магнитного поля в тонком слое, поскольку для исследования таких течений в галактических дисках и солнечном тахоклине принципиальным является рассмотрение течений на масштабах меньше толщины слоя. Для решения таких задач используется приближение тонкого слоя [51, 52]. Развитая теория обобщена на случай стратифицированной плазмы в двухслойной модели мелкой воды [33]. Определяющая роль трехкомпонентности магнитного поля инициировала важные исследования волн в магнитной гидродинамике стратифицированной плазмы в приближении Буссинеска [53]. В работе [53] получены новые типы волн: магнитные инерционно-гравитационные волны,

магнитоастрофизические волны и магнитные волны Россби. Принципиальный учет эффектов сжимаемости в плазменной астрофизике осуществляется с использованием неупругого приближения (anelastic approximation) [54–56]. Подробный обзор современного состояния теоретических исследований в плазменной астрофизике приведен в [3].

Все перечисленные выше работы выполнены в классическом приближении магнитной гидродинамики и естественным образом не включают принципиально важные эффекты, определяющие поведение вращающейся астрофизической плазмы, описываемое более сложными многожидкостными моделями астрофизических течений [57, 58] и многокомпонентными моделями физики зарождения планет [5]. В работах по частично ионизованной вращающейся плазме вращением заряженной компоненты пренебрегают [57, 58], полагая, что заряженная компонента лишь модифицирует вращающиеся течения нейтрального газа. Тем не менее в астрофизических приложениях именно вращение заряженной компоненты может играть важную роль в крупномасштабных течениях. В работах по изучению совместной эволюции турбулентности и планетезималий [5] изучаются только влияние турбулентности на эффекты взаимодействия частиц и их перенос, и не учитывают обратное влияние частиц на турбулентность в диске. Это ограничивает применимость теории к малым количествам твердых частиц и работает только на начальном этапе зарождения планет. Все перечисленные работы требуют обоснования и получения новых исходных уравнений для развития теории волн и турбулентности, а также адекватного численного моделирования в плазменной астрофизике.

Изучению волн в крупномасштабных течениях посвящено большое количество работ, так как именно волновая динамика зачастую определяет крупномасштабный характер протекающих процессов. Во вращающихся нейтральных и магнитогиродинамических течениях рассматривают волны Пуанкаре [32, 46, 59] и волны Россби [60–63]. Несмотря на сложность наблюдения таких волн в астрофизической плазме, волны Россби недавно были обнаружены на Солнце [25, 64]. Также активно исследуются механизмы влияния волн Россби на солнечные сезоны [65–67] и космическую погоду [68, 69]. Учет сжимаемости в гидродинамических моделях вращающейся плазмы позволит существенно расширить возможности теоретического описания конкретных наблюдений волновых процессов в астрофизических течениях.

В работе предложена теория двухслойной мелкой воды для течений с переменными термодинамическими свойствами, основанные на использовании модели мелкой воды с крупномасштабной сжимаемостью [27, 28, 31]. Показано, что течения двухслойной мелкой воды с переменными термодинамическими свойствами могут быть описаны только в случае, ко-

гда нижний слой полагается несжимаемым. В разд. 2 обсуждается идея двуслойной мелкой воды и выведены соответствующие уравнения для случая течений с переменными термодинамическими свойствами. Развитая теория и полученные уравнения будут обобщены на магнитный случай в отдельной работе. В разд. 3 подробно исследованы все типы линейных волн в рамках развитой модели. Проведен качественный анализ дисперсионных соотношений с целью выявления возможных трехволновых взаимодействий. Исследование линейных волн проведено как при полном учете силы Кориолиса, так и в приближении бета-плоскости для сферических течений. Качественный анализ дисперсионных соотношений впервые позволил предсказать трехволновые взаимодействия волн Пуанкаре в гидродинамике вращающихся течений. Такие эффекты могут играть важную роль в планетных течениях и в астрофизической плазме. В разд. 4 методом многомасштабных разложений исследованы трехволновые взаимодействия полученных волн. Найдены коэффициенты взаимодействия в нелинейных уравнениях. Некоторые начальные условия исследованы на предмет наличия неустойчивостей.

2. УРАВНЕНИЯ ДВУСЛОЙНОЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ ДЛЯ ТЕЧЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПРИ НАЛИЧИИ ВРАЩЕНИЯ

Важным принципиальным свойством течений в астрофизической плазме является свойство сжимаемости, характеризующее большинство наблюдаемых во Вселенной плазменных течений. Для описания сжимаемых течений, как правило, необходимо использовать полную трехмерную систему магнитогидродинамических уравнений, которая представляет собой сложную задачу для теоретического рассмотрения и численного моделирования. В работах [27–31] для описания эффектов, возникающих из-за неоднородности плотности, получена модель сжимаемого течения плазмы в приближении мелкой воды. Эта модель получается в результате усреднения по толщине слоя полных уравнений движения Эйлера сжимаемой жидкости в поле силы тяжести. В этом приближении фильтруются звуковые волны и учитывается крупномасштабная зависимость плотности от давления, описывающая эффекты статической сжимаемости [70]. Предложенная система выгодно отличается от традиционных уравнений мелкой воды для несжимаемой жидкости. В классических уравнениях мелкой воды высота и горизонтальная скорость столба жидкости полностью определяют его взаимодействие с остальным объемом жидкости. В сжимаемых уравнениях мелкой воды это взаимодействие определяется не только горизонтальной скоростью и высотой, но и

средней плотностью столба жидкости, вследствие чего учет горизонтального импульса в уравнениях происходит более точно. В работе [27] показано, что учет сжимаемости в модели мелкой воды приводит к улучшению предсказания скорости распространения газового потока с примесью твердых частиц.

Другим способом исследования крупномасштабных сжимаемых течений является использование модели многослойной жидкости, в которой каждый слой имеет свои гидродинамические параметры. Естественным первым шагом при этом становится исследование модели двуслойной жидкости в приближении мелкой воды [32, 33]. Уравнения двуслойной мелкой воды с учетом вращения в классическом случае нейтральной несжимаемой жидкости являются обобщением уравнений мелкой воды, на случай тонкого вращающегося слоя, разделенного на два слоя с постоянными, но различными плотностями. Вывод уравнений двуслойной мелкой воды, как и вывод однослойных уравнений, основан на методе усреднения по высоте слоя. Такая модель в отличие от модели крупномасштабной сжимаемости позволяет учитывать большие изменения плотности жидкости и других гидродинамических параметров, однако наличие в модели двух (или нескольких) слоев с различными гидродинамическими параметрами усложняет модель. Таким образом, для улучшения точности описания тонких вращающихся гидродинамических течений в модели двуслойной жидкости, в данном разделе исследуется возможность включения эффектов крупномасштабной сжимаемости в уравнения для одного из слоев двуслойной модели.

2.1. Исходные уравнения

В этом разделе мы получим уравнения мелкой воды для течений со свободной границей на ровной поверхности в поле силы тяжести в двухслойной модели, в которых каждый из слоев имеет различные термодинамические характеристики: нижний слой — высоту h и показатель адиабаты γ , верхний слой жидкости — высоту h' и показатель адиабаты γ' , обозначим $H = h + h'$. Для верхнего слоя величина h является высотой подстилающей поверхности, а для нижнего слоя высота столба h' создает дополнительное давление. Для исследования течений астрофизической плазмы во вращающейся среде удобно перейти в неинерциальную систему отсчета, вращающуюся с угловой частотой $\Omega = f/2$ [71]. Пусть v_x и v_y — скорости жидкости в нижнем слое, u_x и u_y — скорости жидкости в верхнем слое.

Ось Z системы координат направлена вдоль вектора силы тяжести в противоположном направлении, ось X направлена вдоль широты, ось Y соответственно вдоль долготы.

Запишем исходную систему уравнений для нижне-

го слоя с учетом вращения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - f[\mathbf{e}_z \times \mathbf{v}] - \mathbf{g}, \quad (2)$$

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{const}, \quad (3)$$

$$p = \frac{1}{\mu} \rho T. \quad (4)$$

Запишем исходную систему уравнений для верхнего слоя сжимаемой жидкости с учетом вращения

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla(\rho' \mathbf{u}) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p'}{\rho'} - f[\mathbf{e}_z \times \mathbf{u}] - \mathbf{g}, \quad (6)$$

$$\frac{p'}{\rho'^{\gamma'}} = \text{const}, \quad (7)$$

$$p' = \frac{1}{\mu} \rho' T'. \quad (8)$$

Здесь (1), (5) — уравнения непрерывности, (2), (6) — уравнения Эйлера с учетом вращения и силы тяжести, (3), (7) — уравнения адиабаты идеального газа, (4), (8) — уравнения Менделеева–Клапейрона. В системах (1)–(4) и (5)–(8) $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$ и $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^T$ — крупномасштабные скорости, ρ, ρ' — плотности слоев, p, p' — гидродинамические давления, \mathbf{g} — ускорение свободного падения, f — параметр Кориолиса, γ, γ' — показатели адиабаты, μ — молярная масса, T, T' — температуры в энергетических единицах в каждом слое соответственно. В системах уравнений (1)–(4) и (5)–(8) мы пренебрегаем влиянием центробежной силы [3, 33]. Таким образом для характерных масштабов неоднородности в рассматриваемых течениях должно выполняться условие $f^2 L/g \ll 1$.

Для вывода уравнений в приближении двухслойной мелкой воды сформулируем следующие граничные условия:

— условие равенства нулю нормальной составляющей скорости v_{n0} на подстилающей поверхности нижнего слоя

$$v_{n0} = v_z|_{z=0} = 0, \quad (9)$$

— условия на нормальные составляющие скорости в нижнем v_{nh} и верхнем u_{nh} слое на границе раздела $h(t, x, y)$ и

— условие равенства давлений сверху и снизу границы раздела

$$v_{nh} = \left(-v_z|_{z=h} + v_x|_{z=h} \frac{\partial h}{\partial x} + v_y|_{z=h} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \kappa_h^{-1} = -\frac{\partial h}{\partial t} \kappa_h^{-1}, \quad (10)$$

$$u_{nh} = \left(u_z|_{z=h} - u_x|_{z=h} \frac{\partial h}{\partial x} - u_y|_{z=h} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \kappa_h^{-1} = \frac{\partial h}{\partial t} \kappa_h^{-1}, \quad (11)$$

$$p|_{z=h} = p'|_{z=h}, \quad (12)$$

где $\kappa_h = \sqrt{(1 + (\partial h/\partial x)^2)(1 + (\partial h/\partial y)^2)}$. А также условия на свободной границе $H(x, y)$:

— условие постоянства давления на свободной границе и

— условие на нормальную составляющую скорости u_{nH} в верхнем слое на свободной границе

$$p'|_{z=H} = p_H = \text{const}, \quad (13)$$

$$u_{nH} = \left(-u_z|_{z=H} + u_x|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial x} + u_y|_{z=H} \frac{\partial H}{\partial y} \right) \kappa_H^{-1} = -\frac{\partial H}{\partial t} \kappa_H^{-1}, \quad (14)$$

где $\kappa_H = \sqrt{(1 + (\partial H/\partial x)^2)(1 + (\partial H/\partial y)^2)}$.

2.2. Приближение мелкой воды для верхнего слоя

Из уравнения (8) получим выражение для плотности верхнего слоя на свободной границе

$$\rho'|_{z=H} = \frac{p_H}{T_H \mu} = \rho_H. \quad (15)$$

Здесь $T_H = T_H(x, y, t)$ — температура на верхней границе верхнего слоя. Из предложения о гидростатическом распределении давления и уравнения состояния газа получим выражения для давления и плотности

$$p'(t, x, y, z) = p_H \left(1 + \frac{H-z}{H_{\rho'}} \right)^{\gamma'/\gamma'-1}, \quad (16)$$

$$\rho'(t, x, y, z) = \rho_H \left(1 + \frac{H-z}{H_{\rho'}} \right)^{1/\gamma'-1}, \quad (17)$$

Здесь $H_{\rho'} = \frac{\gamma'}{\gamma'-1} \frac{\mu T_H}{g}$ — характерная плотностная высота верхнего сжимаемого слоя. Сделаем предположение, что плотность у верхней границы верхнего слоя ρ_H постоянна вдоль всей границы слоя [27]. Тогда, ввиду непрерывности давления вдоль вертикальной координаты, из уравнения состояния (8) следует, что температура на верхней границе T_H и характерная высота сжимаемости $H_{\rho'}$ также постоянны.

Проведем усреднение уравнений (5)–(8) по глубине слоя h' . Для этого воспользуемся правилом Лейбница

$$\int_{b(x)}^{a(x)} \frac{\partial}{\partial x} f(x, z) dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{b(x)}^{a(x)} f(x, z) dz - f(x, a(x)) \frac{\partial a}{\partial x} + f(x, b(x)) \frac{\partial b}{\partial x}. \quad (18)$$

При усреднении по верхнему слою уравнения непрерывности (5) получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_h^H \rho' dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_h^H \rho' u_x dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_h^H \rho' u_y dz = 0. \quad (19)$$

При усреднении x - и y -составляющих уравнения Эйлера (6) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_h^H \rho' u_x dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_h^H \rho' u_x^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_h^H \rho_2 u_x u_y dz + \\ + \int_h^H \frac{\partial p'}{\partial x} dz = f \int_h^H \rho' u_y dz, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_h^H \rho' u_y dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_h^H \rho' u_x u_y dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_h^H \rho' u_y^2 dz + \\ + \int_h^H \frac{\partial p'}{\partial y} dz = -f \int_h^H \rho' u_x dz. \end{aligned} \quad (21)$$

Введем средние по высоте верхнего слоя величины

$$\bar{\rho}' = \frac{1}{h'} \int_h^H \rho' dz, \quad (22)$$

$$\bar{p}' = \frac{1}{h'} \int_h^H p' dz, \quad (23)$$

$$\bar{u}_i = \frac{1}{h'} \int_h^H u_i dz \quad i = x, y. \quad (24)$$

Преобразуем слагаемое с давлением p' в уравнениях (20) и (21)

$$\begin{aligned} \int_h^H \frac{\partial p'}{\partial x} dz = \\ = \int_h^H \frac{\gamma'}{\gamma' - 1} \frac{p_H}{H_{\rho'}} \left(1 + \frac{H - z}{H_{\rho'}} \right)^{1/(\gamma' - 1)} \frac{\partial H}{\partial x} dz = \\ = \bar{\rho}' g h' \frac{\partial H}{\partial x} = \bar{\rho}' g h' \frac{\partial h}{\partial x} + \bar{\rho}' g h' \frac{\partial h'}{\partial x}. \end{aligned} \quad (25)$$

Подставим в выражения для средних величин (22) и (23) функции ρ' и p' из (17) и (16)

$$\bar{\rho}' = \frac{1}{h'} \frac{p_H}{g} \left[\left(1 + \frac{h'}{H_{\rho'}} \right)^{\gamma'/(\gamma' - 1)} - 1 \right], \quad (26)$$

$$\bar{p}' = \frac{H_{\rho'}}{h'} \frac{1}{\gamma'/(\gamma' - 1) + 1} \frac{p_H}{g} \left[\left(1 + \frac{h'}{H_{\rho'}} \right)^{\gamma'/(\gamma' - 1) + 1} - 1 \right]. \quad (27)$$

Величины p' , ρ' , u_x , u_y представим в виде суммы средних значений и флуктуаций

$$\begin{aligned} p' = \bar{p}' + \hat{p}'_2, \quad \rho' = \bar{\rho}' + \hat{\rho}', \\ u_i = \bar{u}_i + \hat{u}_i, \quad i = x, y, \end{aligned} \quad (28)$$

причем средние значения флуктуаций равны нулю.

Подставим средние значения в (19)–(21), пренебрегая интегралами от флуктуаций получим систему усредненных по высоте уравнений для верхнего слоя жидкости, которая в векторном виде принимает следующий вид

$$\frac{\partial}{\partial t} (h' \bar{\rho}') + \frac{\partial}{\partial x} (h' \bar{\rho}' \bar{u}_x) + \frac{\partial}{\partial y} (h' \bar{\rho}' \bar{u}_y) = 0, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (h' \bar{\rho}' \bar{u}_x) + \frac{\partial}{\partial x} (h' \bar{\rho}' \bar{u}_x^2) + \frac{\partial}{\partial y} (h' \bar{\rho}' \bar{u}_x \bar{u}_y) + \\ + \bar{\rho}' g h' \frac{\partial h}{\partial x} + \bar{\rho}' g h' \frac{\partial h'}{\partial x} - f h' \bar{\rho}' \bar{u}_y = 0, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (h' \bar{\rho}' \bar{u}_y) + \frac{\partial}{\partial y} (h' \bar{\rho}' \bar{u}_y^2) + \frac{\partial}{\partial x} (h' \bar{\rho}' \bar{u}_x \bar{u}_y) + \\ + \bar{\rho}' g h' \frac{\partial h}{\partial y} + \bar{\rho}' g h' \frac{\partial h'}{\partial y} + f h' \bar{\rho}' \bar{u}_x = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Преобразуем уравнения (29)–(31) для описания верхнего сжимаемого слоя, введя новую переменную l , представляющую собой массу столба жидкости

$$l = h' \bar{\rho}'. \quad (32)$$

Снимем индексы и знаки усреднения в системе (29)–(31) для упрощения записи и получим незамкнутую систему, которая в векторном виде принимает следующий вид:

$$\partial_i l + \nabla \cdot (l \bar{\mathbf{u}}) = 0, \quad (33)$$

$$\partial_i \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + a^2 g \frac{\nabla l}{l} + g \nabla h + f \mathbf{e}_z \times \mathbf{u} = 0, \quad (34)$$

где

$$a^2 = \frac{l}{\rho_H} \left(\frac{l g}{p_H} + 1 \right)^{-1/\gamma}. \quad (35)$$

Система не замкнута из-за наличия переменной h — высоты нижнего слоя. Далее получим уравнения для описания нижнего слоя.

2.3. Приближение мелкой воды для нижнего слоя

Заметим, что граничные условия (12) для нижнего слоя на границе двух слоев с учетом (16) принимают вид

$$p = p_H \left(1 + \frac{h'}{H_{\rho'}} \right)^{\gamma'/(\gamma' - 1)}. \quad (36)$$

Тогда получим выражение для давления в нижнем слое

$$p = p_H \left(1 + \frac{h'}{H_{\rho'}} \right)^{\gamma'/(\gamma' - 1)} \left(1 + \frac{h - z}{H_{\rho}} \right)^{\gamma/(\gamma - 1)}. \quad (37)$$

Здесь $H_{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_h}{\rho' h g}$ — характерная плотностная высота нижнего слоя при учете крупномасштабной сжимаемости, как и в уравнениях для верхнего слоя. Таким

образом, после интегрирования уравнения для изменения импульса в нижнем слое (2) слагаемое с давлением примет следующий вид:

$$\int_0^h \frac{\partial p}{\partial x} dz = \bar{\rho}gh \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{p_H}{H_{\rho'}} \left(1 + \frac{h'}{H_{\rho'}}\right)^{1/(\gamma'-1)} \times \left(1 + \frac{h}{H_{\rho'}}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} h \frac{\partial h'}{\partial x} + \frac{g}{H_{\rho'}} \bar{\rho} \frac{\partial h'}{\partial x} + \rho_H g \frac{H_{\rho'}(\gamma-1)}{(2\gamma+1)} \left[\left(1 + \frac{h}{H_{\rho'}}\right)^{(2\gamma+1)/(\gamma-1)} - 1 \right] \times \left(1 + \frac{h'}{H_{\rho'}}\right)^{1/(\gamma'-1)} \frac{\partial h'}{\partial x}. \quad (38)$$

Получившееся выражение сложным образом зависит от высот слоев и их плотностей. Учет крупномасштабной сжимаемости в нижнем слое из-за нетривиального вклада слагаемого с давлением приводит к выражениям, которые не поддаются простой параметризации и использованию новой переменной, подобной переменной $l = \bar{\rho}'h'$, введенной для верхнего слоя. Для того чтобы получить замкнутую гиперболическую систему, а также для дальнейшего ее анализа, естественно рассмотреть упрощенную модель двухслойного течения, в котором нижний слой будет иметь постоянную плотность. Слагаемое с давлением в нижнем слое (38) при этом примет следующий вид:

$$\int_0^h \frac{\partial p}{\partial x} dz = \rho_H g \left(1 + \frac{h'}{H_{\rho'}}\right)^{1/(\gamma'-1)} h \frac{\partial h'}{\partial x} + \rho g h \frac{\partial h}{\partial x}. \quad (39)$$

Выразим h' и $\partial h'/\partial x$ через l

$$h' = H_{\rho'} \left[\left(1 + \frac{lg}{p_h}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right], \quad (40)$$

$$\frac{\partial h'}{\partial x} = \frac{a^2}{l} \frac{\partial l}{\partial x}. \quad (41)$$

Подставим (40) и (41) в (39) и получим выражение, зависящее от h и l ,

$$\int_0^h \frac{\partial p}{\partial x} dz = \rho g h \frac{\partial h}{\partial x} + g h \frac{\partial l}{\partial x}. \quad (42)$$

Получим теперь систему уравнений для течений сжимаемой жидкости над несжимаемой. Уравнения для верхнего сжимаемого слоя принимают следующий вид:

$$\partial_t l + \nabla \cdot (l\bar{\mathbf{u}}) = 0, \quad (43)$$

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + a^2 g \frac{\nabla l}{l} + g \nabla h + f \mathbf{e}_z \times \mathbf{u} = 0. \quad (44)$$

Уравнения для нижнего несжимаемого слоя принимают следующий вид:

$$\partial_t h + \nabla \cdot (h\bar{\mathbf{v}}) = 0, \quad (45)$$

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + g \nabla h + g \frac{\nabla l}{\rho} + f \mathbf{e}_z \times \mathbf{v} = 0. \quad (46)$$

При $l \rightarrow 0$ система (43)–(46) переходит в классическую систему двухслойных уравнений мелкой воды [59]. При $h = 0$ система переходит в систему уравнений для однослойной сжимаемой мелкой воды [27].

3. ЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ В ТЕЧЕНИЯХ С ПЕРЕМЕННЫМИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

В данном разделе исследуются линейные волны в двухслойной вращающейся жидкости с верхним сжимаемым слоем. Рассматриваются два приближения для вращения — приближения f - и β -плоскостей.

3.1. Волны Пуанкаре для двухслойного течения с верхним сжимаемым слоем на f -плоскости

Рассмотрим вращение на f -плоскости. Такое приближение означает, что параметр Кориолиса считается постоянным $f = f_0$. Проведем линеаризацию системы (43)–(46) около положения равновесия \mathbf{u}_0 : $h = h_0, l = l_0, u_x = u_y = v_x = v_y = 0$. Тогда система уравнений для верхнего слоя (43)–(44) примет вид:

$$\partial_t l + l_0 \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (47)$$

$$\partial_t \mathbf{u} + a_0^2 g \frac{\nabla l}{l_0} + g \nabla h + f_0 \mathbf{e}_z \times \mathbf{u} = 0. \quad (48)$$

Система уравнений для нижнего несжимаемого слоя (45)–(46) примет следующий вид:

$$\partial_t h + h_0 \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} = 0, \quad (49)$$

$$\partial_t \mathbf{v} + g \nabla h + g \frac{\nabla l}{\rho} + f_0 \mathbf{e}_z \times \mathbf{v} = 0. \quad (50)$$

Ищем решение линеаризованной системы в виде плоских волн малой амплитуды $\hat{\mathbf{u}} \ll \mathbf{u}_0$:

$$\begin{pmatrix} l \\ u_x \\ u_y \\ h \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{l} \\ \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{h} \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{pmatrix} \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_y y), \quad (51)$$

где ω — частота волны, $\mathbf{k} = (k_x, k_y)^T$ — волновой вектор. После подстановки решения в виде плоской волны (51) в линеаризованную систему (47)–(50) получим систему линейных однородных уравнений

$$\begin{pmatrix} -\omega & l_0 k_x & l_0 k_y & 0 & 0 & 0 \\ a_0^2 g k_x & -l_0 \omega & i f_0 l_0 & l_0 g k_x & 0 & 0 \\ a_0^2 g k_y & -i f_0 l_0 & -l_0 \omega & l_0 g k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & h_0 k_x & h_0 k_y \\ g k_x & 0 & 0 & \rho g k_x & -\omega \rho & i f_0 \rho \\ g k_y & 0 & 0 & \rho g k_y & -i f_0 \rho & -\omega \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{l} \\ \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{h} \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (52)$$

Однородная система (52) имеет нетривиальное решение, когда определитель матрицы системы равен нулю. Приравняв определитель матрицы к нулю, получим уравнение для нахождения дисперсионного соотношения:

$$\omega^2(-g^2 h_0 k^4 (l_0 - a_0^2 \rho) + g(a_0^2 + h_0) k^2 \rho (f_0^2 - \omega^2) + \rho(f_0^2 - \omega^2)^2) = 0. \quad (53)$$

Уравнение (53) имеет относительно ω два нулевых решения и четыре решения вида

$$\omega = \pm \sqrt{f_0^2 + k^2 \left(\frac{a_0^2 g + h_0 g \pm}{2} \pm \frac{g}{2\sqrt{\rho}} \sqrt{4h_0 l_0 + \rho(a_0^2 + h_0)^2} \right)}. \quad (54)$$

Дисперсионное уравнение (54) описывает две волны Пуанкаре в двухслойном течении мелкой воды с верхним сжимаемым слоем. На рис. 0 приведены проекции дисперсионных поверхностей двух волн Пуанкаре. При $h_0 = 0$ выражение переходит в дисперсионное уравнение для волны Пуанкаре в сжимаемой жидкости [31]

$$\omega = \pm \sqrt{f_0^2 + a_0^2 g k^2}, \quad (55)$$

а при $l = 0$ переходит в дисперсионное уравнение для волны Пуанкаре в несжимаемой жидкости:

$$\omega = \pm \sqrt{f_0^2 + h_0 g k^2}. \quad (56)$$

3.2. Волны на β -плоскости

Рассмотрим течение двухслойной жидкости на β -плоскости. В таком приближении параметр Кориолиса f слабо меняется при малых изменениях широты и раскладывается в ряд

$$f = 2\Omega \sin \Theta \approx 2\Omega \sin \Theta_0 + 2\Omega(\Theta - \Theta_0) \cos \Theta_0 \approx f_0 + \beta y, \quad (57)$$

где Ω — угловая скорость вращения, Θ — широта, $f_0 = 2\Omega \sin \Theta_0$, $\beta = \partial f / \partial y$, причем $f_0 \gg \beta y$. Приближение β -плоскости, в отличие от приближения f -плоскости, сохраняет первый порядок малости в разложении параметра Кориолиса [3, 33].

Система уравнений примет вид

$$\partial_t l + \nabla \cdot (l \bar{\mathbf{u}}) = 0, \quad (58)$$

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + a^2 g \frac{\nabla l}{l} + g \nabla h + (f + \beta y) \mathbf{e}_z \times \mathbf{u} = 0, \quad (59)$$

$$\partial_t h + \nabla \cdot (h \bar{\mathbf{v}}) = 0, \quad (60)$$

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + g \nabla h + g \frac{\nabla l}{\rho} + (f + \beta y) \mathbf{e}_z \times \mathbf{v} = 0. \quad (61)$$

Продифференцируем x -компоненту в уравнениях (59) и (61) по y , чтобы исключить y из системы:

$$\frac{\partial l}{\partial t} + \frac{\partial (lu_x)}{\partial x} + \frac{\partial (lu_y)}{\partial y} = 0, \quad (62)$$

$$\frac{\partial^2 lu_x}{\partial t \partial y} + \frac{\partial^2 (lu_x^2)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 (lu_x u_y)}{\partial y^2} + a^2 g \frac{\partial^2 l}{\partial x \partial y} + \quad (63)$$

$$+ g \frac{\partial a^2}{\partial y} \frac{\partial l}{\partial x} + l g \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + g \frac{\partial l}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} - f_0 \frac{\partial lu_y}{\partial y} - \beta lu_y = 0,$$

$$\frac{\partial lu_y}{\partial t} + \frac{\partial (lu_x u_y)}{\partial x} + \frac{\partial (lu_y^2)}{\partial y} + a^2 g \frac{\partial l}{\partial y} + l g \frac{\partial h}{\partial y} + f_0 lu_x = 0, \quad (64)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (hv_x)}{\partial x} + \frac{\partial (hv_y)}{\partial y} = 0, \quad (65)$$

$$\frac{\partial^2 hv_x}{\partial t \partial y} + \frac{\partial^2 hv_x^2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 hv_x v_y}{\partial y^2} + gh \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} +$$

$$+ \frac{g}{\rho} h \frac{\partial^2 l}{\partial x \partial y} + \frac{g}{\rho} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial l}{\partial x} - f_0 \frac{hv_y}{\partial y} - \beta hv_y = 0, \quad (66)$$

$$\frac{\partial hv_y}{\partial t} + \frac{\partial hv_x v_y}{\partial x} + \frac{\partial hv_y^2}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{g}{\rho} h \frac{\partial l}{\partial y} + f_0 hv_x = 0. \quad (67)$$

Проведем линеаризацию системы (62)–(67) около положения равновесия \mathbf{u}_0 : $h = h_0$, $l = l_0$, $u_x = u_y = v_x = v_y = 0$:

$$\frac{\partial l}{\partial t} + l_0 \frac{\partial u_x}{\partial x} + l_0 \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0, \quad (68)$$

$$l_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t \partial y} + a_0^2 g \frac{\partial^2 l}{\partial x \partial y} + l_0 g \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} - f_0 l_0 \frac{\partial u_y}{\partial y} - \beta l_0 u_y = 0, \quad (69)$$

$$l_0 \frac{\partial u_y}{\partial t} + a_0^2 g \frac{\partial l}{\partial y} + l_0 g \frac{\partial h}{\partial y} + f_0 l_0 u_x = 0, \quad (70)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h_0 \frac{\partial v_x}{\partial x} + h_0 \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \quad (71)$$

$$h_0 \frac{\partial^2 v_x}{\partial t \partial y} + gh_0 \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + \frac{g}{\rho} h_0 \frac{\partial^2 l}{\partial x \partial y} - f_0 h_0 \frac{\partial v_y}{\partial y} - \beta h_0 v_y = 0, \quad (72)$$

$$h_0 \frac{\partial v_y}{\partial t} + gh_0 \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{g}{\rho} h_0 \frac{\partial l}{\partial y} + f_0 h_0 v_x = 0. \quad (73)$$

Ищем решение линеаризованной системы (68)–(73) в виде плоских волн малой амплитуды $\hat{\mathbf{u}} \ll \mathbf{u}_0$

$$\begin{pmatrix} l \\ u_x \\ u_y \\ h \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{l} \\ \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{h} \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{pmatrix} \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_y y), \quad (74)$$

где ω — частота волны, $\mathbf{k} = (k_x, k_y)^T$ — волновой вектор. После подстановки решения в виде плоской волны (74) в линеаризованную систему (68)–(73) получим систему линейных однородных уравнений.

$$\begin{pmatrix} -\omega & l_0 k_x & l_0 k_y & 0 & 0 & 0 \\ a_0^2 g k_x k_y & -l_0 \omega k_y & i f_0 l_0 k_y + \beta l_0 & l_0 g k_x k_y & 0 & 0 \\ a_0^2 g k_y & -i f_0 l_0 & -l_0 \omega & l_0 g k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & h_0 k_x & h_0 k_y \\ g k_x k_y & 0 & 0 & \rho g k_x k_y & -\omega k_y \rho & i f_0 \rho k_y + \rho \beta \\ g k_y & 0 & 0 & \rho g k_y & -i f_0 \rho & -\omega \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{l} \\ \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{h} \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{pmatrix} = 0. \quad (75)$$

Приравняем детерминант матрицы к нулю и получим уравнение для нахождения дисперсионных соотношений волн. Приравняем к нулю действительную и мнимую части уравнения. Примем $\beta^2 = 0$.

В высокочастотном пределе получим две волны Пуанкаре, с совпадающие с волнами на f -плоскости (54)

$$\omega = \pm \sqrt{f_0^2 + k^2 \left(\frac{a_0^2 g + h_0 g \pm}{2} \pm \frac{g}{2\sqrt{\rho}} \sqrt{4h_0 l_0 + \rho(a_0^2 + h_0)^2} \right)}. \quad (76)$$

В низкочастотном пределе получим волну Россби

$$\omega = \frac{-\beta k_x g (a_0^2 + h_0)}{2f_0^2 + (a_0^2 + h_0) g k^2}. \quad (77)$$

График проекции дисперсионной поверхности на ось k_x волны Россби изображен на рис. 1. В отсутствие сжимаемости дисперсионные соотношения (76) и (77) переходят в дисперсионные соотношения для слоя несжимаемой жидкости высотой $H = a_0^2 + h_0$.

Отметим отличия полученных волн в двухслойном приближении от однослойного приближения сжимаемой жидкости [31]. В дисперсионном соотношении для волн Россби изменяется лишь гравитационный параметр: он представлен в виде суммы параметров двух слоев $a_0^2 + h$. Дисперсионные соотношения для волн Пуанкаре имеют качественно иной вид. В однослойном приближении графики проекций дисперсионных поверхностей имели асимптоты $\pm k\sqrt{gh}$

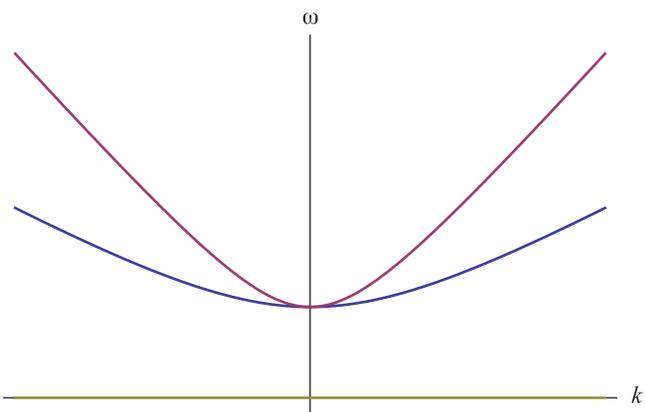


Рис. 1. Проекция дисперсионных поверхностей двух волн Пуанкаре в двухслойном приближении.

в несжимаемой жидкости и $\pm k\sqrt{a_0^2 g}$ в сжимаемой жидкости, таким образом при анализе трехволновых взаимодействий проекции этих волн не пересекались, а значит волны не резонировали. В двухслойном приближении решения получены в виде двух волн Пуанкаре с различным асимптотическим поведением. Они имеют два вида асимптот:

$$\pm k \sqrt{\frac{a_0^2 g + h_0 g}{2} + \frac{g}{2\sqrt{\rho}} \sqrt{4h_0 l_0 + \rho(a_0^2 + h)^2}}$$

и

$$\pm k \sqrt{\frac{a_0^2 g + h_0 g}{2} - \frac{g}{2\sqrt{\rho}} \sqrt{4h_0 l_0 + \rho(a_0^2 + h)^2}}.$$

3.3. Качественный анализ дисперсионных соотношений для линейных волн в двухслойных течениях

Определим, для каких из полученных типов волн возможны резонансные взаимодействия. Для того, чтобы три волны испытывали взаимодействие, необходимо выполнение условия трехволнового синхронизма

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3, \quad \omega_1(\mathbf{k}_1) + \omega_2(\mathbf{k}_2) = \omega_3(\mathbf{k}_3), \quad (78)$$

где \mathbf{k}_i — волновые векторы взаимодействующих волн, $\omega_i(\mathbf{k})$ — дисперсионное соотношение соответствующей волны.

Будем рассматривать условие резонанса, как пересечение дисперсионных поверхностей [72]. Для двумерного вектора $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, функция $\omega(\mathbf{k})$ задает поверхность в трехмерном пространстве ω, k_x, k_y . Рассмотрим две поверхности (рис. 2): S_1 , заданную уравнением $\omega = \omega_1(\mathbf{k})$ и S_2 , заданную уравнением $\omega = \omega_1(\mathbf{k}_1) + \omega_2(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) = \omega_1(\mathbf{k}_1) + \omega_2(\mathbf{k}_2)$ — вторым слагаемым условия синхронизма (78) в смещенной точке $(\mathbf{k}_1, \omega_1(\mathbf{k}_1))$. Если поверхности пересеклись, обозначим точку пересечения \mathbf{k}_3 . Пересечение дисперсионных поверхностей S_1 и S_2 означает, что существует вектор $\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ и некоторая дисперсионная поверхность $\omega_3(\mathbf{k})$, такая, что $\omega_3(\mathbf{k}_3) = \omega_3(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) = \omega_2(\mathbf{k}_2) + \omega_1(\mathbf{k}_1)$.

Рассмотрим только волны в системе на бета-плоскости (58)–(61), так как линейные решения на f -плоскости аналогичны решениям на бета-плоскости в высокочастотном пределе.

Для системы на бета-плоскости были получены две волны Пуанкаре с разной кривизной дисперсионных поверхностей (76) и волна Россби (77).

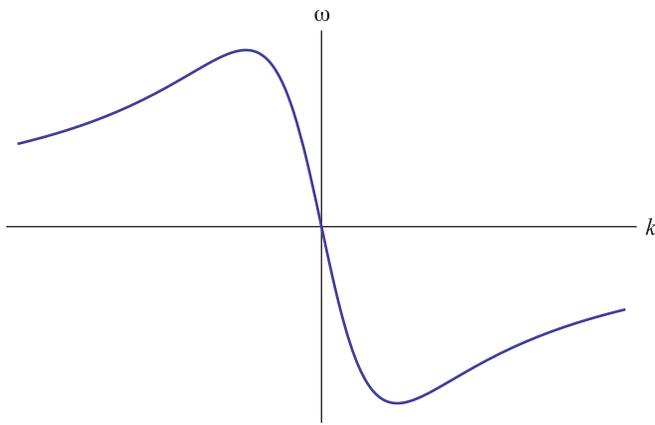


Рис. 2. Проекция дисперсионной поверхности волны Россби на k_x в двуслойном приближении.

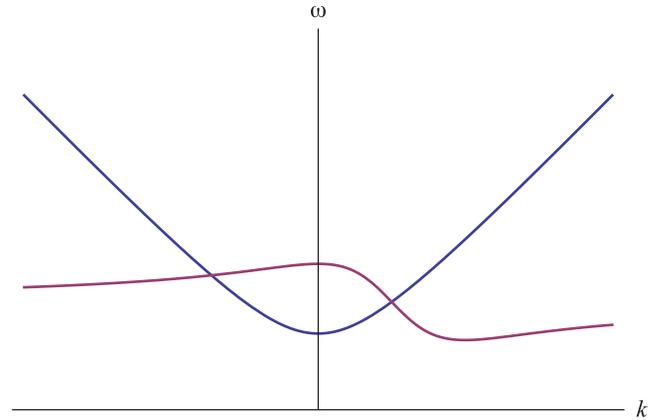


Рис. 4. Условие трехволнового синхронизма для двух волн Россби и волны Пуанкаре.

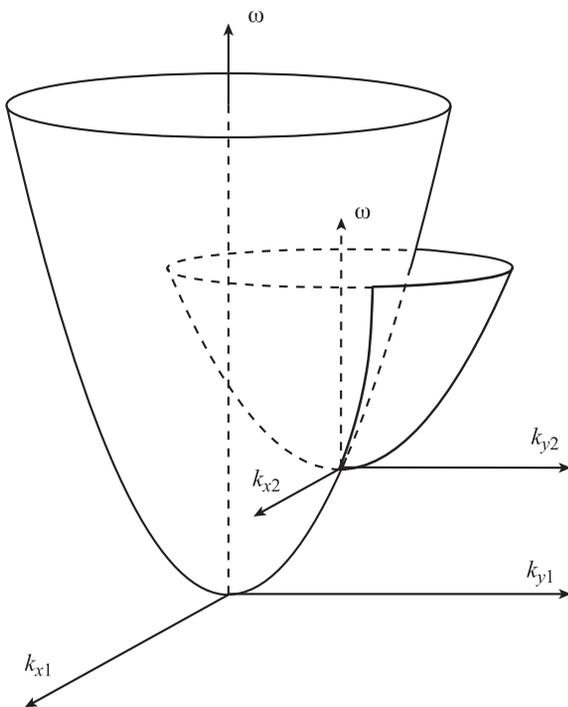


Рис. 3. Пересечение дисперсионных поверхностей взаимодействующих волн.

Аналогично случаю однослойной жидкости волна Пуанкаре и две волны Россби и три волны Россби испытывают трехволновые взаимодействия. На рис. 3 и 4 показано пересечение их дисперсионных поверхностей в смещенной точке.

Особый интерес представляет взаимодействие трех волн Пуанкаре и двух волн Пуанкаре с волной Россби, которых не наблюдается в однослойном течении сжимаемой жидкости [31]. На рис. 5 изображено пересечение дисперсионных поверхностей двух волн Пуанкаре, значит они могут испытывать трехволновые взаимодействия. Таким образом, учет сжимаемости в

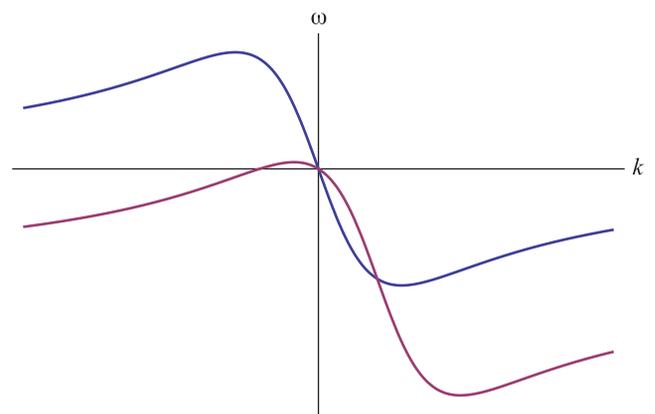


Рис. 5. Условие трехволнового синхронизма для трех волн Россби.

двуслойной жидкости существенно влияет на резонансы в нелинейных решениях.

4. СЛАБОНЕЛИНЕЙНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН В ДВУСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЯХ МЕЛКОЙ ВОДЫ С ПЕРЕМЕННЫМИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

В предыдущем разделе было показано, что для системы на f - и бета-плоскостях возможны трехволновые взаимодействия всех типов найденных волн. Получим сначала систему уравнений трехволновых взаимодействий на f -плоскости, затем систему уравнений на бета-плоскости. Далее для исследования нелинейных эффектов будем использовать только систему трехволновых уравнений в общем виде для обоих случаев, так как системы уравнений для медленно меняющихся амплитуд волн на f -плоскости и бета-плоскости будут различаться только коэффициентами.

4.1. Метод многих масштабов

Запишем полную систему уравнений на f -плоскости

$$\frac{\partial l}{\partial t} + \frac{\partial(lu_x)}{\partial x} + \frac{\partial(lu_y)}{\partial y} = 0, \quad (79)$$

$$\frac{\partial lu_x}{\partial t} + \frac{\partial(lu_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial(lu_x u_y)}{\partial y} +$$

$$+ a^2 g \frac{\partial l}{\partial x} + l g \frac{\partial h}{\partial x} - f_0 l u_y = 0, \quad (80)$$

$$\frac{\partial lu_y}{\partial t} + \frac{\partial(lu_x u_y)}{\partial x} + \frac{\partial(lu_y^2)}{\partial y} +$$

$$+ a^2 g \frac{\partial l}{\partial y} + l g \frac{\partial h}{\partial y} + f_0 l u_x = 0, \quad (81)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hv_x)}{\partial x} + \frac{\partial(hv_y)}{\partial y} = 0, \quad (82)$$

$$\frac{\partial hv_x}{\partial t} + \frac{\partial hv_x^2}{\partial x} + \frac{\partial hv_x v_y}{\partial y} + g h \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{g}{\rho} h \frac{\partial l}{\partial x} - f_0 h v_y = 0, \quad (83)$$

$$\frac{\partial hv_y}{\partial t} + \frac{\partial hv_x v_y}{\partial x} + \frac{\partial hv_y^2}{\partial y} + g h \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{g}{\rho} h \frac{\partial l}{\partial y} + f_0 h v_x = 0. \quad (84)$$

Для анализа трехволновых взаимодействий в системе воспользуемся методом многих масштабов [73]. Разложим переменные t , x и y на быстрые переменные T_0 , X_0 , Y_0 и медленные $T_1 = \epsilon T_0$, $X_1 = \epsilon X_0$, $Y_1 = \epsilon Y_0$. Перепишем операторы частных производных в соответствии со сделанной заменой:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \epsilon \frac{\partial}{\partial T_1}, \quad (85)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial X_0} + \epsilon \frac{\partial}{\partial X_1}, \quad (86)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial Y_0} + \epsilon \frac{\partial}{\partial Y_1}. \quad (87)$$

Решение системы (79)–(84) будем искать в виде асимптотического ряда по степеням ϵ

$$\mathbf{u} = \sum_{k=0}^{\infty} \epsilon^k \mathbf{u}_k = \mathbf{u}_0 + \epsilon \mathbf{u}_1 + \epsilon^2 \mathbf{u}_2 + \dots \quad (88)$$

Здесь $\mathbf{u} = (l, u_x, u_y, h, v_x, v_y)$ — вектор-решение.

Приравняв слагаемые нулевого порядка по ϵ получим стационарное решение. Приравняв слагаемые первого порядка по ϵ получим линейную систему (43)–(46). Тогда $\mathbf{u}_0 = (l_0, 0, 0, h_0, 0, 0)$ — стационарное решение, $\mathbf{u}_1 = \hat{\mathbf{u}}_1 \exp(-i\omega(k_x, k_y)t + ik_x x + ik_y y)$ — линейное решение, где $\omega(k_x, k_y)$ — найденные дисперсионные соотношения (54). \mathbf{u}_2 — квадратичная поправка.

Приравняем слагаемые с ϵ^2 , чтобы получить систему уравнений на квадратичную поправку, \hat{R} — нелинейный оператор

$$\hat{A}\mathbf{u}_2 = \hat{S}\mathbf{u}_1 + \hat{R}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_1). \quad (89)$$

Здесь \hat{A} — линейный оператор, действующий на квадратичную поправку, \hat{S} — линейный оператор, действующий на линейную поправку,

$$\hat{A}\mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial l_2}{\partial T_0} + l_0 \frac{\partial u_{x2}}{\partial X_0} + l_0 \frac{\partial u_{y2}}{\partial Y_0} \\ l_0 \frac{\partial u_{x2}}{\partial T_0} + a_0^2 g \frac{\partial l_2}{\partial T_0} + l_0 g \frac{\partial h_2}{\partial X_0} - f_0 l_0 u_{y2} \\ l_0 \frac{\partial u_{y2}}{\partial T_0} + a_0^2 g \frac{\partial l_2}{\partial Y_0} + l_0 g \frac{\partial h_2}{\partial Y_0} + f_0 l_0 u_{x2} \\ \frac{\partial h_2}{\partial T_0} + h_0 \frac{\partial v_{x2}}{\partial X_0} + h_0 \frac{\partial v_{y2}}{\partial Y_0} \\ h_0 \frac{\partial v_{x2}}{\partial T_0} + g h_0 \frac{\partial h_2}{\partial X_0} + \frac{g}{\rho} h_0 \frac{\partial l_2}{\partial X_0} - f_0 h_0 v_{y2} \\ h_0 \frac{\partial v_{y2}}{\partial T_0} + g h_0 \frac{\partial h_2}{\partial Y_0} + \frac{g}{\rho} h_0 \frac{\partial l_2}{\partial Y_0} + f_0 h_0 v_{x2} \end{pmatrix}, \quad (90)$$

$$\hat{S}\mathbf{u}_1 = - \begin{pmatrix} \frac{\partial l_1}{\partial T_1} + l_0 \frac{\partial u_{x1}}{\partial X_1} + l_0 \frac{\partial u_{y1}}{\partial Y_1} \\ l_0 \frac{\partial u_{x1}}{\partial T_1} + a_0^2 g \frac{\partial l_1}{\partial X_1} + l_0 g \frac{\partial h_1}{\partial X_1} \\ l_0 \frac{\partial u_{y1}}{\partial T_1} + a_0^2 g \frac{\partial l_1}{\partial Y_1} + l_0 g \frac{\partial h_1}{\partial Y_1} \\ \frac{\partial h_1}{\partial T_1} + h_0 \frac{\partial v_{x1}}{\partial X_1} + h_0 \frac{\partial v_{y1}}{\partial Y_1} \\ h_0 \frac{\partial v_{x1}}{\partial T_1} + g h_0 \frac{\partial h_1}{\partial X_1} + \frac{g}{\rho} h_0 \frac{\partial l_1}{\partial X_1} \\ h_0 \frac{\partial v_{y1}}{\partial T_1} + g h_0 \frac{\partial h_1}{\partial Y_1} + \frac{g}{\rho} h_0 \frac{\partial l_1}{\partial Y_1} \end{pmatrix}, \quad (91)$$

$$\hat{R}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_1) = - \begin{pmatrix} \frac{\partial(l_1 u_{x1})}{\partial X_0} + \frac{\partial(l_1 u_{y1})}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial(l_1 u_{x1})}{\partial T_0} + l_0 \frac{\partial u_{x1}^2}{\partial X_0} + l_0 \frac{\partial(u_{x1} u_{y1})}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial(l_1 u_{y1})}{\partial T_0} + l_0 \frac{\partial(u_{x1} u_{y1})}{\partial X_0} + l_0 \frac{\partial u_{y1}^2}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial(h_1 v_{x1})}{\partial X_0} + \frac{\partial(h_1 v_{y1})}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial(h_1 v_{x1})}{\partial T_0} + h_0 \frac{\partial v_{x1}^2}{\partial X_0} + h_0 \frac{\partial(v_{x1} v_{y1})}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial(h_1 v_{y1})}{\partial T_0} + h_0 \frac{\partial(v_{x1} v_{y1})}{\partial X_0} + h_0 \frac{\partial v_{y1}^2}{\partial Y_0} \\ 0 \\ a_0^2 g \frac{l_1}{L} \frac{\partial l_1}{\partial X_0} + l_1 g \frac{\partial h_1}{\partial X_0} - f_0 l_1 u_{y1} \\ a_0^2 g \frac{l_1}{L} \frac{\partial l_1}{\partial Y_0} + l_1 g \frac{\partial h_1}{\partial Y_0} + f_0 l_1 u_{x1} \\ 0 \\ g h_1 \frac{\partial h_1}{\partial X_0} + \frac{g}{\rho} h_1 \frac{\partial l_1}{\partial X_0} - f_0 h_1 v_{y1} \\ g h_1 \frac{\partial h_1}{\partial Y_0} + \frac{g}{\rho} h_1 \frac{\partial l_1}{\partial Y_0} + f_0 h_1 v_{x1} \end{pmatrix}. \quad (92)$$

Здесь

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{l_0} - \frac{g}{\gamma p + l_0 g}$$

получается при разложении a^2 , заданного формулой (35), в ряд по ϵ .

В правой части уравнения (89) содержатся слагаемые, полученные при решении линеаризованной системы (43)–(46). Они могут привести к линейному росту решения, что нарушит условие на малость поправки $\epsilon \mathbf{u}_2 \ll \epsilon \mathbf{u}_1$ и нарушит сходимость ряда. Чтобы исключить влияние резонансных слагаемых, введем зависимость амплитуды волны от медленных переменных, а фазы волны — от быстрых

$$\mathbf{u}_1 = \hat{\mathbf{u}}_1(T_1, X_1, Y_1) \exp(-i\omega T_0 + ik_x X_0 + ik_y Y_0). \quad (93)$$

Далее будем искать вторую поправку \mathbf{u}_2 в виде линейных волн. Получим систему

$$\mathbf{A}\mathbf{u}_2 = \mathbf{b}, \quad (94)$$

где матрица A совпадает с матрицей линеаризованной системы (52), \mathbf{b} — вектор правых частей, который получается подстановкой первой поправки (93).

При выполнении дисперсионного соотношения определитель матрицы A будет равен нулю. Тогда для определения совместности системы воспользуемся теоремой Фредгольма. Система будет совместна тогда и только тогда, когда решение однородной сопряженной системы $\mathbf{z}^T A = 0$ будет ортогонально вектору правой части \mathbf{b} .

Найдем решение сопряженной однородной системы \mathbf{z}

$$\mathbf{z}_i = \begin{pmatrix} \rho(B-A)B \\ \rho(B-A)C \\ \rho(B-A)D \\ \rho l_0/h_0 AB \\ l_0 AC \\ l_0 AD \end{pmatrix}, \quad (95)$$

где

$$A = gh_0 k^2, \quad B = \omega_i^2 - f_0^2, \\ C = \omega_i k_x - if_0 k_y, \quad D = if_0 k_x + \omega_i k_y.$$

В уравнении (95) каждый вектор \mathbf{z}_i соответствует отдельному решению дисперсионного уравнения ω_i (76) для течений на f -плоскости.

Аналогично случаю f -плоскости, найдем решения однородной системы $\mathbf{z}^T A_\beta = 0$, сопряженной с системой $A_\beta \mathbf{u}_2 = \mathbf{b}$, где матрица A_β совпадает с матрицей линеаризованной системы (75) на бета-плоскости

$$\mathbf{z}_i = \begin{pmatrix} \rho h_0 (B-A)B \\ \rho (B-A)C \\ \rho (B-A)D \\ \rho l_0 AB \\ l_0 AC \\ l_0 AD \end{pmatrix}, \quad (96)$$

где

$$A = gh_0 k_x k_y (\omega_i k^2 + \beta k_x), \\ B = (\omega_i^2 - f_0^2) \omega_i k_x k_y + i\beta \omega_i f_0 k_x, \\ C = h_0 \omega_i k_x (\omega_i k_x - if_0 k_y), \\ D = h_0 \omega_i k_x (if_0 k_x k_y + \beta k_x + \omega_i k_y^2).$$

4.2. Уравнения трехволновых взаимодействий

Представим линейную часть решения в виде суммы трех волн на f -плоскости, удовлетворяющих условию трехволнового синхронизма (78)

$$\mathbf{u}_1 = \varphi \mathbf{a}(\mathbf{k}_1) \exp(i\theta_1) + \psi \mathbf{a}(\mathbf{k}_2) \exp(i\theta_2) + \\ + \chi \mathbf{a}(\mathbf{k}_3) \exp(i\theta_3) + c.c. \quad (97)$$

Здесь $\varphi = \varphi(T_1, X_1, Y_1)$, $\psi = \psi(T_1, X_1, Y_1)$, $\chi = \chi(T_1, X_1, Y_1)$ — амплитуды взаимодействующих волн, $\theta_i = -\omega(\mathbf{k}_i)T_0 + k_x X_0 + k_y Y_0$ — фазы волн, $\mathbf{a} =$

собственный вектор A . Так как для волновых взаимодействующих волн выполняется условие синхронизма (78), то $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$.

Чтобы получить три уравнения на амплитуды взаимодействующих волн на f -плоскости подставим сначала (97) в правую часть уравнения (89). Выпишем часть, пропорциональную $\exp(i\theta_1)$

$$\hat{S} \mathbf{u}_1 + \hat{R}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_1) = \\ = - \begin{pmatrix} a_1 \frac{\partial \varphi}{\partial T_1} + a_2 l_0 \frac{\partial \varphi}{\partial X_1} + a_3 l_0 \frac{\partial \varphi}{\partial Y_1} \\ a_2 l_0 \frac{\partial \varphi}{\partial T_1} + a_1 a_0^2 g \frac{\partial \varphi}{\partial X_1} + a_4 l_0 g \frac{\partial \varphi}{\partial X_1} \\ a_3 l_0 \frac{\partial \varphi}{\partial T_1} + a_1 a_0^2 g \frac{\partial \varphi}{\partial Y_1} + a_4 l_0 g \frac{\partial \varphi}{\partial Y_1} \\ a_4 \frac{\partial \varphi}{\partial T_1} + a_5 h_0 \frac{\partial \varphi}{\partial X_1} + a_6 h_0 \frac{\partial \varphi}{\partial Y_1} \\ a_5 h_0 \frac{\partial \varphi}{\partial T_1} + a_3 g h_0 \frac{\partial \varphi}{\partial X_1} + a_1 \frac{g}{\rho} h_0 \frac{\partial \varphi}{\partial X_1} \\ a_6 h_0 \frac{\partial \varphi}{\partial T_1} + a_4 g h_0 \frac{\partial \varphi}{\partial Y_1} + a_1 \frac{g}{\rho} h_0 \frac{\partial \varphi}{\partial Y_1} \end{pmatrix} - \\ - \begin{pmatrix} 2ia_1 a_2 k_{x1} \psi^* \chi + 2ia_1 a_3 k_{y1} \psi^* \chi \\ -2ia_1 a_2 \omega(\mathbf{k}_1) \psi^* \chi + 2il_0 a_2^2 k_{x1} \psi^* \chi + 2il_0 a_2 a_3 k_{y1} \psi^* \chi \\ -2ia_1 a_3 \omega(\mathbf{k}_1) \psi^* \chi + 2il_0 a_2 a_3 k_{x1} \psi^* \chi + 2il_0 a_3^2 k_{y1} \psi^* \chi \\ 2ia_4 a_5 k_{x1} \psi^* \chi + 2ia_4 a_6 k_{y1} \psi^* \chi \\ -2ia_4 a_5 \omega(\mathbf{k}_1) \psi^* \chi + 2il_0 a_5^2 k_{x1} \psi^* \chi + 2il_0 a_5 a_6 k_{y1} \psi^* \chi \\ -2ia_4 a_6 \omega(\mathbf{k}_1) \psi^* \chi + 2il_0 a_5 a_6 k_{x1} \psi^* \chi + 2il_0 a_6^2 k_{y1} \psi^* \chi \end{pmatrix} - \\ - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \frac{a_0^2 g}{L} a_1^2 k_{x1} \psi^* \chi - f_0 a_1 a_3 \psi^* \chi \\ 2 \frac{a_0^2 g}{L} a_1^2 k_{y1} \psi^* \chi + f_0 a_1 a_2 \psi^* \chi \\ 0 \\ 2g a_4^2 k_{x1} \psi^* \chi - f_0 a_4 a_6 \psi^* \chi \\ 2g a_4^2 k_{y1} \psi^* \chi + f_0 a_4 a_5 \psi^* \chi \end{pmatrix}. \quad (98)$$

Домножим получившееся выражение (98) на вектор-решение сопряженной системы \mathbf{z}^T (95) слева и получим уравнение для φ -амплитуды первой волны

$$s_1 \varphi = f_1 \psi^* \chi. \quad (99)$$

Здесь s_1 — линейный дифференциальный оператор по переменным T_1, X_1, Y_1 , f_1 — коэффициент, зависящий от волновых векторов взаимодействующих волн,

$$s_1 = r_1 \frac{\partial}{\partial T_1} + p_1 \frac{\partial}{\partial X_1} + q_1 \frac{\partial}{\partial Y_1}, \quad (100)$$

$$r_1 = a_1 z_1 + ia_2 z_2 l_0 k_{y1} + a_3 l_0 z_3 + \\ + a_4 z_4 + ia_5 z_5 + a_6 z_6 h_0, \quad (101)$$

$$p_1 = a_2 z_1 l_0 + ia_1 z_2 a_0^2 g k_{y1} + ia_4 z_2 k_{y1} l_0 g + \\ + a_5 z_5 h_0 + ia_3 k_{y1} g h_0 + ia_1 z_5 k_{y1} \frac{g}{\rho}, \quad (102)$$

$$q_1 = a_3 z_1 l_0 - ia_2 z_2 l_0 \omega(\mathbf{k}_1) + ia_4 z_2 k_{y1} l_0 g + \\ + ia_4 k_{x1} l_0 g - a_3 z_2 f_0 l_0 + ia_1 z_2 a_0^2 g k_{x1} + a_1 a_0^2 g z_3 + \\ + a_4 z_3 l_0 g + a_6 z_4 h_0 - ia_5 z_5 \omega(\mathbf{k}_1) h_0 + \\ + ia_4 z_5 k_{x1} g h_0 + ia_4 z_5 k_{x1} \frac{g}{\rho} h_0 - a_6 z_5 f_0 h_0 + \\ + a_4 z_6 g h_0 + a_1 z_6 \frac{g}{\rho} h_0. \quad (103)$$

Запишем выражение для коэффициента f_1 в правой части (99)

$$\begin{aligned}
 f_1 = f_1(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) = & z_1(2ia_1a_2k_{x1} + 2ia_1a_3k_{y1}) + \\
 & + z_2(2a_1a_2k_{y1}\omega(\mathbf{k}_1) - 2l_0a_2^2k_{x1}k_{y1} - 2l_0a_2^2k_{y1}^2 + \\
 & + 4\frac{a_0^2g}{L}a_1^2k_{x1}k_{y1} + 2a_1a_4k_xk_{y1} - if_0a_1a_3k_{y1} - \beta a_1a_3) + \\
 & + z_3(-2ia_1a_3\omega(\mathbf{k}_1) + 2il_0a_2a_3k_x + 2il_0a_3^2k_{y1} - \\
 & - 2ia_1a_3\omega(\mathbf{k}_1) + 2il_0a_2a_3k_x + 2il_0a_3^2k_{y1}) + \\
 & + z_4(2ia_4a_5k_{x1} + 2ia_4a_6k_{y1}) + z_5(2a_4a_5k_{y1}\omega(\mathbf{k}_1) - \\
 & - 2l_0a_4^2k_{x1}k_{y1} - 2l_0a_4^2k_{y1}^2 + 4a_1^2k_{x1}k_{y1} + 2\frac{g}{\rho}a_1a_4k_xk_{y1} - \\
 & - if_0a_4a_6k_{y1} - \beta a_4a_6) + z_6(-2ia_4a_6\omega(\mathbf{k}_1) + \\
 & + 2il_0a_5a_6k_x + 2il_0a_6^2k_{y1} + 2ga_4^2k_{y1} + f_0a_4a_5). \quad (104)
 \end{aligned}$$

Аналогично получим уравнения для амплитуд ψ и χ , выписав слагаемые, пропорциональные $\exp(i\theta_2)$ и $\exp(i\theta_3)$ соответственно

$$s_2\psi = f_2\phi^*\chi, \quad (105)$$

$$s_3\phi = f_3\phi\psi. \quad (106)$$

Здесь s_2 и s_3 — дифференциальные операторы, f_2, f_3 — коэффициенты, зависящие только от волновых векторов взаимодействующих волн.

Операторы s_2, s_3 и коэффициенты f_2, f_3 получают-ся заменой вектора \mathbf{k}_1 в формулах (100)–(109) на \mathbf{k}_2 и \mathbf{k}_3 соответственно.

Таким образом, получена система дифференциальных уравнений для взаимодействующих амплитуд трех волн (99), (105), (106) на f -плоскости. Эта система уравнений совместно с условием трехволнового синхронизма (78) полностью описывает нелинейные взаимодействия трех волн Пуанкаре в двуслойной мелкой воде на f -плоскости.

Аналогично случаю f -плоскости рассматривается случай бета-плоскости. Для трех взаимодействующих волн на бета плоскости коэффициенты r_1, p_1, q_1, f_1 в уравнении (99) принимают следующий вид:

$$r_1 = a_1z_1 + ia_2z_2l_0k_{y1} + a_3l_0z_3 + a_4z_4 + ia_5z_5 + a_6z_6h_0, \quad (107)$$

$$p_1 = a_2z_1l_0 + ia_1z_2a_0^2gk_{y1} + ia_4z_2k_{y1}l_0g + a_5z_5h_0 + ia_3k_{y1}gh_0 + ia_1z_5k_{y1}\frac{g}{\rho}, \quad (108)$$

$$\begin{aligned}
 q_1 = & z_1a_3l_0 - z_2(ia_2l_0\omega(\mathbf{k}_1) + ia_4k_{y1}l_0g + ia_4k_{x1}l_0g - \\
 & - a_3f_0l_0 + ia_1a_0^2gk_{x1}) + z_3(a_1a_0^2g + a_4l_0g) + z_4a_6h_0 - \\
 & - z_5(ia_5\omega(\mathbf{k}_1)h_0 + ia_4k_{x1}gh_0 + ia_4k_{x1}\frac{g}{\rho}h_0 - a_6f_0h_0) + \\
 & + z_6(a_4gh_0 + a_1\frac{g}{\rho}h_0), \quad (109)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_1 = f_1(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) = & z_1(2ia_1a_2k_{x1} + 2ia_1a_3k_{y1}) + \\
 & + z_2(2a_1a_2k_{y1}\omega(\mathbf{k}_1) - 2l_0a_2^2k_{x1}k_{y1} - 2l_0a_2^2k_{y1}^2 + \\
 & + 4\frac{a_0^2g}{L}a_1^2k_{x1}k_{y1} + 2a_1a_4k_xk_{y1} - if_0a_1a_3k_{y1}) + \\
 & + z_3(-2ia_1a_3\omega(\mathbf{k}_1) + 2il_0a_2a_3k_x + 2il_0a_3^2k_{y1} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - 2ia_1a_3\omega(\mathbf{k}_1) + 2il_0a_2a_3k_x + 2il_0a_3^2k_{y1}) + \\
 & + z_4(2ia_4a_5k_{x1} + 2ia_4a_6k_{y1}) + z_5(2a_4a_5k_{y1}\omega(\mathbf{k}_1) - \\
 & - 2l_0a_4^2k_{x1}k_{y1} - 2l_0a_4^2k_{y1}^2 + 4a_1^2k_{x1}k_{y1} + 2\frac{g}{\rho}a_1a_4k_xk_{y1} - \\
 & - if_0a_4a_6k_{y1}) + z_6(-2ia_4a_6\omega(\mathbf{k}_1) + 2il_0a_5a_6k_x + \\
 & + 2il_0a_6^2k_{y1} + 2ga_4^2k_{y1} + f_0a_4a_5). \quad (110)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим решение системы трехволновых взаимодействий в двух частных случаях — параметрического распада и параметрического усиления.

В случае распадной неустойчивости амплитуда одной из взаимодействующих волн в начальный момент много больше амплитуды двух других, например, $\phi \gg \psi\chi$. В таком случае амплитуду волны с большей амплитудой можно считать постоянной: $\phi = \phi_0$, а влиянием волн малых амплитуд ψ и χ на нее пренебречь. Тогда система (99)–(106) примет вид

$$s_2\psi = f_2\phi_0^*\chi, \quad (111)$$

$$s_3\phi = f_3\phi_0\psi. \quad (112)$$

Решение линейной системы (111), (112) ищем в виде

$$\begin{pmatrix} \psi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi' \\ \chi' \end{pmatrix} e^{\Gamma T_1}, \quad (113)$$

Отсюда найдем инкремент неустойчивости

$$\Gamma = \sqrt{\frac{|f_2f_3|}{|r_2r_3|}}|\phi_0| > 0. \quad (114)$$

Таким образом, на f -плоскости может возникнуть неустойчивость следующего вида: волна Пуанкаре с амплитудой ϕ распадается на две волны Пуанкаре с амплитудами ψ и ξ . Тогда как на бета-плоскости возникают следующие виды распадных неустойчивостей:

1. волна Пуанкаре с амплитудой ϕ распадается на две волны Пуанкаре с амплитудами ψ и ξ ;
2. волна Пуанкаре с амплитудой ϕ распадается на волну Пуанкаре и волну Россби с амплитудами ψ и ξ ;
3. волна Пуанкаре с амплитудой ϕ распадается на две волны Россби с амплитудами ψ и ξ ;
4. волна Россби с амплитудой ϕ распадается на две волны Россби с амплитудами ψ и ξ ;
5. волна Россби с амплитудой ϕ распадается на волну Пуанкаре и волну Россби с амплитудами ψ и ξ ;
6. волна Россби с амплитудой ϕ распадается на две волны Пуанкаре с амплитудами ψ и ξ .

Далее рассмотрим случай параметрического усиления, когда амплитуда одной из взаимодействующих волн много меньше амплитуд двух других, то есть $\phi \ll \psi, \chi$. Тогда можно считать амплитуды ψ и χ постоянными: $\psi = \psi_0, \chi = \chi_0$. Из системы (111), (112) получим уравнение для амплитуды ϕ

$$s_1\phi = f_1\psi_0^*\chi_0. \quad (115)$$

Решение уравнения ищем в виде

$$\phi = \phi' + \kappa T_1. \quad (116)$$

Подставив (116) в уравнение (115) получим выражение для скорости роста волны ϕ

$$\kappa = \frac{|f_1|}{|r_1|} |\Psi_0^* \chi_0|. \quad (117)$$

Константы f_1 и r_1 определены в (110) и (107) соответственно.

На f -плоскости возможно усиление волны Пуанкаре с амплитудой ϕ двумя волнами Пуанкаре с амплитудами ψ и χ . На бета-плоскости возможны следующие случаи параметрического усиления:

1. Две волны Пуанкаре с амплитудами ψ и χ усиливают волну Пуанкаре с амплитудой ϕ ;
2. Волна Пуанкаре и волна Россби с амплитудами ψ и χ усиливают волну Пуанкаре с амплитудой ϕ ;
3. Две волны Россби с амплитудами ψ и χ усиливают волну Пуанкаре с амплитудой ϕ ;
4. Две волны Пуанкаре с амплитудами ψ и χ усиливают волну Россби с амплитудой ϕ ;
5. Волна Пуанкаре и волна Россби с амплитудами ψ и χ усиливают волну Россби с амплитудой ϕ ;
6. Две волны Россби с амплитудами ψ и χ усиливают волну Россби с амплитудой ϕ .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развита теория крупномасштабных течений во вращающейся астрофизической плазме в условиях нетривиальных свойств физической среды, которые не описываются классической гидродинамической теорией плазмы. Построение теории основано на двух ключевых идеях, развитых в плазменной астрофизике: использование модели мелкой воды с крупномасштабной сжимаемостью и использование модели двуслойной мелкой воды. В приближении мелкой воды с учетом крупномасштабной сжимаемости фильтруются звуковые волны и учитывается крупномасштабная зависимость плотности от давления, описывающая эффекты статической сжимаемости. Предложенное приближение выгодно отличается от традиционных уравнений мелкой воды для несжимаемой жидкости. В классических уравнениях мелкой воды высота и горизонтальная скорость столба жидкости полностью определяют его взаимодействие с остальным объемом жидкости. В сжимаемых уравнениях мелкой воды это взаимодействие определяется не только горизонтальной скоростью и высотой, но и средней плотностью столба жидкости, вследствие чего учет горизонтального импульса в уравнениях происходит более точно. Такое приближение хорошо описывает астрофизические течения с крупномасштабной сжимаемостью, а также течения в планетных атмосферах при наличии пыли. Использование модели многослойных течений мелкой воды

для описания физических процессов в течениях с переменными термодинамическими характеристиками позволяет учитывать большие изменения в плотности жидкости и других гидродинамических параметров. Уравнения двуслойной мелкой воды с учетом вращения в классическом случае нейтральной несжимаемой жидкости являются обобщением уравнений мелкой воды, на случай тонкого вращающегося слоя, разделенного на два слоя с постоянными, но различными плотностями. В работе выведены уравнения двуслойной мелкой воды с учетом вращения, в которых в верхнем слое учитываются эффекты крупномасштабной сжимаемости. Показано, что течения двуслойной мелкой воды с переменными термодинамическими свойствами могут быть исследованы аналитически только в случае, когда нижний слой полагается несжимаемым. Получены уравнения для вращающихся сферических течений двуслойной жидкости с учетом крупномасштабной сжимаемости в приближении β -плоскости, в которых параметр Кориолиса принимается линейно меняющимся вдоль широты. Полученные уравнения в предельном случае однослойного течения переходят в известные уравнения сжимаемой мелкой воды при наличии вращения, а в случае малости высоты слоя по сравнению с характерной высотой H_ρ , на которой проявляются эффекты сжимаемости, уравнения переходят в систему двуслойной мелкой воды при наличии вращения.

Получены дисперсионные уравнения для волн Пуанкаре в двуслойном течении мелкой воды с верхним сжимаемым слоем на f -плоскости. Это дисперсионное соотношение в предельных случаях переходит в известные дисперсионные соотношения для волн Пуанкаре в мелкой воде или в волны Пуанкаре в мелкой воде при наличии крупномасштабной сжимаемости. В приближении β -плоскости в высокочастотном пределе получены дисперсионные соотношения для волн Пуанкаре в двуслойной мелкой воде с учетом крупномасштабной сжимаемости в верхнем слое, аналогичные волнам на f -плоскости. В низкочастотном пределе получено дисперсионное соотношение для волн Россби в двуслойном течении мелкой воды с верхним сжимаемым слоем, которое переходит в предельных случаях в известные дисперсионные выражения для волн Россби в мелкой воде с учетом крупномасштабной сжимаемости.

В рамках развитой модели исследованы все типы линейных волн и проведен качественный анализ дисперсионных соотношений с целью выявления возможных трехволновых взаимодействий. Исследование линейных волн проведено как на f -плоскости, так и в приближении β -плоскости для сферических течений. В дисперсионном соотношении для волн Россби в отличие от волн в сжимаемой однослойной мелкой воде изменяется гравитационный параметр: он представлен в виде суммы параметров двух слоев $a_0^2 + h$. Аналогично случаю однослойной жид-

кости волна Пуанкаре и две волны Россби и три волны Россби испытывают трехволновые взаимодействия. Показано также, что дисперсионные соотношения для волн Пуанкаре имеют качественно иной вид, что приводит к трехволновым взаимодействиям волн Пуанкаре на f -плоскости, трехволновым взаимодействиям волн Пуанкаре на β -плоскости и взаимодействию двух волн Пуанкаре с волной Россби на β -плоскости, которых не наблюдается в однослойном течении сжимаемой жидкости. Таким образом, учет сжимаемости в двуслойной жидкости существенно влияет на резонансы в нелинейных решениях. Выявленные взаимодействия могут играть важную роль в понимании многослойных течений в физике планет и в астрофизической плазме при изучении конкретных физических объектов.

Для всех взаимодействующих волн методом многомасштабных разложений найдены коэффициенты взаимодействия. В частных случаях, когда начальные амплитуды одних взаимодействующих волн много больше амплитуд других, приведены решения, представляющие себя экспоненциальный или линейный рост волн малой амплитуды. Показано существование распадных неустойчивостей с экспоненциальным ростом волны малой амплитуды: волна Пуанкаре распадается на две волны Пуанкаре, волна Пуанкаре распадается на волну Пуанкаре и волну Россби, волна Пуанкаре распадается на две волны Россби, волна Россби распадается на две волны Россби, волна Россби распадается на волну Пуанкаре и волну Россби, волна Россби распадается на две волны Пуанкаре. Показано, что в случае, когда амплитуды двух взаимодействующих волн много больше амплитуды третьей волны, амплитуда третьей волны растет линейно в следующих трехволновых конфигурациях: две волны Пуанкаре усиливают волну Пуанкаре, волна Пуанкаре и волна Россби усиливают волну Пуанкаре, две волны Россби усиливают волну Пуанкаре, две волны Пуанкаре усиливают волну Россби, волна Пуанкаре и волна Россби усиливают волну Россби, две волны Россби усиливают волну Россби. Найдены выражение для инкрементов неустойчивостей и для скоростей роста взаимодействующих волн.

Суммируя, отметим, что главным результатом нашей работы являются новые уравнения для течений с переменными характеристиками и развитие линейной и слабонелинейной теории для таких уравнений. Наше исследование основано на уравнениях мелкой воды с учетом крупномасштабной сжимаемости. Полученные результаты фактически описывают те типы течений, которые можно наблюдать при изучении осцилляций Солнца и звезд, которые измеряются методами гелио- и звездной сейсмологии. Именно для интерпретации таких экспериментов важны модели сжимаемых течений с переменными термодинамическими свойствами. Особо интересны в этом случае наши модели на β -плоскости, как учитывающие сфе-

рическую геометрию таких течений. Отметим важное обобщение полученных результатов на случай астрофизических течений с твердыми частицами, поскольку влияние твердых частиц также может быть описано с помощью уравнений для сжимаемых течений с переменным уравнением состояния. Отметим два важных приложения найденных в работе волн Пуанкаре и Россби в астрофизике. Первый пример относится к описанию частиц в протопланетных дисках [74, 75]. В таких системах, как известно, также возможно применение приближения мелкой воды [76, 77]. Поэтому модель, описывающая области взаимодействия планетезималей с собственно диском, вполне работает для таких систем. Волны Пуанкаре и Россби влияют на процессы расширения областей, занимаемых планетезималами. В этом случае особую роль играют волны Пуанкаре и волны Россби в β -приближении, так как они учитывают эффекты сферичности диска [78]. Волны Пуанкаре и волны Россби, найденные в нашей работе играют также определяющую роль в возникновении Россби-неустойчивости в астрофизических дисках [79, 80]. Вторым приложением найденных в работе волновых решений является описание течений в областях скопления пыли в межзвездном газе [81]. Безусловно, для дальнейшего продвижения в таких приложениях необходимо обобщение полученных результатов на магнитные течения, что будет сделано в последующих работах. Предсказанные в работе резонансные взаимодействия позволяют точнее интерпретировать результаты наблюдений, а также дают возможность делать выводы о взаимном влиянии крупномасштабных волн в таких течениях.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа поддержана Фондом развития теоретической физики и математики «Базис».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Petrosyan A., Klimachkov D., Fedotova M., Zinyakov T.* // Atmosphere. 2020. V. 11. P. 314.
2. *Fedotova M., Klimachkov D., Petrosyan A.* // Universe. 2021. V. 7. P. 87.
3. *Федотова М.А., Климачков Д.А., Петросян А.С.* // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 209.
4. *Birnstiel T., Fang M., Johansen A.* // Space Sci. Rev. 2016. V. 205. P. 41.
5. *Lesur G., Ercolano B., Flock M., Lin M.-K., Yang C.C., Barranco J.A., Benítez-Llambay P., Goodman J., Johansen A., Klahr H., Laibe G., Lyra W., Marcus P., Nelson R.P., Squire J., Simon J.B., Turner N., Umurhan O.M., Youdin A.N.* // arXiv preprint arXiv:2203.09821. 2022. Doi: 10.48550/arXiv.2203.09821.
6. *Haberle R.M., Clancy R.T., Forget F., Smith M.D., Zurek R.W.* The atmosphere and climate of Mars. Cambridge University Press, 2017.

7. *Parsons J.D.* // *Geophys. Res. Lett.* 2000. V. 27. P. 2345.
8. *Tsytovich V.N., Ivlev A.V., Burkert A., Morfill G.E.* // *Astrophys. J.* 2013. V. 780. P. 131.
9. *Ishiki S., Okamoto T., Inoue A.K.* // *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* 2018. V. 474. P. 1935.
10. *Korpi-Lagg M. J., Mac Low M. M., Gent F. A.* // arXiv preprint arXiv:2401.04015. 2024. (представлена в *Living Rev. Computational Astrophys.*)
11. *Mac Low M. M., Klessen R. S.* // *Rev. Modern Phys.* 2004. V. 76. P. 125.
12. *Zhou M., Zhdankin V., Kunz M.W., Loureiro N.F., Uzdensky D.A.* // *Astrophys. J.* 2023. V. 960. P. 12.
13. *Arlt R., Urpin V.* // *Astron. Astrophys.* 2004. V. 426. P. 755.
14. *Nelson R.P., Gressel O., Umurhan O.M.* // *Monthly Notices Royal Astronom. Soc.* 2013. V. 435. P. 2610.
15. *Goldreich P., Schubert G.* // *Astrophys. J.* 1967. V. 150. P. 571.
16. *Klahr H., Hubbard A.* // *Astrophys. J.* 2014. V. 788. P. 21.
17. *Lyra W.* // *Astrophys. J.* 2014. V. 789. P. 77.
18. *Barranco J.A., Marcus P.S.* // *Astrophys. J.* 2005. V. 623. P. 1157.
19. *Marcus P.S., Pei S., Jiang C.H., Hassanzadeh P.* // *Phys. Rev. Lett.* 2013. V. 111. P. 084501.
20. *Marcus P.S., Pei S., Jiang C.H., Barranco J.A., Hassanzadeh P., Lecoanet D.* // *The Astrophysical Journal.* 2015. V. 808. № 1. P. 87.
21. *Marcus P.S., Pei S., Jiang C.H., Barranco J.A.* // *Astrophys. J.* 2016. V. 833. P. 148.
22. *Korre L., Featherstone N.A.* // arXiv preprint arXiv:2401.10675. 2024. (представлена в *Astrophys. J.*)
23. *McIntyre M.E., Hughes D.W., Rosner R., Weiss N.O.* *The Solar Tachocline.* Cambridge University Press, 2007.
24. *Кокс Д.П., Памятных А.А.* *Теория звездных пульсаций.* Мир, 1983.
25. *Löptien B., Gizon L., Birch A.C., Schou J., Proxauf B., Duvall Jr T.L., Bogart R.S., Christensen U.R.* // *Nature Astron.* 2018. V. 2. P. 568.
26. *Онищенко О.Г., Похотелов О.А., Астафьева Н.М., Хортон В., Федун В.Н.* // *УФН.* 2020. Т. 190. С. 732.
27. *Timmermans M.L.E., Lister J.R., Huppert H.E.* // *J. Fluid Mechanics.* 2001. V. 445. P. 305.
28. *Карельский К.В., Петросян А.С., Черняк А.В.* // *ЖЭТФ.* 2012. Т. 141. С. 1206.
29. *Карельский К.В., Петросян А.С., Черняк А.В.* // *ЖЭТФ.* 2013. Т. 143. С. 779.
30. *Chernyak A., Karelsky K., Petrosyan A.* // *Physica Scripta.* 2013. V. 155. P. 014041.
31. *Юденкова М.А., Климачков Д.А., Петросян А.С.* // *ЖЭТФ.* 2022. Т. 161. С. 388.
32. *Vallis G.K.* *Atmospheric and oceanic fluid dynamics.* Cambridge University Press, 2017. P. 124.
33. *Федотова М.А., Климачков Д.А., Петросян А.С.* // *Физика плазмы.* 2020. Т. 46. С. 57.
34. *Balbus S.A., Hawley J.F.* // *Rev. Modern Phys.* 1998. V.70. P. 1.
35. *Armitage P.J.* // *Ann. Rev. Astro. Astrophys.* 2011. V.49. P. 195.
36. *Шакура Н.И.* *Аккреционные процессы в астрофизике.* М.: Физматлит, 2016.
37. *Miesch M.S.* // *Living Rev. Solar Phys.* 2005. V. 2. P. 1.
38. *Shebalin J.V.* // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics.* 2013. V. 107. P.411.
39. *Favier B.F.N., Godeferd F.S., Cambon C.* // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics.* 2012. V. 106. P. 89.
40. *Tobias S.M., Diamond P.H., Hughes D.W.* // *Astrophys. J. Lett.* 2007. V 667. P. 113.
41. *Balk A.M.* // *Astrophys. J.* 2014. V. 796. P. 143.
42. *Зиняков Т.А., Петросян А.С.* // *Письма ЖЭТФ.* 2018. Т. 108. С. 75.
43. *Зиняков Т.А., Петросян А.С.* // *Письма ЖЭТФ.* 2020. Т. 111. С. 65.
44. *Суразов Р.А., Петросян А.С.* // *Письма ЖЭТФ.* 2019. Т. 110. № 5. С. 314.
45. *Gilman P.A.* // *Astrophys. J.* 2000. V. 544. P. 79.
46. *Heng K., Spitkovsky A.* // *Astrophys. J.* 2009. V. 703. P. 1819.
47. *Zaqarashvili T.V., Oliver R., Ballester J.L.* // *Astrophys J.* 2009. V. 691. P. 41.
48. *Климачков Д.А., Петросян А.С.* // *ЖЭТФ.* 2016. Т. 149. С. 965.
49. *Климачков Д.А., Петросян А.С.* // *ЖЭТФ.* 2017. Т. 152. С. 705.
50. *Климачков Д.А., Петросян А.С.* // *ЖЭТФ.* 2018. Т. 154. С. 1239.
51. *Miesch M.S.* // *Astrophys. J.* 2001. Т. 562. С. 1058.
52. *Miesch M.S.* // *Astrophys. J.* 2003. Т. 586. С. 663.
53. *Федотова М.А., Петросян А.С.* // *ЖЭТФ.* 2020. Т. 158. С. 374.
54. *Федотова М.А., Петросян А.С.* // *ЖЭТФ.* 2020. Т. 158. С. 1188.
55. *Latter H.N., Papaloizou J.* // *Monthly Notices Royal Astronom. Soc.* 2017. V. 472. P. 1432.
56. *Almgren A.S., Bell J.B., Nonaka A., Zingale M.* // *Computing in Science & Engineering.* 2009. V. 11. P. 24.
57. *Ballester J.L., Alexeev I., Collados M., Downes T., Pfaff R.F., Gilbert H., Khodachenko M., Khomeiko E., Shaikhislamov I.F., Soler R., Vázquez-Semadeni E., Zaqarashvili T.* // *Space Sci. Rev.* 2018. V. 214. P. 1.
58. *Leake J.E., DeVore C.R., Thayer J.P., Burns A.G., Crowley G., Gilbert H.R., Huba J.D., Krall J., Linton M.G., Lukin V.S., Wang W.* // *Space Sci. Rev.* 2014. V. 184. P. 107.
59. *Zeitlin V.* // *Nonlinear Processes Geophys.* 2013. V. 20. P. 893.
60. *Zaqarashvili T.V., Albekioni M., Ballester J.L., Bekki Y., Biancofiore L., Birch A.C., Dikpati M., Gizon L., Gurgenshvili E., Heifetz E., Lanza A.F., McIntosh S.W., Ofman L., Oliver R., Proxauf B., Umurhan O.M., Yellin-Bergovoy R.* // *Space Sci. Rev.* 2021. V. 217. P. 1.

61. *Zaqarashvili T.V., Oliver R., Ballester J.L., Shergelashvili B.M.* // *Astron. Astrophys.* 2007. V. 470. P. 815.
62. *Zaqarashvili T.V., Oliver R., Ballester J.L., Carbonell M., Khodachenko M.L., Lammer H., Leitinger M., Odert P.* // *Astron. Astrophys.* 2011. V. 532. P. 139.
63. *Zaqarashvili T.V., Gurgenchashvili E.* // *Frontiers Astron. Space Sci.* 2018. V. 5. P. 7.
64. *McIntosh S.W., Cramer W.J., Pichardo Marcano M., Leamon R.J.* // *Nature Astronomy.* 2017. V. 1. P. 1.
65. *Dikpati M., Cally P.S., McIntosh S.W., Heifetz E.* // *Sci. Rep.* 2017. V. 7. P. 1.
66. *Dikpati M., Belucz B., Gilman P.A., McIntosh S.W.* // *Astrophys. J.* 2018. V. 862. P. 159.
67. *Dikpati M., McIntosh S.W., Bothun G., Cally P.S., Ghosh S.S., Gilman P.A., Umurhan O.M.* // *Astrophys. J.* 2018. V. 853. P. 144.
68. *Dikpati M., McIntosh S.W.* // *Space Weather.* 2020. V. 18. P. e2018SW002109.
69. *Dikpati M., McIntosh S.W., Wing S.* // *Frontiers Astron. Space Sci.* 2021. V. 8. P. 71.
70. *Worster G., Moffatt K., Batchelor G.* *Perspectives in Fluid Dynamics: A Collective Introduction to Current Research.* Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 2000. P. 393.
71. *Моффат Г.* Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980.
72. *Falkovich G.* *Fluid mechanics: A short course for physicists.* Cambridge University Press, 2011.
73. *Ostrovsky L.* *Asymptotic Perturbation Theory of Waves.* Imperial College Press, 2015. P. 18.
74. *Birnstiel T., Dullemond C.P., Brauer F.* // *Astron. Astrophys.* 2010. V. 513. P. A79.
75. *Andrews S.M.* // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 2020. V. 58. P. 483.
76. *Umurhan O.M.* // *Astron. Astrophys.* 2010. V. 521. P. A25.
77. *Umurhan O.M.* // *Astron. Astrophys.* 2012. V. 543. P. A124.
78. *Sheehan D.P., Davis S.S., Cuzzi J.N., Estberg G.N.* // *Icarus.* 1999. V. 142. P. 238.
79. *Lovelace R.V.E., Romanova M.M.* // *Fluid Dynamics Res.* 2014. V. 46. P. 041401.
80. *Li H.F., Finn J.M., Lovelace R.V.E., Colgate S.A.* // *Astrophys. J.* 2000. V. 533. P. 1023.
81. *Sterken V.J., Baalman L.R., Draine B.T., Godenko E., Herbst K., Hsu H.W., Hunziker S., Izmodev V., Lallement R., Slavin J.D.* // *Space Sci. Rev.* 2022. V. 218. P. 71.

LARGE-SCALE HYDRODYNAMIC FLOWS IN MEDIA WITH VARIABLE THERMODYNAMIC CHARACTERISTICS

M. A. Yudenkova^{a,b}, D. A. Klimachkov^a, and A. S. Petrosyan^{a,b,*}

^aSpace Research Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^bMoscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudnyi, Moscow region, Russia

*e-mail: apetrosy@iki.rssi.ru

A theory of large-scale flows in a rotating astrophysical plasma under conditions of non-trivial properties of the physical medium, which are not described by the classical hydrodynamic theory of plasma, is developed. As a first step, the theory is developed within a neutral fluid model to describe astrophysical plasma, with a subsequent generalization in mind to take into account magnetic effects. Such a model is of independent importance for studying turbulent dynamo in star-forming regions in galaxies and hydrodynamic instabilities in poorly ionized disks, for describing meridional flows below convective zones in lowmass stars and on the Sun, as well as for studying oscillations of the Sun and stars. Therefore, the results obtained have a wider application, e.g., for describing geophysical currents. The theory is based on two key ideas developed in plasma astrophysics: the use of a shallow water model with large-scale compressibility and the use of a two-layer shallow water model. Equations for two-layer shallow water are derived taking into account rotation and the effect of flow sphericity on rotation, in which the effects of large-scale compressibility are taken into account in the upper layer. For a rotating system, dispersion relations are obtained for Poincaré waves in two-layer shallow water, taking into account large-scale compressibility; similar dispersion relations for Poincaré waves are obtained in the high-frequency limit taking into account the effect of sphericity on rotation; in the low-frequency limit, a dispersion relation is obtained for Rossby waves. It is shown that the dispersion relations for Poincaré waves, taking into account the sphericity of the flow, have a qualitatively different form, which leads to three-wave interactions of Poincaré waves and the interaction of two Poincaré waves with a Rossby wave, which are not observed in a single-layer flow of a compressible fluid. All types of three-wave interactions for the flows under consideration are studied using the method of multiscale expansions.

Keywords: astrophysical plasma, two-layer shallow water, large-scale compressibility, Rossby waves, Poincaré Waves

ДИНАМИКА ЭУФ-ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ НИЗКОИНДУКТИВНОЙ ВАКУУМНОЙ ИСКРЫ НА НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ РАЗВИТИЯ РАЗРЯДА

© 2024 г. П. С. Анциферов^{a,*}, Л. В. Степанов^{a,b,**}, Н. Д. Матюхин^{a,c}

^aИнститут спектроскопии РАН, Москва, Троицк, Россия

^bНаучно-исследовательский университет Высшая школа экономики, Москва, Россия

^cМосковский физико-технический институт (государственный университет), Московская область, Россия

*e-mail: ants@isan.troitsk.ru

**e-mail: stepanovlavrentij@gmail.com

Поступила в редакцию 05.02.2024 г.

После доработки 06.04.2024 г.

Принята к публикации 20.04.2024 г.

Изучается динамика излучения вакуумной искры с пиковым током ~ 50 кА в диапазоне длин волн $\lambda = 5\text{--}40$ нм. Регистрация излучения проводилась с помощью детекторов на микроканальных пластинах с кадровым временным разрешением 20 нс. Благодаря примененной методике одновременной регистрации пространственного распределения и спектрограмм излучения плазмы, выделены характерные стадии развития разряда. На начальном этапе развития разряда (200–300 нс) в регистрируемом диапазоне длин волн наблюдается интенсивное излучение многозарядных ионов железа FeV–FeVIII, которое затем (300–400 нс) исчезает и возобновляется после 400 нс. Обсуждается возможная роль возникновения убегающих электронов в этом явлении. Обнаруженный режим разряда может быть использован при разработке источников излучения в экстремальном ультрафиолете.

Ключевые слова: низкоиндуктивная вакуумная искра, экстремальное ультрафиолетовое излучение, спектр излучения многозарядных ионов

DOI: 10.31857/S0367292124060076, EDN: PSOPBJ

1. ВВЕДЕНИЕ

Электрический разряд на сегодняшний день является хорошо изученным объектом, имеющим многочисленные практические применения. С фазой пинчевания разрядной плазмы вакуумной искры с током порядка 100 кА связано возникновение рентгеновского излучения, которое детально изучено в экспериментах и хорошо описано теоретически [1, 2]. Вос требованность источников излучения в экстремальном ультрафиолетовом (ЭУФ) диапазоне длин волн ($\lambda = 8\text{--}25$ нм) связано с приложениями в нанолитографии [3], что делает актуальным более подробное изучение излучения вакуумной искры в этом диапазоне длин волн. Одна из трудностей экспериментальной работы с высокоэнергетическими искровыми разрядами связана с низкой воспроизводимостью их пространственной структуры и временной динамики. Регистрация излучения с помощью детекторов на микроканальных пластинах (МКП), обладающих пространственным и временным разрешением, позволяет обнаружить особенности динамики плазмы, которые невозможно заметить при использовании усредняющих методик (см., например [4]). В настоящей работе представлены результаты, полученные при использо-

вании одновременной регистрации с помощью МКП детекторов пространственной структуры и спектрального состава ЭУФ излучения плазмы разряда 50 – килоамперной вакуумной искры с кадровым временным разрешением 20 нс. Обнаружено появление на первых 200–300 нс разряда ЭУФ излучения плазмы материала анода, которое гаснет и вновь появляется через ~ 100 нс на стадии разогрева и пинчевания плазмы. Обсуждаются возможные механизмы явления.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Общая схема эксперимента приведена на рис. 1. Разрядный узел включает емкостный накопитель на основе мало индуктивного конденсатора ИК 50-3 (электрическая емкость $C_0 = 3$ мкФ, индуктивность $L = 40$ нГн). Рабочее напряжение в настоящих экспериментах составляло величину $U_0 = 10$ кВ. Полная конструктивная индуктивность L_0 , измеренная по периоду колебаний тока ($T = 3.3$ мкс), составила $L_0 = 91$ нГн. Активные потери в разрядном контуре, определяющие наблюдаемое затухание колебаний тока, соответствуют эффективному сопротивлению разрядного контура $R_0 = 0.023$ Ом. Разряд инициируется с помощью триггерного электрода, на который по-

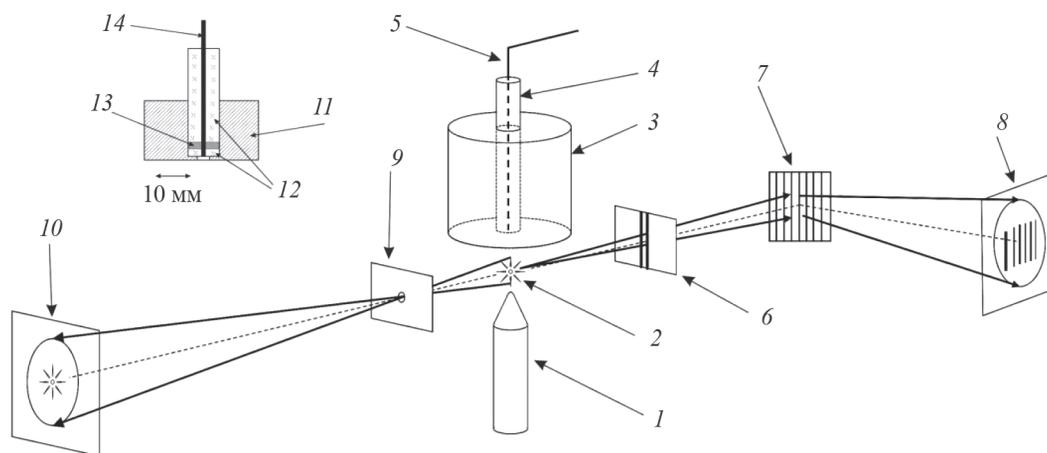


Рис. 1. Схема эксперимента. 1 — анодный электрод, 2 — разрядная плазма, 3 — катодный электрод, 4 — изолятор, 5 — триггерный электрод, 6 — входная щель спектрометра, 7 — дифракционная решетка, 8 — МКП — детектор, 9 — диафрагма, формирующая изображение камеры — обскуры, 10 — МКП детектор. Узел триггера: 11 — катод, 12 — изолятор, 13 — вакуумное уплотнение, 14 — триггерный электрод.

дается импульс напряжения отрицательной полярности — 10 кВ (см. вставку рис. 1). Анодный электрод имел диаметр 3 мм, расстояние анод — катод также составляло величину 3 мм. Угол при вершине конуса анодного электрода — 90° , радиус закругления от 0.5 мм до 1 мм. Материал электродов — железо. Остаточное давление в разрядной камере — 10^{-2} Па. Разрядный ток измерялся с помощью магнитного зонда, кривая разрядного тока приведена на рис. 2. Отсчет времени на кривой разрядного тока производился от момента начала тока триггерного электрода.

В работе использован спектрометр скользящего падения со смещенной щелью [5], позволяющий получать фокусировку спектра перпендикулярно лучу зрения. Для этого спектральная щель сдвигается внутрь окружности Роуланда, а плоскость регистрации размещается снаружи окружности Роуланда. Геометри-

ческие параметры выбраны в соответствии с [5] следующим образом: радиус решетки $R = 1$ м, плотность штрихов — 600 штр./мм, входной угол скольжения — 6° , расстояние входная щель — решетка равно 53 мм, расстояние решетка — плоскость регистрации равно 420 мм. Полный рабочий диапазон длин волн спектрометра 5–40 нм. Пространственное распределение плазмы разряда регистрировалось с помощью камеры — обскуры. Диаметр формирующего изображения отверстия 0.1 мм, геометрическое увеличение — 3. В спектрометре и камере обскуре использованы детекторы на основе микроканальной пластины, на которые одновременно подается стробирующий импульс. Время экспозиции детекторов — 20 нс. Генератор стробирующих импульсов синхронизирован с триггерным импульсом разряда. Имелась возможность плавной регулировки задержки стробирующего импульса относительно начала разряда.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В ходе эксперимента была получена серия изображений разрядного промежутка с соответствующими спектрограммами в спектральной области 5–40 нм. При этом варьировалось время задержки стробирующего импульса на МКП детекторах относительно начала разряда. Удалось выделить 4 стадии разряда с воспроизводящейся общей структурой светящейся плазмы и характерным спектром излучения (обозначены цифрами 1–4 на рис. 2). Временные границы стадий не определены точно, в пограничных областях временных задержек можно наблюдать реализации обеих граничащих по времени стадий разряда. Границы даются согласно минимальной и максимальной измеренной задержке стробирующего импульса, которые

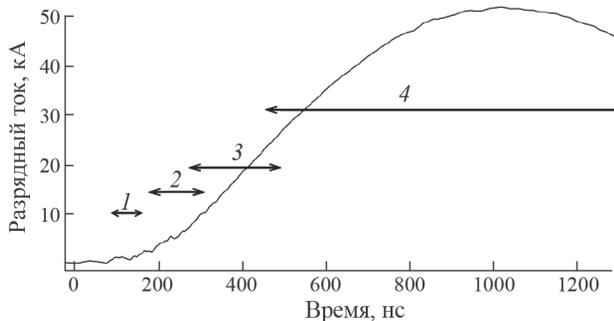


Рис. 2. Кривая разрядного тока. Время отсчитывается от момента начала триггерного импульса. Цифрами отмечены временные границы четырех стадий разряда, обсуждаемые ниже.

определяют характерный для соответствующей стадии вид изображения камеры – обскуры и спектра. В ходе экспериментов и их анализа определены 4 стадии искрового разряда.

- Стадия 1 (96–162 нс) – наблюдается свечение вершины анода и формируется поток плазмы, образующейся при испарении анода. Излучение в наблюдаемом спектральном диапазоне не регистрируется.
- Стадия 2 (176–322 нс) – плазма вещества анода заполняет разрядный промежуток, однако еще не закорачивает его. На нем остается разность потенциалов в несколько кВ (см. ниже). При этом в наблюдаемом диапазоне появляется излучение многозарядных ионов железа.
- Стадия 3 (276–495 нс) – испаренное вещество анода продолжает поступать в разрядный промежуток, он закорачивается плазмой, излучение в наблюдаемом диапазоне исчезает.
- Стадия 4 (485 + нс) – плазма в разрядном промежутке разогревается, начинается формирование плазменного столбика, в наблюдаемом спектральном диапазоне снова регистрируется излучение.

На рис. 3 приведены типичные результаты для всех четырех стадий. Изображения камеры – обскуры даются вместе с соответствующей спектрограммой. Идентификация спектральных линий согласно данным [6] показана на спектрограммах рис. 4. Видно, что на стадии 2 плазма содержит много заряженные ионы атомов железа FeV–FeVIII, потенциалы ионизации которых лежат в пределах 77–151 эВ. В спектрах начала стадии 4 отсутствуют линии ионов FeVIII, что говорит об эффективном охлаждении разрядной плазмы на стадии 3 и последующем разогреве. Как уже говорилось, стадия пинчевания плазмы разряда низкоиндуктивной вакуумной искры достаточно хорошо изучена и не входит в рамки настоящей работы.

Были также проведены эксперименты, в которых на конический электрод подавалось отрицательное напряжение (полярность зарядного источника напряжения менялась на противоположную). В этом случае развитие разряда задерживается на ~ 50 нс относительно варианта с подачей положительного напряжения на конический электрод (см. рис. 5). Спектры многозарядных ионов железа появляются после 300 нс и не исчезают в процессе дальнейшего развития разряда (см. рис. 6). Отметим существенное отличие пространственного распределения светящейся плазмы для двух вариантов полярности зарядного напряжения: при положительной полярности на аноде на начальном этапе развития разряда плазма «прижимается» к анодному электроду

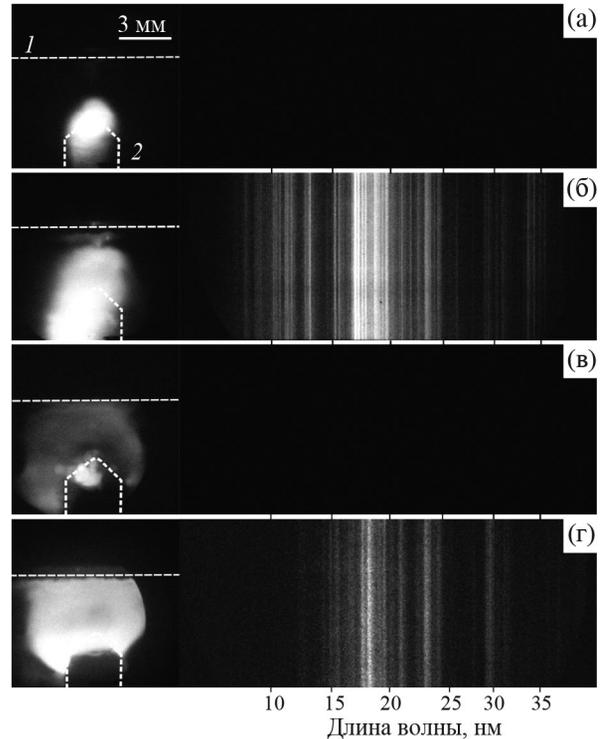


Рис. 3. На обскурограммах цифрами показаны положения катода 1 и анода 2. Результаты соответствуют следующим задержкам стробирующего импульса МКП относительно момента начала триггерного импульса: а) – 138 нс, б) – 238 нс, в) – 368 нс, г) – 568 нс.

(рис. 3а, б), при отрицательной полярности – к катодному (рис. 3в, г). Ионный состав плазмы на время задержки строба 308 нс согласно спектрограмме рис. 6б соответствует ионам FeV–FeVIII.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим детально основные явления, происходящие на начальном этапе развития разряда низкоиндуктивной вакуумной искры. До момента инициации разряда к промежутку анод – катод приложено полное напряжение основной емкости. Развитие электрического пробоя разрядного промежутка сопровождается падением этого напряжения. Его временной ход может быть найден из уравнения Кирхгофа

$$U(t) = U_0 - \frac{1}{C_0} \int_0^t I(t') dt' - R_0 I(t) - L_0 \frac{dI(t)}{dt}. \quad (1)$$

Все величины, входящие в формулу, даны в начале раздела «Эксперимент». Интеграл и производная тока вычислялись численно по экспериментальной кривой. Полученная временная зависимость напряжения анод – катод приведена на рис. 7. Видно, что в течение первых 300 нс (время, соответствующее стадиям 1 и 2) к разрядному промежутку приложено напряжение порядка нескольких кВ.

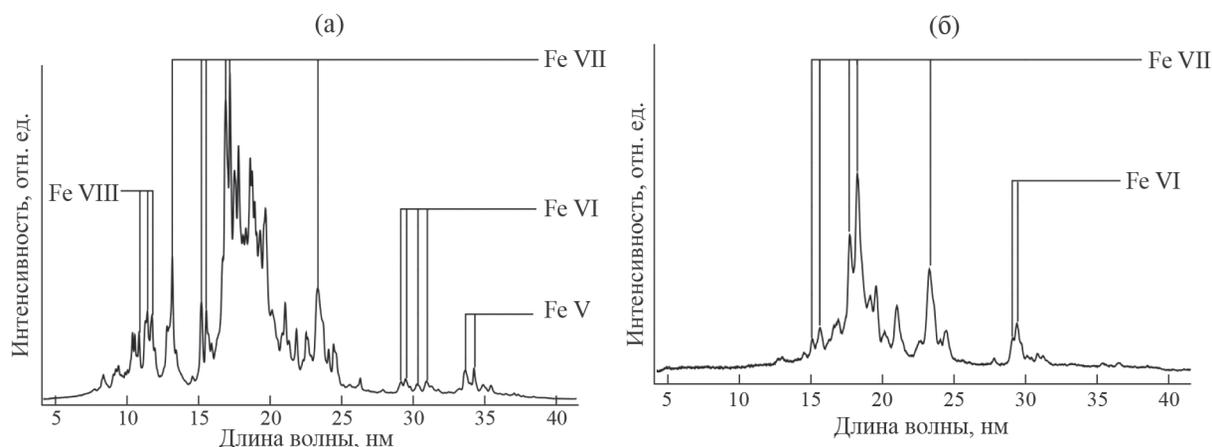


Рис. 4. Идентификация спектральных линий на спектрограммах рис. 3. Задержки стробирующего импульса МКП относительно момента начала триггерного импульса: а) – 238 нс, б) – 568 нс.

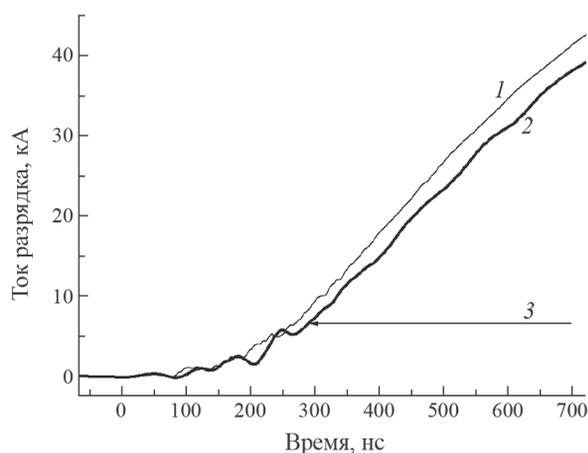


Рис. 5. Начальный участок кривой разрядного тока для двух вариантов знака напряжения на анодном электроде: 1 – на аноде положительное напряжение относительно катода, 2 – на аноде отрицательное напряжение, 3 – область моментов времени, соответствующая появлению ЭУФ-спектров при отрицательном напряжении на анодном электроде.

Уже в первых работах по вакуумной искре [7] отмечалось возникновение характеристического рентгеновского излучения материала анода на начальной фазе развития разряда, связанного с электронами, ускоренными напряжением на разрядном промежутке. Причиной возникновения этих электронов является образование на катоде в триггерном разряде начальной плазмы, способной эмитировать электроны. В наших экспериментах заметное свечение в области анода появляется при возникновении разрядного тока порядка килоампера (стадия 1). ЭУФ-спектры здесь не появляются и наиболее вероятно, что это свечение имеет упомянутую рентгеновскую природу, так как МКП сохраняет чувствительность к квантам излучения с энергией вплоть до 10 кэВ. Если ток на этой стадии переносится ускоренными электронами, име-

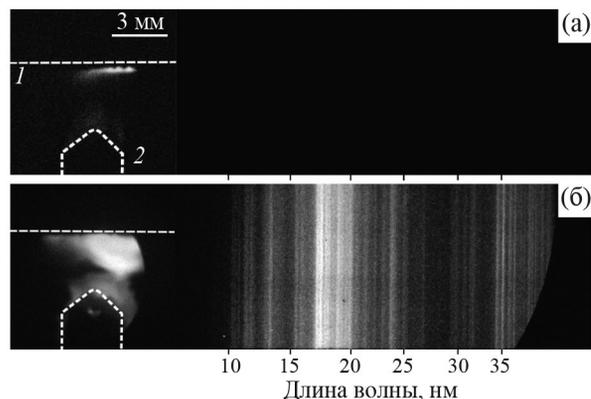


Рис. 6. Результаты для случая отрицательной полярности на коническом электроде: а) – задержка стробирующего импульса 220 нс, б) – 308 нс.

ющими энергию порядка 10 кэВ, то объемный заряд этих электронов должен быть скомпенсирован. В нашем случае расстояние анод – катод $a = 3$ мм, эффективная поверхность анода $S \sim 10$ мм², что дает из формулы Чайлда максимальный ток, ограниченный объемным зарядом [8]

$$I = 2.3 \cdot 10^{-6} V^{3/2} S / a^2 \cong 2A. \quad (2)$$

Эта величина много меньше регистрируемого тока (порядка 1 кА). Значит, для переноса наблюдаемого тока требуется компенсация объемного заряда электронного пучка ионами с плотностью (в расчете на однозарядные ионы) $n_i \cong 10^{13}$ см⁻³. Ионизация остаточного газа в рабочей камере не может объяснить возникновение такого количества ионов за время порядка 100 нс, поэтому компенсация объемного заряда происходит за счет ионов из триггерной плазмы.

Существенным моментом второй стадии разряда является наличие на разрядном промежутке напряжения в несколько кВ (см. рис. 7). В это же время

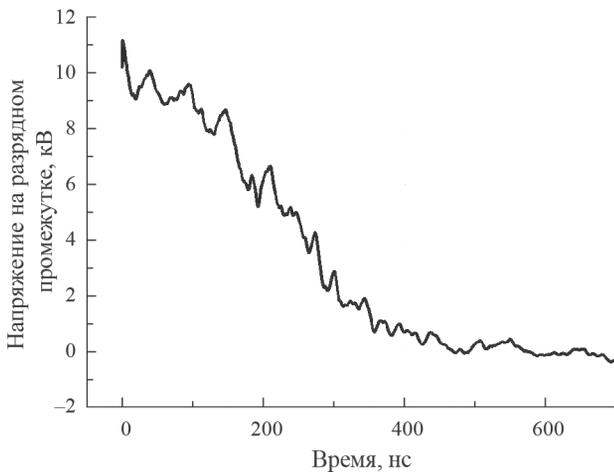


Рис. 7. Временная зависимость напряжения на разрядном промежутке согласно соотношению (1).

разрядный ток составляет величину в несколько кА (см. рис. 2), что соответствует активному сопротивлению разрядной плазмы порядка 1 Ом. Диаметр плазмы 3 мм и ее длина также около 3 мм дают величину удельного сопротивления $\eta = 3 \cdot 10^{-3}$ Ом · м. Эта величина через формулу Спитцера [9] может быть связана с электронной температурой:

$$\eta = 5.2 \cdot 10^{-5} Z \frac{\ln \Lambda}{T_e^{3/2}(\text{эВ})} \text{ Ом} \cdot \text{ м.} \quad (3)$$

Из спектрального состава излучения плазмы (см. рис. 4) видно, что средний заряд ионов лежит в диапазоне $Z = 6-10$. Отсюда возникает оценка электронной температуры $T_e \sim 1$ эВ. Но в плазме с температурой 1 эВ не могут возникнуть L -ионы железа, которые обладают потенциалом ионизации порядка 100 эВ. Возможным механизмом, объясняющим появление этих ионов, может быть явление «убегания» электронов [10]. Оно возникает при приложении к плазме электрического поля превышающего согласно [10] критическое значение

$$E_c = \frac{4\pi e^3 n_e \ln \Lambda}{T_e}. \quad (4)$$

На основании формулы (4) можно сделать вывод, что реально приложенное к плазме электрическое поле 10^4 В/см будет критическим, если электронная плотность не превышает значение 10^{16} см⁻³. Вопрос об электронной плотности в разрядах низкоиндуктивной вакуумной искры рассмотрен в обзоре [2]. Так, в микропинчах с диаметром порядка 10 микрометров, возникающих в разрядах с максимальным током 150 кА, ее наблюдаемые значения доходят до 10^{23} см⁻³. В разрядах с пиковым током 50 кА микропинчей не наблюдается, в момент максимального сжатия можно увидеть перетяжки с диаметром несколько сотен микрометров [4]. Соответствующая им электронная

плотность — $10^{19} \div 10^{20}$ см⁻³. В нашем случае на второй стадии сжатие еще отсутствует, поэтому приведенное значение надо уменьшить на 2–3 порядка. Если сюда добавить дополнительное поступление вещества материала анода к моменту сжатия по сравнению с начальной стадией, то приведенная оценка говорит о возможности возникновения убегающих электронов в нашем случае.

Соответственно исчезновение линий многозарядных ионов железа в ЭУФ-спектрах на 3 стадии связывается с прекращением «убегания» электронов вследствие падения разности потенциалов на промежутке анод – катод после 300 нс (основное падение напряжения происходит на конструктивной индуктивности), а также вследствие возрастания величины критического поля: из-за поступления испаренного вещества анода в плазму растет ее плотность и падает температура. На стадии 4 начинается обычный разогрев плазменного столбика с дальнейшим пинчеванием.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты диагностики плазмы 50 – килоамперного разряда низкоиндуктивной вакуумной искры с помощью одновременной регистрации ЭУФ спектров и обскурোগрамм МКП детекторами с временным разрешением 20 нс. Обнаружено возникновение излучения ионов железа Fe V–Fe VIII на временах 200–300 нс от момента подачи триггерного импульса, которое прекращается после 300 нс и вновь возникает после 400 нс. Разрядная плазма на временах 200–300 нс обладает сопротивлением порядка 1 Ома и еще не закорачивает полностью промежутки анод – катод. Наблюдаемое явление может быть связано с появлением «убегающих» электронов вследствие наличия напряжения на разрядном промежутке вплоть до 300 нс от момента начала триггерного импульса. При подаче на конический электрод отрицательного потенциала (изменении полярности зарядного напряжения) явление мерцания ЭУФ спектров исчезает.

Отмеченное явление может быть использовано для создания источников ЭУФ излучения, имеющих практическое применение. Подавая на разрядный промежуток высоковольтный импульс в течение

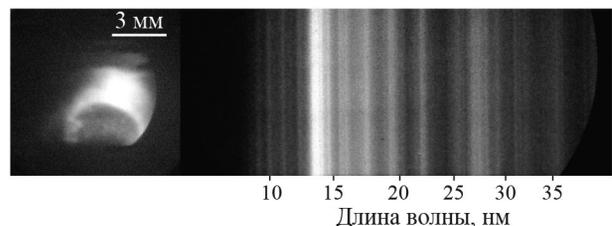


Рис. 8. Обскурোগраммa и ЭУФ-спектрограммa разряда в случае Sn анода, время задержки – 218 нс.

300 нс (время, соответствующее 1 и 2 стадии) можно существенно уменьшить уровень эрозии электродов. В наших экспериментах в случае использования анода из олова на 2 стадии разряда можно наблюдать массив переходов в области 13.5 нм (см. рис. 8), который находит применение в технологии ЭУФ-литографии [11]. В связи с этим представляется интересным детальное численное моделирование развития плазмы на начальной стадии развития разряда, которое могло бы прояснить оптимальные условия для генерации излучения в области 13.5 нм.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках проекта Госзадания FFUU-2022-0005.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Корон Е.Д., Мейерович Б.Э., Сидельников Ю.В. // УФН.1979. Т. 129. Вып.1. С. 87.*
2. *Koshelev K.N., Pereira N.R. // J. Appl. Phys. 1991. V. 69(10). P. R21.*
3. *Banine, V.Y., Koshelev K.N., Swinkels P.M. // J. Phys. D: Appl. Phys., 2011. V.44 (25). 253001. DOI: 10.1088/0022-3727/44/25/253001*
4. *Анциферов П.С., Дорохин Л.А. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 11. С. 1086.*
5. *Antsiferov P.S., Dorokhin L.A., Krainov P.V. // Rev. Sci. Instr. 2016. V. 87. 053106. doi: 10.1063/1.4945654*
6. NIST Chemistry WebBook [Электронный ресурс]. URL: <https://webbook.nist.gov/chemistry/>
7. *Lie T.N., Elton R.C. // Phys. Rev. A3. 1971. P. 865.*
8. *Фоппестер А.Т. Интенсивные ионные пучки. М.: Мир, 1992.*
9. *Ф. Чен Введение в физику плазмы. М. : Мир, 1987.*
10. *Dricer H. // Phys. Rev. 1958. V. 115. P.238.*
11. *Рябцев А.Н., Чурилов С.С. // УФН. 2009. Т. 139. № 3. С. 305. doi: 10.3367/UFNr.0179.200903j.030*

THE DYNAMICS OF XUV PLASMA EMISSION IN A LOW-INDUCTANCE VACUUM SPARK AT THE INITIAL STAGE OF DISCHARGE DEVELOPMENT

P. S. Antsiferov^{a,*}, L. V. Stepanov^{a,b,**}, and N. D. Matyukhin^{a,c}

^a*Institute for Spectroscopy, Russian Academy of Sciences, Troitsk, Moscow, 108840 Russia*

^b*National Research University Higher School of Economics, Moscow, 101000 Russia*

^c*Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Moscow oblast, 141700 Russia*

**e-mail: ants@isan.troitsk.ru*

***e-mail: stepanovlavrentij@gmail.com*

The emission dynamics of a vacuum spark with a peak current of ~ 50 kA in the wavelength range of $\lambda = 5\text{--}40$ nm is analyzed. The radiation was detected by means of the microchannel-plate detectors with a frame temporal resolution of 20 ns. The technique of simultaneous acquisition of the spatial distribution and spectrograms of plasma emission allowed resolving characteristic stages of discharge development. At the initial stage (200–300 ns), strong emission of multiply charged iron ions FeV–FeVIII is detected. This emission disappears later (300–400 ns) and reappears again after 400 ns. The possible role of runaway electrons in the described phenomenon is discussed. The found regime of the discharge can be used upon development of the radiation sources in the extreme UV range.

Keywords: low inductance vacuum spark, extreme ultraviolet radiation, emission spectrum of multiply charged ions