

ISSN 0367-2921

Том 49, Номер 2

Февраль 2023



ФИЗИКА ПЛАЗМЫ



www.sciencejournals.ru

Журнал для научных работников в области теоретических и экспериментальных исследований по физике плазмы и взаимодействию плазмы с твердым телом, по проблеме управляемого термоядерного синтеза



СОДЕРЖАНИЕ

Том 49, номер 2, 2023

ТОКАМАКИ

Обобщение модифицированного метода SXB для водорода на случай смеси изотопов

А. Б. Кукушкин, В. С. Неверов, Р. И. Хуснутдинов

113

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ПЛАЗМОЙ

Теория генерации спектров аномального рассеяния в неплотной плазме при электронном циклотронном СВЧ-нагреве на второй гармонике резонанса

Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов

128

ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

О стационарном течении плотной плазмы в условиях локализованного энерговклада

И. С. Абрамов, Е. Д. Господчиков, А. Г. Шалашов

143

УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ

Усовершенствованное квазистатическое приближение

П. В. Туев, Р. И. Спицын, К. В. Лотов

154

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ СВЧ-ЭЛЕКТРОНИКА

Влияние концентрации плазмы на эффективность генерации и изменение спектра плазменного релятивистского СВЧ-генератора

С. Е. Андреев, И. Л. Богданкевич, Н. Г. Гусейн-заде, Д. К. Ульянов

165

КИНЕТИКА ПЛАЗМЫ

Многогрупповая модель расчета кинетики быстрых электронов в слабоионизованной холодной плазме

Е. И. Бочков

175

ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

О влиянии магнитного поля на характеристики пылевых структур в тлеющем разряде

В. Ю. Карасев, Е. С. Дзлиева, Л. Г. Дьячков, Л. А. Новиков, С. И. Павлов

186

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

Первые эксперименты по исследованию генерации отрицательных ионов водорода при использовании непрерывного ЭЦР-разряда на установке GISMO

*Р. Л. Лапин, В. А. Скалыга, И. В. Изотов, С. В. Голубев, А. Ф. Боханов,
Е. М. Киселева, С. С. Выбин*

193

Динамика развития разряда в однородном постоянном электрическом поле, инициированного плазменным филаментом, создаваемым фемтосекундным лазерным импульсом

Н. А. Богатов, А. Н. Степанов

198

Памяти Игоря Антоновича Косого (06.04.1935–31.03.2022)

206

УДК 533.9

ОБОБЩЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА SXB ДЛЯ ВОДОРОДА НА СЛУЧАЙ СМЕСИ ИЗОТОПОВ

© 2023 г. А. Б. Кукушкин^{a, b}, В. С. Неверов^a, Р. И. Хуснутдинов^{a, b, *}

^a НИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия

^b НИЯУ МИФИ, Москва, Россия

*e-mail: Khusnutdinov_RI@nrcki.ru

Поступила в редакцию 30.09.2022 г.

После доработки 31.10.2022 г.

Принята к публикации 01.11.2022 г.

Создан симулятор кинетики рециклинга изотопов водорода в плазме для H-альфа диагностики топливного соотношения в токамаке-реакторе. Симулятор является обобщением на случай смеси изотопов метода, являющегося модификацией для водорода известного метода SXB для определения плотности потока примеси с первой стенки вакуумной камеры в плазму по измерению интенсивности спектральной линии атома или иона, интегральной по длине волны в пределах ширины линии. Симулятор позволяет в режиме реального времени (например, за время 100 мс по требованиям контроля параметров изотопов водорода в демонстрационном токамаке-реакторе ИТЭР) определять параметры топливного соотношения для смеси изотопов водорода дейтерия и трития. Разработанный подход позволяет определять плотность потока изотопов водорода с первой стенки в плазму по результатам спектроскопии высокого разрешения линий бальмеровской серии без использования существенных, но трудно интерпретируемых молекулярных спектров водорода. Проведенные расчеты для типичных условий пристеночной плазмы в токамаках-реакторах показали приемлемую точность восстановления плотности потока и топливного отношения в некоторой части операционного пространства работы реактора. Обсуждается место симулятора в более точной и более длительной интерпретации измерений H-альфа диагностики.

Ключевые слова: диагностика плазмы, рециклинг водорода, ИТЭР, метод SXB, спектроскопия высокого разрешения

DOI: 10.31857/S0367292122601230, EDN: NWZOTF

1. ВВЕДЕНИЕ

Приток изотопов водорода из первой стенки в плазму представляет практический интерес для управляемого ядерного синтеза в водородной плазме с произвольной смесью изотопов водорода (H, D, T). Рециклинг водорода между первой стенкой и плазмой непосредственно влияет на профили параметров плазмы в периферийных областях и оказывает влияние на работу термоядерного реактора [1, 2]. Сложность кинетики рециклинга водорода между плазмой и первой стенкой, а также наличие сильного фонового излучения от рассеянного диверторного света (РДС) в основной камере [3] требуют применения спектроскопии высокого разрешения (СВР) и решения многопараметрических обратных задач для восстановления (“измерения”) требуемых параметров [3] (о роли рассеянного света см. также [4–8]). Расчет кинетики плазмы является сложной задачей, которая не может быть решена аналитически. В настоящее время наиболее точный прогноз параметров плазмы в пристеночном слое

плазмы (Scrape-off Layer (SOL), СОЛ) токамака может быть получен с помощью численного моделирования. В случае ИТЭР часто используется численный код SOLPS (B2-EIRENE) [9, 10]. Код OEDGE [11] позволяет экстраполировать параметры плазмы от края исходной численной сетки SOLPS до первой стенки. Необходимые для оптической диагностики расчеты функции распределения по скоростям (ФРС) нейтральных атомов водорода выполняются методом Монте-Карло с помощью кинетического кода EIRENE [9], который входит в состав кода SOLPS, но для получения ФРС со “спектроскопической” точностью требует автономного запуска при заданных гидродинамических параметрах плазмы (пространственных профилях плотности, температуры и др.). Все эти коды выполняют сложное численное моделирование и не могут быть использованы для восстановления параметров рециклинга водорода в так называемом режиме реального времени, при котором на небольшом интервале времени (в демонстрационном токамаке-реакторе

ИТЭР для измерений параметров изотопов водорода оно составляет 100 мс), происходит сбор первичной информации и ее интерпретация с выдчей результатов, необходимых для контроля работы установки.

Первым шагом в сторону ускорения обработки результатов измерений оптической диагностики топливного соотношения стало создание полуаналитической баллистической модели (БМ) [12–15]. Эта модель была создана для намного более быстрого (по сравнению с кодом EIRENE) расчета проникновения молекул и нейтральных атомов водорода в плазму. В этой модели имеются два первичных источника атомов изотопов водорода, локализованных на первой стенке. Молекулы с температурой стенки поступают в плазму, их диссоциация создает объемный источник атомов, после чего происходит последовательная генерация все более быстрых атомов, образующихся при перезарядке атомов на ионах плазмы. Другим источником атомов является отражение ионов от стенки с их одновременной рекомбинацией. Используя в качестве входных данных профили плотности и температуры ионов и электронов в СОЛ, а также температуру стенок, баллистическая модель позволяет получить в приближении плоского слоя, применимом к СОЛ в большей части основной камеры, ФРС нейтральных атомов и молекул. Эти ФРС представляют собой одномерные распределения по пространственной координате и одномерные распределения по проекции скорости на направление, перпендикулярное к стенке. Такие ФРС позволяют рассчитать плотность потока молекул и атомов со стенки в плазму. Баллистическая модель имеет следующие свободные параметры, относящиеся к указанным выше первичным источникам атомов изотопов водорода:

- плотность и температура нейтральных молекул на стенке (температура молекул на стенке может быть принята равной известной температуре стенки),
- плотности и эффективные температуры (точнее, средние значения энергии немаксвелловских фракций в полной ФРС) для групп атомов, образованных в результате прямого преобразования потока ионов из плазмы на стенку в поток нейтральных атомов в плазму при отражении ионов от стенки с мгновенной рекомбинацией, т.е. без захвата ионов в стенке и последующего образования молекул на стенке.

Нахождение этих параметров по экспериментальным данным требует решения обратной задачи путем наилучшей подгонки экспериментально измеренных спектров высокого разрешения водородных линий, например, линии бальмер-альфа. Необходимое теоретическое предсказание спектральной интенсивности линий изотопов во-

дороды можно рассчитать, используя следующие данные:

- ФРС нейтральных атомов, рассчитанную по баллистической модели,
- пространственные профили электронной плотности и температуры, взятые из экспериментальных данных или предсказательного моделирования,
- удельную (т. е. на один атом) излучательную способность атомов (так называемые коэффициенты эмиссии фотонов (ПЕС)), взятую, например, из базы данных ADAS [16].

Баллистическая модель позволяет рассчитать с удовлетворительной точностью необходимые параметры в тысячи раз быстрее, чем код EIRENE. Однако БМ нельзя использовать в реальном времени, что предполагает получение значений требуемых параметров в течение временного интервала <100 мс, представляющего интерес для служб управления работой ИТЭР.

Баллистическая модель подсказала способ параметризации асимметричного контура линии бальмер-альфа (но также и любых других спектральных линий изотопов водорода, для которых можно пренебречь штарковским уширением) [17]. Эта параметризация содержит больше свободных параметров, чем баллистическая модель, однако не требует знания профилей плазмы в СОЛ. Подгонка экспериментального спектра параметризованным контуром линии позволяет восстанавливать такие параметры, как эффективные температуры различных групп атомов водорода [18], вклады СОЛ на стороне сильного и слабого поля в полный сигнал [4], изотопное отношение [19]. Однако именно из-за отсутствия привязки параметров этой модели контура линии к плотности и температуре электронов, ее, в отличие от баллистической модели, невозможно использовать для определения плотности потока атомов и молекул изотопов водорода со стенки в плазму. В дальнейшем параметризация [17] была встроена в более общую модель контуров спектральных линий водорода, учитывающую также штарковское уширение линии [20], что дало возможность восстанавливать также и плотность электронов, но только в диверторной плазме, где штарковское уширение играет существенную роль.

Для расчета плотности потока атомов и молекул со стенки в плазму в реальном времени, используя только данные спектроскопии и данные профилей плотности и температуры, можно применить методы, восходящие к методу SXB [21, 22] для атомов примеси в плазме токамаков (название метода сформировано из типичных обозначений элементарных радиационно-столкновительных процессов, указанных ниже, и стало именем собственным). Метод SXB был предло-

жен для диагностики притока примесей и основан на приблизительной связи между плотностью потока атомов (или ионов) со стенки в плазму и спектральной интенсивностью излучения атомной линии, собранного в детекторе на хорде наблюдения, направленной на соответствующую область на стенке. Хотя для водорода метод SXB напрямую не применим (о чем будет подробно рассказано ниже), им иногда пользуются для грубых оценок (во всяком случае, формальный расчет так называемых SXB-коэффициентов для типичных условий в ИТЭР можно найти в [23]). Применение идеи метода SXB к случаю молекул называется методом DXB, описание которого для случая водорода можно найти, например, в разделе 3.3 в [24] (название метода сформировано аналогично таковому для SXB, с заменой обозначения скорости ионизации на скорость диссоциации и тоже стало именем собственным). Комбинированный подход SXB+DXB позволил бы оценить поток атомов и молекул водорода в плазму со стенки токамака, однако для этого потребовались бы спектры излучения молекул, которые, однако, не будут использоваться для диагностики работы реактора ИТЭР из-за известных трудностей интерпретации этих спектров. Поэтому в [25] был предложен модифицированный метод SXB для использования вместо подхода SXB+DXB. Модифицированный метод SXB использует асимметрию формы спектральной линии излучения атомов водорода.

В данной работе разработано обобщение модифицированного метода SXB [25] на случай смеси изотопов дейтерия (D) и трития (T). Такая смесь содержит пять типов нейтралов, включая атомы (D, T) и разные типы молекул (D₂, DT, T₂), поэтому в отличие от [25] требуется построение более сложной модели: для однозначного нахождения всех потоков необходимо пять уравнений (а не два), использующих результаты измерения интенсивности линий с высоким спектральным разрешением.

2. КИНЕТИКА РЕЦИКЛИНГА ВОДОРОДА В ПРИБЛИЖЕНИИ ПЛОСКОГО СЛОЯ

Рассмотрим задачу полуаналитического описания ФРС атомов в пристеночной плазме в основной камере токамака. Толщина слоя плазмы с ненулевой, диагностически обнаруживаемой плотностью атомов (к этому слою относится область СОЛ и тонкий слой внутри сепаратрисы, см., например, моделирование кодом SOLPS в [26]) мала по сравнению с характерной длиной неоднородности вдоль направлений, параллельных первой стенке. Поэтому можно использовать приближение плоского слоя и предположить, что ФРС атомов водорода зависит от скорости и только одной пространственной координаты в

пристеночной плазме – расстояния от первой стенки.

Предполагая, что ось x направлена в плазму перпендикулярно поверхности первой стенки, в приближении плоского слоя можно записать кинетическое уравнение для нейтральных атомов изотопов водорода:

$$v_x \frac{\partial f^{(a)}(\mathbf{v}, x)}{\partial x} = q^{(a)}(\mathbf{v}, x) + n_i^{(a)}(x) F_M^{(a+)}(\mathbf{v}, T_i(x)) \times \\ \times \sum_{b=D,T} \int d\mathbf{v}' \sigma_{cx}(|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|) |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| f^{(b)}(\mathbf{v}', x) - \\ - f^{(a)}(\mathbf{v}, x) n_e(x) \int d\mathbf{v}_e \sigma_{ai}(|\mathbf{v}_e|) |\mathbf{v}_e| F_M^{(e)}(\mathbf{v}_e, T_e(x)) - \\ - f^{(a)}(\mathbf{v}, x) \sum_{b=H,D,T} n_i^{(b)}(x) \int d\mathbf{v}_i \sigma_{cx}(|\mathbf{v}_i - \mathbf{v}|) \times \\ \times |\mathbf{v}_i - \mathbf{v}| F_M^{(b+)}(\mathbf{v}_i, T_i(x)), \quad (1)$$

Здесь $f^{(a)}(\mathbf{v}, x)$ – ФРС атомов a -го изотопа водорода ($a = H, D, T$) по проекции скорости на ось x . Другие функции в (1) обозначают следующие величины:

$$n^{(a)}(x) = \int f^{(a)}(\mathbf{v}, x) d\mathbf{v}$$

– плотность атомов a -го изотопа водорода; $q^{(a)}(\mathbf{v}, x)$ – объемный источник атомов вследствие диссоциации молекул и молекулярных ионов; $n_e(x)$ – плотность электронов; σ_{ai} – сечение ионизации; $n_i^{(a)}(x)$ и $T_i(x)$ – плотность ионов a -го изотопа водорода и температура ионов; σ_{cx} – сечение перезарядки атома водорода на ионе водорода, $F_M^{(a)}(\mathbf{v}, x)$ – максвелловская ФРС ионов a -го изотопа водорода, нормированная на единицу при интегрировании по скорости.

В уравнении (1) мы пренебрегли рекомбинацией ионов и тепловыми столкновениями атомов с ионами и атомами, так как плотность плазмы в СОЛ в основной камере мала (например, по сравнению с плотностью плазмы в диверторе, где упомянутые процессы, как известно, вносят существенный вклад в кинетику атомов и ионов). Также не учитывается перезарядка атомов изотопов водорода на примесных ионах. Предполагается, что нейтральные частицы движутся намного медленнее, чем электроны, поэтому все скоростные коэффициенты реакций с электронами получаются путем усреднения по скорости электронов. В (1) подразумевается, что ионы разных изотопов водорода имеют одинаковую температуру.

Величина $q^{(a)}(\mathbf{v}, x)$ описывает объемный источник атомов вследствие трех процессов: диссо-

циации молекул с ионизацией и без нее, а также диссоциации молекулярных ионов:

$$\begin{aligned}
 q^{(a)}(\mathbf{v}, x) &= n_e(x) \langle \sigma_d v_e \rangle(x) \times \\
 &\times \sum_{b=D,T} (1 + \delta^{(ab)}) \int d\mathbf{v}' f^{(ab)}(\mathbf{v}', x) \times \\
 &\times F_M^{(a)}(\mathbf{v} - \mathbf{v}', T_d^{(ab)}) + n_e(x) \langle \sigma_{di} v_e \rangle(x) \times \\
 &\times \sum_{b=D,T} \int d\mathbf{v}' f^{(ab)}(\mathbf{v}', x) F_M^{(a)}(\mathbf{v} - \mathbf{v}', T_{di}^{(ab)}) + \\
 &+ n_e(x) \langle \sigma_{id} v_e \rangle(x) \sum_{b=D,T} \int d\mathbf{v}' f^{(ab^+)}(\mathbf{v}', x) \times \\
 &\times F_M^{(a)}(\mathbf{v} - \mathbf{v}', T_{id}^{(ab)}), \quad (2)
 \end{aligned}$$

где $f^{(ab)}(\mathbf{v}, x)$ и $n^{(ab)}(x)$ – ФРС и плотность молекул, состоящих из атомов a -го и b -го изотопа водорода; $f^{(ab^+)}(\mathbf{v}, x)$ – ФРС молекулярных ионов, состоящих из атома a -го и иона b -го изотопа; $\delta^{(ab)}$ – дельта-символ Кронекера, введенный для учета молекул, состоящих из одинаковых атомов изотопа водорода, σ_d , σ_{di} , σ_{id} – сечения диссоциации молекулы, диссоциации молекулы с ее одновременной ионизацией и диссоциации молекулярного иона, соответственно, при столкновениях молекул с электронами; $\langle \sigma_p v_e \rangle(x)$ – скоростной коэффициент p -го процесса из числа трех указанных выше.

Распределение источника нейтральных атомов по скоростям $q^{(a)}(\mathbf{v}, x)$ можно вычислить, зная ФРС молекулярной компоненты, которую можно рассчитать, решив кинетическое уравнение для молекул

$$\begin{aligned}
 v_x \frac{\partial f^{(ab)}(\mathbf{v}, x)}{\partial x} &= -f^{(ab)}(\mathbf{v}, x) n_e(x) \times \\
 &\times (\langle \sigma_{mi} v_e \rangle(x) + \langle \sigma_d v_e \rangle(x) + \langle \sigma_{di} v_e \rangle(x)), \quad (3)
 \end{aligned}$$

где $f^{(ab)}(\mathbf{v}, x)$ – функция распределения молекул водорода, состоящих из a -го и b -го изотопов, по координате, ортогональной первой стенке, и по скорости; $\langle \sigma_{mi} v_e \rangle(x)$, $\langle \sigma_d v_e \rangle(x)$, $\langle \sigma_{di} v_e \rangle(x)$ – скорости ионизации, диссоциации, диссоциации с ионизацией молекул, соответственно. Как и в (1), в (3) мы пренебрегли тепловыми соударениями молекул с ионами и атомами.

3. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МЕТОДА SXB ДЛЯ СМЕСИ ИЗОТОПОВ

Далее будем рассматривать случай наличия только двух изотопов водорода, D и T. Проинтегрировав (1)–(3) по скоростям, координате вдоль

хорды наблюдения, а также просуммировав по изотопам, получим

$$\begin{aligned}
 \sum_{a=D,T} j_x^{(a)}(0) + \sum_{a=D,T} \int q^{(a)}(x) dx &= \\
 = \sum_{a=D,T} \int n^{(a)}(x) n_e(x) dx \int d\mathbf{v}_e \sigma_{ai}(|\mathbf{v}_e|) |\mathbf{v}_e| F_M^{(e)}(\mathbf{v}_e, T_e(x)). \quad (4)
 \end{aligned}$$

Выражение в правой части можно выразить через коэффициенты SXB и полную интенсивность излучения в линии H_α для всех изотопов, как это показано в [25],

$$\sum_{a=D,T} j_x^{(a)}(0) + \sum_{a=D,T} \int q^{(a)}(x) dx = 4\pi \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle I_{32}, \quad (5)$$

где I_{32} – полная (т. е. интегральная по длине волны в пределах спектральной ширины этой линии) интенсивность излучения в линии бальмер-альфа, что соответствует переходу с атомного уровня с главным квантовым числом $n = 3$ на уровень с $n = 2$. Коэффициент пересчета акта ионизации атома на акт излучения фотона атомом выражается в терминах скорости ионизации S , скорости возбуждения атома X и фактора ветвления B для излучающего возбужденного состояния атома. Этот фактор для интересующей нас оптической H-альфа-диагностики является отношением вероятности спонтанного радиационного перехода в единицу времени с атомного уровня с главным квантовым числом $n = 3$ на уровень $n = 2$ к аналогичной вероятности для перехода на все более низкие уровни. Уравнение (5) справедливо при слабой зависимости фактора SXB от координаты вдоль хорды наблюдения в СОЛ (последнее, как правило, выполняется из-за близких зависимостей функций S и X от температуры электронов).

В силу малой плотности плазмы в СОЛ запираение излучения в линии лайман-альфа (переход с уровня $n = 2$ на уровень с $n = 1$) и, тем более, линии бальмер-альфа, пренебрежимо мало, поэтому в формуле (5) влияние этих эффектов на населенность уровня $n = 3$ учитывать не нужно (о записании излучения в линии лайман-альфа в диверторе токамака см., например, [27] для ИТЭР и [28] для DIII-D).

Выражение (2) для источника атомов с учетом связи скоростей ионизации и диссоциации с ионизацией молекул в стационарном состоянии

$$\langle \sigma_{id} v_e \rangle(x) n^{(ab^+)}(x) = \langle \sigma_{mi} v_e \rangle(x) n^{(ab)}(x) \quad (6)$$

примет вид

$$\begin{aligned}
 \sum_{a=D,T} \int q^{(a)}(x) dx &= \\
 = \sum_{a,b=D,T} \int dx (n_e(x) \langle \sigma_d v_e \rangle(x) (1 + \delta^{(ab)}) n^{(ab)}(x) + \\
 + n_e(x) \langle \sigma_{di} v_e \rangle(x) n^{(ab)}(x) + n_e(x) \langle \sigma_{mi} v_e \rangle(x) n^{(ab)}(x)). \quad (7)
 \end{aligned}$$

Тогда уравнение (3) примет вид

$$\sum_{a,b=D,T} j_x^{(ab)}(0) = \sum_{a,b=D,T} \int n^{(ab)}(x) n_e(x) \times \left(\langle \sigma_{mi} v_e \rangle(x) + \langle \sigma_d v_e \rangle(x) + \langle \sigma_{di} v_e \rangle(x) \right) dx. \quad (8)$$

Таким образом получим следующее соотношение между суммарной мощностью объемного

источника атомов и плотностью потока атомов со стенки в плазме:

$$\sum_{a=D,T} \int q^{(a)}(x) dx = \alpha \sum_{a,b=D,T} j_x^{(ab)}(0), \quad (9)$$

где

$$\alpha = \frac{\sum_{a,b=D,T} \int n^{(ab)}(x) n_e(x) \left[(1 + \delta^{(ab)}) \langle \sigma_d v_e \rangle(x) + \langle \sigma_{mi} v_e \rangle(x) + \langle \sigma_{di} v_e \rangle(x) \right] dx}{\sum_{a,b=D,T} \int n^{(ab)}(x) n_e(x) \left[\langle \sigma_d v_e \rangle(x) + \langle \sigma_{mi} v_e \rangle(x) + \langle \sigma_{di} v_e \rangle(x) \right] dx}. \quad (10)$$

Вообще говоря, величина α является функционалом пространственных профилей плотности молекул, плотности и температуры электронов. Однако эти функции практически симметрично входят как в числитель, так и в знаменатель. Поэтому мы предполагаем, что данная величина слабо меняется при изменении параметров пристеночной плазмы.

В итоге получаем следующее уравнение, связывающее полную интенсивность излучения изотопов атомов водорода в линии бальмер-альфа с плотностями потоков атомов и молекул со стенки:

$$j_x^{(D)}(0) + j_x^{(T)}(0) + \alpha j_x^{(DD)}(0) + \alpha j_x^{(DT)}(0) + \alpha j_x^{(TT)}(0) = 4\pi \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle I_{32}. \quad (11)$$

Данное уравнение содержит 5 неизвестных, для нахождения которых необходимо получить еще 4 уравнения.

4. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА SXB

Запишем формулу для расчета спектрального контура линии с учетом уширения линии только эффектом Доплера (в пристеночной плазме штарковским уширением можно пренебречь в силу относительно малой, по сравнению с дивертором, плотностью плазмы)

$$I(\omega) = \sum_{a=D,T} \frac{1}{\omega^{(a)}} \int dx Q^{(1)}(x) \int d\mathbf{v} f^{(a)}(\mathbf{v}, x) \times \delta \left(\frac{\omega - \omega^{(a)}}{\omega^{(a)}} - \frac{v_x}{c} \right). \quad (12)$$

Здесь $\omega^{(a)}$ – частота излучения линии бальмер-альфа a -го изотопа, $Q^{(1)}(x)$ – мощность, излучаемая одним атомом в этой спектральной линии. Домножив левую и правую части на $(\omega - \omega^{(a)})/\omega^{(a)}$

и проинтегрировав по ω , получим следующее уравнение:

$$\int I(\omega) \frac{\omega - \omega^{(a)}}{\omega^{(a)}} d\omega = \sum_{b=D,T} \int dx Q^{(1)}(x) \frac{j_x^{(b)}(x)}{c} + \sum_{b=D,T} (1 - \delta^{(ab)}) \frac{\omega^{(b)} - \omega^{(a)}}{\omega^{(a)}} \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle^{-1} \times \left(j_x^{(b)}(0) + \alpha j_x^{(bb)}(0) + \frac{1}{2} \alpha j_x^{(ab)}(0) \right). \quad (13)$$

Далее снова используем формулу (12). Однако в этот раз домножим левую и правую части на $(\omega - \omega^{(a)})/\omega^{(a)}$ и проинтегрировав по ω , получим следующее уравнение:

$$\int I(\omega) \left(\frac{\omega - \omega^{(a)}}{\omega^{(a)}} \right)^2 d\omega = \sum_{b=D,T} \int dx Q^{(1)}(x) \frac{2 \langle E_{kin}^{(b)} \rangle(x)}{m^{(b)} c^2} + \sum_{b=D,T} (1 - \delta^{(ab)}) \frac{2(\omega^{(b)} - \omega^{(a)})}{\omega^{(b)}} \int dx Q^{(1)}(x) \frac{j_x^{(b)}(x)}{c} + \sum_{b=D,T} (1 - \delta^{(ab)}) \left(\frac{\omega^{(b)} - \omega^{(a)}}{\omega^{(b)}} \right)^2 \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle^{-1} \times \left(j_x^{(b)}(0) + \alpha j_x^{(bb)}(0) + \frac{1}{2} \alpha j_x^{(ab)}(0) \right), \quad (14)$$

где $\langle E_{kin}^{(b)} \rangle(x)$ – пространственный профиль средней (по скоростям) кинетической энергии атомов изотопа b .

Отметим, что уравнение (13) зависит от асимметрии контура спектральной линии, а уравнение (14) зависит также и от средней кинетической энергии атомов, которая не входит в (13). Поэтому соотношения (13) и (14) являются независимыми, а полученная система уравнений заведомо не является переопределенной.

Полученное уравнение (14) не работает при наличии эффекта Зеемана, поэтому для решения

обратной задачи необходимо выделить (отфильтровать) π -компоненту зеемановского триплета (предполагается сбор излучения при наблюдении поперек магнитному полю).

5. РЕШЕНИЕ ПОЛНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА SXV ДЛЯ СМЕСИ ИЗОТОПОВ ВОДОРОДА

Полученную систему из пяти уравнений, включая (11) и уравнения (13) и (14) для каждого из двух изотопов водорода, будем решать с помощью следующего выражения профилей моментов (т. е. сверток по скоростям) ФРС через искомые параметры задачи:

$$j_x^{(a)}(x) = j_{wall_rec}^{(a)}(0)f_a^{(a)}(x) + \sum_{b=D,T} j_x^{(ab)}(0)f_a^{(ab)}(x), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \langle E_{kin}^{(a)} \rangle(x) &= \\ &= j_{wall_rec}^{(a)}(0)f_{E_a}^{(a)}(x) + \sum_{b=D,T} j_x^{(ab)}(0)f_{E_a}^{(ab)}(x), \end{aligned} \quad (16)$$

где $j_{wall_rec}^{(a)}(0)$ – плотность потока таких атомов изотопа сорта a вблизи стенки, которые образованы при отражении ионов от стенки с мгновенной рекомбинацией ионов, а функции $f(x)$ являются функциями Грина задачи распространения в плазме атома изотопа водорода для соответствующего первичного источника рождения атома на стенке: либо вследствие ухода молекулы со стенки, либо путем указанной выше мгновенной рекомбинации иона в атом при его отражении от стенки. Эти функции позволяют найти искомые значения плотности потока частиц или средней энергии при единичном первичном источнике. Здесь предполагается, что функции Грина $f(x)$ могут быть рассчитаны с помощью баллистической модели при известных (по измерениям) профилях гидродинамических параметрах плазмы (температуры и плотности ионов и электронов) в пристеночном слое.

Система уравнений (11), (13)–(16) является плохо обусловленной, поэтому вместо данной системы решается задача минимизации

$$\| \mathbf{Ax} - \mathbf{b} \| \xrightarrow{x} 0, \quad (17)$$

где искомый вектор \mathbf{x} – столбец, содержащий плотности потоков атомов и молекул со стенки:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} j_x^{(D)}(0) \\ j_x^{(T)}(0) \\ j_x^{(DD)}(0) \\ j_x^{(DT)}(0) \\ j_x^{(TT)}(0) \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Данная задача решается с помощью регуляризации Тихонова при наложении дополнительного условия в виде равенства искомых потоков по порядку величины. Такое условие подсказано анализом имеющихся результатов численных расчетов кинетики рециклинга водорода кодом EIRENE. По этой причине матрица \mathbf{A} содержит не только уравнения (11), (13)–(16), но и матрицу Тихонова

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_T \end{pmatrix}, \quad (19)$$

где

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} \beta_D & \beta_T & \gamma_{DD} & \gamma_{DT} & \gamma_{TT} \\ \phi_D^{(D)} & \phi_D^{(T)} & \psi_D^{(DD)} & \psi_D^{(DT)} & \psi_D^{(TT)} \\ \phi_T^{(D)} & \phi_T^{(T)} & \psi_T^{(DD)} & \psi_T^{(DT)} & \psi_T^{(TT)} \\ \mu_D^{(D)} & \mu_D^{(T)} & \nu_D^{(DD)} & \nu_D^{(DT)} & \nu_D^{(TT)} \\ \mu_T^{(D)} & \mu_T^{(T)} & \nu_T^{(DD)} & \nu_T^{(DT)} & \nu_T^{(TT)} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

элементами которой являются следующие выражения:

$$\begin{aligned} \beta_a &= f_a^{(a)}(0), \\ \gamma_{ab} &= f_a^{(ab)}(0) + (1 - \delta^{(ab)})f_b^{(ab)}(0) + \alpha, \\ \phi_a^{(b)} &= \int dx Q^{(1)}(x) \frac{f_b^{(b)}(x)}{c} + \\ &+ (1 - \delta^{(ab)}) \frac{\omega^{(b)} - \omega^{(a)}}{\omega^{(a)}} \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle^{-1} f_b^{(b)}(0), \\ \psi_a^{(bd)} &= \int dx Q^{(1)}(x) \frac{f_b^{(bd)}(x) + (1 - \delta^{(bd)})f_d^{(bd)}(x)}{c} + \\ &+ \sum_{g=b,d} (1 - \delta^{(ag)}) \frac{\omega^{(g)} - \omega^{(a)}}{\omega^{(a)}} \times \\ &\times \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle^{-1} \left(f_g^{(bd)}(0) + \frac{1 + \delta^{(bd)}}{2} \alpha \right), \\ \mu_a^{(b)} &= \int dx Q^{(1)}(x) \frac{2f_{E_b}^{(b)}(x)}{m^{(b)}c^2} + \\ &+ (1 - \delta^{(ab)}) \frac{2(\omega^{(b)} - \omega^{(a)})}{\omega^{(b)}} \int dx Q^{(1)}(x) \frac{f_b^{(b)}(x)}{c} + \\ &+ (1 - \delta^{(ab)}) \left(\frac{\omega^{(b)} - \omega^{(a)}}{\omega^{(g)}} \right)^2 \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle^{-1} f_b^{(b)}(0), \\ \nu_a^{(bd)} &= \int dx Q^{(1)}(x) \frac{2f_{E_b}^{(bd)}(x)}{m^{(b)}c^2} + \\ &+ (1 - \delta^{(bd)}) \int dx Q^{(1)}(x) \frac{2f_{E_d}^{(bd)}(x)}{m^{(d)}c^2} + \\ &+ (1 - \delta^{(ab)}) \frac{2(\omega^{(b)} - \omega^{(a)})}{\omega^{(b)}} \times \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \times \int dx Q^{(1)}(x) \frac{f_b^{(bd)}(x) + (1 - \delta^{(bd)}) f_d^{(bd)}(x)}{c} + \\ & + \sum_{g=b,d} (1 - \delta^{(ag)}) \left(\frac{\omega^{(g)} - \omega^{(a)}}{\omega^{(g)}} \right)^2 \times \\ & \times \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle^{-1} \left(f_g^{(bd)}(0) + \frac{1 + \delta^{(bd)}}{2} \alpha \right), \end{aligned}$$

а матрица Тихонова имеет следующий вид:

$$A_T = \eta \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где η – параметр регуляризации. Вектор \mathbf{b} , в свою очередь, будет иметь вид

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где $\mathbf{0}$ – нулевой вектор, совпадающий по длине с числом строк матрицы Тихонова, а \mathbf{b}_0

$$\mathbf{b}_0 = \begin{pmatrix} 4\pi \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle I_{32} \\ \int I(\omega) \frac{\omega - \omega^{(D)}}{\omega^{(D)}} d\omega \\ \int I(\omega) \frac{\omega - \omega^{(T)}}{\omega^{(T)}} d\omega \\ \int I(\omega) \left(\frac{\omega - \omega^{(D)}}{\omega^{(D)}} \right)^2 d\omega \\ \int I(\omega) \left(\frac{\omega - \omega^{(T)}}{\omega^{(T)}} \right)^2 d\omega \end{pmatrix}. \quad (24)$$

При проведении расчетов строки матрицы A_0 и соответствующие им элементы вектора \mathbf{b}_0 нормируются на значение первого элемента каждой строки. Это необходимо для того, чтобы все строки данной матрицы имели одинаковый вес в обратной задаче.

Полученная задача (17) была решена для диагностики потоков со стенки на стороне сильного магнитного поля в случае сценариев работы дивертора с низкой и высокой плотностью плазмы в СОЛ (рис. 1). Для каждого сценария были взяты три случая с различными изотопными отношениями для атомов/ионов и молекул (см. табл. 1). Суммарные плотности ионов, а также суммарные плотности атомов и молекул не изменялись при расчете синтетических спектральных контуров линий для данных случаев, а изменялось лишь изотопное отношение для этих величин.

Рассмотрим решение задачи синтетической диагностики, представленное на рис. 2–13. Для сценариев 1–6 из табл. 1 с помощью баллистиче-

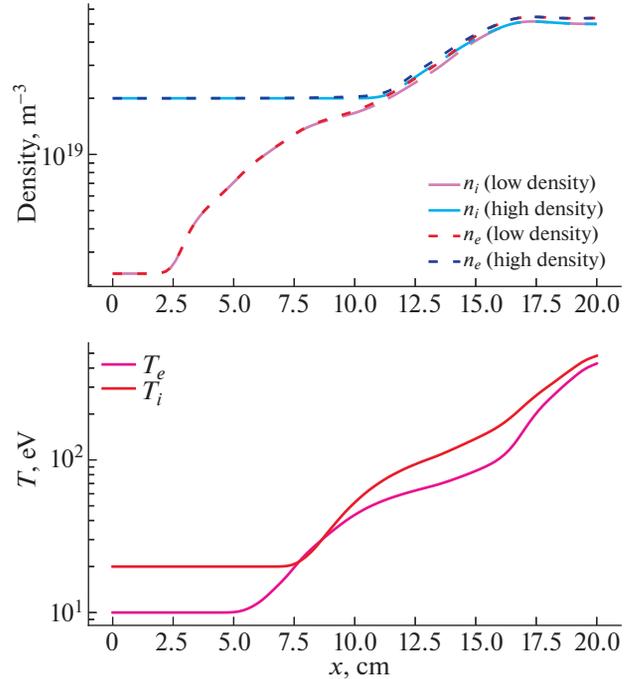


Рис. 1. Плотности и температуры электронов и ионов в СОЛ на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценариях моделирования с низкой и высокой плотностью плазмы в дальнем СОЛ. Профили температуры ионов и электронов одинаковы в обоих сценариях.

ской модели VM1D1V [15], используя в качестве входных данных профили плотности и температуры ионов и электронов (рис. 1), а также ФРС атомов и молекул вблизи стенки, были рассчитаны ФРС нейтральных атомов, с использованием которых были получены спектральные контуры линии (рис. 2, 4, 6, 8, 10, 12). Вертикальные штриховые линии на рисунках отвечают центрам линий бальмер-альфа в состоянии покоя атома. На всех рисунках виден сдвиг пиков влево относительно центров линий, что говорит о существенной асимметрии спектрального контура линии. Эти расчеты проведены для заданных граничных (на стенке) значений параметров потоков в (15). Эти значения будем называть истинными (true), а рассчитанные спектры – искусственными (так называемыми синтетическими) экспериментальными данными. Конечной целью является нахождение таких значений указанных параметров, при которых реализуется наилучшая подгонка экспериментальных данных теоретическими расчетными, и сравнение истинных и восстановленных значений для оценки точности предлагаемого метода.

Для решения обратной задачи для сценариев с низкой и высокой плотностью плазмы в СОЛ с помощью баллистической модели были рассчита-

Таблица 1. Изотопное отношение вблизи стенки в различных сценариях

Сценарий	Соотношение D: T	Соотношение D ₂ : DT: T ₂	Плотность плазмы вблизи стенки
1	1: 1	1: 2: 1	Низкая, $2.3 \times 10^{18} \text{ м}^{-3}$
2	3: 1	2: 1: 1	Низкая, $2.3 \times 10^{18} \text{ м}^{-3}$
3	1: 3	1: 1: 2	Низкая, $2.3 \times 10^{18} \text{ м}^{-3}$
4	1: 1	1: 2: 1	Высокая, $2 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$
5	3: 1	2: 1: 1	Высокая, $2 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$
6	1: 3	1: 1: 2	Высокая, $2 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$

ны функции Грина $f(x)$ из формул (15) и (16). Для этого в данных сценариях при расчете ФРС баллистической моделью отдельно включались граничные условия для атомов и молекул. При этом изотопное отношение бралось равным 1 : 1, поскольку функции Грина $f(x)$ слабо зависят от изотопного отношения (см. рис. 14 и 15). Для расчета функций Грина были рассчитаны моменты полученных ФРС, которые впоследствии были нормированы на потоки нейтральных атомов и молекул вблизи стенки.

Рассчитанные спектральные контуры линий были использованы как входные данные при решении задачи (17) с помощью метода наимень-

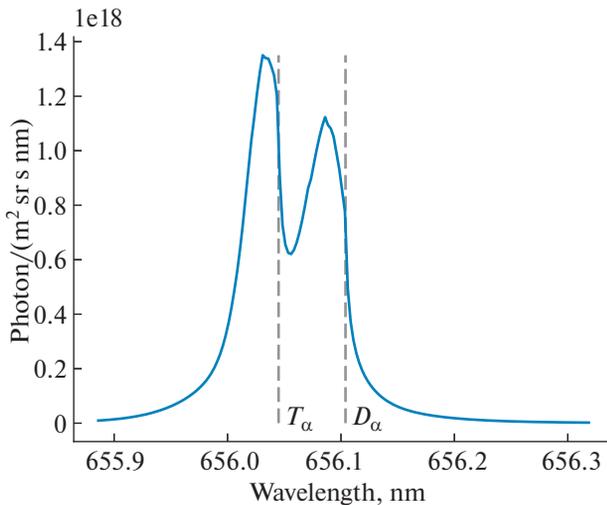


Рис. 2. Спектральный контур линии излучения атомами дейтерия и трития в линии бальмер-альфа в сценарии 1 с низкой плотностью плазмы в СОЛ на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения. Вертикальные пунктирные линии показывают длину волны линий бальмер-альфа в состоянии покоя атома. Отметим, что использование абсолютных значений спектрально-углового распределения интенсивности, измеряемого в единицах фотон/(м² ср с нм), предполагает использование калибровок измерительных аппаратуры аналогично существующей практике, см. например, интерпретацию измерений в токамаке JET в [4].

ших квадратов с неотрицательными коэффициентами (метод NNLS) для каждого сценария. Это позволило найти граничные значения параметров потоков в (15) и пространственное распределение плотностей потоков нейтральных атомов и молекул изотопов водорода со стенки в плазму. Сравнение найденных профилей потоков с результатами расчетов по баллистической модели (т. е. “истинными” профилями) для сценариев 1–6 из табл. 1 представлены на рис. 3, 5, 7, 9, 11, 13 соответственно.

Результаты на рис. 2–7 для сценариев с низкой плотностью плазмы в пристеночной плазме и разными смесями дейтерия и трития характеризуются проникновением нейтралов на значительное расстояние от первой стенки: максимум потока атомов без учета потока в составе молекул расположен в 5 см от стенки.

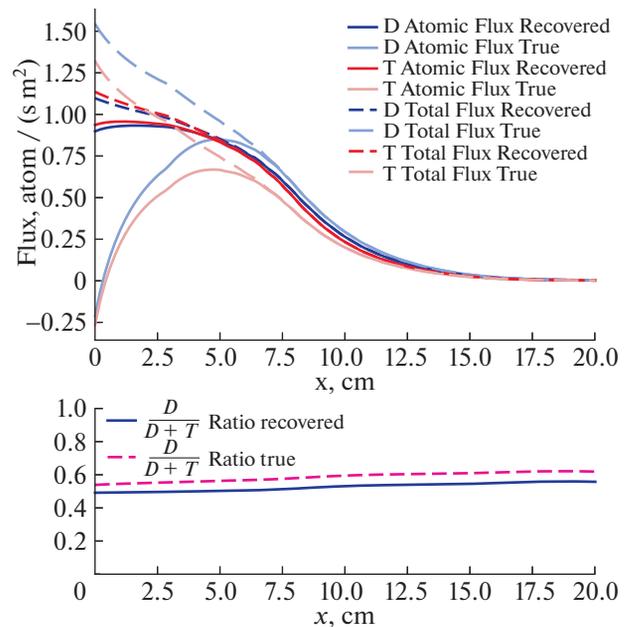


Рис. 3. Плотности потоков атомов на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценарии 1.

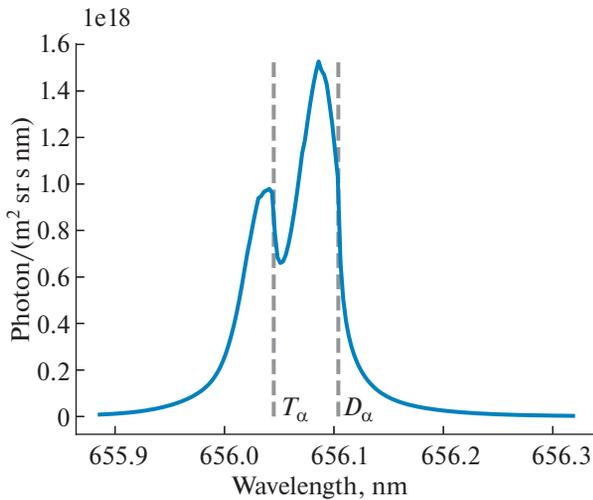


Рис. 4. Спектральный контур линии излучения атомами дейтерия и трития в линии бальмер-альфа в сценарии 2 с низкой плотностью плазмы в СОЛ на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения. Вертикальные пунктирные линии показывают длину волны линий бальмер-альфа в состоянии покоя атома.

Напротив, как видно из рис. 8–13 для сценариев с высокой плотностью плазмы в пристеночной плазме и разными смесями дейтерия и трития, проникновение нейтралов происходит на существенно меньшее расстояние от первой стенки, чем в случае низкой плотности: максимум потока атомов без учета потока в составе молекул расположен примерно в 1 см от стенки. А вот степень асимметрии контуров спектральных линий не имеет такого существенного отличия. Это можно объяснить тем, что при любой плотности в области наибольшей плотности атомов (и, соответственно, наибольшей светимости плазмы в данной спектральной линии) успевает сформироваться результирующий поток атомов от стенки с достаточно большими скоростями, такими, что образуется значительная асимметрия контуров спектральных линий.

Как видно, предложенный метод позволяет оценить потоки атомов и полные потоки (сумма всех связанных и свободных нейтральных атомов) с точностью не хуже 100%. Кроме того, метод позволяет оценить изотопное отношение, а именно отношение профилей полного потока дейтерия к полному потоку трития вдоль хорды наблюдения с точностью не хуже 100% в области немалых значений плотности потока (а именно, на длине убывания профилей потоков нейтралов на порядок величины по сравнению с максимальным значением). Указанная точность является приемлемой для оперативной оценки поступления изотопов водорода с первой стенки в плазму в ИТЭР на тех стадиях работы, на которых можно

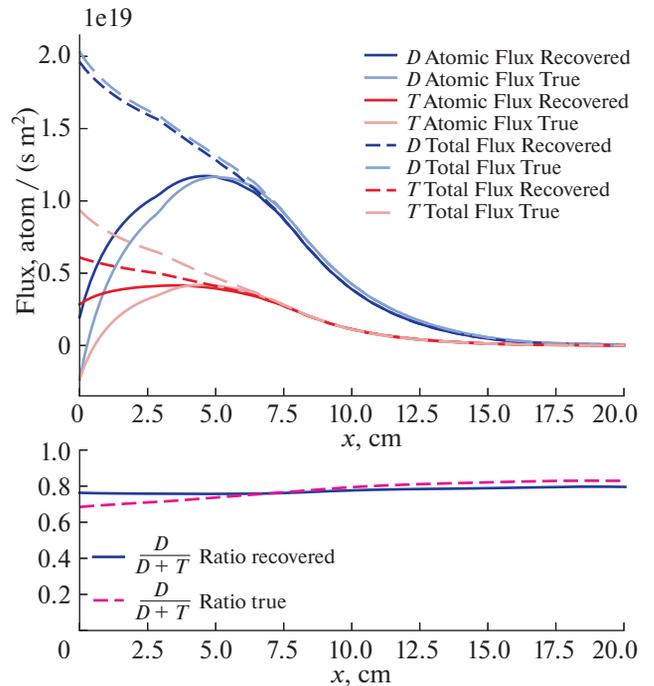


Рис. 5. Плотности потоков атомов на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценарии 2.

использовать предлагаемый экспресс-метод (измерение в режиме реального времени на лимитерной стадии разряда, когда нет сильного диверторного света). Точность восстановления плот-

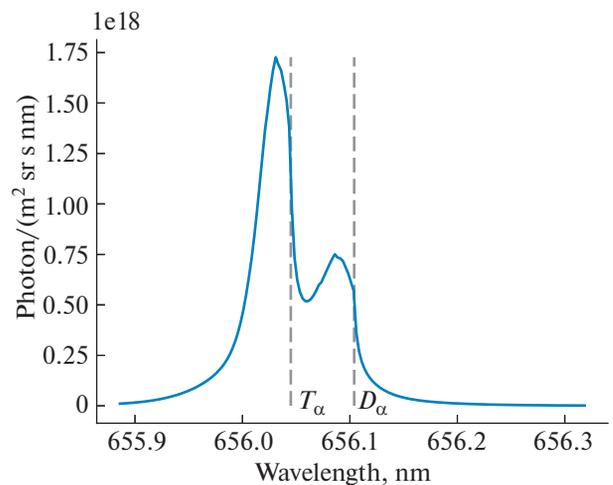


Рис. 6. Спектральный контур линии излучения атомами дейтерия и трития в линии бальмер-альфа в сценарии 3 с низкой плотностью плазмы в СОЛ на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения. Вертикальные пунктирные линии показывают длину волны линий бальмер-альфа в состоянии покоя атома.

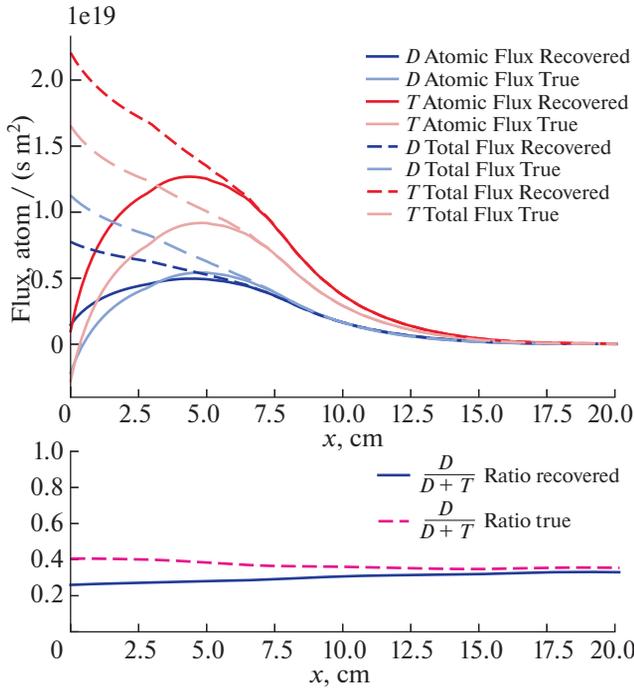


Рис. 7. Плотности потоков атомов на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценарии 3.

ности потока можно характеризовать следующим образом:

$$E = \frac{|j_{rec}(x_M) - j_{true}(x_M)|}{j_{true}(x_M)} \times 100\%, \quad (25)$$

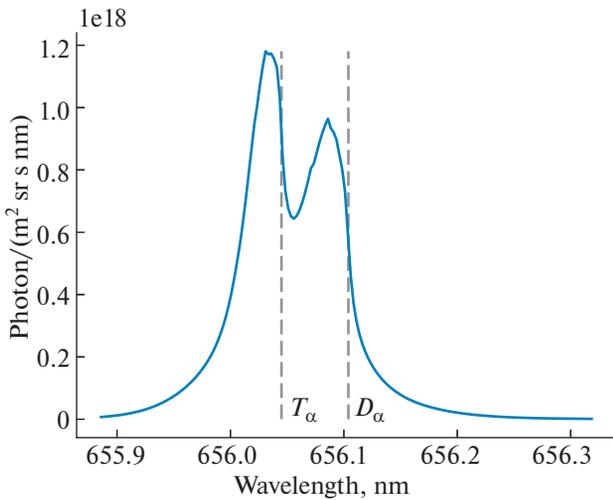


Рис. 8. Спектральный контур линии излучения атомами дейтерия и трития в линии бальмер-альфа в сценарии 4 с высокой плотностью плазмы в СОЛ на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения. Вертикальные пунктирные линии показывают длину волны линий бальмер-альфа в состоянии покоя атома.

где $j_{rec}(x)$ – пространственное распределение (профиль) плотности потока, найденное путем решения обратной задачи (17)–(24), $j_{true}(x)$ – профиль истинного потока, т. е. потока, полученного путем решения прямой задачи с помощью баллистической модели и использованного для расчета синтетических экспериментальных данных для спектральной интенсивности. Относительная погрешность (25) рассчитывалась как для потоков свободных атомов разных изотопов, так и для полных потоков атомов, включающих также и вклад потока молекул разных сортов. Расчет отношения производился в точке x_M , где плотность истинного потока имеет максимальное значение. Для полных потоков эта точка всегда расположена на стенке вакуумной камеры, а для потока свободных атомов максимум находится на некотором удалении от стенки (для сценариев с низкой плотностью плазмы в СОЛ на расстоянии 5 см от стенки, см. рис. 3, 5, 7, 9, 11 и 13). Результаты для погрешности (25) представлены на рис. 16.

6. МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД SXB В ОБЩЕЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ

Вышеизложенный метод применим при выполнении двух условий в идеализированной постановке задачи: пренебрежение вкладом отраженного света в регистрируемом сигнале и возможность учета светимости плазмы лишь на одном участке пристеночного слоя, пересекаемо-

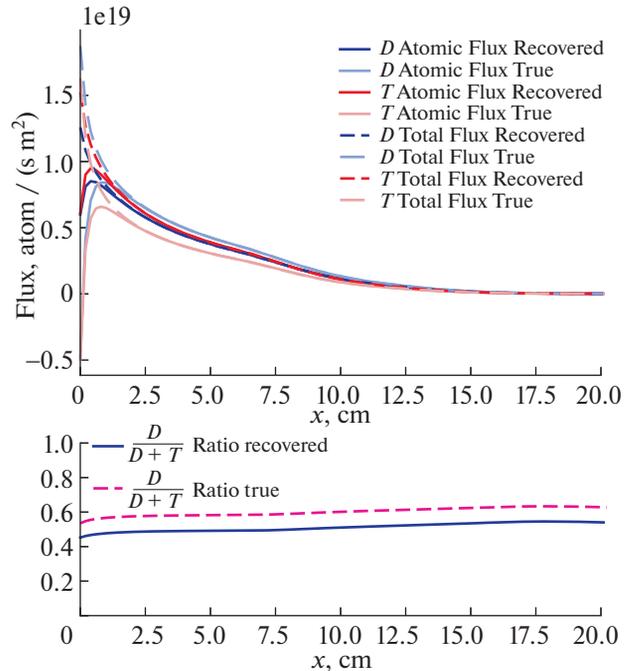


Рис. 9. Плотности потоков атомов на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценарии 4.

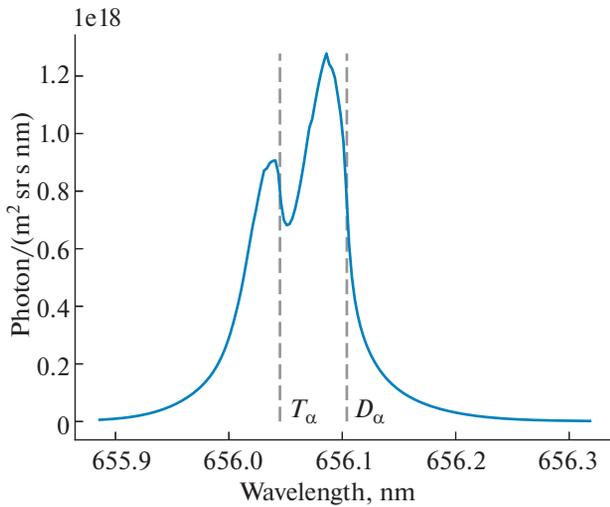


Рис. 10. Спектральный контур линии излучения атомами дейтерия и трития в линии бальмер-альфа в сценарии 5 с высокой плотностью плазмы в СОЛ на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения. Вертикальные пунктирные линии показывают длину волны линий бальмер-альфа в состоянии покоя атома.

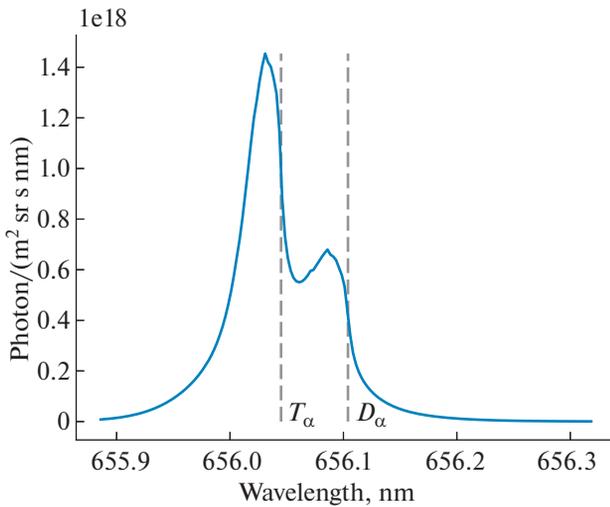


Рис. 12. Спектральный контур линии излучения атомами дейтерия и трития в линии бальмер-альфа в сценарии 4 с высокой плотностью плазмы в СОЛ на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения. Вертикальные пунктирные линии показывают длину волны линий бальмер-альфа в состоянии покоя атома.

го хордой наблюдения. Однако отдельные компоненты развиваемого нами метода могут быть встроены в общую обратную задачу интерпретации спектра высокого разрешения линий бальме-

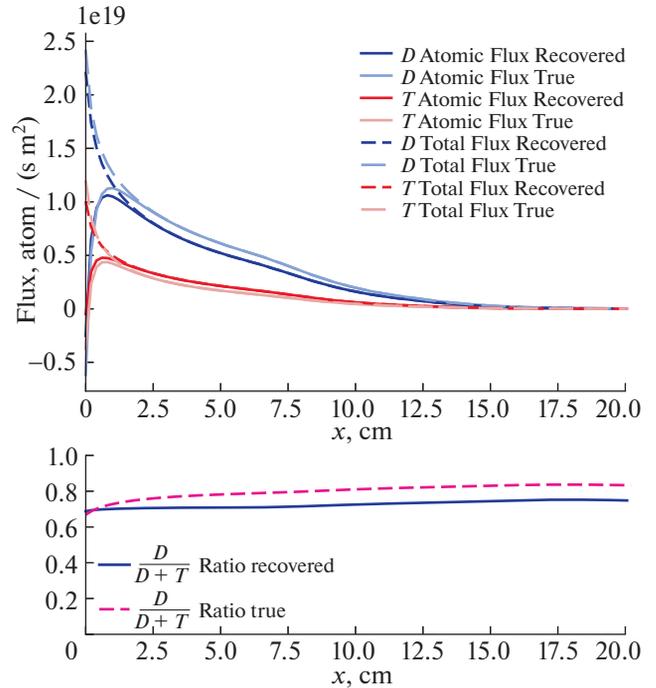


Рис. 11. Плотности потоков атомов на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценарии 5.

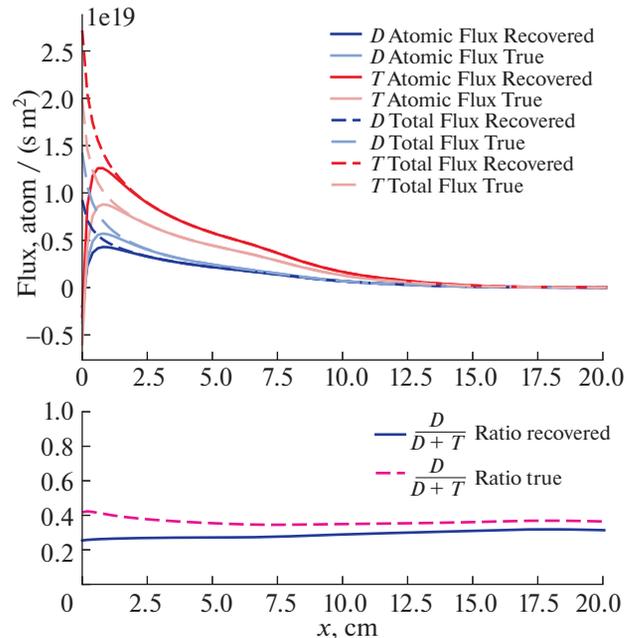


Рис. 13. Плотности потоков атомов на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценарии 6.

ровской серии в случае смеси изотопов, сформулированную в [29] (см. там формулу (14)).

Один из возможных способов борьбы с рассеянным светом из дивертора заключается в ис-

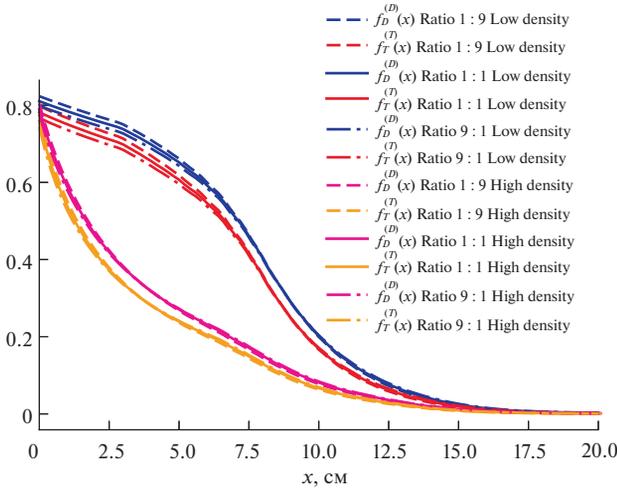


Рис. 14. Функции Грина атомов $f_a^{(a)}(x)$ в (15) на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценариях с низкой и высокой плотностью плазмы в пристеночном слое, рассчитанные при различных изотопных отношениях атомов водорода вблизи стенки.

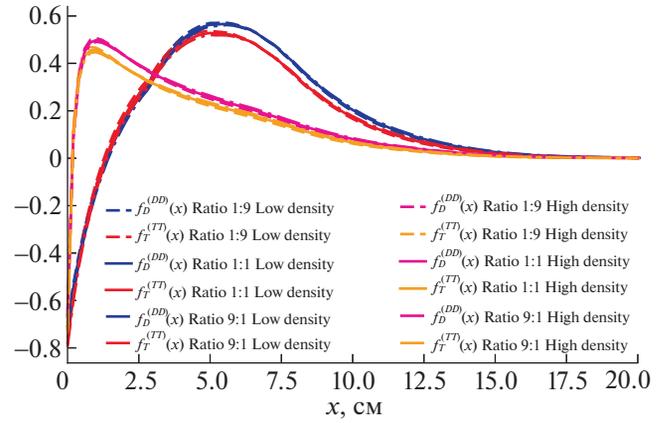


Рис. 15. Функции Грина молекул $f_a^{(ab)}(x)$ в (15) на стороне сильного поля на горизонтальной хорде наблюдения как функции расстояния от первой стенки в сценариях с низкой и высокой плотностью плазмы в пристеночном слое, рассчитанные при различных изотопных отношениях молекул водорода вблизи стенки.

пользовании так называемой дифференциальной схемы измерений, которая заключается в измерении сигнала одновременно по двум соседним хордам, нацеленным на участки первой стенки с отличающимися коэффициентами отражения. Предполагается, что сигналы на соседних хордах отличаются только вкладами рассеянного дивергентного света. Для удобства приведем здесь формулу (14) из [29], переписав ее в интегральной форме и заменив длину волны света, λ , на частоту, ω

$$\int \left(I^{(1)}(\omega) - yI^{(2)}(\omega) - (1-y)I_{theor}(\omega, \mathbf{d}_0) \right) \times d\omega \xrightarrow{\mathbf{d}_0, y} 0, \quad (26)$$

где $I^{(1)}(\omega)$ и $I^{(2)}(\omega)$ спектральные интенсивности, измеренные на двух соседних хордах наблюдения, $I_{theor}(\omega, \mathbf{d}_0)$ – теоретическая спектральная интенсивность, рассчитываемая с помощью баллистической модели, y – неизвестное отношение меньшего коэффициента отражения стенки к большему, определяемое, как и остальные неизвестные параметры, решением обратной задачи, \mathbf{d}_0 – совокупность искомого параметров задачи, а именно: плотности поступающих молекул на стенке на стороне сильного поля: $d_1^{D_2}(0)$, $d_1^{T_2}(0)$, $d_1^{DT}(0)$, плотности конверсионных атомов на стороне сильного поля, т. е. атомов, образованных в результате преобразования потока ионов из плазмы на стенку в поток нейтральных атомов при мгновенном отражении (а не при застревании иона в стенке, его термализации там и возвраще-

нии в плазму в виде молекул): $d_1^{D^+ \rightarrow D}(0)$, $d_1^{T^+ \rightarrow T}(0)$, и аналогичные величины на стороне слабого поля: $d_2^{D_2}(0)$, $d_2^{T_2}(0)$, $d_2^{DT}(0)$, $d_2^{D^+ \rightarrow D}(0)$, $d_2^{T^+ \rightarrow T}(0)$. Здесь считается, что один из свободных параметров баллистической модели, а именно эффективная температура конверсионных атомов, берется равной температуре ионов вблизи стенки.

В [29] использовалось условие равенства измеряемого и теоретического спектров

$$\int \frac{I^{(1)}(\omega) - yI^{(2)}(\omega)}{1-y} d\omega = \int I_{theor}(\omega, \mathbf{d}_0) d\omega, \quad (27)$$

с помощью которого одна из неизвестных величин, входящих в совокупность величин \mathbf{d}_0 , была выражена через остальные в явном виде. Аналогичным образом можно использовать условие типа (13), модифицированное под дифференциальную схему измерения, и обобщенное на случай, когда вклад в полезный сигнал дают оба участка пристеночного слоя. Для дифференциальной схемы измерений условие (13) примет следующий вид:

$$\int \frac{I^{(1)}(\omega) - yI^{(2)}(\omega)}{(1-y)\omega^{(a)}} (\omega - \omega^{(a)}) d\omega = \sum_{i=1,2} \sum_{b=D,T} \int dx_i Q^{(1)}(x_i) \frac{j_{x_i}^{(b)}(x_i)}{c} + \sum_{i=1,2} \sum_{b=D,T} (1 - \delta^{(ab)}) \frac{\omega^{(b)} - \omega^{(a)}}{\omega^{(a)}} \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{S}{XB} \right\rangle_i^{-1} \times \quad (28)$$

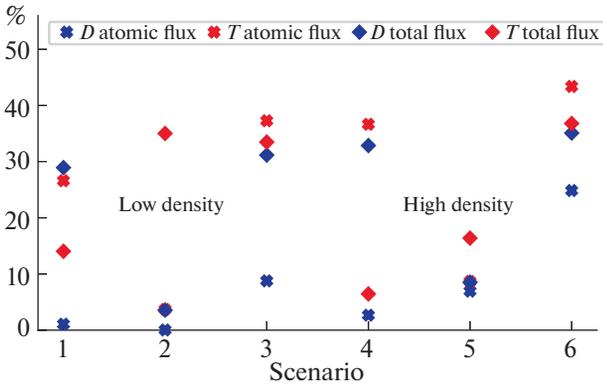


Рис. 16. Относительная погрешность восстановления плотности потока атомов изотопов водо рода в точке максимума истинного потока для сценариев 1–6. Показаны результаты расчета по формуле (25) для потоков свободных атомов разных изотопов и полных потоков атомов, включающих также и вклад потока молекул разных сортов.

$$\times \left(j_{x_i}^{(b)}(0) + \alpha_{j_{x_i}}^{(bb)}(0) + \frac{1}{2} \alpha_{j_{x_i}}^{(ab)}(0) \right)$$

где индекс i означает участки хорды наблюдения в пристеночной плазме на стороне сильного и слабого магнитного поля. Здесь ось x , как и указано выше, направлена в сторону наблюдателя, вне зависимости от участка хорды, по которому ведется интегрирование. Поэтому молекулярные потоки в точке хорды на внешней стенке (на стороне слабого поля), $j_{x_2}^{(ab)}(0)$, будут иметь отрицательные значения. Атомарные и молекулярные потоки в точке хорды на первой стенке $j_{x_i}^{(b)}(0)$ и $j_{x_i}^{(ab)}(0)$ однозначно выражаются через искомые величины \mathbf{d}_0 , так как в баллистической модели ФРС определяются известными параметрами плазмы с точностью до константы.

Условие (28) не обязательно использовать для явного выражения одной из искомым величин через другие, так как алгоритмы оптимизации позволяют искать минимум функционала (27) при соблюдении строгих равенств, например равенства вида (28).

Использовать условие типа (14) для повышения точности обратной задачи (26) не представляется возможным, так как для этого в регистрируемом спектре требуется оставить только π -компоненту зеемановского триплета, убрав боковые σ -компоненты с помощью поляризатора. Важно отметить, что зависимость величины зеемановского расщепления от силы магнитного поля используется для разделения сигналов, приходящих со стороны сильного и слабого поля. Поэтому если оставить только π -компоненту, точность ре-

шения обратной задачи резко упадет. Кроме того, в условиях ИТЭР, т. е. при наличии отражений света как от стенок камеры, так и от зеркал в оптической системе, удаление σ -компонент излучения, испущенного плазмой, может быть в принципе невозможным из-за изменения поляризации излучения при его отражениях в оптической системе.

В [29] отмечалось, что определить с помощью спектроскопических методов, образовался ли атом дейтерия или трития в результате развала моноизотопной (D_2 , T_2) или двухизотопной (DT) молекулы невозможно. Поэтому про существование смешанных молекул приходится “забыть”, положив $d_i^{DT}(0) = 0$ ($j_{x_i}^{(DT)}(0) = 0$). При этом восстанавливаемые потоки $j_{x_i}^{(aa)}(0)$ следует интерпретировать как потоки изотопа сорта a в виде молекул a_2 и ab без возможности отделить один поток от другого. Таким образом, в простом для интерпретации случае, когда в сигнале отсутствует отраженный свет из дивертора и плазма излучает только на одном участке пристеночного слоя на хорде наблюдения в основной камере, можно ограничиться решением обратной задачи (17)–(24), причем делать это в так называемом режиме реального времени, так как решение такой задачи занимает миллисекунды, что почти на два порядка величины меньше интервала времени 100 мс, требуемого для проведения измерения параметров изотопов водорода в так называемом режиме реального времени. В общем, существенно более сложном случае придется решать обратную задачу (26)–(28), сформулированную в этом разделе и требующую подгонки всего спектра, а не его моментов (различных спектральных интегралов интенсивности регистрируемого излучения). Решение этой задачи занимает секунды, поэтому оно невозможно в режиме реального времени.

7. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Рассмотренная нами проблема восстановления плотностей потоков атомов и молекул изотопов водорода в плазму с первой стенки в магнитном реакторе термоядерного синтеза, а также оценки изотопного отношения является одной из основных задач оптической диагностики в токамаках-реакторах. Проведенный анализ показал возможность использования данных спектроскопии высокого разрешения, а именно, асимметрии доплеровского спектрального контура линии излучения, испускаемого в линиях бальмер-альфа изотопов водорода, для восстановления плотностей потоков изотопов нейтральных атомов и молекул водорода от стенки в плазму при измерениях в так называемом режиме реального времени.

В настоящей работе модифицированный метод SXB [25] обобщен на случай смеси изотопов. Получена система из пяти уравнений, учитывающих полную интенсивность излучения, асимметрии спектрального контура линии и квадрата асимметрии, что позволяет восстановить пять неизвестных: плотности потоков рекомбинировавших атомов вблизи стенки (т. е. атомов, образованных при отражении от стенки ионов, выходящих из плазмы, с их немедленной рекомбинацией, без превращения образовавшихся атомов в молекулы на стенке с температурой стенки) и плотности потоков молекул со стенки. Показано, что использование этого подхода позволяет в реальном времени (т. е. в процессе работы установки за время, необходимое для использования полученных результатов для контроля работы) вычислить по порядку величины плотности потоков атомов и молекул со стенки в плазму, а также определить изотопное отношение.

Далее кратко обсудим условия применимости метода и его преимущества и недостатки.

Ожидается, что спектр рассеянного диверторного света (РДС) обладает гораздо меньшей спектральной асимметрией, чем спектр света из пристеночной плазмы, так как высокая плотность плазмы в диверторе приводит к максвеллизации ФРС нейтральных атомов. Симметрия спектральной линии D_{α} в диверторе наблюдается на токамаке JET (ср. спектры в [4] на рис. 6 для дивертора и рис. 7 для основной камеры). Поэтому необходимость учета РДС в уравнениях (13) и (14) не является острой. Однако метод очень чувствителен к сигналу РДС (уравнение (11) справедливо только для нулевого РДС) и сигналу от противоположной стороны СОЛ на хорде наблюдения в главной камере, поскольку из общего наблюдаемого сигнала необходимо выделить сигнал с определенной стороны СОЛ в основной части вакуумной камеры. Эта проблема осложняется тем, что сигналы с противоположных сторон СОЛ в главной камере имеют противоположные знаки асимметрии, поскольку асимметрия вызвана результирующим потоком атомов со стенки в плазму. Последняя сложность смягчается тем, что поток атомов в области вблизи диагностического порта в вакуумной камере ожидается меньшим, чем на противоположной стороне СОЛ на линии наблюдения. Поэтому предлагаемый метод применим для оценки потока атомов и молекул водорода, если, во-первых, сигнал РДС сравним с сигналом из СОЛ или меньше его и, во-вторых, сигнал из СОЛ на одной стороне хорды существенно сильнее, чем на другой стороне.

Преимуществом предложенной модели по сравнению с подходом SXB+DXB является использование данных атомной спектроскопии высокого разрешения вместо трудно интерпретиру-

емых данных спектроскопии молекул водорода в токамаках. Действительно, спектры молекул водорода не будут использоваться для диагностики работы демонстрационного токамака-реактора ИТЭР.

Таким образом, в простом для интерпретации случае, когда в сигнале отсутствует отраженный свет из дивертора и плазма излучает только на одном участке пристеночного слоя на хорде наблюдения в основной камере, можно ограничиться решением обратной задачи (17)–(24), причем делать это в так называемом режиме реального времени, так как решение такой задачи занимает миллисекунды. В общем, существенно более сложном случае придется решать обратную задачу (26)–(28), сформулированную в разделе 6 и требующую подгонки всего спектра, а не его моментов (различных спектральных интегралов интенсивности регистрируемого излучения). Решение этой задачи занимает секунды, поэтому оно невозможно в режиме реального времени.

Авторы благодарны А.Г. Алексеву, К.Ю. Вуколову и В.С. Лисице за полезные замечания и сотрудничество в работах по диагностике “Спектроскопия водородных линий” для ИТЭР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Loarte A., Lipschultz B., Kukushkin A., Matthews G., Stangeby P., Asakura N., Counsell G., Federici G., Kallenbach A., Krieger K., Mahdavi A., Philipps V., Reiter D., Roth J., Strachan J., Whyte D., Doerner R., Eich T., Fundamenski W., Herrmann A., Fenstermacher M., Ghendrih P., Groth M., Kirschner A., Konoshima S., LaBombard B., Lang P., Leonard A., Monier-Garbet P., Neu R., Pacher H., Pegourie B., Pitts R., Takamura S., Terry J., Tsitroni E., Group t. I. S.-o. L., Diver // Nuclear Fusion. 2007. V. 47. S203. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/47/6/S04>*
2. *Donné A.J., Costley A.E., Barnsley R., Bindsev H., Boivin R., Conway G., Fisher R., Giannella R., Harfuss H., Von Hellermann M.G., Hodgson E., Ingesson L.C., Itami K., Johnson D., Kawano Y., Kondoh T., Krasilnikov A., Kusama Y., Litnovsky A., Lotte P., Nielsen P., Nishitani T., Orsitto F., Peterson B.J., Razdobarin G., Sanchez J., Sasao M., Sugie T., Vayakis G., Voitsenya V., Vukolov K., Walker C., Young K. // Nuclear Fusion. 2007. V. 47. S337. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/47/6/S07>*
3. *Kukushkin A.B., Neverov V.S., Alekseev A.G., Lisgo S.W., Kukushkin A.S. // Fusion Science and Technology. 2016. V. 69. P. 628. <https://doi.org/10.13182/FST15-186>*
4. *Neverov V.S., Kukushkin A.B., Stamp M.F., Alekseev A.G., Brezinsek S., Von Hellermann M. // Nuclear Fusion. 2017. V. 57. P. 016031. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/57/1/016031>*
5. *Neverov V., Khusnutdinov R., Alekseev A., Carr M., De Bock M., Kukushkin A., Lovell J., Meakins A., Pitts R., Polevoi A., Veshchev E. // Plasma Phys. Controlled Fu-*

- sion. 2020. V. 62. P. 115014.
<https://doi.org/10.1088/1361-6587/abb53b>
6. *Natsume H., Kajita S., Neverov V.S., Khusnutdinov R.I., Veshchev E., Bock M.D., Polevoi A.R., Tanaka H., Ohno N., Ogawa H., Kitazawa S.I.* // Plasma and Fusion Research. 2021. V. 16. P. 2405019.
<https://doi.org/10.1585/pfr.16.2405019>
 7. *Kajita S., Veshchev E., Barnsley R., Walsh M.* // Contrib. Plasma Phys. 2016. V. 56. P. 837.
<https://doi.org/10.1002/ctpp.201500124>
 8. *Kajita S., Aumeunier M.H., Yatsuka E., Alekseev A., Andreenko E., Kukushkin A.B., Neverov V., Kocan M., Bassan M., Veshchev E., De Bock M., Barnsley R., Kukushkin A.S., Reichle R., Walsh M.* // Nuclear Fusion. 2017. V. 57. P. 116061.
<https://doi.org/10.1088/1741-4326/aa7ef7>
 9. *Reiter D., Baelmans M., Börner P.* // Fusion Science and Technology. 2005. V. 47. P. 172.
<https://doi.org/10.13182/FST47-172>
 10. *Kukushkin A., Pacher H., Kotov V., Pacher G., Reiter D.* // Fusion Engineering and Design. 2011. V. 86. P. 2865.
<https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2011.06.009>
 11. *Lisgo S.W., Börner P., Kukushkin A., Pitts R.A., Polevoi A., Reiter D.* // J. Nuclear Materials. 2011. V. 415. S965.
<https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2010.11.061>
 12. *Kadomtsev M.B., Kotov V., Lisitsa V.S., Shurygin V.A.* // 39th EPS Conference on Plasma Phys. 2012, EPS 2012 and the 16th International Congress on Plasma Phys. 2012. V. 3. P4.093.
 13. *Kadomtsev M.B., Kotov V., Lisitsa V.S., Neverov V.S., Shurygin V.A.* // 40th EPS Conference on Plasma Phys., EPS 2013. V. 1. 2013. P1.135.
 14. *Lisitsa V.S., Kadomtsev M.B., Kotov V., Neverov V.S., Shurygin V.A.* // Atoms. 2014. V. 2. P. 195.
<https://doi.org/10.3390/atoms2020195>
 15. *Kukushkin A.B., Kukushkin A.S., Lisitsa V.S., Neverov V.S., Pshenov A.A., Shurygin V.A.* // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2021. V. 63. P. 035025.
<https://doi.org/10.1088/1361-6587/abd97f>
 16. URL: <https://www.adas.ac.uk/>.
 17. *Kukushkin A.B., Neverov V.S., Kadomtsev M.B., Kotov V., Kukushkin A.S., Levashova M.G., Lisgo S.W., Lisitsa V.S., Shurygin V.A., Alekseev A.G.* // J. Phys.: Confer. Ser. 2014. V. 548. P. 012012.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/548/1/012012>
 18. *Неверов В.С., Кукушкин А.Б., Лисго С.В., Кукушкин А.С., Алексеев А.Г.* // Физика Плазмы. 2015. Т. 41. С. 115.
<https://doi.org/10.7868/S0367292115020079>
 19. *Neverov V.S., Kukushkin A.B., Kruezi U., Stamp M.F., Weisen H., Contributors J.* // Nuclear Fusion. 2019. V. 59. P. 046011.
<https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab0000>
 20. *Lomanowski B.A., Meigs A.G., Sharples R.M., Stamp M., Guillemaut C.* // Nuclear Fusion. 2015. V. 55. P. 123028.
<https://doi.org/10.1088/0029-5515/55/12/123028>
 21. *Behringer K.H.* // J. Nuclear Materials. 1987. V. 145–147. P. 145.
[https://doi.org/10.1016/0022-3115\(87\)90319-9](https://doi.org/10.1016/0022-3115(87)90319-9)
 22. *Pospieszczyk A., Borodin D., Brezinsek S., Huber A., Kirschner A., Mertens P., Sergienko G., Schweer B., Beigman I.L., Vainshtein L.* // J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Phys. 2010. V. 43. P. 144017.
<https://doi.org/10.1088/0953-4075/43/14/144017>
 23. *O'Mullane M.* 12.2016. Private communication (ITER technical document).
 24. *Mertens P., Brezinsek S., Greenland P.T., Hey J.D., Pospieszczyk A., Reiter D., Samm U., Schweer B., Sergienko G., Vietzke E.* // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2001. V. 43. A349.
<https://doi.org/10.1088/0741-3335/43/12A/327>
 25. *Khusnutdinov R.I., Kukushkin A.B.* // Phys. Atomic Nuclei. 2019. V. 82. P. 1392.
<https://doi.org/10.1134/S1063778819100119>
 26. *Pitts R.A., Bonnin X., Escourbiac F., Frerichs H., Gunn J.P., Hirai T., Kukushkin A.S., Kaveeva E., Miller M.A., Moulton D., Rozhansky V., Senichenkov I., Sytova E., Schmitz O., Stangeby P.C., De Temmerman G., Veselova I., Wiesen S.* // Nuclear Materials and Energy. 2019. V. 20. P. 100696.
<https://doi.org/10.1016/j.nme.2019.100696>
 27. *Kotov V., Reiter D., Kukushkin A.S., Pacher H.D., Börner P., Wiesen S.* // Contributions to Plasma Phys. 2006. V. 46. P. 635.
<https://doi.org/10.1002/ctpp.200610056>
 28. *Pshenov A., Kukushkin A., Marenkov E., Krasheninikov S.* // Nuclear Fusion. 2019. V. 59. P. 106025.
<https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab3144>
 29. *Kukushkin A.B., Neverov V.S., Lisitsa V.S., Shurygin V.A., Alekseev A.G.* // Phys. Atomic Nuclei. 2020. V. 83. P. 1070.
<https://doi.org/10.1134/S106377882007008X>

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ПЛАЗМОЙ

УДК 533.9

ТЕОРИЯ ГЕНЕРАЦИИ СПЕКТРОВ АНОМАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ В НЕПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ ПРИ ЭЛЕКТРОННОМ ЦИКЛОТРОННОМ СВЧ-НАГРЕВЕ НА ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ РЕЗОНАНСА

© 2023 г. Е. З. Гусаков^{а,*}, А. Ю. Попов^а

^а Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: evgeniy.gusakov@mail.ioffe.ru

Поступила в редакцию 21.09.2022 г.

После доработки 19.10.2022 г.

Принята к публикации 01.11.2022 г.

Обсуждаются механизмы генерации частотных спектров аномального рассеяния в неплотной плазме при СВЧ-нагреве необыкновенной волной на второй гармонике резонанса. Разработанная теория применяется для интерпретации результатов экспериментов по электронному циклотронному резонансному нагреву (ЭЦРН) плазмы на стеллараторе Wendelstein 7-X, в которых наблюдались как стоковая, так и антистоковая частотные полосы, смещенные вниз и вверх относительно частоты генератора. Приводится объяснение парадоксального превышения амплитуды антистоковой компоненты спектра над амплитудой стоковой компоненты в ряде экспериментов.

Ключевые слова: Электронный циклотронный резонансный нагрев, СВЧ-волна, параметрическая распадная неустойчивость, аномальное рассеяние

DOI: 10.31857/S036729212260114X, **EDN:** NQNPVK

1. ВВЕДЕНИЕ

Электронный циклотронный резонансный СВЧ-нагрев (ЭЦРН) широко используется в современных тороидальных установках магнитного удержания плазмы и предполагается к применению в токамаке-реакторе ITER для контроля неоклассической тиринг-неустойчивости. Это объясняет практическую важность исследования различных сценариев ЭЦР-нагрева, в том числе, поведения СВЧ-волн и их устойчивости к параметрическому распаду при распространении в неоднородной плазме. Примером аномального поведения СВЧ-волн является их аномальное, со смещением частоты вниз относительно частоты генератора (гиротрона), рассеяние назад, впервые наблюдавшееся на токамаке TEXTOR [1, 2]. В экспериментах было отмечено, что мощность СВЧ-сигнала рассеяния экспоненциально росла с увеличением мощности волны накачки. Эти обстоятельства определенно указывали на нелинейную природу явления, которое нашло теоретическое объяснение в рамках новой модели [3]. Модель интерпретирует обнаруженное явление как следствие возбуждения низкороговой параметрической распадной неустойчивости (ПРН), которая имеет место в локальном максимуме немонотонного профиля плотности плазмы [4–6], связанного в случае экспериментов на токамаке TEXTOR с магнитным островом [7]. Эта ПРН

приводит к возбуждению двух верхнегибридных (ВГ) волн на частоте, близкой к половине частоты волны накачки, которые заперты в плазме и имеют направленные в противоположные стороны фазовые скорости. Насыщение ПРН в этой модели происходит за счет каскада распадов первичных ВГ-волн, приводящих к возбуждению вторичных ВГ-волн меньшей частоты [6], а генерация рассеянного электромагнитного излучения – за счет слияния вторичных ВГ-волн, распространяющихся в противоположном направлении [6]. Предложенный сценарий низкороговой ПРН [6] был подтвержден как численными расчетами [8], так и в ходе недавних ЭЦРН-экспериментов на токамаке ASDEX-Upgrade (AUX) [9]. Новая модель низкороговой ПРН позволила не только воспроизвести частотные спектры аномального рассеяния СВЧ-волн [3], но и предсказать излучение плазмы на субгармониках греющего излучения гиротрона [10], которое позднее было обнаружено экспериментально [11].

Однако, последние эксперименты на стеллараторе W7-X [12] продемонстрировали эффект аномального рассеяния назад в условиях, когда запирающие сразу двух ВГ-волн в локальном максимуме плотности плазмы, связанном с магнитным островом, расположенном на периферии разряда, невозможно. Более того, в отличие от

экспериментов [1, 2] было показано, что в спектрах СВЧ-сигнала аномального рассеяния содержится не только компонента, сдвинутая вниз по частоте (компонента Стокса) но и компонента, сдвинутая вверх (антистоксовая компонента) относительно частоты излучения гиротрона. Обе компоненты сигнала рассеяния имели тонкую структуру с эквидистантными частотными линиями. Поскольку радиационная температура в обеих частотных полосах на несколько порядков превышала тепловой уровень излучения на второй гармонике ЭЦР, этот СВЧ-сигнал скорее всего является следствием протекания нелинейных процессов. Однако, эти наблюдения принципиально не могли быть объяснены с помощью модели, предложенной в [3]. Наблюдение антистоксовой частотной полосы, интенсивность которой в некоторых разрядах была порядка интенсивности стоксовой полосы [13], хотя и было обнаружено ранее в модельном эксперименте [14], выглядит парадоксально, поскольку при отражательной ПРН-волны накачки для дочерних волн, частота которых выше частоты СВЧ-излучения гиротрона, нарушается закон сохранения энергии при резонансном нелинейном взаимодействии. Это обстоятельство указывает на более сложный механизм генерации СВЧ-сигнала рассеяния назад, наблюдаемого на W7-X [12, 13].

Возможный механизм генерации как стоксовой, так и антистоксовой полос в спектре СВЧ-сигнала рассеяния был предложен нами ранее в краткой статье [12], где были представлены результаты экспериментальных наблюдений на стеллараторе W7-X. В этих экспериментах был подробно измерен немонотонный профиль плотности плазмы в магнитном острове и, кроме того, наблюдалось доминирование стоксовой полосы в частотном спектре рассеянного сигнала. В настоящей статье представлена подробная теория этого явления, дано объяснение появления тонкой частотной структуры спектров рассеяния. Они интерпретируются как результат нелинейного взаимодействия различных дочерних волн, возбуждаемых в результате низкопороговой ПРН-волны накачки, ведущей к возбуждению только одной запертой ВГ-волны, и насыщения первичной неустойчивости в результате каскада вторичных распадов запертых в плазме дочерних волн. Предложенная модель позволяет объяснить и воспроизвести спектр аномального СВЧ-излучения обнаруженного на W7-X и его радиационную температуру.

2. ПРН-ВОЛНЫ НАКАЧКИ И ЕЕ НАСЫЩЕНИЕ

В неоднородной плазме параметрическая распадная неустойчивость происходит в узком пространственном слое в окрестности точки, где вы-

полнены распадные условия для частот и волновых векторов волны накачки (f_0 и \mathbf{k}_0) и дочерних волн (f_s, \mathbf{k}_s и f^E, \mathbf{q}^E соответственно) [6]

$$f_0 = f_s + f^E, \quad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_s + \mathbf{q}^E \quad (1)$$

Известно, что возбуждение низкопороговой абсолютной ПРН СВЧ-волны возможно, если хотя бы одна из дочерних волн удерживается (локализована) в области параметрического распада [5, 6]. Как показывают результаты экспериментов, низкопороговый параметрический распад СВЧ-волны накачки происходит в любом локальном максимуме профиля плотности (в центре плазменного шнура, в магнитном острове или в блоках на периферии плазмы, формирующихся при развитии ELM) [11], где возможна локализация одной из дочерних волн вдоль направления неоднородности.

Локализация продольных волн оказывается возможной и в находящемся на периферии разряда стационарном магнитном острове в стеллараторе W7-X, где также наблюдается немонотонный профиль плотности плазмы [12]. Для типичных условий экспериментов на этой установке могут быть локализованы как ВГ-волны [4–6], так и ионные Бернштейновские (ИБ) волны [15–17]. На рис. 1 приведены дисперсионные кривые, являющиеся решением дисперсионного уравнения для продольных волн [6] и соответствующие двум собственным модам $n = 147$, $f_n^E = 65.554$ ГГц и $m = 37$, $f_m^E = 66.52$ ГГц ВГ-волны, которые изображены пунктирной и штрих-пунктирной линиями, а также собственной моде $p = 7$, $f_p^I = 966$ МГц для нескольких значений частоты ИБ-волны, показанной сплошной линией. Нижний индекс у частот отвечает номеру собственной моды, верхний индекс E или I соответствует ВГ-или ИБ-волне. Частоты пяти локализованных ИБ-волн, дисперсионные кривые которых изображены на этом рисунке, смешены примерно на ионную циклотронную частоту одна относительно другой и находятся вблизи частоты 0.9 ГГц. Локальный максимум плотности этого профиля соответствует О-точке магнитного острова. Магнитное поле на оси разряда, температура электронов и ионов в магнитном острове соответствуют условиям ЭЦРН-экспериментов в стеллараторе W7-X: $B_0 = 2.52$ Т, $T_e = 40$ эВ, $T_i = 40$ эВ. Наличие таких локализованных колебаний, существующих в плазме на уровне тепловых шумов и без дополнительного ЭЦРН, играет ключевую роль в объяснении спектров аномального рассеяния волны накачки.

Учитывая малость длины области нелинейного взаимодействия по сравнению с характерным масштабом неоднородности плотности и магнит-

ственной моде, но имеющие противоположно направленные фазовые скорости. В качестве примера на рис. 3 сплошной линией изображено волновое число q_{px}^I собственной моды ИБ-волны $p = 7$, $f_p^I = 0.966$ ГГц, которое является численным решением дисперсионного уравнения для продольных волн [6], а пунктирной и штрихпунктирной линиями – сумма $|q_{nx}^E| + q_{mx}^E$ и разность $|q_{nx}^E| - q_{mx}^E$ волновых чисел вторичной и первичной ВГ-мод $n = 147$ и $m = 37$. В точках пересечения пунктирной и штрихпунктирной линий со сплошной кривой выполняются распадные резонансные условия для вторичных распадов. В окрестности точек пересечения сплошной $|q_{px}^I|$ и штриховой $|q_{nx}^E| + q_{mx}^E$ линий в результате вторичного распада возбуждается ВГ-волна с фазовой скоростью, направленной наружу плазменного шнура, и ИБ-волна с фазовой скоростью – внутрь плазменного шнура. В окрестности точек пе-

ресечения сплошной, $|q_{px}^I|$, и штрихпунктирной, $|q_{nx}^E| - q_{mx}^E$, линий в результате распада возбуждается ВГ-волна с фазовой скоростью – внутрь плазмы, и ИБ-волна с фазовой скоростью, направленной наружу. Дальнейший распад вторичных ВГ-волн в случае экспериментально измеренного профиля плотности не представляется возможным, поскольку в результате его могут возбуждаться только нелокализованные ВГ-волны. Порог такого распада по амплитуде ВГ-волны много выше, чем порог вторичного распада, в силу чего мы будем им пренебрегать. Поскольку в условиях эксперимента на W7-X возможен только один каскад вторичной неустойчивости, эффект истощения волны накачки в результате ПРН оказывается мал [6]. Ограничиваясь только двумя вторичными распадами, которые ведут к возбуждению ВГ- и ИБ-волн, распространяющихся внутрь и наружу плазмы, пренебрегая истощением волны накачки и следуя [17], мы можем получить уравнения, описывающие каскад распадов и эволюцию амплитуд дочерних волн

$$\begin{cases} \frac{\partial a_m}{\partial t} - i\Lambda_{my} \frac{\partial^2 a_m}{\partial y^2} - i\Lambda_{mz} \frac{\partial^2 a_m}{\partial z^2} = \gamma_{\text{prim}} \exp\left(-\frac{y^2 + z^2}{w^2}\right) a_m - i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_n^+ b_p^- - i\gamma_{\text{sec}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_r^- b_s^+ - v_m a_m \\ \frac{\partial a_n^+}{\partial t} + U_{ny} \frac{\partial a_n^+}{\partial y} - i\Lambda_{ny} \frac{\partial^2 a_n^+}{\partial y^2} - i\Lambda_{nz} \frac{\partial^2 a_n^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_m b_p^- - v_n a_n^+ \\ \frac{\partial b_p^-}{\partial t} - V_{py} \frac{\partial b_p^-}{\partial y} - i\Lambda_{py} \frac{\partial^2 b_p^-}{\partial y^2} - i\Lambda_{pz} \frac{\partial^2 b_p^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_m a_n^{+*} - v_p b_p^- \\ \frac{\partial a_r^-}{\partial t} - U_{ry} \frac{\partial a_r^-}{\partial y} + i\Lambda_{ry} \frac{\partial^2 a_r^-}{\partial y^2} + i\Lambda_{rz} \frac{\partial^2 a_r^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_m b_s^{+*} - v_r a_r^- \\ \frac{\partial b_s^+}{\partial t} + V_{sy} \frac{\partial b_s^+}{\partial y} + i\Lambda_{sy} \frac{\partial^2 b_s^+}{\partial y^2} + i\Lambda_{sz} \frac{\partial^2 b_s^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_m a_r^- - v_s b_s^+ \end{cases} \quad (2)$$

где коэффициент γ_{prim} описывает первичную неустойчивость; коэффициенты $\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-)$ и $\gamma_{\text{sec}}(\omega_r^-, \omega_s^+)$ описывают вторичные неустойчивости; величина коэффициента $\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-)$ определяется эффективностью нелинейной связи первичной волны с вторичными ВГ- и ИБ-волнами на частотах ω_n^+ и ω_p^- соответственно; безразмерные амплитуды собственных мод принадлежат соответственно: a_m – первичной ВГ-волне, b_p^- и b_s^+ – вторичным ИБ-волнам на частотах ω_p^- и ω_s^+ , обеспечивающих их локализацию, a_n^+ , a_r^- – вторичным ВГ-волнам на частотах ω_n^+ и ω_r^- , удовлетворяющих

распадным условиям $\omega_m = \omega_n^+ + \omega_p^- = \omega_r^- + \omega_s^+$. Эти амплитуды описывают распределение ВГ- и ИБ-волн в плоскости, перпендикулярной координате x . Квадрат модулей этих амплитуд – это число соответствующих плазмонов N_m, N_n^+, N_r^-, N_p^- и N_s^+ . Конвективный вынос вторичных волн, который описывается скоростями $U_{n,ry}, V_{p,sy}$, в отличие от первичной неустойчивости не может быть полностью подавлен, поскольку обеспечить одновременное выполнение распадных условий для частот $\omega_m = \omega_n^+ + \omega_p^- = \omega_r^- + \omega_s^+$ и компонент волновых векторов трех собственных мод с фиксированными частотами возможно только при конечной величине y -компоненты волнового вектора $q_{px}^I(q_y) = q_{nx}^E(q_y) \pm q_{mx}^E$ и $q_{sx}^I(q_y) = q_{rx}^E(q_y) \pm q_{mx}^E$.

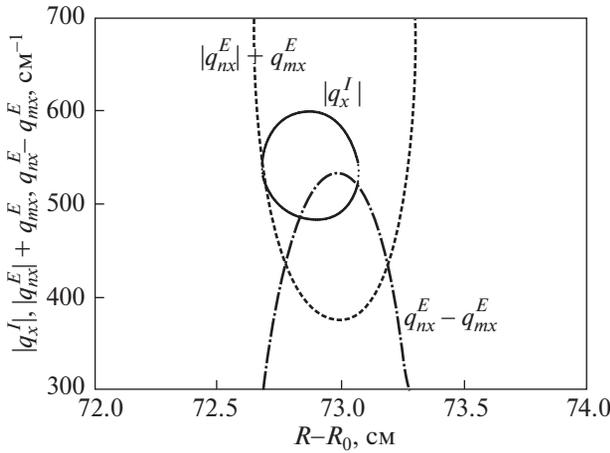


Рис. 3. Пунктирная и штрихпунктирная линии – сумма $(|q_{nx}^E| + q_{mx}^E)$ и разность $(|q_x^E| - q_{mx}^E)$ волновых чисел вторичной и первичной ВГ-мод $n = 147$, $f_n^E = 65.554$ ГГц и $m = 37$, $f_m^E = 66.52$ ГГц. Сплошная линия – волновое число $p = 7$ ИБ-моды ($f_p^I = 0.966$ ГГц).

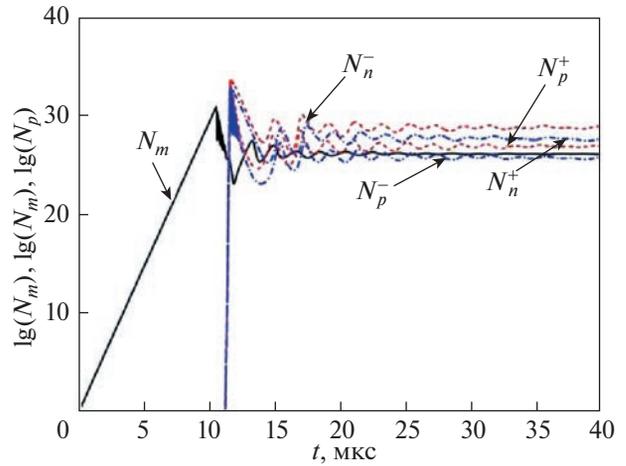


Рис. 4. Эволюция числа первичных ВГ- (N_m , сплошная линия) и вторичных ВГ- и ИБ-волн (N_n^\pm , пунктир и штрихпунктир) в пучке волн накачки.

Кроме того, все взаимодействующие волны испытывают дифракцию на магнитной поверхности, которая описывается коэффициентами $\Lambda_{my,z}$, $\Lambda_{ny,z}$, $\Lambda_{ry,z}$, $\Lambda_{py,z}$ и $\Lambda_{sy,z}$. В системе уравнений одновременно с конвективными членами удержаны члены, описывающие дифракцию вторичных волн в y -направлении, поскольку в каждом конкретном распаде возможно доминирование дифракции над конвекцией, т.е. выполнение неравенств $\Lambda_{n,ry}/w \gg U_{n,ry}$ и $\Lambda_{p,sy}/w \gg V_{p,sy}$, где w – диаметр пучка накачки СВЧ-волн. Нижний индекс у величин, характеризующих динамику соответствующего плазмона, содержит номер моды и указывает на направление “ y ” или “ z ”. Явный вид этих величин можно найти в [6]. Верхний индекс у различных величин указывает, что они относятся к вторичным волнам, фазовые скорости которых направлены внутрь (+) и наружу (–) плазменного шнура. Число плазмонов, умноженное на собственную частоту и коэффициент $T_e(x_{\max})/(\pi w^2)$, дает двумерную плотность энергии соответствующих плазмонов. Координата x_{\max} определяет положение локального максимума плотности, $v_{m,n,p,r,s} \approx v_{ei}(T_e)$ – частота столкновений, $q_{p,sx}(x_{\max})$ – локальное значение волнового числа ИБ-волны. В системе уравнений (2) предполагается суммирование по номерам собственных вторичных мод, которые могут принимать участие во вторичных распадах. Детальный вывод системы уравнений (2) и ее коэффициентов можно найти в работе [17]. Далее, решим систему

уравнений (2) численно в двумерном “боксе” $2z_B \times 2z_B$ с периодическими граничными условиями. Согласно результатам работы [17], решение уравнений (2) в этом случае является промежуточной асимптотикой, справедливой для таких времен выхода неустойчивости в режим насыщения, которые много меньше, чем время циркуляции дочерних волн в двумерном “боксе”. Будем считать начальный уровень всех дочерних волн тепловым и предполагать их начальное однородное распределение. Кроме того, предположим, что диаметр СВЧ-пучка накачки равен $w = 2.5$ см, мощность пучка накачки – $P_0 = 500$ кВт, и коэффициенты в системе (2) – постоянные величины. Для иллюстрации, мы рассмотрим модельный случай. А именно, мы учтем два распада с участием одной и той же собственной модой $p = s = 7$ и частотой $f_p^I = 0.966$ ГГц, соответствующей двум низкочастотным продольным волнам с противоположным направлением фазовых скоростей вдоль координаты x . Результаты численного решения представлены на рис. 4, где в полулогарифмическом масштабе показана эволюция числа первичных ВГ-плазмонов (N_m , сплошная линия) и вторичных ВГ- и ИБ-плазмонов (N_n^\pm , пунктирная линия и N_p^\pm , штрихпунктирная линия) внутри пучка накачки, т.е. в области распада конечного размера. Поскольку основной целью работы является интерпретация экспериментальных данных, за подробным анализом и сравнением результатов численного решения с аналитической асимптотикой и оценками мы можем отослать читателей к работе [17].

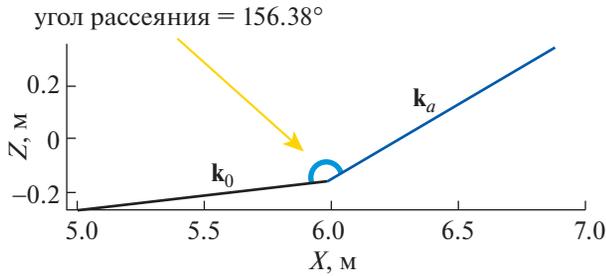


Рис. 5. Принципиальная схема измерения аномального рассеяния в стационарном магнитном острове на периферии плазменного шнура [12]. Волновые вектора \mathbf{k}_0 и \mathbf{k}_a отвечают необыкновенным волнам на частоте СВЧ-излучения гиротрона f_0 и рассеянного сигнала f_a , принимаемого антенной коллективной томсоновской диагностики.

3. СЛИЯНИЕ ДОЧЕРНИХ ВОЛН, ПРИВОДЯЩЕЕ К ИЗЛУЧЕНИЮ С ДВУМЯ ЧАСТОТНЫМИ БОКОВЫМИ ПОЛОСАМИ, СИММЕТРИЧНЫМИ ВОКРУГ ЧАСТОТЫ ВОЛНЫ НАКАЧКИ

Принципиальная схема измерения аномального рассеяния в стационарном магнитном острове на периферии шнура приведена на рис. 5. Волновые вектора \mathbf{k}_0 и \mathbf{k}_a отвечают необыкновенным волнам на частоте гиротрона f_0 и на частоте рассеянного сигнала f_a , принимаемого антенной коллективной томсоновской диагностики [12]. К генерации аномально рассеянного излучения могут привести несколько физических процессов. Так трехволновое взаимодействие первичной необыкновенной волны и вторичной ВГ-волны, которые обе распространяются к границе шнура, может приводить к возбуждению распространяющейся наружу необыкновенной волны на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$. Эта волна может быть зарегистрирована приемной антенной и отвечает стоксовой части спектра. Дисперсионные кривые, изображенные на рис. 6, иллюстрируют этот процесс. Однако подобное трехволновое взаимодействие не может привести к генерации рассеянного сигнала в антистоксовой части спектра из-за невозможности удовлетворить соответствующим условиям слияния. К генерации этой компоненты рассеяния приводит четырехволновое взаимодействие, т.е. слияние первичной необыкновенной волны и первичной ВГ-волны со вторичной ИБ-волной, которая имеет фазовую скорость, направленную наружу. При этом возбуждается необыкновенная волна на частоте $f_a = f_0 + f_p^I$, распространяющаяся из области распада к границе плазмы и отвечающая антистоксовой части спектра. Дисперсионные кривые на рис. 7 иллюстрируют возможность этого четырехволнового взаимодействия, в результате которого возможна ге-

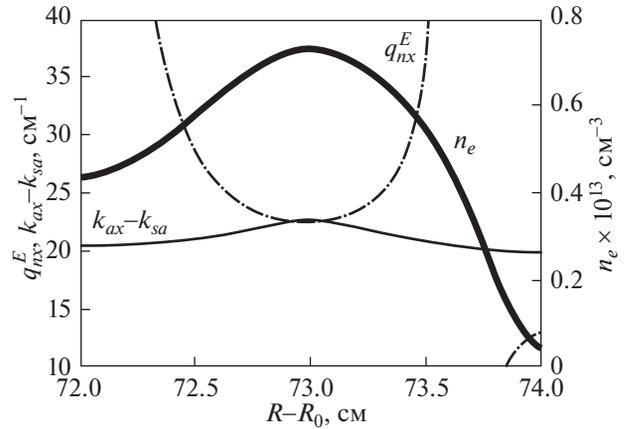


Рис. 6. Дисперсионные кривые иллюстрируют возможность трехволнового взаимодействия, в результате которого возбуждаются необыкновенные волны с частотой $f_0 - f_p^I$.

нерация необыкновенной волны с частотой, отстроенной от частоты гиротрона в “синюю” сторону. Согласно работе [18], амплитуда рассеянного сигнала на частоте f_a , регистрируемого приемной антенной, определяется выражением

$$A_s(\omega_a) = \frac{1}{4} \int_V \mathbf{j}(\omega_a, \mathbf{r}) \mathbf{E}^+(\omega_a, \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3)$$

где интегрирование проводится по всему объему плазмы, $\mathbf{j}(\omega_a, \mathbf{r})$ — нелинейная плотность тока, описывающая генерацию волны на частоте $f_a = f_0 \pm f_p^I$, $\mathbf{E}^+(\omega_a, \mathbf{r})$ — поле СВЧ-пучка, который приемная антенна может генерировать на частоте принимаемого сигнала при работе в режиме излучения. Выражение для амплитуды $A_s(\omega_a)$ свя-

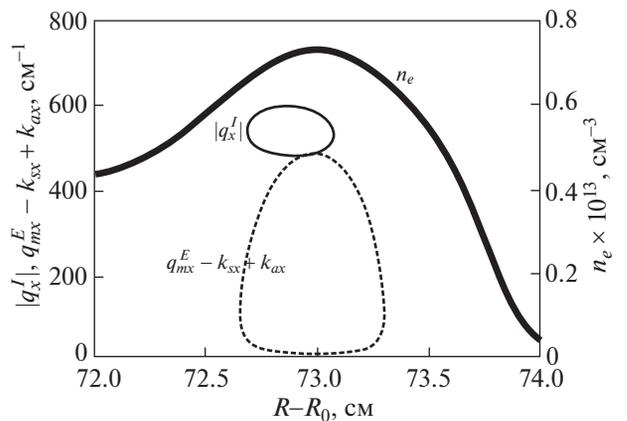


Рис. 7. Дисперсионные кривые иллюстрируют возможность четырехволнового взаимодействия, в результате которого возбуждаются волны с частотами $f_0 + f_p^I$.

зывает эффективность вклада данной точки плазмы в генерацию сигнала, принимаемого антенной, со способностью этой же антенны, которая работает в режиме излучения, “осветить” эту точку в плазме с инвертированным внешним магнитным полем [18]. Таким образом, выражение (3) для амплитуды регистрируемого сигнала является интегральной формой представления теоремы взаимности. Для сигнала из стоксовой части спектра $\mathbf{j}(\omega_a)$ из подынтегрального выражения в (3) – это нелинейная плотность тока второго порядка, которая описывает слияние вторичной ВГ-волны, распространяющейся наружу (N_n^-) и описываемой потенциалом ϕ_n^E , и первичной необыкновенной волны E_s , также распространяющейся наружу. Свертка $\mathbf{j}(\omega_a)$ с вектором поляризации конечной волны \mathbf{e}_a^* приводит к следующему скалярному выражению $\mathbf{e}_a^* \cdot \mathbf{j}^{(2)}(\omega_a) = \sigma_a^{(2)} E_s / B(x_{\max}) (\partial \phi_n^E / \partial x)$. Амплитуда первичной необыкновенной волны может быть выражена через амплитуды ВГ-волны и волны накачки [19]

$$E_s = -\sqrt{\frac{2P_0}{c w^2 B(x_{\max})^2}} \frac{a_m(y, z)}{\sqrt{n_{sx}(x)}} \times \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w^2} + i \int_x^{\infty} k_{0x}(\zeta) d\zeta\right) + i\omega_s t \times \sigma_s^{(2)} \sqrt{\frac{T_e}{w^3}} \int_x^{\infty} \frac{d\xi}{c} \frac{\phi_m^E(\xi)}{\sqrt{n_{sx}(\xi)} n_{0x}(\xi)} \frac{q_{mx}^E(\xi)}{\sqrt{\omega_m^E D_{m\omega}^E}} \times \exp\left(-i \int_x^{\xi} d\zeta (k_{0x}(\zeta) + k_{sx}(\zeta))\right) + \text{c.c.} \quad (4)$$

Нелинейные проводимости второго порядка по амплитуде взаимодействующих волн $\sigma_a^{(2)}$ и $\sigma_s^{(2)}$ получены в работах [19, 20]. Их явные выражения будут приведены ниже. В итоге, амплитуда сигнала (3) для стоксовой полосы частот может быть представлена в следующем виде:

$$A_s^S = Q_{\perp}^S L_x^S \sqrt{P_0}, \quad (5)$$

где P_0 – мощность греющего пучка на частоте f_0 ,

$$L_x^S = \frac{1}{\sqrt{\omega_n^E D_{n\omega}^E} \sqrt{\omega_m^E D_{m\omega}^E}} \int dx \frac{q_{nx}^E(x) \phi_n^E(x)}{\sqrt{n_{sx}(x)} n_{ax}(x)} \times \exp\left(i \int_x^{\infty} (k_{0x}(\zeta) + k_{ax}(\zeta)) d\zeta\right) \times \int_x^{\infty} d\xi \frac{q_{mx}^E(\xi) \phi_m^E(\xi)}{\sqrt{n_{sx}(\xi)} n_{0x}(\xi)} \exp\left(-i \int_x^{\xi} d\zeta (k_{0x}(\zeta) + k_{sx}(\zeta))\right) \quad (6)$$

– размер области генерации сигнала на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$ в направлении координаты x ,

$$Q_{\perp}^S = \frac{\sigma_a^{(2)} \sigma_s^{(2)} T_e (x_{\max})}{c^2 w^2 B(x_{\max})^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz dy}{w_a w} \exp(ik_{ay} y) \times \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{y^2}{2w_a^2} - \frac{z^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w_a^2}\right) a_m(y, z) a_n^-(y, z) \quad (7)$$

– коэффициент, который характеризует размер “пятна” в плоскости перпендикулярной координате x , где происходит возбуждение необыкновенной волны на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$; w_a – ширина пучка антенны, $k_{ay} = \omega_a / c \sin \theta$, $\theta = \pi - \theta_s$, θ_s – угол рассеяния. В выражении (7) мы использовали новые обозначения: $\sigma_s^{(2)} = \omega_s \times \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}| \Omega_s^3}{(\omega_0^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_s^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_m^2 - \omega_{ce}^2)}$, $\sigma_a^{(2)} = \omega_a \times \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}| \Omega_a^3}{(\omega_a^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_s^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_n^2 - \omega_{ce}^2)}$, ω_{ce} и ω_{pe} – ЭЦР и электронная плазменная частоты, $n_{0x} = ck_x(\omega_0) / \omega_0$ – коэффициент преломления необыкновенной волны накачки, ϕ_m^E и ϕ_n^E – собственные моды ВГ-волн (явное представление для обеих можно найти в [6]); $D_{n\omega}^E$ и $D_{m\omega}^E$ – первые производные дисперсионных соотношений ВГ-волн по частоте, усредненные по областям их локализации,

$$\Omega_s^3 = n_{0x} \left(\omega_0 \left(\frac{g_s}{\varepsilon_s} \omega_s - |\omega_{ce}| \right) |\omega_{ce}| + \omega_0^2 \left(\frac{g_s}{\varepsilon_s} |\omega_{ce}| - \omega_s \right) + |\omega_{ce}| \left(\frac{g_s}{\varepsilon_s} (\omega_s \omega_m^E - \omega_{ce}^2) + (\omega_s - \omega_m^E) |\omega_{ce}| \right) + n_{sx} \left((\omega_s - \omega_m^E) |\omega_{ce}| \left(\frac{g_s}{\varepsilon_s} \omega_s - |\omega_{ce}| \right) + \omega_0 (\omega_{ce}^2 - \omega_s^2) \right) \right)$$

и

$$\Omega_a^3 = n_{ax} \left(\left(2\omega_n^E \omega_{ce}^2 + \omega_a^2 \omega_s \right) + \frac{g_s}{\varepsilon_s} |\omega_{ce}| \omega_s (\omega_n^E - \omega_s) \right) + n_{sx} \left(\left(2\omega_n^E \omega_{ce}^2 - \omega_s^2 \omega_a \right) + \frac{g_s}{\varepsilon_s} |\omega_{ce}| (\omega_a^2 - \omega_{ce}^2 + \omega_n^E \omega_s + \omega_a \omega_s) \right)$$

Для сигнала из антистоксовой части спектра $\mathbf{j}(\omega_a)$ – это нелинейная плотность тока третьего порядка, которая описывает слияние первичной ВГ-волны, распространяющейся внутрь (N_n^+) и описываемой потенциалом ϕ_m^E , вторичной ИБ-

волны, распространяющейся наружу (N_p^-) и описываемой потенциалом ϕ_p^I , и первичной необыкновенной волны E_s , распространяющейся наружу. Свертка этого вектора с вектором поляризации конечной волны приводит к скалярному выражению $\mathbf{e}_a^* \cdot \mathbf{j}^{(3)}(\omega_a, \mathbf{r}) = \sigma_a^{(3)} E_s^* / B(x_{\max})^2 \partial(\phi_p^{I*} (\partial \phi_m^E / \partial x)) / \partial x$. Подробный вывод проводимости третьего порядка $\sigma_a^{(3)}$ в гидродинамическом приближении приведен в Приложении. Окончательно амплитуда сигнала (3) для антистоксовой полосы частот может быть представлена в следующем виде:

$$A_s^{aS} = Q_{\perp}^{aS} L_x^{aS} \sqrt{P_0}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} L_x^{aS} = & \frac{4}{\sqrt{\omega_p D_{n\omega}^p \omega_m^E D_{m\omega}^E}} \frac{\sqrt{T_e(x_{\max})}}{w B(x_{\max})} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{q_{mx}^E(x) \phi_m^E(x) q_{px}^I(x) \phi_p^I(x)^*}{\sqrt{n_{sx}(x) n_{ax}(x)}} \times \\ & \times \exp\left(-i \left(\int_x^{-\infty} (k_{0x}(\zeta) + k_{ax}(\zeta)) d\zeta \right)\right) \times \\ & \times \int_x^{\infty} d\xi \frac{q_{mx}^E(\xi) \phi_m^E(\xi)^*}{\sqrt{n_{sx}(\xi) n_{0x}(\xi)}} \times \\ & \times \exp\left(i \left(\int_x^{\xi} d\zeta (k_{0x}(\zeta) + k_{sx}(\zeta)) \right)\right) \end{aligned} \quad (9)$$

– размер области генерации сигнала на частоте $f_a = f_0 + f_p^I$ в направлении координаты x ,

$$\begin{aligned} Q_{\perp}^{aS} = & \frac{\sigma_a^{(3)} \sigma_s^{(2)} T_e(x_{\max})}{c^2 w^2 B(x_{\max})^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz dy}{w_a w} \times \\ & \times \exp(ik_{ay} y) \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{y^2}{2w_a^2} - \frac{z^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w_a^2}\right) \times \\ & \times |a_m(y, z)|^2 |b_p^-(y, z)|^*, \end{aligned} \quad (10)$$

ϕ_m^E и ϕ_p^I – собственные моды ВГ- и ИБ-волн, $D_{m\omega}^E$ и $D_{p\omega}^I$ – первые производные дисперсионных соотношений ВГ- и ИБ-волн по частоте, усредненные по областям их локализации, $n_{sx} = ck_x(\omega_s)/\omega_s$ – коэффициент преломления дочерней необыкновенной волны. В свою очередь мощность сигнала $p_s(\omega_a)$ равна

$$p_s = \sum_p |A_s^j(f_p^E)|^2 = P_0 \sum_p |L_x^j(f_p^E)|^2 |Q_{\perp}^j(f_p^E)|^2, \quad (11)$$

где суммирование проводится по всем частотным вырождениям собственной моды ИБ-волны, для

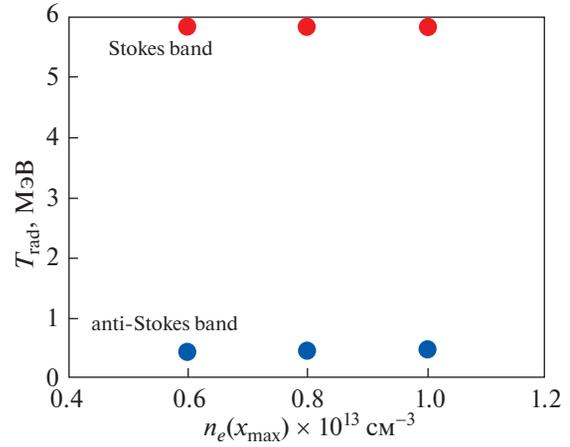


Рис. 8. Зависимость температуры излучения для стоксовой и антистоксовой частотных полос от значения плотности плазмы в локальном максимуме ее немонотонного профиля.

которых возможна нелинейная генерация сигнала на конечной частоте f_a , т.е. по всем спектральным линиям тонкой частотной структуры в полосе Стокса ($j = S$) и антистокса ($j = aS$).

Далее, примем во внимание все возможные вторичные распады, которые могут иметь место для выбранных параметров и профиля плотности (рис. 1). Используя результаты численного решения уравнений (2) и экспериментально измеренную ширину линии в спектре $\Delta\nu \approx 0.15$ ГГц, мы можем оценить радиационную температуру $T_{\text{rad}} = p_s / \Delta\nu$ для стоксовой и антистоксовой частотных полос. На рис. 8 показана зависимость радиационной температуры излучения в этих полосах от значения плотности в магнитном острове. Для выбранных параметров и стоксовой полосы она составляет порядка 6 МэВ. В свою очередь, для антистоксовой полосы радиационная температура составляет порядка 0.4 МэВ. Обе оценки имеют тот же порядок величины, что и экспериментально измеренные, и представленные в работе [12] на рис. 5. Как показывают экспериментальные данные, в той серии экспериментов, которая обсуждается в работе [12], радиационная температура частотной полосы Стокса на порядок и более превосходит радиационную температуру частотной полосы антистокса. Это, по-видимому, связано с тем, что при формировании сигнала в первом случае принимает участие резонансные взаимодействия более низкого порядка, чем во втором случае.

На рис. 9 показана зависимость полосы частот, в которой существуют запертые ИБ-волны, и, соответственно, отстройки от частоты гиротрона частоты сигнала рассеяния как в “красную”, так и в “синюю” стороны от значения плотности в ло-

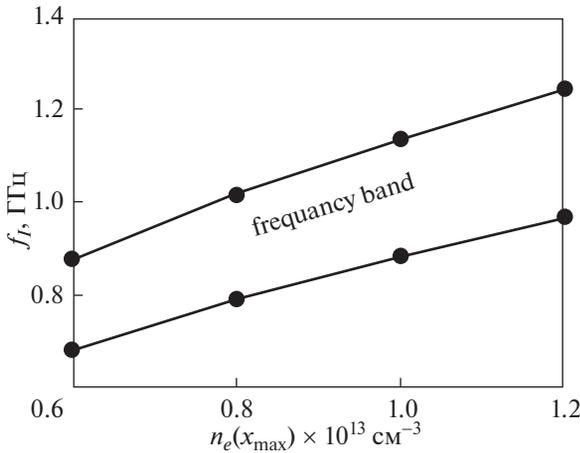


Рис. 9. Зависимость полосы частот, в которой существуют запертые ИБ-волны, от значения плотности плазмы в локальном максимуме ее немонотонного профиля. Зависимость получена для тех же параметров, что и на рис. 1.

кальном максимуме ее немонотонного профиля. Зависимость получена для тех же параметров, что и на рис. 1. Полученное смещение для полосы Стокса и антистокса находится в разумном согласии с экспериментально измеренными смещениями, показанными на рис. 5 работы [12]. Отметим, что экспериментально измеренному числу линий в тонкой структуре стоксовой и антистоксовой компонент спектра аномального рассеяния соответствует и число ИБ-мод, локализованных в магнитном острове.

Отметим, что для параметров плазмы в экспериментах по ЭЦРН в стеллараторе Wendelstein 7-X, приведенных в статье [12], возможна только вторичная неустойчивость первичных дочерних волн, приводящая к возбуждению локализованных ВГ-волн. Поэтому, согласно [6], уровень аномального поглощения волны накачки, который можно оценить в результате численного решения системы уравнений (2), оказывается невелик. Для всего диапазона значений плотности в стационарном магнитном острове он составляет около 2–3%.

Возникает вопрос, существуют ли экспериментальные условия, при которых с точки зрения развиваемой теоретической модели интенсивность стоксовой и антистоксовой линий может сравняться или вторая станет доминировать над первой. Как показывают измерения, выполненные с помощью различных диагностик [7, 21–24], высота локального максимума профиля плотности плазмы в магнитном острове, как правило, изменяется в течение разряда. В следующем разделе мы приводим анализ того, может ли увеличение перепада плотности плазмы в магнитном острове между максимумом и минимумом по срав-

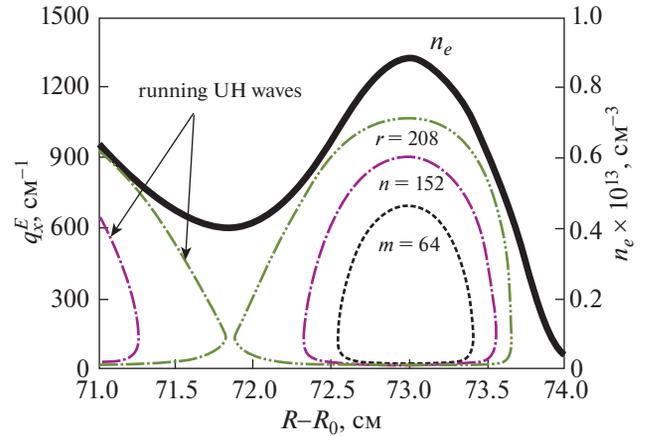


Рис. 10. Дисперсионные кривые, соответствующие модам $m = 64$, $n = 152$ и $r = 208$ ВГ-волны (пунктирная, штрихпунктирная и пунктирная линии). Частоты ИБ-волн смещены одна относительно другой на ИЦ-частоту и находятся в диапазоне 0.9 ГГц. Толстая сплошная линия – профиль плотности плазмы в магнитном острове. Остальные параметры те же, что и на рис. 1.

нению с экспериментально измеренным в [12] значением приводит к изменению сценария насыщения первичной неустойчивости, увеличению уровня аномального поглощения и изменению соотношения между радиационными температурами излучения в измеряемых частотных полосах.

4. ПРН-ВОЛНЫ НАКАЧКИ И ЕЕ НАСЫЩЕНИЕ ПРИ УВЕЛИЧЕНИИ ВЫСОТЫ “ГОРБА” НА ПРОФИЛЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ

Далее для анализа неустойчивости будем использовать те же параметры плазмы, что и в предыдущей главе, увеличив, однако, высоту горба на профиле плотности. В этом случае в магнитном острове может быть локализовано 3 собственных моды ВГ-волн, частоты которых отличаются на частоту локализованной ИБ-волны. На рис. 10 приведены дисперсионные кривые, соответствующие собственным модам $r = 208$ ($f_r^E = 65.42$ ГГц), $n = 152$ ($f_n^E = 66.28$ ГГц) и $m = 64$ ($f_m^E = 67.15$ ГГц) ВГ-волны, которые изображены штрихпунктирной-пунктирной, штрихпунктирной и пунктирной линиями. Толстой сплошной линией приведен модифицированный профиль плотности в магнитном острове. Остальные параметры оставлены теми же, что и на рис. 1. Стрелками показаны дисперсионные кривые ВГ-волн вне области локализации. Видно, что область локализации самой высокой из мод $r = 208$, отделе-

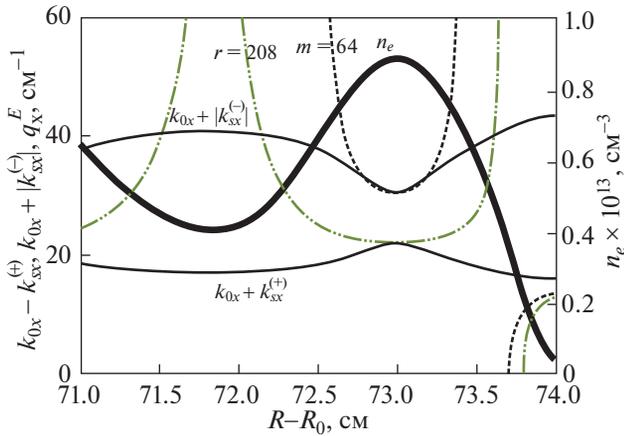


Рис. 11. Волновые числа дочерних ВГ собственных мод $f_m^E = 67.15$ ГГц (пунктирная линия) и $f_r^E = 65.42$ ГГц (штрихпунктирная-пунктирная линия). Сумма волновых чисел волны СВЧ-накачки необыкновенной поляризации и дочерней необыкновенной СВЧ-волны, распространяющейся к границе плазмы $k_{0x} + |k_{sx}^{(-)}|$ – верхняя тонкая сплошная линия. Разность волновых чисел волны накачки необыкновенной поляризации и дочерней необыкновенной волны, распространяющейся внутрь плазмы $k_{0x} - k_{sx}^{(+)}$ – нижняя тонкая сплошная линия. Профиль плотности плазмы – толстая сплошная линия. Использованы те же параметры, как на рис. 10.

на лишь небольшим пространственным промежутком от области распространения. В этом случае в результате туннелирования через область непрозрачности, эта мода будет испытывать радиационные потери [25]. Самая низкая из мод $m = 64$ выбрана таким образом, чтобы первичная неустойчивость, сопровождающаяся возбуждением дочерней необыкновенной волны, распространяющейся к границе плазмы, была самой низкопороговой. На рис. 11 волновое число первичной ВГ-волны $f_m^E = 67.15$ ГГц показано пунктирной линией. Сумма волновых чисел волны накачки необыкновенной поляризации и дочерней необыкновенной волны, распространяющейся к границе плазмы $k_{0x} + |k_{sx}^{(-)}|$, показана верхней тонкой сплошной линией. В окрестности точки касания этих линий выполнены распадные условия для волновых векторов и возможен первичный распад, обладающий минимальным порогом. Кроме того, можно видеть, что одновременно возможен распад волны накачки с возбуждением ВГ-моды на частоте $f_r^E = 65.42$ ГГц и необыкновенной волны, распространяющейся внутрь плазмы $k_{sx}^{(+)}$. На рис. 11 волновое число первичной ВГ-волны $f_r^E = 65.42$ ГГц показано штрихпунктирной линией. Разность волновых чисел волны

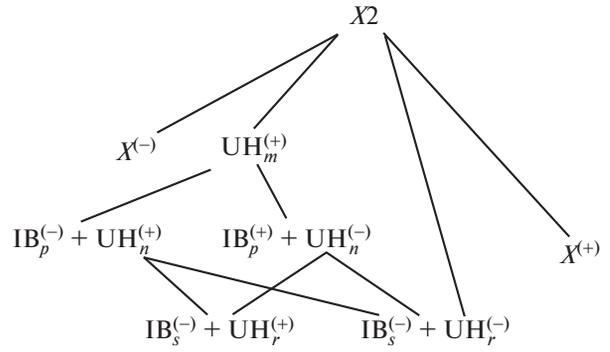


Рис. 12. Схема каскада распадов, при которых возбуждаются собственные моды ВГ-волн, изображенные на рис. 10.

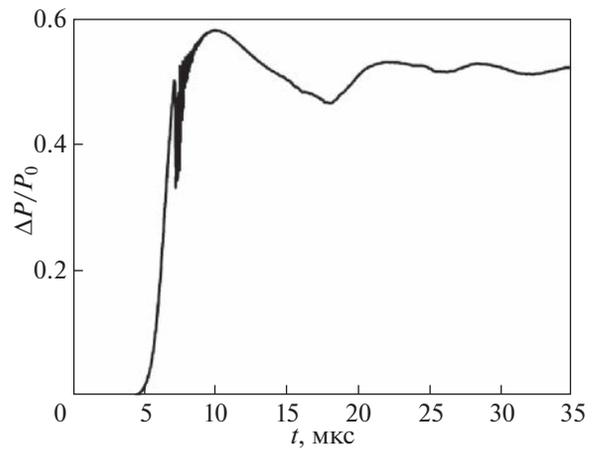


Рис. 13. Эволюция эффективности аномального поглощения волны накачки при переходе неустойчивости к режиму насыщения.

накачки необыкновенной поляризации и дочерней необыкновенной волны, распространяющейся внутрь плазмы $k_{0x} - k_{sx}^{(+)}$, показана тонкой сплошной линией. В окрестности точки касания этих линий возможен первичный распад, также характеризующийся невысоким порогом возбуждения. (Здесь верхние индексы \pm указывают на направление фазовой скорости волны – внутрь (верхний индекс) и наружу (нижний индекс) плазменного шнура.)

Далее, при описании вторичных и третичных неустойчивостей мы пренебрежем наличием набора собственных ИБ-мод и удержим лишь те из них, которые обеспечивают наиболее низкопороговую связь при распаде первичной и вторичной ВГ собственных мод. На рис. 12 показана схема каскада распадов, при которых возбуждаются собственные моды ВГ-волн, изображенные на рис. 10. Система уравнений, описывающая этот каскад последовательных распадов с учетом эф-

фекта истощения накачки и в пренебрежении лизованных ИБ-волн, может быть получена с помощью процедуры, разработанной в [6]

$$\left\{ \begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial \xi} a_0 = -\gamma_p \frac{T_e}{P_0} |a_m^+(y, z)|^2 \int_{\xi}^{\infty} d\xi' a_0(\xi') \exp(i\Psi_p(\xi) - i\Psi_p(\xi')) \\
 & -\gamma_p \frac{T_e}{P_0} |a_r^-(y, z)|^2 \int_{-\infty}^{\xi} d\xi' a_0(\xi') \exp(i\Psi_p(\xi) - i\Psi_p(\xi')) \\
 & \frac{\partial a_m^+}{\partial t} - i\Lambda_{my} \frac{\partial^2 a_m^+}{\partial y^2} - i\Lambda_{mz} \frac{\partial^2 a_m^+}{\partial z^2} = \\
 & = \gamma_p a_m^+ W^-(t, y, z; a_0) \exp\left(-\frac{y^2}{w^2} - \frac{z^2}{w^2}\right) - i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_n^+ b_p^- - i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^-, \omega_p^+) a_n^- b_p^+ - \nu_m a_m \\
 & \frac{\partial a_n^+}{\partial t} + U_{ny} \frac{\partial a_n^+}{\partial y} - i\Lambda_{ny} \frac{\partial^2 a_n^+}{\partial y^2} - i\Lambda_{nz} \frac{\partial^2 a_n^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_m^+ b_p^{-*} \\
 & -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_r^- b_s^+ - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_r^+ b_s^- - \nu_n a_n^+ \\
 & \frac{\partial b_p^-}{\partial t} - V_{py} \frac{\partial b_p^-}{\partial y} - i\Lambda_{py} \frac{\partial^2 b_p^-}{\partial y^2} - i\Lambda_{pz} \frac{\partial^2 b_p^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^+, \omega_p^-) a_m^+ a_n^{+*} - \nu_p b_p^- \\
 & \frac{\partial a_n^-}{\partial t} - U_{ny} \frac{\partial a_n^-}{\partial y} + i\Lambda_{ny} \frac{\partial^2 a_n^-}{\partial y^2} + i\Lambda_{nz} \frac{\partial^2 a_n^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^-, \omega_p^+) a_m^+ b_p^{+*} \\
 & -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_r^+ b_s^- - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_r^- b_s^+ - \nu_n a_n^- \\
 & \frac{\partial b_p^+}{\partial t} + V_{py} \frac{\partial b_p^+}{\partial y} + i\Lambda_{py} \frac{\partial^2 b_p^+}{\partial y^2} + i\Lambda_{pz} \frac{\partial^2 b_p^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{sec}}(\omega_n^-, \omega_p^+) a_m^+ a_n^{-*} - \nu_p b_p^+ \\
 & \frac{\partial a_r^+}{\partial t} + U_{ry} \frac{\partial a_r^+}{\partial y} - i\Lambda_{ry} \frac{\partial^2 a_r^+}{\partial y^2} - i\Lambda_{rz} \frac{\partial^2 a_r^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_n^+ b_s^{-*} - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_n^- b_s^{+*} - (\nu_r + \nu_{\text{rad}}) a_r^+ \\
 & \frac{\partial b_s^-}{\partial t} - V_{sy} \frac{\partial b_s^-}{\partial y} - i\Lambda_{sy} \frac{\partial^2 b_s^-}{\partial y^2} - i\Lambda_{sz} \frac{\partial^2 b_s^-}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_n^+ a_r^{+*} - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^+, \omega_s^-) a_n^- a_r^{+*} - \nu_s b_s^- \\
 & \frac{\partial a_r^-}{\partial t} - U_{ry} \frac{\partial a_r^-}{\partial y} + i\Lambda_{ry} \frac{\partial^2 a_r^-}{\partial y^2} + i\Lambda_{rz} \frac{\partial^2 a_r^-}{\partial z^2} = \\
 & = \gamma_p a_r^- W^+(t, y, z; a_0) \exp\left(-\frac{y^2}{w^2} - \frac{z^2}{w^2}\right) - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_n^+ b_s^{+*} - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_n^- b_s^{+*} - (\nu_r + \nu_{\text{rad}}) a_r^- \\
 & \frac{\partial b_s^+}{\partial t} + V_{sy} \frac{\partial b_s^+}{\partial y} + i\Lambda_{sy} \frac{\partial^2 b_s^+}{\partial y^2} + i\Lambda_{sz} \frac{\partial^2 b_s^+}{\partial z^2} = -i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_n^+ a_r^{-*} - i\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+) a_n^- a_r^{-*} - \nu_s b_s^+.
 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

В уравнениях (12) использованы, в основном, те же обозначения, что и в системе уравнений (2). Среди новых обозначений: a_0 — безразмерная амплитуда волны накачки, $\gamma_{\text{ter}}(\omega_r^-, \omega_s^+)$ — коэффициент, который описывает третичную неустойчивость и величина которого определяется эффективностью нелинейной связи вторичной ВГ-волны на частоте ω_n^+ с третичными собственными модами ВГ- и ИБ-волн на частотах ω_r^- и ω_s^+ , соответственно; ν_{rad} — декремент затухания в ре-

зультате радиационных потерь метастабильной собственной моды r , явное выражение для которого приводится в [25],

$$\begin{aligned}
 W^- &= F(\lambda_p)^{-1} \times \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\xi}^{\infty} d\xi d\xi' a_0(\xi) a_0^*(\xi') \exp(i\Psi(\xi, \xi')), \\
 W^+ &= F(\lambda_p)^{-1} \times \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\xi} d\xi d\xi' a_0(\xi) a_0^*(\xi') \exp(i\Psi(\xi, \xi'))
 \end{aligned}$$

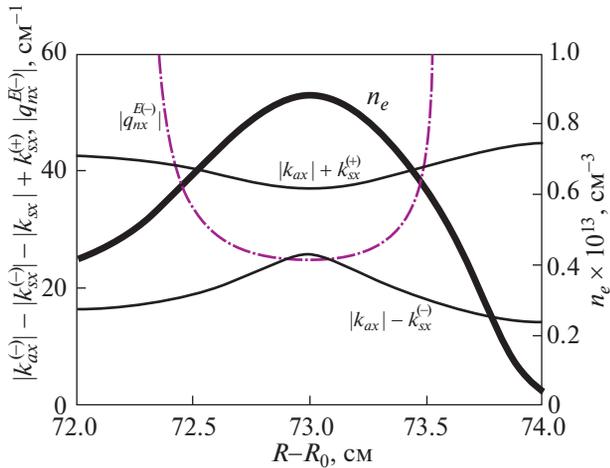


Рис. 14. Волновое число $q_{nx}^{E(-)}$ вторичной ВГ-моды, фазовая скорость которой направлена наружу (штрихпунктирная линия); сумма волнового числа

необыкновенной волны на частоте $f_a = f_0 + f_s^I$ и волнового числа первичной необыкновенной СВЧ-волны на частоте $f_0 - f_r^E$, распространяющейся внутрь ($|k_{ax}| + k_{sx}^{(+)}$); разность волнового числа необыкновенной волны на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$ и волнового числа первичной необыкновенной волны на частоте $f_0 - f_m^E$, распространяющейся в сторону границы плазмы ($|k_{ax}| - |k_{sx}^{(-)}|$).

– эффективность нелинейного взаимодействия в неоднородной плазме с учетом источника волны накачки, $\Psi(\xi, \xi') = \lambda_p (\xi - \xi') - i\xi^3 + i\xi'^3$, $\lambda_p = \Delta K_p(x_{dp}) l_{dp}$, x_{dp} – координата точки, в которой невязка (отклонение от нулевого значения) резонансного распадного условия для волновых векторов при первичном распаде ΔK_p имеет свой локальный минимум, $l_{dp} = \left| \Delta K_p'' / 6 \right|_{x_{dp}}^{-1/3}$ – размер области нелинейного взаимодействия, ' – производная по координате x ,

$$F(\lambda_p) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\xi}^{\infty} d\xi d\xi' \exp(i\lambda_p (\xi - \xi') - i(\xi^3 - \xi'^3)).$$

Частоты дочерних ВГ-волн, приведенные выше, вторичных ($f_p^{I\pm} = 0.874$ ГГц, $p = 11$) и третичных ($f_s^{I\pm} = 0.857$ ГГц, $s = 14$) ИБ-волн выбраны таким образом, чтобы обеспечить оптимальную связь в каждом нелинейном взаимодействии. На рис. 13 приведена эволюция уровня аномального поглощения при переходе решения системы к стационарному, что соответствует насыщению неустойчивости. Видно, что уровень аномального поглощения оказался значительно выше, чем в случае, рассмотренном в предыдущей главе и примерно равен 50%.

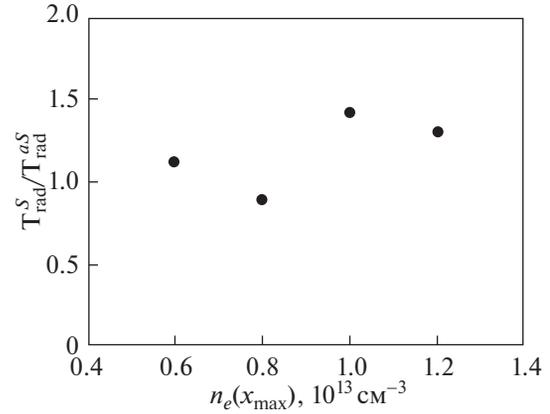


Рис. 15. Зависимость отношения радиационных температур для стоксовой и антистоксовой частотных полос от значения плотности плазмы в локальном максимуме ее немонотонного профиля.

5. СЛИЯНИЕ ДОЧЕРНИХ ВОЛН И АНОМАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ ПРИ БОЛЬШОМ ПЕРЕПАДЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ В ОСТРОВЕ

В случае большого перепада плотности в магнитном острове излучение в обеих частотных полосах формируется в результате трехволнового взаимодействия, приводящему к слиянию вторичной ВГ-моды n и первичных дочерних необыкновенных волн, распространяющихся как наружу, так и внутрь плазменного шнура. В первом случае возбуждается волна на частоте $f_a^S = f_n^E + (f_0 - f_m^E) = f_0 - f_p^I$. Во втором случае частота волны равна $f_a^{aS} = f_n^E + (f_0 - f_r^E) = f_0 + f_s^I$. Рисунок 14 иллюстрирует возможность этих процессов. На нем показано волновое число вторичной ВГ-моды n , фазовая скорость которой направлена наружу (штрихпунктирная линия). Сплошными линиями показаны, во-первых, сумма волнового числа необыкновенной результирующей волны на частоте $f_a = f_0 + f_s^I$ и волнового числа первичной необыкновенной волны на частоте $f_0 - f_r^E$, распространяющейся внутрь плазмы, т.е. $|k_{ax}| + k_{sx}^{(+)}$, во-вторых, разность волнового числа необыкновенной результирующей волны на частоте $f_a = f_0 - f_p^I$ и волнового числа первичной необыкновенной волны на частоте $f_0 - f_m^E$, распространяющейся в сторону границы плазмы, т.е. $|k_{ax}| - |k_{sx}^{(-)}|$. В точках, где пересекаются сплошные линии и штрихпунктирная линия, выполняются резонансные условия. В окрестности этих точек возможно слияние различных дочерних волн и генерация излучения в обеих частотных полосах. Поскольку к генерации излучения при-

водит слияние одной и той же вторичной собственной моды n ВГ-волны с первичными необыкновенными волнами, то величина радиационной температуры определяется амплитудой последних и размером области нелинейного слияния (см. рис. 14). В свою очередь, амплитуды первичных необыкновенных волн линейно зависят от уровня насыщения соответствующей первичной m или r ВГ-моды (см. выражение (4)). Амплитуда сигнала как для стоксовой, так и антистоксовой полосы частот дается выражением (5). Мощность соответствующего сигнала определяется выражением (11). Используя результаты численного решения системы уравнений (12), а также выражения (5) и (11), можно получить зависимость отношения радиационных температур для стоксовой и антистоксовой частотных полос от значения плотности в локальном максимуме ее немонотонного профиля при фиксированном перепаде плотности плазмы в острове, которая приведена на рис. 15. Поскольку в рассматриваемом случае уровни излучения в обеих частотных полосах определяются выражениями (5), имеющими один порядка малости, они оказываются близки. Следует отметить, что как это видно из рис. 15, согласно теоретическому анализу мощность излучения антистоксовой компоненты спектра может превосходить мощность стоксовой компоненты, в соответствии с отмечавшимися во введении экспериментальными результатами [13].

6. ВЫВОДЫ

В работе построена теория генерации спектров аномального рассеяния при ЭЦР-нагреве неплотной плазмы на второй гармонике резонанса. На основе этой теории предложено количественное объяснение частотных спектров аномального рассеяния, наблюдавшегося при ЭЦР-нагреве плазмы в экспериментах на установке W7-X. Как стоксова, так и антистоксова компоненты СВЧ-сигнала рассеяния интерпретируются как результат возбуждения низкочастотной параметрической распадной неустойчивости (ПРН) при прохождении СВЧ-волны накачки через магнитный остров, в результате которой генерируется запертая в острове верхнегибридная (ВГ) волна и нелокализованная необыкновенная СВЧ-волна. Насыщение ПРН в теории происходит в резуль-

тате каскада вторичных распадов, а генерация рассеянного излучения — за счет нелинейного (трехволнового и четырехволнового) слияния различных дочерних волн. Предложенная модель позволяет объяснить частотные спектры аномального рассеяния, наблюдавшегося в [12], воспроизвести их тонкую структуру и радиационную температуру. Уровень аномального поглощения для условий, опубликованных в работе [12], находится на уровне 2–3%.

Найдены условия, при которых можно ожидать как значительного аномального поглощения волны СВЧ-накачки (порядка 50%), так и выравнивания уровня излучения в стоксовой и антистоксовой частотных полосах, наблюдавшегося в ряде экспериментов [13]. Более того, при этих условиях возможно доминирование антистоксовой частотной компоненты в спектре принимаемого сигнала. Показано, что к таким последствиям приводит увеличение перепада плотности плазмы в магнитном острове, когда становится возможным четное число вторичных распадов и изменяются сценарии насыщения неустойчивости и генерации спектра рассеяния.

Развитие аналитической модели поддержано грантом РНФ 22-12-00010, численное моделирование выполнено в рамках государственного контракта 0040-2019-0023, а код для моделирования насыщения ПРН разработан в рамках государственного контракта 0034-2021-0003.

Авторы благодарны А. Танцетти (A. Tancetti), С. Нильсену (S.K. Nielsen), М. Сенстиусу (M.G. Senstius) за многочисленные обсуждения экспериментальных результатов, инициировавших теоретические расчеты, изложенные в настоящей статье.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражение для нелинейной плотности тока третьего порядка, который описывает четырехволновое взаимодействие двух продольных ВГ $\varphi_m^E \propto \exp(iq_{mx}^E x - i\omega_m^E t)$ и ИБ $\varphi_p^I \propto \exp(-iq_{px}^I x - i\omega_p^I t)$ волн с двумя необыкновенными $\mathbf{E}_s \propto \exp(-ik_{sx} x - i\omega_s t)$, $\mathbf{E}_a \propto \exp(-ik_{ax} x - i\omega_a t)$, в гидродинамическом приближении имеет вид

$$\mathbf{j}_a = -|e| \left(\begin{aligned} & \left(n^{(1)}(\omega_s) \mathbf{u}^{(2)}(\omega_p^I + \omega_m^E) + n^{(1)}(\omega_p^I) \mathbf{u}^{(2)}(\omega_s + \omega_m^E) + n^{(1)}(\omega_m^E) \mathbf{u}^{(2)}(\omega_s + \omega_p^I) + \right. \\ & \left. + n^{(2)}(\omega_p^I + \omega_m^E) \mathbf{u}^{(1)}(\omega_s) + n^{(2)}(\omega_s + \omega_m^E) \mathbf{u}^{(1)}(\omega_p^I) + n^{(2)}(\omega_s + \omega_p^I) \mathbf{u}^{(1)}(\omega_m^E) + n_0 \mathbf{u}^{(3)}(\omega_a) \right) \end{aligned} \right) \quad (\text{П1})$$

Частоты и волновые числа взаимодействующих волн в (П1) удовлетворяют резонансным условиям: где $\omega_a = \omega_s + \omega_p^I + \omega_m^E$ и $k_{ax} = k_{sx} + q_{px}^I - q_{mx}^E$.

Верхними индексами в скобках указан порядок соответствующей величины по амплитуде волн. Удерживая только члены нулевого порядка по па-

раметру $\omega_{ce}^2/\omega_0^2 \ll 1$ выразим свертку $(\mathbf{j}_a \cdot \mathbf{e}_a^*)$ через произведения осцилляторных скоростей электрона на разных частотах

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{j}_a \cdot \mathbf{e}_a^*) &\simeq |e|n_0 \times \\
 &\times \left(\left(\frac{q_{mx}^E + k_a}{\omega_a} - \frac{q_{mx}^E}{\omega_m^E} \right) u_x^{(1)}(\omega_m^E) u_y^{(2)}(\omega_s + \omega_p^I) + \right. \\
 &+ \left(\frac{q_{mx}^E + k_a}{\omega_s + \omega_p^I} - \frac{q_{mx}^E}{\omega_a} \right) u_x^{(2)}(\omega_s + \omega_p^I) u_y^{(1)}(\omega_m^E) + \\
 &+ \left(\frac{k_{ax} - k_{sx}}{\omega_a} + \frac{k_{sx}}{\omega_s} \right) u_x^{(1)}(\omega_s) u_y^{(2)}(\omega_p^I + \omega_m^E) + \\
 &+ \left(\frac{k_{ax} - k_{sx}}{\omega_p^I + \omega_m^E} + \frac{k_{sx}}{\omega_a} \right) u_x^{(2)}(\omega_p^I + \omega_m^E) u_y^{(1)}(\omega_s) + \\
 &+ \left. \left(\frac{k_{ax} - q_{px}^I}{\omega_a} + \frac{q_{px}^I}{\omega_p^I} \right) u_x^{(1)}(\omega_p^I) u_y^{(2)}(\omega_0) + \right.
 \end{aligned} \tag{П2}$$

$$\left. + \left(\frac{k_{ax} - q_{px}^I}{\omega_s + \omega_m^E} + \frac{q_{px}^I}{\omega_a} \right) u_x^{(2)}(\omega_0) u_y^{(1)}(\omega_p^I) \right),$$

где \mathbf{e}_a – вектор поляризации необыкновенной волны, возбуждающейся в результате слияния трех других волн, $\omega_0 = \omega_m^E + \omega_s$, $u_x^{(1)}(\omega_s) = -\frac{|e|}{m_e} \times \frac{\omega_{ce} + \omega_s g_s / \epsilon_s}{\Delta(\omega_s)} E_s$, $u_y^{(1)}(\omega_s) = -i \frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_{ce} g_s / \epsilon_s + \omega_s}{\Delta(\omega_s)} E_s$, $u_x^{(1)}(\omega_p^I) = \frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_p^I}{\Delta(\omega_p^I)} q_{px}^I \Phi_p^I$, $u_y^{(1)}(\omega_p^I) = i \frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_{ce}}{\Delta(\omega_p^I)} q_{px}^I \Phi_p^I$, $u_x^{(1)}(\omega_m^E) = -\frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_p^I}{\Delta(\omega_m^E)} q_{mx}^E \Phi_m^E$, $u_y^{(1)}(\omega_m^E) = -i \frac{|e|}{m_e} \frac{\omega_{ce}}{\Delta(\omega_m^E)} \times q_{mx}^E \Phi_m^E$, $\Delta(\omega) = \omega^2 - \omega_{ce}^2$,

$$u_x^{(2)}(\omega_m^E + \omega_p^I) = \frac{e^2}{m_e^2} \frac{q_{px}^I \omega_m^E (\omega_{ce}^2 + \omega_p^I (\omega_p^I + \omega_m^E)) - q_{mx}^E \omega_p^I (\omega_{ce}^2 + \omega_m^E (\omega_p^I + \omega_m^E))}{\Delta(\omega_m^E + \omega_p^I) \Delta(\omega_m^E) \Delta(\omega_p^I)} q_{mx}^E q_{px}^I \Phi_m^E \Phi_p^I,$$

$$u_y^{(2)}(\omega_m^E + \omega_p^I) = i \frac{e^2}{m_e^2} |\omega_{ce}| \frac{q_{px}^I \omega_m^E (2\omega_p^I + \omega_m^E) - q_{mx}^E \omega_p^I (2\omega_m^E + \omega_p^I)}{\Delta(\omega_m^E + \omega_p^I) \Delta(\omega_m^E) \Delta(\omega_p^I)} q_{mx}^E q_{px}^I \Phi_m^E \Phi_p^I,$$

$$\begin{aligned}
 u_x^{(2)}(\omega_0) &= \frac{e^2}{m_e^2} \frac{q_{mx}^E \Phi_m^E E_s}{\Delta(\omega_0) \Delta(\omega_m^E) \Delta(\omega_s)} \left(q_{mx}^E (\omega_{ce}^2 + \omega_m^E \omega_0) \left(\omega_{ce} + \omega_s \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) - \right. \\
 &\left. - k_{sx} \left(\omega_{ce}^2 \omega_m^E \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_s} + \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) + \omega_0 \left(\frac{\omega_{ce}^3}{\omega_s} - \omega_s \omega_m^E \frac{g_s}{\epsilon_s} - \omega_{ce} \omega_0 \right) \right) \right),
 \end{aligned}$$

$$u_y^{(2)}(\omega_0) = i \frac{e^2}{m_e^2} \frac{|\omega_{ce}| q_{mx}^E \Phi_m^E E_s}{\Delta(\omega_0) \Delta(\omega_m^E) \Delta(\omega_s)} \left(q_{mx}^E (\omega_m^E + \omega_0) \left(|\omega_{ce}| + \omega_s \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) - k_{sx} \left(\frac{|\omega_{ce}|^3}{\omega_s} + \omega_m^{E2} \frac{g_s}{\epsilon_s} + \frac{|\omega_{ce}| \omega_0}{\omega_s} (\omega_m^E - \omega_s) \right) \right),$$

$$\begin{aligned}
 u_x^{(2)}(\omega_p^I + \omega_s) &= -\frac{e^2}{m_e^2} \frac{q_{px}^I \Phi_p^I E_s}{\Delta(\omega_p^I + \omega_s) \Delta(\omega_p^I) \Delta(\omega_s)} \left(q_{px}^I (\omega_{ce}^2 + \omega_p^I (\omega_p^I + \omega_s)) \left(\omega_{ce} + \omega_s \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) + \right. \\
 &\left. + k_{sx} \left(\frac{g_s}{\epsilon_s} (\omega_{ce}^2 \omega_p^I + \omega_p^I \omega_s (\omega_p^I + \omega_s)) + \frac{\omega_{ce}^3}{\omega_s} (2\omega_p^I + \omega_s) + \omega_{ce} (\omega_p^2 - \omega_s^2) \right) \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_x^{(2)}(\omega_p^I + \omega_s) &= -i \frac{e^2}{m_e^2} \frac{|\omega_{ce}| q_{px}^I \Phi_p^I E_s}{\Delta(\omega_p^I + \omega_s) \Delta(\omega_p^I) \Delta(\omega_s)} \left(q_{px}^I (2\omega_p^I + \omega_s) \left(\omega_{ce} + \omega_s \frac{g_s}{\epsilon_s} \right) + \right. \\
 &\left. + k_{sx} \left(\frac{\omega_{ce}^3}{\omega_s} + \omega_p^I \frac{g_s}{\epsilon_s} (\omega_p^I + 2\omega_s) + \frac{\omega_{ce}}{\omega_s} (\omega_p^{I2} + 2\omega_p^I \omega_s - \omega_s^2) \right) \right).
 \end{aligned}$$

В итоге, выражение (П2) можно представить в следующей форме

$$\mathbf{e}_a^* \cdot \mathbf{j}^{(3)}(\omega_a, \mathbf{r}) = \sigma_a^{(3)} \frac{q_{mx}^E \Phi_m^E}{B(x_{\max})} \frac{q_{px}^I \Phi_p^I}{B(x_{\max})} E_s. \quad (\text{П3})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Westerhof E., Nielsen S.K., Oosterbeek J.W., Salewski M., de Baar M.R., Bongers W.A., Bürger A., Henneman B.A., Korsholm S.B., Leipold F., Moseev D., Stejner M., Thoen D.J.* // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103. P. 125001.
2. *Nielsen S.K., Salewski M., Westerhof E., Bongers W., Korsholm S.B., Leipold F., Oosterbeek J.W., Moseev D., Stejner M.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2013. V. 55. P. 115003.
3. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Physics of Plasmas.* 2016. V. 23. P. 082503.
4. *Popov A.Yu., Gusakov E.Z.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2015. V. 57. P. 025022.
5. *Popov A. Yu., Gusakov E.Z.* // *Europhys. Lett.* 2016. V. 116. P. 45002.
6. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Phys. Usp.* 2020. V. 63. P. 365.
7. *Kantor M.Yu., Donne A.J.H., Jaspers R., van der Meiden H. and TEXTOR Team* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2009. V. 51. P. 055002.
8. *Senstius M.G., Nielsen S.K. and Vann R.G.L.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2021. V. 63. P. 065018.
9. *Hansen S.K., Jacobsen A.S., Willensdorfer M., Nielsen S.K., Stober J., Höfler K., Maraschek M., Fischer R., Dunne M., the EURO fusion MST team and the ASDEX Upgrade team* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2021. V. 63. P.095002.
10. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu. and Tretinnikov P.V.* // *Nucl. Fusion.* 2019. V. 59. P. 106040.
11. *Hansen S.K., Nielsen S.K., Stober J., Rasmussen J., Stejner M., Hoelzl M., Jensen T. and the ASDEX Upgrade team* // *Nucl. Fusion.* 2020. V. 60. P. 106008.
12. *Tancetti A., Nielsen S.K., Rasmussen J., Gusakov E.Z., Popov A.Y., Moseev D., Stange T., Senstius M.G., Killer C., Vecsei M., Jensen T., Zanini M., Abramovic I., Stejner M., Anda G., Dunai D., Zoletnik S., Laqua H.* // *Nuclear Fusion.* 2022. V. 62. P. 074003.
13. *Tancetti A.* private communication
14. *Arkhipenko V.I., Budnikov V.N., Gusakov E.Z., Pisarev V.A., Simonchik L.V.* // *Plasma Physics and Controlled Fusion.* 1998. V. 40. P. 215–231.
15. *Гусаков Е.З., Попов А.Ю.* // *Письма ЖЭТФ.* 2010. V. 91. P. 724.
16. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 105. P. 115003.
17. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2021. V. 63. P. 125017.
18. *Piliya A.D., Popov A.Yu.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2002. V. 44. P. 467.
19. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // *Nucl. Fusion.* 2020. V. 60. P. 076018.
20. *Гусаков Е.З., Попов А.Ю.* // *Физика плазмы.* 2022. Т. 48. С. 306–316.
21. *Donne A.J.H., van Gorkom J.C., Udintsev V.S., Domier C.W., Krämer-Flecken A., Luhmann Jr. N.C., Schüller F.C.* // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. P. 085001.
22. *Vermare L., Clairet F., Heuraux S., Lecler G.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2005. V. 47. P. 1895.
23. *Kornev V.A., Askinazi L.G., Vildzhyunas M.I., Golant V.E., Zhubr N.A., Krikunov S.V., Lebedev S.V., Rozhdestvenskii V.V., Tukachinskii A.S.* // *Plasma Phys. Rep.* 2005. V. 31. P. 803.
24. *Krämer-Flecken A., Han X., Windisch T., Cosfeld J., Drews P., Fuchert G., Geiger J., Grulke O., Killer C., Knieps A., Liang Y., Liu S., Rack M. and the W7-X team et al.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2019. V. 61. P. 054003.
25. *Popov A.Y., Nagovitsin A., Gusakov E.Z.* // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2022. V. 64. P. 105005.

О СТАЦИОНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ
В УСЛОВИЯХ ЛОКАЛИЗОВАННОГО ЭНЕРГОВКЛАДА© 2023 г. И. С. Абрамов^{a, b, *}, Е. Д. Господчиков^a, А. Г. Шалашов^a^a Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия^b Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

*e-mail: abramov@ipfran.ru

Поступила в редакцию 01.09.2022 г.

После доработки 07.10.2022 г.

Принята к публикации 15.10.2022 г.

Представлена одномерная газодинамическая модель, позволяющая установить необходимые условия возникновения и характеристики стационарного течения сжимаемой сплошной среды с нелинейной теплопроводностью, примером которой является полностью или частично ионизированная плазма, при наличии локализованного источника тепла заданной мощности.

Ключевые слова: гидродинамика плазмы, стационарный разряд, нелинейная теплопроводность

DOI: 10.31857/S0367292122601084, EDN: NPIRMS

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно развиваются приложения, связанные с применением разряда, поддерживаемого излучением гиротрона в потоке газа [1–5]. Современные приборы способны работать в субтерагерцевом диапазоне частот и обладают средней мощностью на уровне сотен киловатт [6], что позволяет поддерживать плазму с плотностями до 10^{16} см⁻³ и достигать средних энергий электронов порядка 100 эВ [7]. Данные условия являются благоприятными с точки зрения протекания в плазме элементарных процессов, связанных с электронным ударом, например, генерации многозарядных ионов, используемых в ускорителях заряженных частиц и являющихся источником экстремального ультрафиолетового излучения для литографии [8, 9].

Одним из определяющих преимуществ применения гиротронов для поддержания обсуждаемого разряда традиционно называют возможность обеспечить работу в режиме длительных импульсов вплоть до стационарной генерации. С этим связываются надежды на реализацию стационарного разряда и, соответственно, разработку стационарных источников частиц и излучения. Важной задачей теоретического описания обсуждаемых разрядов, таким образом, является установление возможности реализации в них стационарного течения плазмы в зависимости от набора внешних управляющих параметров, определяемых системой напуска газа, механизмом погло-

щения излучения, наличием и конфигурацией внешнего магнитного поля и пр.

С точки зрения классификации обсуждаемый субтерагерцевый разряд можно назвать предельным случаем непрерывного оптического разряда в потоке газа [10], главным приложением которого является разработанный на его основе лазерный плазмотрон [11, 12]. Несмотря на различия в параметрах плазмы и поддерживающего излучения субтерагерцевого и оптического разрядов в потоке газа, их ключевые свойства во многом являются схожими:

1) характерные пространственные масштабы области энерговклада малы по сравнению с масштабами разряда в целом;

2) существенную роль в балансе энергии играют потери за счет неупругих соударений (в частности, потери на излучение атомов и ионов);

3) плазма разряда достаточно плотная и допускает гидродинамическое описание ее компонент;

4) теплопроводность плазмы нелинейна.

В случае непрерывного оптического разряда плазма, как правило, равновесна, и описание производится при помощи уравнений гидродинамики, записываемых для скорости потока газа, его концентрации и температуры, а обусловленные наличием ионизации процессы отражаются в соответствующей температурной зависимости коэффициентов уравнения баланса энергии. Такой подход с успехом развивали в своих работах Ю.П. Райзер и С.Т. Суржиков [13–15]. Субтерагерцевый разряд характеризуется, как правило,

полностью ионизированной и, зачастую, неравновесной плазмой с горячими электронами. В этом случае уравнения гидродинамики записываются для газодинамических характеристик потока ионов, при необходимости — многозарядных, с явным учетом последовательной ионизации электронным ударом. При этом давление плазмы определяется давлением горячих электронов, концентрация которых связана с концентрацией ионов в силу соотношения квазинейтральности. Такое описание в приближении бесконечно большой электронной теплопроводности реализовано в работах [16–23]. Важно отметить, что, когда динамика в ионном составе связана с последовательной ионизацией электронным ударом, в силу достаточно резкого уменьшения характерных сечений ионизации с ростом заряда иона, в одной и той же точке стационарного потока плазмы многозарядных ионов присутствуют, как правило, лишь фракции с минимальным отличием зарядовых чисел. В этой ситуации можно отказаться от описания направленной скорости каждой из ионных фракций в отдельности и перейти к описанию потока плазмы в одножидкостном приближении, считая, что в каждой точке потока направленные скорости представленных в ней ионных компонент мало отличаются друг от друга и, следовательно, от локальной средней скорости потока. Таким образом, как в случае субтерагерцевого, так и в случае оптического разряда в потоке газа описание течения плазмы может быть выполнено в приближении одножидкостной гидродинамики, причем интерес представляет в первую очередь распределение характеристик плазмы вдоль потока, для приближенного описания которых целесообразно построение квазиодномерных моделей. Нелинейность теплопроводности, указанная в качестве свойства 1), имеет в непрерывном оптическом и субтерагерцевом разряде разную природу. Теплопроводность плазмы оптического разряда определяется теплопроводностью газа, нагретого до высоких температур [24]. В полностью ионизированной плазме с горячими электронами, характерной для субтерагерцевого разряда, теплопроводность плазмы определяется нелинейной теплопроводностью электронов [25].

В целом, можно сказать, что классическая теория Ю.П. Райзера допускает прямое обобщение на интересующий нас случай субтерагерцевого разряда с многозарядными ионами введением нового эффективного уравнения состояния, которое аналогично работам [16–23] учитывало бы изменение среднего заряда ионов за счет последовательной многократной ионизации, и адекватной ситуации описания ионизации и энергии излучения гиротрона. Однако в вопросе о возможности реализации стационарного течения, отвечающего тому или иному набору внешних

параметров, классическое рассмотрение даже в рамках самых простых одномерных моделей предполагает решение задачи методом установления [14, 15]. В условиях, когда интерес представляют лишь характеристики установившегося течения и значения необходимых для его реализации внешних параметров, такое описание представляется избыточным.

В настоящей работе рассматривается одномерное течение простой модельной сплошной среды, обладающее свойствами 1)–4). Предложен подход, позволяющий решить задачу о структуре стационарного течения и установить необходимые для его реализации значения внешних параметров, оставаясь в рамках анализа системы стационарных уравнений гидродинамики. В частности, рассмотренная в работе модель предоставляет возможность описания в рамках одножидкостной гидродинамики стационарного течения полностью ионизированной плазмы, содержащей одну ионную компоненту и нагреваемой локализованным источником тепла [25]. Для аналогичного течения плазмы многозарядных ионов, распределение которых по зарядовым состояниям изменяется вдоль потока за счет последовательной ионизации, связь давления с концентрацией и температурой (уравнение состояния) и функция потерь энергии являются более сложными по сравнению с рассмотренными в настоящей работе, и при необходимости корректного учета связанных с последовательной ионизацией эффектов предложенная модель должна быть обобщена включением явного описания изменения концентрации каждой ионной компоненты в отдельности и зависимости потерь от ионного состава [16–19].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим стационарное одномерное течение идеального газа, задаваемое плотностью потока G и динамическим давлением p . Поток распространяется вдоль оси z , характеризуется направленной скоростью $u(z)$, концентрацией газа $n(z)$ и его температурой $T(z)$. Для описания течения будем использовать систему стационарных уравнений гидродинамики [26]

$$\frac{d}{dz}(nu) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dz}(mnu^2 + nT) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dz}\left(nu\left[\frac{mu^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}T\right] - \kappa(T)\frac{dT}{dz}\right) = I\delta(z) - Q(T, n), \quad (3)$$

где $\kappa(T)$ — коэффициент (нелинейной) теплопроводности, m — масса частиц газа, γ — показа-

тель адиабаты Пуассона. В потоке присутствует источник тепла, характеризующийся плотностью мощности I и пренебрежимо малой протяженностью по оси z , которая описывается дельта-функцией Дирака $\delta(z)$ в (3). Получаемая от источника энергия тратится на нагрев газа и теряется в результате происходящих в газе неупругих элементарных процессов, характеризующихся объемной плотностью мощности потерь $Q(T, n)$ в (3). Температурная зависимость плотности мощности потерь определяется сечениями и характерными энергиями неупругих процессов, которые носят, как правило, пороговый характер. Поэтому будем предполагать, что при уменьшении температуры ниже некоторого значения T_{\min} , определяемого энергиями возбуждения внутренних степеней свободы, объемная плотность мощности потерь становится нулевой, т.е. $Q(T, n) \propto \Theta(T - T_{\min})$, $\Theta(x)$ – тета-функция Хевисайда.

Уравнения (1) и (2) представляют собой законы сохранения плотности потока и динамического давления соответственно

$$nu = G, \tag{4}$$

$$mnu^2 + nT = p, \tag{5}$$

что позволяет выразить скорость потока и концентрацию газа как функции температуры. Тем самым задача сводится к нахождению зависимости $T(z)$ из уравнения баланса энергии (3).

Выражения для u и n неоднозначны и имеют две ветви

$$u^\pm = \frac{p}{2mG} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2mG}\right)^2 - \frac{T}{m}}, \tag{6}$$

$$n^\pm = G \left(\frac{p}{2mG} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2mG}\right)^2 - \frac{T}{m}} \right)^{-1}. \tag{7}$$

Знаку “–” соответствует дозвуковой режим течения, а знаку “+” – сверхзвуковой. Из выражений видно, что непрерывный переход скорости потока через скорость изотермического звука $c_s = \sqrt{T/m}$ и, соответственно, смена ветви возможны только при достижении температурой значения

$$T_{\max} = \frac{p^2}{4mG^2}, \tag{8}$$

являющегося максимально возможным для течения, определяемого данными p и G . Поскольку температура газа спадает при удалении от локализованного источника тепла, значение T_{\max} может достигаться лишь на самом источнике. Таким образом, непрерывный переход между режимами возможен только в области источника тепла.

Пользуясь выражениями (6), (7) и рассматривая течение вне области источника, перепишем уравнение баланса энергии (3) в виде

$$\frac{d}{dz} \left(GT_{\max} \left[\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} \frac{T}{T_{\max}} \pm \sqrt{1 - \frac{T}{T_{\max}}} \right] - \varkappa(T) \frac{dT}{dz} \right) = -Q^\pm(T), \tag{9}$$

где $Q^\pm(T) = Q(T, n^\pm(T))$ – известная функция температуры, причем $Q^\pm = 0$ при $T < T_{\min}$. Искомое решение $T(z)$ получается в результате непрерывной “сшивки” решений (9), полученных для областей $z < 0$ и $z > 0$, в точке $z = 0$. Для корректной математической постановки задачи остается задать необходимые граничные условия.

Чтобы однозначно определить решение уравнения (9), требуется задать в некоторой точке значение температуры и ее первой производной. В рассматриваемой постановке единственным выделенным значением температуры является температура отключения объемных потерь T_{\min} . Поскольку плотность мощности источника тепла I конечна, температура газа снижаясь от области источника, локализованного в $z = 0$, стремится к T_{\min} , обеспечивая тем самым конечные объемные потери, а ее производная, соответственно, стремится к нулю

$$\lim_{T \rightarrow T_{\min}} (dT/dz) = 0. \tag{10}$$

Таким образом, в рассматриваемом случае нам известна лишь связь между температурой и ее производной, выражаемая соотношением (10), но не значение этих величин в некоторой точке. Для замыкания задачи этого недостаточно.

Еще одно условие связано с тем, что плотность теплового потока на источнике тепла терпит разрыв, однозначно определяемый плотностью мощности I . Проинтегрировав уравнение баланса энергии (3) в малой окрестности точки $z = 0$, явно разрешаем данное условие относительно производной температуры

$$\frac{dT}{dz} \Big|_{-0} - \frac{dT}{dz} \Big|_{+0} = \frac{I}{\varkappa(T_0)} > 0, \tag{11}$$

где $T_0 = T(0)$ – температура газа в области источника. Здесь важно отметить, что зависимость T_0 от плотности мощности источника тепла I монотонно возрастающая. Чтобы это показать, достаточно перейти в уравнении (9) к дифференцированию по температуре T , а затем вычесть значения полученных выражений в точках $z = +0$ и

$z = -0$. Выделяя под знаком производной плотность мощности источника тепла согласно выражению (11), получаем

$$\frac{dI}{dT_0} = Q^\pm(T_0) \left(\frac{dT}{dz} \Big|_{+0} - \frac{dT}{dz} \Big|_{-0} \right) \times \left(\frac{dT}{dz} \Big|_{-0} \frac{dT}{dz} \Big|_{+0} \right)^{-1} > 0 \Rightarrow \frac{dT_0}{dI} > 0. \quad (12)$$

Таким образом, соответствие между плотностью мощности и температурой газа в области источника является взаимно однозначным на области определения dI/dT_0 .

3. ТЕЧЕНИЯ БЕЗ ПЕРЕХОДА ЧЕРЕЗ ЗВУКОВОЙ БАРЬЕР

Поскольку коэффициенты уравнения (9) не содержат координаты z в явном виде, дальнейший анализ удобно произвести с помощью фазовой плоскости $\{T, W = dT/dz\}$. Для ее построения перейдем от уравнения второго порядка (9) к системе двух уравнений первого порядка и разрешим их относительно производных

$$\frac{dT}{dz} = W, \quad \frac{dW}{dz} = F(T, W), \quad (13)$$

где функция $F(T, W)$ дается выражением

$$F(T, W) = \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \mp \frac{1}{\sqrt{1 - T/T_{\max}}} \right) \frac{GW}{2\kappa(T)} - \frac{W^2}{\kappa(T)} \frac{d\kappa(T)}{dT} + \frac{Q^\pm(T)}{\kappa(T)}. \quad (14)$$

Дозвуковому течению отвечает выражение с $Q^-(T)$, сверхзвуковому – выражение с $Q^+(T)$. Характерные фазовые портреты дозвукового и сверхзвукового течений представлены на рис. 1а и б.

Разделив друг на друга выражения для dW/dz и dT/dz из (13) можно записать уравнение, которому удовлетворяют фазовые траектории $W(T)$

$$\frac{dW}{dT} = W^{-1} F(T, W). \quad (15)$$

Данная возможность также – следствие того, что коэффициенты уравнения (9) не являются явными функциями z . В соответствии с условием (10) для тех фазовых траекторий, которые удовлетворяют рассматриваемой постановке, справедливо $W \rightarrow 0$ при $T \rightarrow T_{\min}$. Однако для практического отыскания этих траекторий данное условие не применимо. Точка $\{T_{\min}, 0\}$ является особенной, и условие (10) выделяет сразу две различных фазовых траектории, одна из которых целиком лежит в верхней фазовой полуплоскости $W > 0$, а другая в нижней $W < 0$. Физически первая из них отве-

чает решению (9) в области $z < 0$, где производная температуры положительна, а вторая – решению в области $z > 0$, где производная температуры отрицательна. Задать в явном виде два граничных условия, которые однозначно определяют каждую из искомым фазовых траекторий в отдельности, можно, например, найдя асимптотики решений (15) при $T \rightarrow T_{\min}$. В этом случае граничные условия задаются при температуре T^* , близкой к T_{\min} , но слегка ее превосходящей, а значит, в обход особенности. Соответствующая техника представлена в Приложении А и используется нами для практического отыскания при помощи уравнения (15) фазовых траекторий, удовлетворяющих (10).

Таким образом, находим четыре фазовых траектории, отвечающих рассматриваемой постановке: по две для дозвукового и сверхзвукового режимов течения. Траектория $W_{<}^-(T)$ в верхней полуплоскости $dT/dz > 0$ соответствует зависимости производной температуры газа от самой этой температуры при $z < 0$, т.е. в дозвуковом режиме выше по течению относительно источника, расположенного в $z = 0$. Траектория $W_{>}^-(T)$ в нижней полуплоскости $dT/dz < 0$ соответствует зависимости при $z > 0$, отвечающей дозвуковому течению ниже источника. Аналогично, траектории $W_{<}^+(T)$ и $W_{>}^+(T)$ отвечают зависимостям производной температуры газа от самой этой температуры в сверхзвуковом режиме выше и ниже источника, соответственно.

Подставляя найденные фазовые траектории в условие (11), определяем на отрезке $T_{\min} \leq T_0 \leq T_{\max}(G, p)$ функцию

$$I^\pm(T_0) = \kappa(T_0) [W_{<}^\pm(T_0) - W_{>}^\pm(T_0)]. \quad (16)$$

Данная функция монотонно возрастает с увеличением температуры на источнике T_0 и имеет область значений

$$0 \leq I^\pm \leq I_{\max}^\pm(G, p) = I^\pm(T_{\max}). \quad (17)$$

Если I превосходит $I_{\max}^\pm(G, p)$, то для данного сочетания плотности мощности источника тепла I , плотности потока G и динамического давления p реализация стационарного течения без звукового перехода невозможна. Если плотность мощности I меньше I_{\max}^\pm , то, обращая зависимость (16), получаем соответствующее значение температуры газа в области источника тепла для дозвукового (T_0^-) или сверхзвукового (T_0^+) течения. По известным фазовым траекториям $W_{<}^\pm(T)$ и $W_{>}^\pm(T)$ можно восстановить значение производной температуры dT/dz при $T = T_0^\pm$, т.е. в $z = +0$ и $z = -0$. В ре-

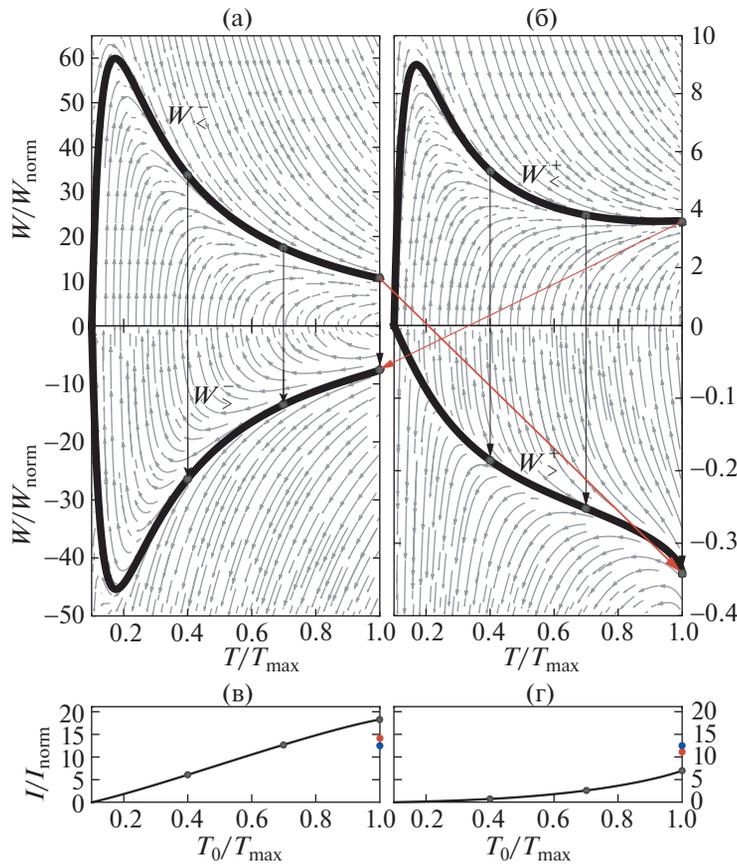


Рис. 1. Фазовая плоскость уравнения (9) для дозвукового (а) и сверхзвукового (б) режимов течения и отвечающие им законы соответствия между допустимыми значениями плотности мощности I и температурой газа в области источника T_0 (в, г). Для фазовых портретов при $W < 0$ и $W > 0$ выбран различный масштаб вертикальной оси в целях удобства анализа рисунка. Фазовые траектории $W_{<}^{\pm}$ и $W_{>}^{\pm}$, выделяемые условием (10), показаны на (а) и (б) жирными черными линиями, остальные траектории показаны серыми линиями со стрелками, указывающими направление увеличения координаты z . Черными стрелками показаны переходы между траекториями $W_{<}^- \rightarrow W_{>}^-$ (а) и $W_{<}^+ \rightarrow W_{>}^+$ (б), отвечающие течениям без перехода через звуковой барьер и соответствующие плотностям мощности источника I и температурам газа в области источника T_0 , отмеченным черными точками на (в) и (г). Красными стрелками показаны переходы $W_{<}^- \rightarrow W_{>}^- \rightarrow W_{>}^+$ и $W_{<}^+ \rightarrow W_{>}^+$, отвечающие течениям с переходом через звуковой барьер. Необходимые для этих переходов $I^{-\rightarrow+}$ и $I^{+\rightarrow-}$ показаны красными точками на (в) и (г), значение (31) – синей точкой. Нормировки: $W_{\text{norm}} = G \varkappa_0^{-1} T_{\text{max}}^{-3/2}$, $I_{\text{norm}} = G T_{\text{max}}$.

зультате, задание плотности потока G , динамического давления p и совместного с ними значения плотности мощности источника тепла $I < I_{\text{max}}^{\pm}$ приводит в силу условий (10), (11) к постановке задач Коши для уравнения (9) в областях $z > 0$ и $z < 0$

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{+0} = W_{>}^{\pm}(T_0^{\pm}), \quad T(+0) = T_0^{\pm}, \quad (18)$$

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{-0} = W_{<}^{\pm}(T_0^{\pm}), \quad T(-0) = T_0^{\pm}. \quad (19)$$

Их решения сшиваются между собой в $z = 0$, образуя тем самым решение $T^{\pm}(z)$ исходного уравнения баланса энергии (3). Подстановка найденного $T^{\pm}(z)$ в соотношения (6) и (7) определяет концентрации газа $n^{\pm}(z)$ и скорости потока $u^{\pm}(z)$, что завершает формальное решение задачи.

В качестве иллюстрации на рис. 2 и 3 приведены примеры расчетов пространственных профилей газодинамических характеристик дозвуковых и сверхзвуковых течений, соответствующих выделенным на рис. 1 значениям плотности мощности источника тепла. При построении всех ри-

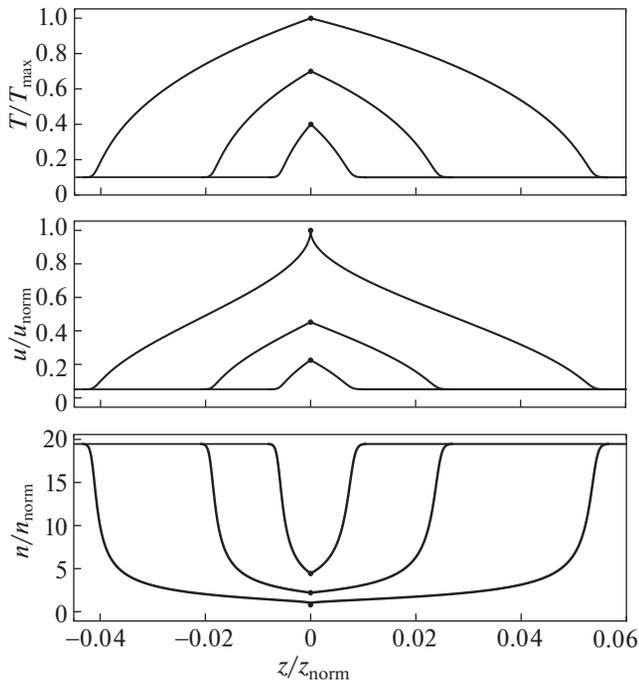


Рис. 2. Зависимость температуры, скорости потока и концентрации частиц от координаты z для дозвуковых течений, соответствующих выделенным черными точками на рис. 1в значениям плотности мощности источника тепла. Нормировки: $u_{\text{norm}} = \sqrt{T_{\text{max}}/m}$, $n_{\text{norm}} = G\sqrt{m/T_{\text{max}}}$, $z_{\text{norm}} = \kappa_0 T_{\text{max}}^{5/2}/G$.

сунков используется зависимость $\kappa(T) = \kappa_0 T^{5/2}$, $\kappa_0 = \text{const}$, что соответствует электронной теплопроводности полностью ионизированной плазмы [25]. Функция потерь $Q(T, n)$ берется пропорциональной квадрату концентрации частиц, что соответствует потерям за счет парных соударений, и задается выражением

$$Q(T, n) = \alpha(T) \frac{n^2 T_{\text{max}}}{mG^2} Q_{\text{ref}}, \quad (20)$$

где температурная зависимость $\alpha(T)$ нормирована на единицу и на исследуемом отрезке $T_{\text{min}} \leq T \leq T_{\text{max}}$ берется линейной $\alpha(T) = [(T - T_{\text{min}})/(T_{\text{max}} - T_{\text{min}})]\Theta(T - T_{\text{min}})$, отношение $T_{\text{min}}/T_{\text{max}} = 0.1$, величина Q_{ref} имеет смысл объемной плотности мощности потерь в $T = T_{\text{max}}$, при построении рисунков берется $Q_{\text{ref}} = 50 G^2 / \kappa_0 T_{\text{max}}^{3/2}$. Графики демонстрируют типичные для дозвукового и сверхзвукового течений зависимости скорости и концентрации газа вдоль потока [26–28]. Нагрев газа в дозвуковом режиме сопровождается увеличением скорости и уменьшением концентрации, в сверхзвуковом – уменьшением скорости и увеличением концентрации. При охлаждении газа

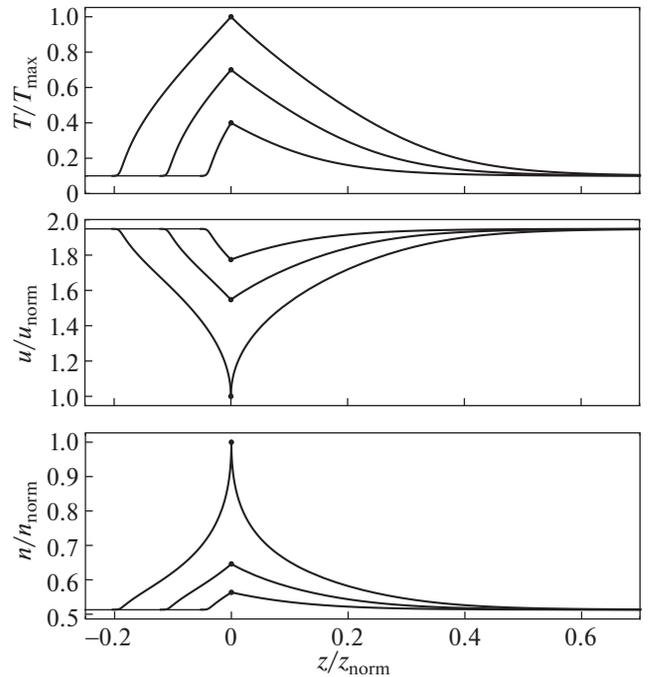


Рис. 3. То же, что и рис. 2, для сверхзвуковых течений, соответствующих значениям плотности мощности источника тепла, выделенным черными точками на рис. 1г.

зависимости инвертированы: дозвуковой режим характеризуется уменьшением скорости и увеличением концентрации, сверхзвуковой – увеличением скорости и уменьшением концентрации. Скорость, таким образом, растет к области источника тепла в дозвуковом режиме и убывает в сверхзвуковом. Концентрация, напротив, в дозвуковом имеет минимум на источнике, а в сверхзвуковом – максимум.

4. ТЕЧЕНИЯ С ПЕРЕХОДОМ ЧЕРЕЗ ЗВУКОВОЙ БАРЬЕР

Непрерывный переход скорости потока через скорость звука возможен в силу (6) только в окрестности источника тепла. Фазовый портрет такого течения представляет собой сшивку верхней фазовой полуплоскости, отвечающей одному режиму, с нижней фазовой полуплоскостью другого (крест-накрест). Переход между соответствующими фазовыми траекториями происходит при строго определенной температуре источника $T_0 = T_{\text{max}}$. Для перехода из дозвукового режима в сверхзвуковой это переход между фазовыми траекториями W_{ζ}^- и W_{ζ}^+ . Для перехода от сверхзвукового течения к дозвуковому – между W_{ζ}^+ и W_{ζ}^- . Требуемые для данных переходов мощности так-

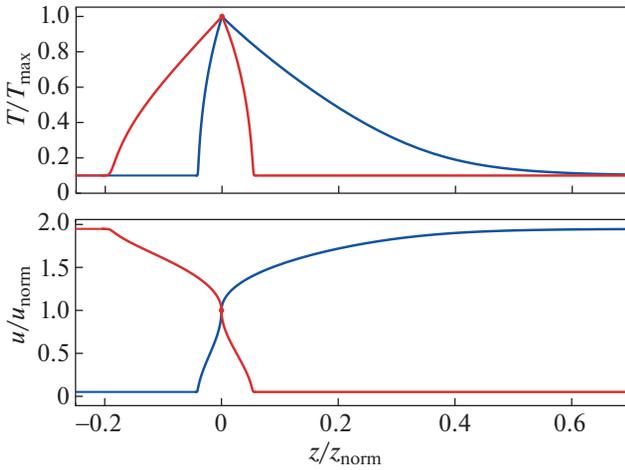


Рис. 4. Зависимость температуры газа и скорости потока от пространственной координаты z для течений с переходом через звуковой барьер, соответствующих значениям плотности мощности источника тепла, показанных красными точками на рис. 1в (синяя кривая) и рис. 1г. (красная кривая). Нормировки: $u_{\text{norm}} = \sqrt{T_{\text{max}}/m}$, $z_{\text{norm}} = \kappa_0 T_{\text{max}}^{5/2}/G$.

же должны принимать строго определенные (для данных p и G) значения

$$I^{- \rightarrow +} = \kappa(T_{\text{max}}) [W_{<}^-(T_{\text{max}}) - W_{>}^+(T_{\text{max}})], \quad (21)$$

$$I^{+ \rightarrow -} = \kappa(T_{\text{max}}) [W_{<}^+(T_{\text{max}}) - W_{>}^-(T_{\text{max}})]. \quad (22)$$

На рис. 4 приведены пространственные профили температуры и скорости для течений с переходом через звуковой барьер. Отвечающие им переходы между фазовыми траекториями и необходимые для них мощности показаны на рис. 1 красными стрелками и красными точками соответственно.

5. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

При конкретной зависимости теплопроводности от температуры $\kappa(T)$ решение уравнений (1)–(3) в рассмотренной постановке зависит от двух безразмерных параметров: нормированной плотности мощности источника тепла I/GT_{max} и параметра

$$R_q = \frac{Q\kappa(T_{\text{max}})}{G^2 T_{\text{max}}}, \quad (23)$$

являющегося характерным отношением плотности потока энергии за счет теплопроводности к плотности потока энергии за счет конвекции. Убедиться в этом можно, нормировав газодинамические характеристики и координату z в уравнениях (1)–(3). Нормировки: $T_{\text{norm}} = T_{\text{max}}$, $u_{\text{norm}} = \sqrt{T_{\text{max}}/m}$, $n_{\text{norm}} = G\sqrt{m/T_{\text{max}}}$, $z_{\text{norm}} = \kappa(T_{\text{max}})/G$.

Для субтерагерцевых разрядов отношение (23), как правило, является числом, много большим единицы. Так, при давлениях $p \sim 0.1$ атм, линейных размерах разряда $l \sim 100$ мкм, потоках частиц $GI^2 \sim 10^{18} \text{ с}^{-1}$ и полной мощности излучения $Ql^3 \sim 100$ Вт, характерных для разряда в потоке ксенона из экспериментов [5] оценка параметра R_q по (23) с коэффициентом теплопроводности $\kappa(T) = \kappa_0 T^{5/2}$, соответствующим полностью ионизированной плазме, параметром $\kappa_0 \approx 3.5 \times 10^{31} \text{ см}^{-3} \cdot \text{эВ}^{-3/2} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}$, вычисленным согласно [25], массой иона ксенона $m = 2.2 \times 10^{-22} \text{ г}$ и T_{max} из (8) дает

$$R_q = \frac{Q\kappa_0 p^3}{8G^5 m^{3/2}} \approx 50. \quad (24)$$

В случае увеличения давления, например, при увеличении частоты греющего субтерагерцевого излучения, данное число быстро растет, как куб давления. Используемый при построении иллюстраций параметр $Q_{\text{ref}} = 50G^2/\kappa_0 T_{\text{max}}^{3/2}$ призван отразить это обстоятельство; параметры в приводимых примерах обеспечивают достаточно высокие характерные значения R_q .

В приближении $R_q \gg 1$ возможен ряд упрощений. В частности, для зависимостей (16) мощности источника тепла I^\pm от температуры T_0 в $z = 0$ можно получить приближенное выражение в квадратурах. Для этого пренебрежем в (14) конвективным потоком энергии. Уравнение (15) перепишется в виде

$$W \frac{d}{dT} (\kappa(T)W) \approx Q^\pm(T). \quad (25)$$

Решением данного уравнения будут четыре функции

$$\widetilde{W}_{<}^-(T) = \sqrt{2}\kappa(T)^{-1} \left(\int_{T_{\text{min}}}^T \kappa(T') Q^-(T') dT' \right)^{1/2}, \quad (26)$$

$$\widetilde{W}_{<}^+(T) = \sqrt{2}\kappa(T)^{-1} \left(\int_{T_{\text{min}}}^T \kappa(T') Q^+(T') dT' \right)^{1/2}, \quad (27)$$

$$\widetilde{W}_{>}^+(T) = -\sqrt{2}\kappa(T)^{-1} \left(\int_{T_{\text{min}}}^T \kappa(T') Q^-(T') dT' \right)^{1/2}, \quad (28)$$

$$\widetilde{W}_{>}^-(T) = -\sqrt{2}\kappa(T)^{-1} \left(\int_{T_{\text{min}}}^T \kappa(T') Q^+(T') dT' \right)^{1/2}, \quad (29)$$

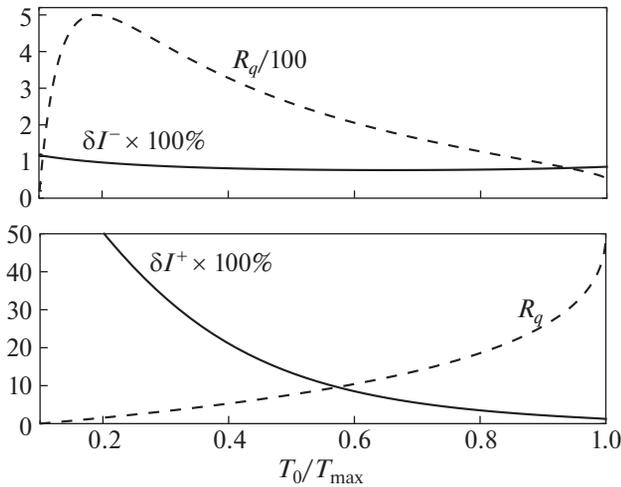


Рис. 5. Относительные погрешности $\delta I^\pm = 1 - I_{(30)}^\pm / I_{(16)}^\pm$ приближенного выражения (30), построенные для параметров рис. 1(в, г), и соответствующие значения R_q в области источника. Здесь $I_{(30)}^\pm$ – приближенное значение $I^\pm(T_0)$ по (30), $I_{(16)}^\pm$ – точное значение $I^\pm(T_0)$ по (16).

подставив которые вместо W_{\gtrless}^\pm в выражение (16), получим

$$I^\pm(T_0) \approx 2\sqrt{2} \left(\int_{T_{\min}}^{T_0} \varkappa(T') Q^\pm(T') dT' \right)^{1/2}. \quad (30)$$

Данные приближенные выражения практически во всей области определения довольно точно воспроизводят примеры зависимостей, изображенные на рис. 1в, г. Для удобства сравнения, на рис. 5 построены соответствующие графики относительной погрешности, а также зависимость R_q в области источника от T_0 . Видно, что ошибка существенна лишь для сверхзвуковых течений при $T_0 \ll T_{\max}$, где характерные R_q малы за счет низкой концентрации частиц.

Воспользовавшись выражением (30), значения $I^\pm(T_0)$ в пределе больших R_q можно упорядочить. Для этого вспомним, что согласно выражению (7) на интервале $T_{\min} < T < T_{\max}$ справедливо $n^+ < n^-$. Значит, если Q растет с увеличением n , то $Q^+ < Q^-$. Следовательно, в силу выражения (30) имеем $I^+(T_0) < I^-(T_0)$, причем поскольку (30) есть интеграл как функция верхнего предела, утверждение распространяется в том числе на верхние граничные значения $I^+(T_{\max})$ и $I^-(T_{\max})$, т.е. $I_{\max}^+ < I_{\max}^-$.

Приближенное выражение, аналогичное (30), можно получить для значений плотности мощности источника $I^{-\rightarrow+}$, необходимой для перехода из дозвукового в сверхзвуковой режим, и $I^{+\rightarrow-}$, необходимой для перехода из сверхзвукового режима в дозвуковой. Для этого подставим $\widetilde{W}_{\gtrless}^\pm$ вместо W_{\gtrless}^\pm в выражения (21) и (22)

$$I^{-\rightarrow+} \approx I^{+\rightarrow-} \approx \sqrt{2} \left(\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \varkappa(T') Q^-(T') dT' \right)^{1/2} + \sqrt{2} \left(\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \varkappa(T') Q^+(T') dT' \right)^{1/2}. \quad (31)$$

Величины $I^{-\rightarrow+}$ и $I^{+\rightarrow-}$, найденные в приближении $R_q \gg 1$, получаются равными и делят пополам интервал (I_{\max}^+, I_{\max}^-) . Соответствующее значение показано синей точкой на рис. 1в, г. Небольшое различие между (31) и точными значениями (21) и (22) связано с наличием конвекции: для ускорения дозвукового потока до сверхзвуковых скоростей требуется несколько более высокая мощность, чем задаваемая (31), и, наоборот, в случае замедления сверхзвукового потока и организации перехода в дозвуковой режим требуется мощность, слегка меньшая чем (31). Таким образом, при $R_q \gg 1$ все четыре характерных значения однозначно упорядочены: $I_{\max}^+ < I^{+\rightarrow-} < I^{-\rightarrow+} < I_{\max}^-$.

Возможность реализации стационарного течения и его тип определяются оставшимся управляющим параметром – плотностью мощности источника тепла I . Анализ данного вопроса удобно произвести, расположив значения I_{\max}^+ , $I^{+\rightarrow-}$, $I^{-\rightarrow+}$ и I_{\max}^- на числовой прямой и выделив области возможной реализации тех или иных течений. Для $R_q \gg 1$ это сделано на рис. 6. Видим, что в данном случае можно выделить три характерных области значений плотности мощности источника тепла.

1. При $I \leq I_{\max}^+$ возможна реализация как дозвукового, так и сверхзвукового течений без звукового перехода.

2. При $I_{\max}^+ < I \leq I_{\max}^-$ возможна реализация дозвукового течения без звукового перехода, а также для выделенных значений плотности мощности возможны течения со звуковым переходом – из дозвукового в сверхзвуковой режим при $I = I^{-\rightarrow+}$ и из сверхзвукового в дозвуковой при $I = I^{+\rightarrow-}$.

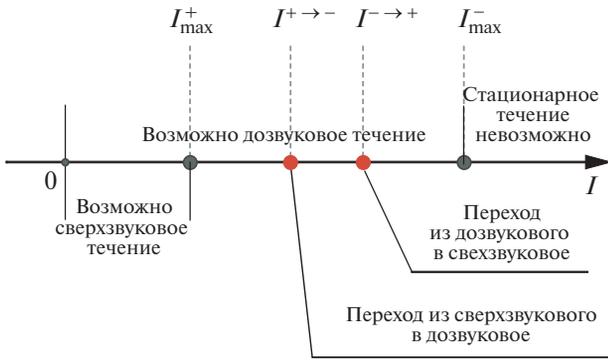


Рис. 6. Схема взаимного расположения характерных значений плотности мощности I при $R_q \geq 1$.

3. При $I > I_{\max}^-$ стационарное течение невозможно.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная модель позволяет установить возможность реализации и определить газодинамические характеристики стационарного одномерного течения идеального газа с нелинейной теплопроводностью и объемными потерями энергии в присутствии локализованного источника тепла. Предложенный в работе подход к заданию граничных условий для уравнения баланса энергии по известной мощности энерговклада является достаточно общим и, после соответствующей модификации модели, может быть применен и полезен при решении широкого круга задач физики плазмы, связанных с описанием стационарных течений сред, обладающих более сложными уравнениями состояния и функциями потерь. Наиболее интересным с точки зрения приложений представляется применение изложенного подхода для описания субтерагерцевого разряда в потоке газа с образованием плотной сильно излучающей плазмы, ионный состав которой изменяется вследствие последовательной ионизации электронным ударом.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (код-шифр тематики FFUF-2023-0002). Исследования И.С. Абрамова поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-32-90019).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Перепишем уравнение (9) для температуры, слегка превосходящей температуру отключения потерь T_{\min} , и разрешим его относительно малого

отклонения $\delta T = T - T_{\min} \ll T_{\max}$, в области $\delta T > 0$:

$$\frac{d^2 \delta T}{dz^2} = a^\pm \frac{d\delta T}{dz} + b^\pm \delta T^\lambda, \quad (32)$$

где коэффициенты a^\pm и b^\pm определяются выражениями

$$a^\pm = \frac{G}{2\kappa(T_{\min})} \left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \mp \sqrt{\frac{T_{\max}}{T_{\max}-T_{\min}}} \right], \quad (33)$$

$$b^\pm = \frac{\beta^\pm}{\kappa(T_{\min})}.$$

Функция $\beta^\pm \delta T^\lambda$ представляет собой асимптотику функции потерь $Q^\pm(T)$ при стремлении $T \rightarrow T_{\min}$ справа, $\beta^\pm = \text{const}$. Различные диапазоны λ соответствуют трем качественно разным ситуациям, когда выключение потерь происходит при нулевой ($\lambda > 1$), конечной ($\lambda = 1$) и бесконечной ($\lambda < 1$) производной функции потерь $dQ^\pm(T)/dT$ в точке $T = T_{\min}$.

Если пренебречь в уравнении (32) слагаемым с первой производной $d\delta T/dz$, то уравнение можно переписать для поиска соответствующих асимптотик искомых фазовых траекторий

$$\frac{d}{dT} \left(\frac{W^2}{2} \right) = b^\pm \delta T^\lambda. \quad (34)$$

Решив его, можем задать по два условия для каждого из режимов течения

$$W(T^*) = \left(\frac{2b^\pm (T^* - T_{\min})^{\lambda+1}}{\lambda+1} \right)^{1/2}, \quad (35)$$

$$W(T^*) = - \left(\frac{2b^\pm (T^* - T_{\min})^{\lambda+1}}{\lambda+1} \right)^{1/2}, \quad (36)$$

где T^* такова, что $T^* - T_{\min} \ll T_{\max}$. Условия (35) и (36) выделяют фазовые траектории, отвечающие (10), в верхней и нижней фазовой полуплоскости соответственно. Подставив решение уравнения (34) в исходное уравнение (32) и сравнив порядки малости слагаемых по δT , видим, что пренебрежение слагаемым с первой производной справедливо для случая $\lambda < 1$. Формулы (35) и (36) будут также справедливы в вырожденном случае равенства нулю коэффициента a^\pm перед первой производной $d\delta T/dz$.

Если пренебречь в уравнении (32) слагаемым со второй производной $d^2 \delta T/dz^2$, оставшиеся

слагаемые непосредственно дадут асимптотику фазовых траекторий

$$W(T^*) = -\frac{b^\pm}{a^\pm}(T^* - T_{\min})^\lambda, \quad (37)$$

справедливую при $\lambda > 1$, что также проверяется подстановкой в (32) и сравнением порядков малости слагаемых. Видно, однако, что условие (37) задает решения для дозвукового и сверхзвукового режимов, но лишь в одной из фазовых полуплоскостей: нижней, если $a^\pm > 0$, и верхней, если $a^\pm < 0$. Чтобы задать условие для отыскания фазовых траекторий, принадлежащих другой полуплоскости, необходимо пренебречь в уравнении (32) диссипативным слагаемым

$$dW/dT = a^\pm. \quad (38)$$

Решив это уравнение, формулируем условие

$$W(T^*) = a^\pm(T^* - T_{\min}). \quad (39)$$

Подставляя решение уравнения (38) в (32), убеждаемся, что условие (39), как и (37), справедливо для случая $\lambda > 1$. Таким образом, при $\lambda > 1$ комбинация условий (37) и (39) выделяет все искомые фазовые траектории.

В случае $\lambda = 1$ все слагаемые (32) одного порядка малости. Общее решение $\delta T(z)$ состоит из двух слагаемых

$$\delta T(z) = \delta T_1(z) + \delta T_2(z), \quad (40)$$

$$\delta T_1(z) = C_1 \exp\left[\left(\frac{a^\pm}{2} - \sqrt{\left(\frac{a^\pm}{2}\right)^2 + b^\pm}\right)z\right], \quad (41)$$

$$\delta T_2(z) = C_2 \exp\left[\left(\frac{a^\pm}{2} + \sqrt{\left(\frac{a^\pm}{2}\right)^2 + b^\pm}\right)z\right], \quad (42)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные. В зависимости от знака a^\pm , одна из экспонент (41) и (42) убывающая, другая – возрастающая. Поскольку вне источника тепла производная температуры не может менять знак, одна из двух произвольных постоянных, C_1 или C_2 , в каждом из случаев равна нулю: решению в области $z > 0$ отвечает убывающая экспонента, а в области $z < 0$ – возрастающая. Дифференцируя (41) и (42) по z , получим условия

$$W(T^*) = \left(\frac{a^\pm}{2} - \sqrt{\left(\frac{a^\pm}{2}\right)^2 + b^\pm}\right)(T^* - T_{\min}), \quad (43)$$

$$W(T^*) = \left(\frac{a^\pm}{2} + \sqrt{\left(\frac{a^\pm}{2}\right)^2 + b^\pm}\right)(T^* - T_{\min}), \quad (44)$$

выделяющие все искомые фазовые траектории в случае $\lambda = 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mansfeld D., Sintsov S., Chekmarev N., Vodopyanov A. // J. CO2 Util. 2020. V. 40. P. 101197.
2. Sintsov S.V., Vodopyanov A.V., Viktorov M.E., Morozkin M.V. and Glyavin M. Yu. // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2020. V. 41. P. 711.
3. Vodopyanov A.V., Mansfeld D.A., Chekmarev N.V., Viktorov M.E., Nikolaev A.G., Yushkov G. Yu. // Proc. SPIE. 2020. V. 11582. P. 115820Z-1.
4. Vodopyanov A.V., Sidorov A.V., Razin S.V., Dubinov I.D., Sintsov S.V., Proyavin M.D., Morozkin M.V., Fokin A.P., Glyavin M. Yu. // Proc. of 43rd Internat. Confer. on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. 2018. P. 8510395.
5. Shalashov A.G., Vodopyanov A.V., Abramov I.S., Sidorov A.V., Gospodchikov E.D., Razin S.V., Chkhalo N.I., Salashchenko N.N., Glyavin M. Yu., and Golubev S.V. // Appl. Phys. Lett. 2018. V. 113. P. 153502.
6. Thumm M. // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2020. V. 41. P. 1.
7. Glyavin M. Yu., Golubev S.V., Izotov I.V., Litvak A.G., Luchinin A.G., Razin S.V., Sidorov A.V., Skalyga V.A., and Vodopyanov A.V. // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 105. P. 174101.
8. Brown I.G.. The Physics and Technology of Ion Sources. WILEY-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, 2004.
9. Bakshi V. EUV Lithography. Second Edition. Bellingham, WA: SPIE, 2018.
10. Райзер Ю.П. // Физика газового разряда. – 3-е изд. перераб. и доп. Долгопрудный: Издательский дом “Интеллект”, 2009. С. 537.
11. Райзер Ю.П. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 11. С. 195.
12. Герасименко М.В., Козлов Г.И., Кузнецов В.А. // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. С. 709.
13. Райзер Ю.П. // УФН. 1980. Т. 132. С. 549.
14. Райзер Ю.П., Суржиков С.Т. // Квантовая электроника. 1984. Т. 11. С. 2301.
15. Райзер Ю.П., Суржиков С.Т. // ТВТ. 1985. Т. 23. С. 29.
16. Abramov I.S., Gospodchikov E.D., Shalashov A.G. // Phys. Rev. Applied. 2018. V. 10. P. 034065.
17. Шалашов А.Г., Абрамов И.С., Голубев С.В., Господчиков Е.Д. // ЖЭТФ. 2016. Т. 150 (2). С. 254.
18. Shalashov A.G., Golubev S.V., Abramov I.S., Gospodchikov E.D. AIP Conf. Proc. 2016. V. 1771 (1). P. 070001.
19. Абрамов И.С., Господчиков Е.Д., Шалашов А.Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58 (12). С. 1022.

20. *Chkhalo N.I., Salashchenko N.N., Golubev S.V., Mansfeld D., Vodopyanov A.V., Sjmaenok L.* // J. Micro/Nanolithogr. MEMS MOEMS. 2012. V. 11 (2). P. 021123.
21. *Боханов А.Ф., Зорин В.Г., Изотов И.В., Разин С.В., Сидоров А.В., Скалыга В.А.* // Физика плазмы. 2007. Т. 33 (5). С. 387.
22. *Semenov V., Skalyga V., Smirnov A., Zorin V.* // Rev. Sci. Instrum. 2002. V. 73 (2). P. 635.
23. *Golubev S.V., Razin S.V., Semenov V.E., Smirnov A.N., Vodopyanov A.V., Zorin V.G.* // Rev. Sci. Instrum. 2000. V. 71 (2). P. 669.
24. *Соколова И.М.* // ПМТФ. 1973. Т. 2. С. 80.
25. *Брагинский С.И.* // Вопросы теории плазмы. Вып. 1. М.: Атомиздат, 1963. С. 183.
26. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. 3-е изд., перераб. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
27. *Лойцянский Л.Г.* // Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов. 7-е изд., испр. М.: Дрофа, 2003. С. 120.
28. *Чукбар К.В.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2021. Т. 44 (3). С. 107.

УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ

УДК 533.9

УСОВЕРШЕНСТВОВАННОЕ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

© 2023 г. П. В. Туев^{a, b, *}, Р. И. Спицын^{a, b}, К. В. Лотов^{a, b}

^a Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

^b Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

*e-mail: p.v.tuev@inp.nsk.su

Поступила в редакцию 19.09.2022 г.

После доработки 01.11.2022 г.

Принята к публикации 10.11.2022 г.

Квазистатическое приближение является эффективным методом моделирования плазменного кильватерного ускорения, но оно становится неточным, если в сильнонелинейной волне отдельные частицы плазмы смещаются на большое расстояние в продольном направлении, если в плазме есть волны с ненулевой групповой скоростью или резкие градиенты плотности, или если форма пучка быстро меняется. Работа посвящена расширению квазистатического приближения, лишенному многих его ограничений и сохраняющему его основные преимущества – скорость вычислений и пониженную размерность расчетной области. В новом подходе учитывается обмен информацией между соседними слоями плазмы. В работе сформулирована физическая модель и описана ее численная реализация. Результаты моделирования сравниваются с существующими аналитическими решениями и другими кодами.

Ключевые слова: плазменное кильватерное ускорение, квазистатическое приближение, моделирование, численная модель

DOI: 10.31857/S0367292122601436, **EDN:** NXAFVCV

1. ВВЕДЕНИЕ

Ускорение частиц в плазме, и в частности кильватерное ускорение, – перспективное направление развития ускорителей [1]. В этом методе драйвер (пучок заряженных частиц или короткий лазерный импульс) распространяется в плазме и возбуждает в ней ленгмюровскую волну, которая способна ускорять другой пучок частиц, называемый витнессом. Драйвер и витнесс движутся почти со скоростью света, поэтому обмен энергией между ними посредством плазмы может быть длительным и эффективным.

Сложные явления, происходящие в плазменных кильватерных ускорителях, удается проанализировать аналитически только в простейших приближениях, поэтому основным методом теоретического исследования является численное моделирование [2]. Большинство интересных процессов происходит в небольшой области пространства, которая движется вместе с пучками. Это облегчает моделирование, так как позволяет использовать короткое движущееся окно. Однако в задаче есть сильно различающиеся временные и пространственные масштабы [3, 4], разница между которыми может достигать многих порядков, от длины волны лазерного импульса (около микрометра) до полной длины ускорения (сотни метров)

[5–7]. По этой причине не всегда возможно моделировать плазменное кильватерное ускорение с помощью численных кодов, использующих основанный на исходных уравнениях метод “частиц-в-ячейках” (PIC), и приходится использовать различные упрощенные модели [2, 8, 9].

Одной из популярных упрощенных моделей является так называемое квазистатическое приближение (QSA) [10, 11]. Оно реализовано в ряде кодов [12–16], иногда в сочетании с другими упрощениями, такими как уравнение огибающей для лазерного импульса [11, 17–20] или жидкостная модель для плазмы [21–23]. Квазистатическое приближение опирается на тот факт, что свойства исследуемых объектов в сопутствующей системе координат изменяются гораздо медленнее, чем в лабораторной (рис. 1). Это касается и свойств плазменной волны (метка 1 на рис. 1), и плотности и скорости пучков частиц (2), и интенсивности лазерного излучения (3). Если пучки распространяются в направлении z , то замена переменных с продольной координаты z и времени t на

$$s = z, \quad \xi = z - ct, \quad (1)$$

где c – скорость света, приводит к тому, что все функции при изменении переменной s (при постоянной ξ) меняются намного медленнее, чем

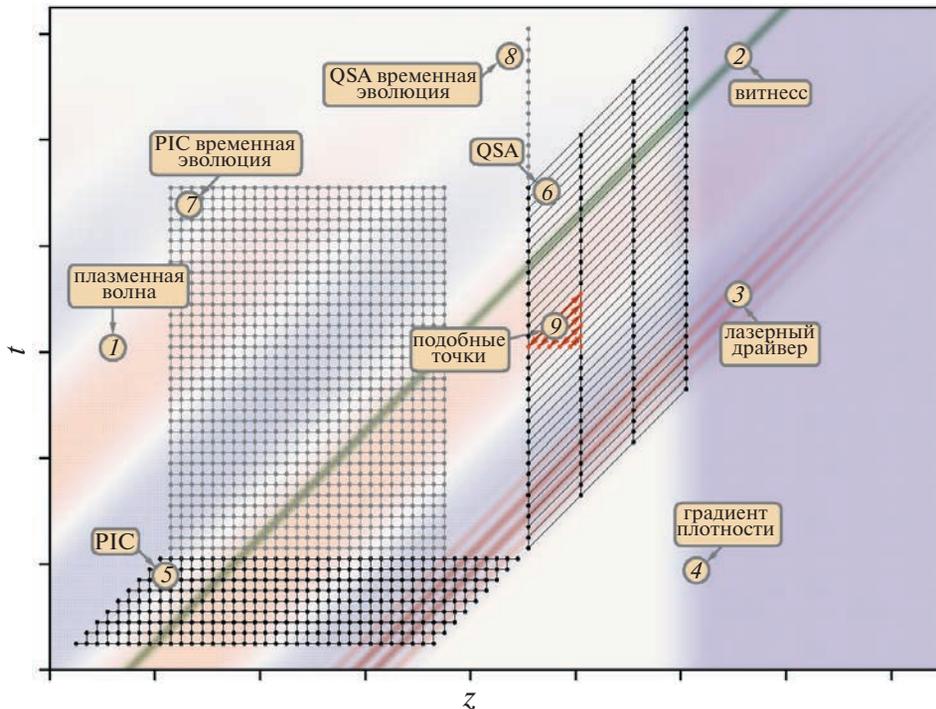


Рис. 1. Иллюстративное изображение объектов, моделируемых в задачах плазменного кильватерного ускорения: плазменная волна (1), ускоряемый пучок (2), лазерный драйвер (3), градиент плотности плазмы (4). Расчетные сетки, используемые в обычных PIC-кодах (5), (7) и в квазистатических кодах (6), (8) для моделирования динамики пучка (5), (6) и временной эволюции плазменной волны (7), (8). Пары точек с почти одинаковым откликом плазмы (9).

при изменении переменной ξ (при постоянной s), равно как и при изменении z и ct по отдельности. В то время как для обычных PIC-кодов необходимы малые шаги сетки по времени и продольной координате для разрешения быстрых изменений моделируемых величин (метка 5, рис. 1), в квазистатическом приближении требуется использовать маленький шаг только по ξ , а по s допустимы большие шаги (метка 6). Использование большого шага сетки делает QSA-коды на несколько порядков быстрее обычных PIC-кодов. Выигрыш в скорости определяется отношением длины эволюции пучка, соответствующей изменению его характерной формы, к длине волны лазерного излучения или плазменной волны, в зависимости от типа драйвера. Отметим также, что в квазистатическом приближении зависимость моделируемых величин от ξ при некотором z можно интерпретировать как их зависимость от z при фиксированном t (метка 9, рис. 1), если свойства пучка и плазмы изменяются незначительно на соответствующих пространственных и временных интервалах.

Квазистатическое приближение является точным, если пучки неизменной формы распространяются в продольно однородной плазме. В этом случае в задаче появляется дополнительная симметрия: идентичные частицы плазмы, изначально расположенные в одном и том же поперечном положении r_{\perp} , но с разными z , копируют движе-

ние друг друга с некоторой временной задержкой. Симметрия приводит к еще одному преимуществу QSA: при вычислении отклика плазмы размерность задачи понижается на единицу, так как одна пространственная координата (z) исчезает, сливаясь со временем t во времениподобную координату ξ . Понижение размерности позволяет использовать гораздо меньшее количество “макрочастиц” для расчета отклика плазмы. Эти “макрочастицы” представляют собой не группы реальных частиц, как в PIC-кодах, а “струи частиц”, состоящие из реальных частиц, начинающих свое движение из заданного поперечного положения с заданным начальным импульсом, но с разными z .

Третьим преимуществом QSA является его эффективность при моделировании долговременной динамики плазменной волны. В PIC-кодах для расчета состояния плазмы в следующий момент времени необходима информация о текущем состоянии соседних слоев плазмы. Поэтому моделировать временную эволюцию можно только в протяженных областях, охватывающих несколько периодов кильватерной волны λ_p , чтобы минимизировать влияние продольных границ (метка 7, рис. 1). В рамках квазистатического приближения для вычисления отклика плазмы по ξ (8) не требуется знать состояние соседних слоев. Модель предполагает, что эти слои копируют рас-

смастриваемый плазменный слой с некоторой временной задержкой или опережением. В результате выигрыш в скорости вычислений в несколько раз превышает отношение $\lambda_p/\Delta z$. Благодаря этому преимуществу QSA-коды удерживают рекорд по моделированию долговременной эволюции плазменной волны [24, 25].

Если форма пучков изменяется медленно, или невозмущенная плотность плазмы слабо зависит от z , то квазистатическое приближение становится неточным, но все еще применимым. Неточность возникает из-за неправильного обмена информацией между соседними слоями по z . В модели плазмы предполагается, что плазма и пучок одинаковы при всех z , но это не так. Пучок эволюционирует по мере его распространения в плазме, и начальное состояние плазмы может быть различным при разных z . Обычно область пространства, состояние которой влияет на поведение плазмы в данной точке, имеет продольный размер порядка плазменной длины волны и не увеличивается со временем, поскольку групповая скорость ленгмюровской волны в холодной плазме равна нулю. Относительную точность квазистатического приближения в этом случае можно оценить как отношение длины волны плазмы к характерной длине эволюции пучка или масштабу неоднородности плазмы. Однако если некоторые частицы плазмы перемещаются на большие расстояния в продольном направлении (например, в сильнонелинейной волне), или в плазме есть волны с ненулевой групповой скоростью, или градиенты плотности велики, то квазистатическое приближение становится менее точным, и ошибка накапливается со временем.

В данной работе представлено усовершенствованное квазистатическое приближение (AQSA), которое свободно от ограничений обычного квазистатического приближения и сохраняет его основные преимущества – скорость расчетов и пониженную размерность. В новом подходе учитывается обмен информацией между соседними слоями плазмы, и поэтому корректно моделируются продольные неоднородности плазмы, движение появляющихся в плазме быстрых частиц и волны с ненулевой групповой скоростью, если эти явления разрешимы на выбранной сетке моделирования. В разделе 2 сформулирована физическая модель и обсуждается ее численная реализация на примере двумерной геометрии. В разделе 3 результаты моделирования сравниваются с аналитическими решениями, а также с результатами моделирования другими QSA- и PIC-кодами. Здесь же продемонстрировано, что новая модель воспроизводит эффекты, отсутствующие в QSA-кодах. Раздел 4 посвящен обсуждению возможных направлений развития и области применимости новой модели.

2. РАСШИРЕНИЕ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

2.1. Физическая модель

Уравнения Максвелла, записанные в виде

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{B} – электрическое и магнитное поля, \mathbf{j} и ρ – плотности тока и заряда, можно объединить:

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 4\pi \nabla \rho + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \quad (4)$$

При переходе к переменным (s, ξ) производные изменяются следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -c \frac{\partial}{\partial \xi}. \quad (5)$$

Если все величины медленно зависят от s , то соответствующая производная является малым параметром: $\partial_s \ll \partial_\xi$. В традиционном квазистатическом приближении всеми малыми членами, содержащими ∂_s , пренебрегают. Мы же удержим члены первого порядка малости:

$$\left(\Delta_\perp + 2 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \xi} \right) \mathbf{E} = 4\pi \hat{\nabla} \rho - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \xi}, \quad (6)$$

где $\hat{\nabla} = (\nabla_\perp, \partial_s + \partial_\xi)$, а нижний индекс \perp обозначает двумерные (поперечные) векторы и операторы. Вторая производная ∂_{ss}^2 , которой пренебрегли, отвечает за распространение излучения назад [26] и важна только для низкочастотных возмущений, которые распространяются намного медленнее скорости света [17, 27]. Аналогично, для магнитного поля получаем

$$\left(\Delta_\perp + 2 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \xi} \right) \mathbf{B} = -\frac{4\pi}{c} [\hat{\nabla} \times \mathbf{j}]. \quad (7)$$

Смешанные производные в уравнениях (6) и (7) отвечают за распространение свободного излучения.

Кроме уравнений электромагнитного поля необходимо также модифицировать уравнения движения макрочастиц плазмы, т.е. законы изменения их параметров: поперечного положения \mathbf{r}_\perp , трех компонент импульса \mathbf{p} и заряда q . Эти величины должны быть вычислены как функции от ξ при фиксированном значении s (рис. 2). Продольная координата макрочастицы не является параметром, так как она объединяется со временем t и переходит из параметров в аргументы. Масса m пропорциональна заряду q и не требует отдельного рассмотрения. В лабораторной систе-

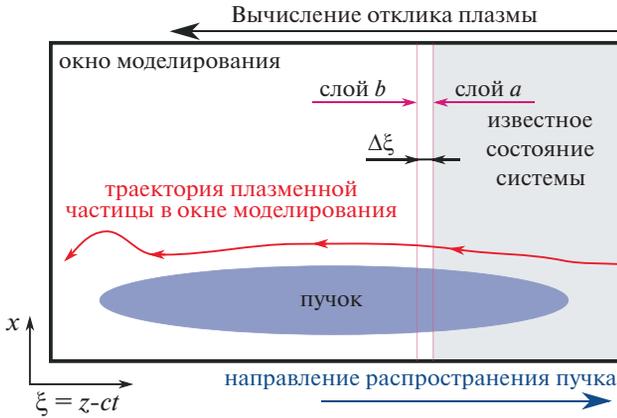


Рис. 2. Расчет отклика плазмы в квазистатическом приближении.

ме отсчета параметры частиц плазмы изменяются в соответствии с уравнениями

$$\frac{d\mathbf{r}_\perp}{dt} = \mathbf{v}_\perp, \quad \frac{dq}{dt} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right), \quad (9)$$

где $\mathbf{v} = \mathbf{pc} / \sqrt{p^2 + m^2 c^2}$ – скорость частицы. Если обозначить произвольный параметр через $\chi(s, \xi)$, а правые части соответствующих уравнений (8), (9) через F , то в квазистатических переменных (1) получится

$$\begin{aligned} \frac{d\chi}{dt} &= \frac{\partial \chi}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial \chi}{\partial \xi_s} \frac{d\xi_s}{dt} = \\ &= \frac{\partial \chi}{\partial s} \Big|_{v_z} + \frac{\partial \chi}{\partial \xi_s} \Big|_{v_z} (v_z - c) = F, \end{aligned} \quad (10)$$

откуда

$$\frac{\partial \chi}{\partial \xi_s} \Big|_{v_z} = \frac{1}{v_z - c} \left(F - v_z \frac{\partial \chi}{\partial s} \Big|_{v_z} \right). \quad (11)$$

Уравнение (11) описывает состояние той частицы плазмы в “струи частиц”, которая в данный момент имеет продольную координату s . Эта частица может первоначально (до прихода драйвера) находиться на некотором расстоянии от этого сечения. Таким образом, уравнение (11) описывает параметры различных физических частиц при различных ξ . Если пренебречь производной ∂_s , то уравнение (11) сводится к обычным уравнениям квазистатического приближения [28].

Для замыкания системы уравнения (6), (7) и (11) надо дополнить уравнениями для заряда и то-

ка. Они такие же, как в квазистатическом приближении:

$$\mathbf{j} = A \sum_i \frac{q_i \mathbf{v}_i}{c - v_{z,i}} + \mathbf{j}_b, \quad (12)$$

$$\rho = A \sum_i \frac{q_i}{c - v_{z,i}} + \rho_b, \quad (13)$$

где \mathbf{j}_b и ρ_b – плотности тока и заряда драйвера, A – нормировочный коэффициент, а суммирование ведется по “струям частиц”, пересекающим ячейку, в которой вычисляются \mathbf{j} и ρ . Знаменатели в уравнениях (12) и (13) появляются потому, что вклад “струи частиц” в плотность и ток зависит от скорости макрочастиц в сопутствующем окне моделирования.

Уравнения для частиц пучка – такие же, как в обычной квазистатической модели (см., например, [28]):

$$\frac{d\mathbf{r}_{b\perp}}{ds} = \frac{\mathbf{v}_{b\perp}}{c}, \quad \frac{d\xi_b}{ds} = \frac{v_{bz}}{c} - 1, \quad (14)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_b}{ds} = \frac{q_b}{c} \mathbf{E} + \frac{q_b}{c^2} [\mathbf{v}_b \times \mathbf{B}], \quad (15)$$

$$\mathbf{v}_b = \frac{\mathbf{p}_b c}{\sqrt{m_b^2 c^2 + p_b^2}}, \quad (16)$$

где $(\mathbf{r}_{b\perp}, \xi_b)$ – координаты макрочастицы пучка в окне моделирования, а m_b , q_b и \mathbf{p}_b – ее масса, заряд и импульс. Модель можно дополнить уравнением огибающей для лазерного импульса и пондеромоторной силой, действующей на частицы плазмы [11], но в данной работе это не пригодится.

2.2. Численная реализация

Новая модель реализована на базе существующего квазистатического 2D3V кода LCODE [29]. Представленная численная схема не оптимизирована для достижения наилучшей производительности и имеет целью показать, что новая модель в принципе может быть включена в квазистатический код. Код может работать в декартовой или осесимметричной системе координат, и модель проверялась в обеих. Далее выписаны уравнения только для декартовой системы координат, их модификация для цилиндрической геометрии аналогична работе [30]. В рассмотренных примерах три компоненты поля тождественно равны нулю ($E_\varphi = B_r = B_z = 0$ в цилиндрической и $E_y = B_x = B_z = 0$ в декартовой системах координат), поэтому уравнения для этих компонент опускаем.

Отклик плазмы в LCODE рассчитывается по-слойно в направлении убывания координаты ξ (справа налево на рис. 2). Поскольку для расчета

поля E_x в уравнении (6) требуются производные тока по ξ , используется следующая схема предиктор-корректор:

- рассчитываем движение макрочастиц плазмы из слоя a в слой b под действием полей слоя a ;
- вычисляем ток и плотность заряда в слое b ;
- вычисляем все поля в слое b ;
- рассчитываем движение частиц плазмы из слоя a в слой b под действием средних полей слоев a и b ;
- снова вычисляем ток и плотность заряда в слое b ;
- снова вычисляем все поля в слое b ;
- в третий раз рассчитываем движение частицы плазмы из слоя a в слой b под действием средних полей.

Чтобы обеспечить устойчивость алгоритма, методом конечных разностей вместо уравнения (6) решается следующее уравнение для поперечного электрического поля:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \xi} \right) E_x - E_x = 4\pi \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{4\pi \partial j_x}{c \partial \xi} - \tilde{E}_x, \quad (17)$$

где \tilde{E}_x – некоторое предсказание для E_x . В конечно-разностном представлении это уравнение принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{E_{x,n,l+1}^m - 2E_{x,n,l}^m + E_{x,n,l-1}^m}{\Delta x^2} + \frac{E_{x,n,l+1}^{m-1} - 2E_{x,n,l}^{m-1} + E_{x,n,l-1}^{m-1}}{\Delta x^2} \right) + \\ & + \frac{2}{\Delta s} \left(\frac{-3E_{x,n,l}^m + 4E_{x,n-1,l}^m - E_{x,n-2,l}^m}{2\Delta \xi} - \frac{-3E_{x,n,l}^{m-1} + 4E_{x,n-1,l}^{m-1} - E_{x,n-2,l}^{m-1}}{2\Delta \xi} \right) - \frac{E_{x,n,l}^m + E_{x,n,l}^{m-1}}{2} = \\ & = 4\pi \left(\frac{\rho_{n,l+1}^{m-\frac{1}{2}} - \rho_{n,l-1}^{m-\frac{1}{2}}}{2\Delta x} + \frac{1}{c} \frac{j_{x,n,l}^{m-\frac{1}{2}} - j_{x,n-1,l}^{m-\frac{1}{2}}}{\Delta \xi} \right) - \tilde{E}_{x,n,l}^{m-\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (18)$$

где индексы l, m, n обозначают слои сетки по x, s, ξ , соответственно (рис. 3), $\Delta x, \Delta s, \Delta \xi$ – шаги сетки, а полуцелые индексы обозначают полусумму значений в близлежащих точках сетки, например,

$$\tilde{E}_{x,n,l}^{m-\frac{1}{2}} = \frac{\tilde{E}_{x,n,l}^m + \tilde{E}_{x,n,l}^{m-1}}{2}. \quad (19)$$

При вычислении поля в слое с индексом n в первый раз (предиктор) $\tilde{E}_{x,n,l}^m = E_{x,n-1,l}^m$, иначе (корректор) $\tilde{E}_{x,n,l}^m = E_{x,n-\frac{1}{2},l}^m$, где поле $E_{x,n,l}^m$ найдено на шаге предиктора. Выбор конечно-разностной ап-

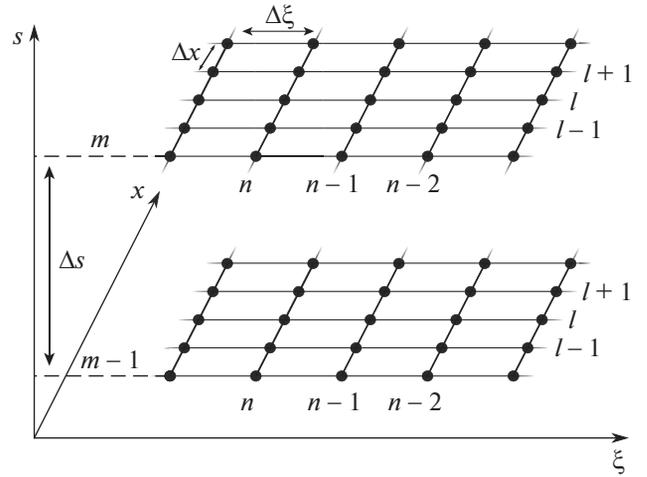


Рис. 3. Расчетная сетка.

проксимации производных поля по ξ связан с принципом причинности. Возмущение в окне моделирования, движущемся со скоростью света, не может распространяться слева направо. Все возмущения в системе вызваны пучками и распространяются вместе с ними или отстают от них. Это означает, что последующие слои по ξ не могут влиять на предыдущие, поэтому следует использовать только правые разностные схемы для производных по ξ . Благодаря несимметричным разностным схемам возможно конвейерное распараллеливание расчетов [13]. Противопотоковая (upwind) схема второго порядка для производной поля по ξ обеспечивает устойчивость численной схемы при вычислении смешанных производных [19, 26]. Для поперечного лапласиана используется устойчивая схема Кранка–Николсона [31], которая хорошо зарекомендовала себя при решении уравнения огибающей лазерного импульса в моделировании плазменного кильватерного ускорения. В результате получается неявная численная схема, которую при необходимости можно обобщить на трехмерный случай с помощью неявного метода переменных направлений [32, 33].

Чтобы избежать вычисления производной $\partial j_z / \partial \xi$ в продольной компоненте уравнения (6), можно воспользоваться уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (20)$$

и получить

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial s \partial \xi} \right) E_z = \frac{4\pi \partial j_x}{c \partial x} + 4\pi \frac{\partial}{\partial s} \left(\rho + \frac{j_z}{c} \right), \quad (21)$$

что в конечных разностях дает

$$\begin{aligned} & \frac{E_{z,n,l+1}^m - 2E_{z,n,l}^m + E_{z,n,l-1}^m}{\Delta x^2} + \\ & + \frac{2}{\Delta s} \left(\frac{-3E_{z,n,l}^m + 4E_{z,n-1,l}^m - E_{z,n-2,l}^m}{2\Delta \xi} - \right. \\ & \left. - \frac{-3E_{z,n,l}^{m-1} + 4E_{z,n-1,l}^{m-1} - E_{z,n-2,l}^{m-1}}{2\Delta \xi} \right) = \\ & = 4\pi \left(\frac{1}{c} \frac{j_{x,n,l+1}^m - j_{x,n,l-1}^m}{2\Delta x} + \right. \\ & \left. + \frac{\rho_{n,l}^m - \rho_{n,l}^{m-1}}{\Delta s} + \frac{1}{c} \frac{j_{z,n,l}^m - j_{z,n,l}^{m-1}}{\Delta s} \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Системы уравнений (18) и (22) решаются методом прогонки.

Уравнение для магнитного поля в двумерной геометрии можно упростить. Разность z -компонент первого из уравнений (3) и второго из уравнений (2) дает

$$\frac{\partial}{\partial x} (B_y - E_x) = \frac{4\pi}{c} j_z - 4\pi\rho + \frac{\partial E_z}{\partial s}, \quad (23)$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{B_{y,n,l}^m - B_{y,n,l-1}^m}{\Delta x} - \frac{E_{x,n,l}^m - E_{x,n,l-1}^m}{\Delta x} &= \frac{4\pi}{c} j_{z,n,l-\frac{1}{2}}^m - \\ &- 4\pi\rho_{z,n,l-\frac{1}{2}}^m + \frac{E_{z,n,l-\frac{1}{2}}^m - E_{z,n,l-\frac{1}{2}}^{m-1}}{\Delta s}. \end{aligned} \quad (24)$$

Это уравнение позволяет вычислить магнитное поле с точностью до константы. В цилиндрической геометрии $B_\varphi = E_r = 0$ на оси, что и определяет константу. В декартовой геометрии для этого используется x -компонента первого из уравнений (3)

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (B_y - E_x) = -\frac{4\pi}{c} j_x - \frac{\partial B_y}{\partial s}. \quad (25)$$

Достаточно найти константу только для одного значения поперечного индекса l . Это значение (l') можно выбрать на периферии окна моделирования, где токи и поля малы, и производной ∂_s можно пренебречь. В конечно-разностной аппроксимации

$$\frac{B_{y,n,l'}^m - B_{y,n-1,l'}^m}{\Delta \xi} = \frac{E_{x,n,l'}^m - E_{x,n-1,l'}^m}{\Delta \xi} + \frac{4\pi}{c} j_{x,n-\frac{1}{2},l'}^m, \quad (26)$$

откуда находится $B_{y,n,l'}^m$, если известны остальные слагаемые.

Для расчета параметров частиц используется неявная схема, которая для уравнения (11) имеет вид

$$\frac{\chi_n^m - \chi_{n-1}^m}{\Delta \xi} = \frac{1}{c - v_{z,n-\frac{1}{2}}^m} \left(F_{n-\frac{1}{2}}^m - v_{z,n-\frac{1}{2}}^{m-\frac{1}{2}} \frac{\chi_n^m - \chi_{n-1}^m}{\Delta s} \right). \quad (27)$$

Граничные условия используются те же, что и в существующей версии кода LCODE [30]. Поперечные границы представляют собой идеально проводящие стенки, которые отражают частицы, но поглощают их энергию (изменяют импульс частицы до некоторого малого значения). На правой (передней) границе нет полей, и частицы плазмы неподвижны. Граничные условия на левой (задней) границе в квазистатических кодах не требуются.

Алгоритм вычисления эволюции пучка остается неизменным. Уравнения движения решаются с помощью модифицированного метода Эйлера (метод средней точки). Поля, действующие на макрочастицу, линейно интерполируются к предсказанному местоположению макрочастицы на половине временного шага.

3. ПРОВЕРКА НОВОЙ МОДЕЛИ

3.1. Распространение лазерного импульса в плазме

Моделирование распространения короткого двумерного лазерного импульса через плазму низкой плотности n_0 в линейном режиме покажет, как возмущения с ненулевой групповой скоростью описываются новой моделью.

Групповая скорость v_g лазерного импульса отличается от скорости света c не только из-за воздействия плазмы, но и из-за конечного поперечного размера импульса. Адаптируя теорию [34] к плоскому двумерному случаю, можно получить значение групповой скорости на оси вблизи точки фокуса:

$$\frac{c - v_g}{c} = \frac{1}{x_0^2 k_0^2} + \frac{k_p^2}{2k_0^2}, \quad (28)$$

где x_0 – ширина импульса в перетяжке, k_0 – волновое число импульса, $k_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / (m_e c^2)}$ – волновое число плазмы, e – элементарный заряд, m_e – масса электрона. Поперечный размер лазерного импульса x_s растет согласно парааксиальной теории [34]:

$$x_s = x_0 \sqrt{1 + \frac{s^2}{s_R^2}}, \quad (29)$$

где $s_R = k_0 x_0^2 / 2$ – длина Рэлея, а расстояние s измеряется от точки перетяжки.

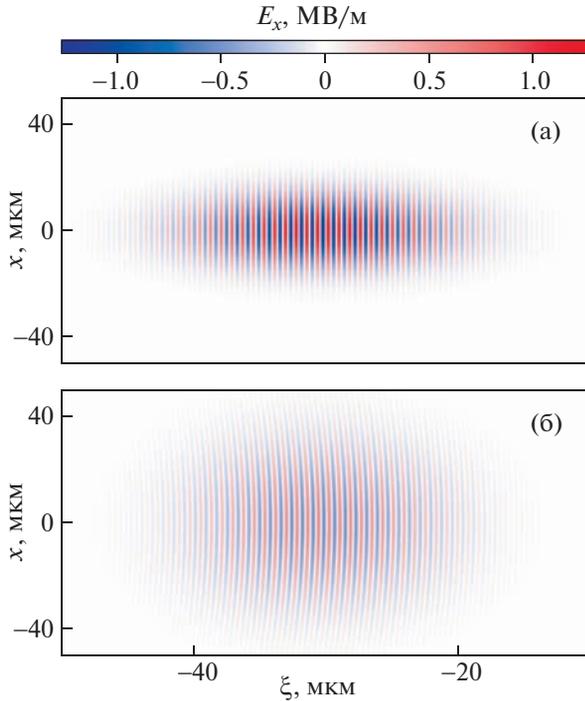


Рис. 4. Моделируемый лазерный импульс при $s = 0$ (а) и $s = 2s_R$ (б). Для наглядности показана только часть окна моделирования с различными вертикальными и горизонтальными масштабами.

В предположении, что лазерный импульс линейно поляризован, его поперечное электрическое поле при $s = 0$ задаем в следующем виде:

$$E_x = E_m \sin(k_0 \xi) \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2} - \frac{(\xi - \xi_c)^2}{L^2}\right), \quad (30)$$

где $\lambda_0 = 2\pi/k_0 = 810$ нм, $x_0 = 13$ мкм, $L = 9$ мкм, $E_m = 1.26$ МВ/м (рис. 4). Поперечное магнитное поле $B_y = E_x$. Продольное электрическое поле E_z удовлетворяет уравнению $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Максимум интенсивности поля изначально расположен в точке $\xi_c = -30$ мкм, которая является центром окна моделирования (x, ξ) размером 180 мкм \times 60 мкм. Шаги сетки $\Delta\xi = \lambda_0/40$, $\Delta x = \lambda_0/4$, $\Delta s = 25\lambda_0$.

В отличие от других QSA-кодов [11, 18, 19], распространение этого импульса описывается плазменным солвером. Результаты моделирования количественно воспроизводят теоретически предсказанную скорость волнового пакета (рис. 5) и его поперечное распыление (рис. 6). Чтобы найти групповую скорость из результатов моделирования, огибающая импульса на оси аппроксимировалась гауссовской функцией, и измерялась средняя скорость максимума за время

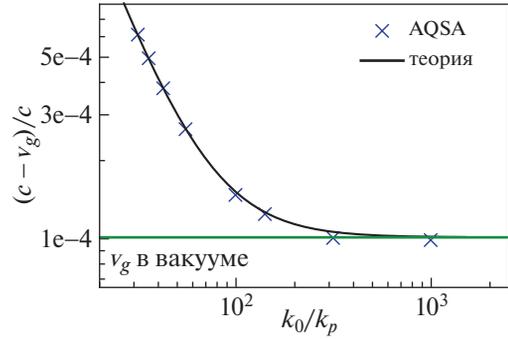


Рис. 5. Групповая скорость лазерного импульса в плазме различной плотности.

$0.13s_R/c$, начиная от точки фокуса. Ширина импульса измерялась в соответствии с формулой

$$x_s = 2 \sqrt{\frac{\langle x^2 E_x^2 \rangle}{\langle E_x^2 \rangle}}, \quad (31)$$

где угловые скобки означают усреднение по окну моделирования. Важно отметить, что шаг продольной сетки $\Delta s \gg \lambda_0$, так что AQSA сохраняет главное преимущество QSA – быстрдействие.

3.2. Плазма с продольным градиентом плотности

Этот тест показывает, как новая модель описывает сильнонелинейную плазменную волну в присутствии градиентов плотности. Короткий осесимметричный электронный сгусток возбуждает волну в режиме каверны (рис. 7). Электроны плазмы в задней части каверны приобретают большую продольную скорость (близкую к c), улетают далеко вперед от своего первоначального местоположения и могут передавать информацию из одного слоя плазмы в другой. В продольно однородной плазме этот эффект не влияет на точность QSA-модели благодаря одинаковым свойствам плазмы в разных сечениях, но при на-

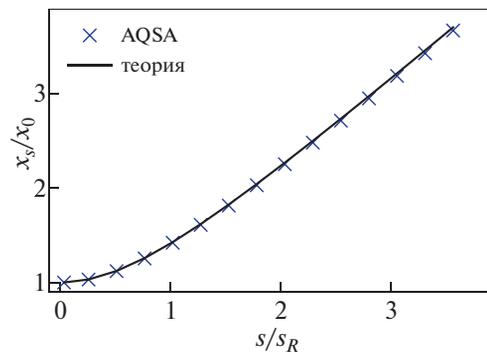


Рис. 6. Расширение импульса в вакууме.

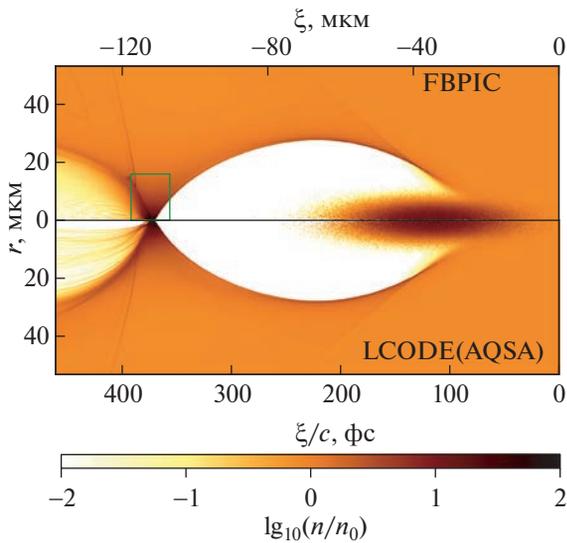


Рис. 7. Суммарная электронная плотность n пучка и плазмы в случае, когда электронный пучок распространяется в однородной плазме (при $s = 20$ мкм) до области градиента плотности. Зеленым прямоугольником отмечена область, показанная на рис. 8. Моделирование выполнено с помощью FBPIC (верхняя половина) и модели AQSA на основе LCODE (нижняя половина).

личии градиента плотности он может быть значительным.

Электронный пучок имеет следующие параметры: среднеквадратичные поперечный и продольный размеры 3 мкм и 10 мкм соответственно, релятивистский фактор 4×10^4 , пиковый ток 11 кА. Такой пучок создает в плазме каверну, которая хорошо подходит для демонстрации возможностей новой модели и в то же время не имеет особенностей со слишком малым пространственным масштабом, которые трудно разрешить на сетке. Продольный профиль плотности плазмы содержит область линейного роста от $1.75 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$ при $s = 50$ мкм до $2.5 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$ при $s = 220$ мкм, что соответствует изменению толщины плазменного скин-слоя k_p^{-1} от 12.7 мкм до 10.6 мкм. До и после этой области плотность плазмы постоянна (рис. 8, верхний ряд). Моделирование проводится в цилиндрических координатах (r, ξ) или (r, z) .

Мы сравниваем расчеты, выполненные с помощью QSA-кода LCODE, осесимметричного PIC-кода FBPIC [35], и AQSA модели, реализованной на основе LCODE. Размер окна моделирования составляет 250 мкм по r и 170 мкм по ξ . В моделировании QSA и AQSA шаги сетки составляют $\Delta r = \Delta \xi = 0.1$ мкм, $\Delta s = 10$ мкм. В моделировании FBPIC $\Delta r = \Delta z = \Delta(ct) = 0.1$ мкм. Во

всех расчетах использовалось 12 макрочастиц плазмы на ячейку, а пучок описывался 2×10^5 макрочастицами. Для сравнения квазистатических и PIC-расчетов их результаты нужно представить в одних и тех же координатах, и здесь это — квазистатические координаты (r, ξ) . Зависимости от ξ имеют смысл временных зависимостей при заданной координате z . В однородной плазме эти зависимости также можно интерпретировать как портреты пучка в некоторый момент времени, что неверно для случая плазмы с продольным градиентом плотности. Стандартная диагностика в FBPIC не позволяет выводить временные зависимости при фиксированном z , поэтому состояние плазмы и поля сохраняются каждый пятый временной шаг (для упрощения работы с большими объемами данных), если интересующая нас координата s_0 находится в окне моделирования. Затем для каждого сохраненного состояния выбираются значения в пяти ближайших к s_0 сечениях и рассматриваются как пять последовательных точек искомой временной зависимости при $z = s_0$.

Все три подхода согласуются в областях однородной плотности плазмы (рис. 7 и 8, левая и правая колонки). В области градиента плотности классический QSA-код дает иной отклик плазмы, чем AQSA и PIC (средний столбец на рис. 8). В отличие от QSA, AQSA воспроизводит удлинение каверны (метка 1 на рис. 8) и появление протяженной области высокой плотности вблизи оси (метка 2), наблюдаемые при PIC моделировании. Оба эффекта вызваны продольно движущимися электронами плазмы, которые приходят из более ранних областей, где плотность плазмы ниже, а длина волны больше. Причина различной формы пика поля в AQSA и FBPIC (метка 3, рис. 8) еще не до конца ясна. Амплитуда пика зависит от разброса электронов по поперечной скорости [28], поэтому это различие может появиться из-за разного численного нагрева в двух кодах. Форма “хвостовой” волны [36], наблюдаемой после области градиента плотности в QSA (метка 4, рис. 8), также отличается от AQSA или FBPIC. Эта волна (видимая как гребень плотности) образуется высокоэнергичными электронами плазмы, ускоренными в области градиента. Поскольку плотность плазмы там ниже, эти электроны появляются при больших $|\xi|$, и фронт “хвостовой” волны изгибается, что видно в моделировании AQSA и FBPIC, но не в QSA.

В заключение следует отметить, что модель AQSA воспроизводит особенности, возникающие из-за продольной неоднородности плазмы, аналогично PIC-коду FBPIC, но в 80 раз быстрее (около 560 часов процессорного времени для FBPIC против 7 для LCODE), что близко к теоретической оценке $\Delta s/\Delta \xi = 100$.

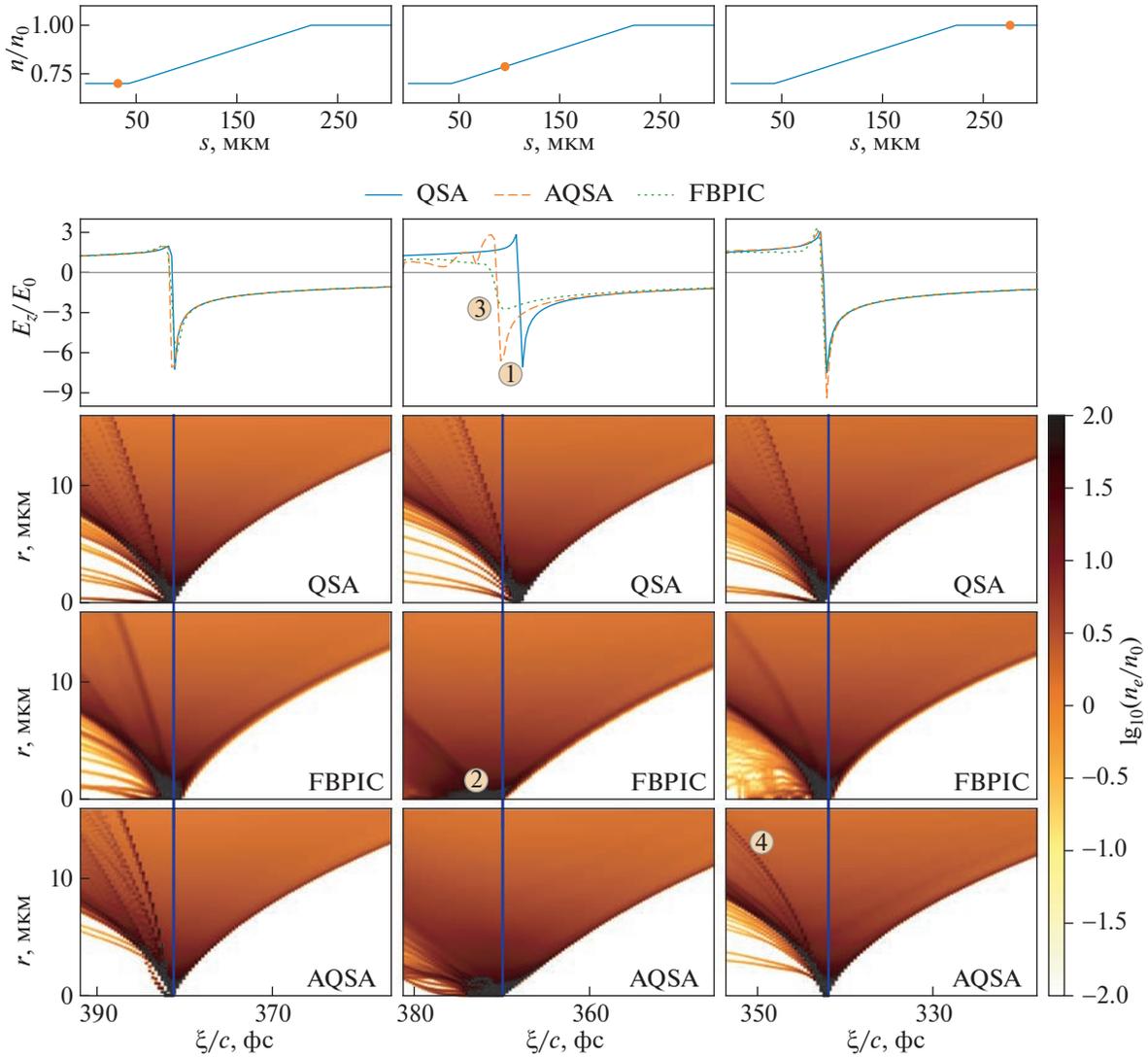


Рис. 8. Сравнение расчетов с использованием моделей QSA, FBPIC и AQSA: плазменная каверна в однородной плазме (левая и правая колонки) и в плазме с градиентом плотности (средняя колонка). В первом (верхнем) ряду показано расположение рассматриваемых сечений (оранжевые точки) на профиле плотности плазмы. Во втором ряду показано продольное электрическое поле $E_z(\xi)$, рассчитанное с помощью рассмотренных моделей, а в остальных рядах – карты электронной плотности, полученные с помощью QSA, FBPIC и AQSA, соответственно. Конечная плотность плазмы $n_0 = 2.5 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$ определяет единицу электрического поля $E_0 = \sqrt{4\pi n_0 m_e c^2}$. Синие вертикальные линии на картах плотности показывают продольное положение минимума поля в моделировании AQSA для облегчения сравнения. Цифры в кружках указывают на обсуждаемые в тексте особенности.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Предложенная модификация квазистатического приближения позволяет расширить область его применимости. Она открывает возможность быстро исследовать взаимодействие лазерного импульса и плазмы с учетом явлений, теряемых при описании лазерного импульса с помощью огибающей. Можно более точно, чем в стандартном квазистатическом приближении, исследовать влияние градиентов плазмы на ускоряемые частицы. Полученные результаты согласуются

как с аналитической теорией, так и с моделированием PIC-кодами.

Изложенная модель является лишь первым шагом к более полному и быстрому моделированию кильватерного ускорения при помощи квазистатического приближения. Уравнения и численная схема могут быть улучшены путем учета производной ∂_{ss}^2 . Полные уравнения для полей по форме похожи на уравнение эволюции огибающей лазерного импульса, поэтому опыт, получен-

ный при моделировании последней [26, 27, 37, 38], поможет построить эффективную численную схему. Очевидно, следующим важным логическим шагом в развитии модели должно стать включение в нее эффектов захвата. Захват электронов плазмы кильватерной волной с последующим их ускорением широко используется для формирования витнесса [39–41]. Изложенная в данной работе модель пока не включает этот процесс. Технически это происходит потому, что захват частиц сопровождается уменьшением пространственного масштаба изменения параметров частиц до уровня, который невозможно разрешить. Именно по этой причине мы протестировали новую модель на примере плазмы с положительным градиентом плотности. Отрицательные градиенты могут привести к захвату частиц. Однако с частицами, которые захватываются волной, можно обращаться особым образом, аналогично частицам пучка. Этот подход дает качественно правильные результаты в рамках традиционного QSA-подхода [42, 43], и должен работать еще лучше с AQSA.

Выбранный метод численного решения уравнений хотя и достаточно надежен, но вряд ли является лучшим, поэтому еще одним направлением совершенствования модели будет оптимизация численного алгоритма.

В то время как с помощью квазистатического приближения можно очень эффективно моделировать долговременную эволюцию плазменной волны, нет уверенности, что с AQSA это удастся делать так же хорошо. Различие траекторий и параметров отдельных частиц плазмы при разных s растет с увеличением длины окна моделирования, определяющей длительность эволюции волны. Чтобы корректно описать это различие, шаг сетки Δs необходимо уменьшить, что обесценивает основное преимущество квазистатического приближения.

Авторы благодарны И.А. Шалимовой и А.А. Горну за полезные обсуждения. Численные эксперименты проведены на вычислительном кластере “Академик В.М. Матросов” [44].

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Albert F., Couprie M.E., Debus A., Downer M.C., Faure J., Flacco A., Gizzi L.A., Grismayer T., Huebl A., Joshi C., Labat M., Leemans W.P., Maier A.R., Mangles S.P.D., Mason P., Mathieu F., Muggli P., Nishiuchi M., Osterhoff J., Rajeev P.P., Schramm U., Schreiber J., Thomas A.G.R., Vay J.-L., Vranic M., Zeil K. // *New J. Phys.* 2021. V. 23. P. 031101. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/abcc62>
2. Vay J.-L., Lehe R. // *Rev. Accelerator Science Technology*. 2016. V. 9. P. 165. <https://doi.org/10.1142/S1793626816300085>
3. Lotov K.V. // *Nuclear Instr. Methods A*. 1998. V. 410. P. 461. [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(98\)00178-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(98)00178-8)
4. Burdakov A.V., Kudryavtsev A.M., Logatchov P.V., Lotov K.V., Petrenko A.V., Skrinisky A.N. // *Plasma Phys. Rep.* 2005. V. 31. P. 292. [Бурдаков А.В., Кудрявцев А.М., Логачев П.В., Лотов К.В., Петренко А.В., Скринский А.Н. // *Физика плазмы*, 2005, Т. 31, С. 327–335.] <https://doi.org/10.1134/1.1904145>
5. Schroeder C.B., Esarey E., Geddes C.G.R., Benedetti C., Leemans W.P. // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2010. V. 13. P. 101301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.13.101301>
6. Nakajima K., Deng A., Zhang X., Shen B., Liu J., Li R., Xu Z., Ostermayr T., Petrovics S., Klier C., Iqbal K., Ruhl H., Tajima T. // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2011. V. 14. P. 091301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.14.091301>
7. Schroeder C.B., Esarey E., Leemans W.P. // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2012. V. 15. P. 051301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.15.051301>
8. Vay J.-L. // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98. P. 130405. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.130405>
9. Vay J.-L., Geddes C.G.R., Cormier-Michel E., Grote D.P. // *J. Computational Phys.* 2011. V. 230. P. 5908. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2011.04.003>
10. Sprangle P., Esarey E., Ting A. // *Phys. Rev. Lett.* 1990. V. 64. P. 2011. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.2011>
11. Mora P., Antonsen T.M. // *Phys. Plasmas*. 1997. V. 4. P. 217. <https://doi.org/10.1063/1.872134>
12. Jain N., Palaastro J., Antonsen T.M., Mori W.B., An W. // *Phys. Plasmas*, 2015. V. 22. P. 023103. <https://doi.org/10.1063/1.4907159>
13. Sosedkin A.P., Lotov K.V. // *Nuclear Instr. Methods A*. 2016. V. 829. P. 350. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2015.12.032>
14. An W., Decyk V.K., Mori W.B., Antonsen Jr. T.M. // *J. Computational Phys.* 2013. V. 250. P. 165. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.05.020>
15. Mehrling T., Benedetti C., Schroeder C.B., Osterhoff J. // *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2014. V. 56. P. 084012. <https://doi.org/10.1088/0741-3335/56/8/084012>
16. Pukhov A., Farmer J.P. // *Phys. Rev. Lett.* 2018. V. 121. P. 264801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.264801>
17. Zhu W., Palaastro J.P., Antonsen T.M. // *Phys. Plasmas*, 2012. V. 19. P. 033105. <https://doi.org/10.1063/1.3691837>
18. Huang C., Decyk V.K., Ren C., Zhou M., Lu W., Mori W.B., Cooley J.H., Antonsen Jr. T.M., Katsouleas T. // *J. Computational Phys.* 2006. V. 217. P. 658. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2006.01.039>
19. Спицын Р.И. Магистерская дисс. Новосибирский государственный университет, 2016. https://www.inp.nsk.su/~dep_plasma/dip/Spitsyn_m.pdf

20. *Terzani D., Benedetti C., Schroeder C.B., Esarey E.* // Phys. Plasmas. 2021. V. 28. P. 063105. <https://doi.org/10.1063/5.0050580>
21. *Sprangle P., Esarey E., Krall J., Joyce G.*, Phys. Rev. Lett., 1992. V. 69. P. 2200. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.69.2200>
22. *Esarey E., Sprangle P., Krall J., Ting A., Joyce G.* // Phys. Fluids B. 1993. V. 5. P. 2690. <https://doi.org/10.1063/1.860707>
23. *Lotov K.V.* // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. P. 785. <https://doi.org/10.1063/1.872765>
24. *Zgadzaj R., Silva T., Khudyakov V.K., Sosedkin A., Allen J., Gessner S., Li Z., Litos M., Vieira J., Lotov K.V., Hogan M.J., Yakimenko V., Downer M.C.* // Nature Comm. 2020. V. 11. P. 4753. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-18490-w>
25. *Khudiakov V.K., Lotov K.V., Downer M.C.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2022. V. 64. P. 045003. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/ac4523>
26. *Benedetti C., Schroeder C.B., Geddes C.G.R., Esarey E., Leemans W.P.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2018. V. 60. P. 014002. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa8977>
27. *Zhu W., Palaastro J.P., Antonsen T.M.* // Phys. Plasmas. 2013. V. 20. P. 073103. <https://doi.org/10.1063/1.4813245>
28. *Lotov K.V.* // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2003. V. 6. P. 061301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.6.061301>
29. <https://lcode.info/>.
30. See the LCODE manual at <https://lcode.info/site-files/manual.pdf>.
31. *Crank J., Nicolson P.* // Mathematical Proceed. Cambridge Philosophical Soc. 1947. V. 43. P. 50. <https://doi.org/10.1017/S0305004100023197>
32. *Peaceman D.W., Rachford H.H.* // J. Soc. Industrial Applied Math. 1955. V. 3. P. 28. <https://doi.org/10.1137/0103003>
33. *Douglas J.* // J. Soc. Industrial Applied Math. 1955. V. 3. P. 42. <https://doi.org/10.1137/0103004>
34. *Esarey E., Leemans W.P.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. P. 1082. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.59.1082>
35. *Lehe R., Kirchen M., Andriyash I.A., Godfrey B.B., Vay J.-L.* // Computer Phys. Communications. 2016. V. 203. P. 66. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.02.007>
36. *Luo J., Chen M., Zhang G.-B., Yuan T., Yu J.-Y., Shen Z.-C., Yu L.-L., Weng S.-M., Schroeder C. B., Esarey E.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 103112. <https://doi.org/10.1063/1.4966047>
37. *Massimo F., Beck A., Derouillat J., Grech M., Lobet M., Perez F., Zemzemi I., Specka A.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. P. 124001. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab49cf>
38. *Terzani D., Londrillo P.* // Computer Phys. Communicat. 2019. V. 242. P. 49. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2019.04.007>
39. *Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J.* // Appl. Phys. B, 2002. V. 74. P. 355. <https://doi.org/10.1007/s003400200795>
40. *Malka V.* // Phys. Plasmas, 2012. V. 19. P. 055501. <https://doi.org/10.1063/1.3695389>
41. *Esarey E., Schroeder C.B., Leemans W.P.* // Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81. P. 1229. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.1229>
42. *Morshed S., Antonsen T.M., Palaastro J.P.* // Phys. Plasmas, 2010. V. 17. P. 063106. <https://doi.org/10.1063/1.3432685>
43. *Tuev P.V., Lotov K.V.* Proc. 47th EPS Conference on Plasma Phys. 2021. P. 2.2004. <http://ocs.ciemat.es/EPS2021PAP/pdf/P2.2004.pdf>.
44. Irkutsk Supercomputer Center of SB RAS (available at: <http://ocs.ciemat.es/EPS2021PAP/pdf/P2.2004.pdf>).

ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПЛАЗМЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ И ИЗМЕНЕНИЕ СПЕКТРА ПЛАЗМЕННОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО СВЧ-ГЕНЕРАТОРА

© 2023 г. С. Е. Андреев^{a,b}, И. Л. Богданкевич^{a,*}, Н. Г. Гусейн-заде^a, Д. К. Ульянов^a

^a Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

^b Российский национальный исследовательский университет им. Н.И. Пирогова (РНИМУ), Москва, Россия

*e-mail: ira.bogdankevich@mail.ru

Поступила в редакцию 01.07.2022 г.

После доработки 28.09.2022 г.

Принята к публикации 20.10.2022 г.

Рассмотрены особенности экспериментальной работы плазменного релятивистского СВЧ-генератора (ПРГ) Sinus 550-80 при разных значениях концентрации плазмы. Рассмотрены два значения концентрации плазмы, при которых центральные частоты выходного СВЧ-излучения ПРГ были равны 5.1 ГГц и 11.5 ГГц. Численное моделирование демонстрирует снижение концентрации электронов плазмы в результате действия заряда релятивистского электронного пучка (РЭП) при черенковском взаимодействии и возникновение “ионного фона” в течение импульса ПРГ. При низких концентрациях плазмы это может приводить к изменению условий СВЧ-генерации – сопровождаться не только изменением широкополосного излучения на узкополосное, но и снижением мощности излучения. В то же время при больших значениях концентрации плазмы при генерации СВЧ-излучении на высоких частотах средняя амплитуда электрического поля волны практически не меняется в течение импульса РЭП, а излучение остается широкополосным. Анализ результатов экспериментов и численного моделирования подкреплен оценками линейной теории, доказывающей, что при более высоких значениях концентрации плазмы ПРГ работает более устойчиво.

Ключевые слова: релятивистский электронный пучок (РЭП), СВЧ-излучение, спектр излучения, плазменно-пучковое взаимодействие по черенковскому механизму

DOI: 10.31857/S0367292122600789, **EDN:** NPIBDC

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большое внимание уделяется разработке и созданию мощных СВЧ-генераторов с широким диапазоном частот излучения, и одним из путей создания таких устройств является плазменная релятивистская СВЧ-электроника. В плазменных релятивистских СВЧ-генераторах электронное управление свойствами плазмы позволяет по заранее заданному закону менять частоту излучения и ширину спектра от импульса к импульсу в широких пределах. В 2008 году в ИОФ РАН на базе ускорителя Sinus 550-80 был создан первый импульсно-периодический плазменный релятивистский СВЧ-генератор (ПРГ Sinus 550-80) [1]. Основные параметры установки приведены в таблице 1. Особенностью ПРГ является возможность генерации, как одиночного импульса релятивистского электронного пучка (РЭП), так и работа в частотно-периодическом режиме (до 50 импульсов РЭП в секунду). Существуют два варианта экспериментальной установки: низкочастотная с полосой изменения средней

частоты 1.5–5 ГГц и высокочастотная – с полосой 5–20 ГГц [2–4]. На высокочастотном варианте ПРГ возможна СВЧ-генерация как узкополосного излучения (с шириной спектра ~30 МГц), так и сверхширокополосного СВЧ-излучения с многочисленными гармониками в спектре.

Подробности устройства и функционирования плазменного релятивистского СВЧ-генератора и конкретно ПРГ Sinus 550-80 подробно описаны в ряде оригинальных статей (см., например, [1–5]). Работа ПРГ основана на черенковском взаимодействии релятивистских электронов и медленной волны пространственно-ограниченной плазмы. Частота СВЧ-излучения ПРГ может перестраиваться в широких пределах, например, в интервале 5–20 ГГц при изменении концентрации плазмы от $0.6 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ до $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Увеличение коэффициента связи РЭП с плазменной волной при его приближении к плазме, расширяет диапазон частот одновременно усиливаемых волн. Обратная связь в ПРГ обеспечивается за счет частичного отражения

Таблица 1. Параметры ПРГ

№	Радиус металлического волновода (R)	Средний радиус трубчатой плазмы (r_p)	Средний радиус трубчатого РЭП (r_b)	Длительность импульса РЭП	Ток РЭП	Энергия электронов РЭП	Индукция магнитного поля
1	1.8 см	1 см	0.6 см	80 нс	2 кА	500 кэВ	1 Тл

СВЧ-волны на границах области плазменно-пучкового взаимодействия. Изменение концентрации плазмы от импульса к импульсу позволяет менять частоты генерируемого СВЧ-излучения на две-три октавы в любой последовательности даже при достаточно большой частоте посылок импульсов.

На установке ПРГ SINUS 550-80 была проведена серия экспериментов по исследованию выходного излучения плазменного релятивистского СВЧ-генератора при параметрах, приведенных в табл. 1. Соотношение средних радиусов плазмы (r_p) и РЭП (r_b) определяет полосу усиления СВЧ-волн в рассматриваемой плазменно-пучковой системе в процессе черенковского взаимодействия. Длина плазменно-пучкового взаимодействия в этих экспериментах составляла величину 22 или 29 см.

При увеличении длины системы уменьшается шаг между соседними дискретными частотами резонатора ПРГ. Линейная модель ПРГ рассмотрена в [6]. Условия самовозбуждения плазменно-пучкового резонатора определяются инкрементом плазменно-пучковой системы и коэффициентом отражения по амплитуде на границе системы. Для расчета коэффициента отражения существует несколько методов (см., например, [7]). Инкремент в линейной модели ПРГ вычисляется по линейной модели усилителя [6]. Однако по линейной модели ПРГ частота выходного СВЧ-излучения ПРГ не меняется при изменении длины системы, и определяется только зависимостью инкремента от частоты для данной концентрации плазмы. В [8] показано, что при изменении длины плазменно-пучковой системы при одной и той же плотности плазмы сохраняется характер смены режимов – переход от широкополосного спектра СВЧ-излучения к узкополосному.

В работах [2–4] были рассмотрены экспериментальные данные ПРГ SINUS 550-80 в разных частотных диапазонах. При разных условиях эксперимента наблюдались, как эффекты укорочения импульса СВЧ-излучения, так и длительность СВЧ-импульса сравнимая с длительностью импульса РЭП, которая могла оставлять несколько сотен наносекунд. Моделирование в [4] демонстрировало увеличение концентрации плазмы в течение импульса РЭП, что характерно для не полной начальной ионизации фонового газа в

ПРГ и наличием дополнительной ионизации в течение одиночного импульса РЭП. С другой стороны при полной начальной ионизации газа в течение импульса РЭП существует механизм уменьшения концентрации плазмы, описанный в результате численного моделирования [9]. При инъекции отрицательно заряженного РЭП внутрь квазинейтральной плазменной трубки происходит выталкивание электронов из плазмы. Радиус трубчатой плазмы и ее толщина близки к значениям аналогичных параметров РЭП, поэтому при отсутствии ионизации через несколько десятков наносекунд после начала тока РЭП концентрация плазмы уменьшается приблизительно на величину концентрации электронов в РЭП. Работа [10] посвящена особенностям работы ПРГ SINUS 550-80 с полосой СВЧ-излучения до 6 ГГц, в которой анализ экспериментальных данных был дополнен результатами численного моделирования. Как и в [9] при численном моделировании процессов в ПРГ [10] проявлялась деградация радиального профиля плазменной трубки с образованием “ионного фона”. В экспериментах наблюдалась смена режима генерации как уменьшение СВЧ-мощности, так и переход от широкополосного спектра к узкополосному, и это хорошо согласовывалось с результатами численного моделирования. Однако при более высоких значениях концентраций плазмы и СВЧ-генерации в более высоком частотном диапазоне ПРГ ведет себя иначе [4].

Цель данной работы состояла в исследовании режима работы плазменного релятивистского генератора (ПРГ) при изменении частоты генерируемого СВЧ-излучения от 5 до 12 ГГц.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Излучаемое рупорной антенной ПРГ СВЧ-излучение регистрировалось при помощи сверхширокополосной несимметричной вибраторной антенны, размеры которой были специально подобраны для исследуемого диапазона частот, и передавались на цифровой осциллограф (TDS-7404 или DPO-71604с) [12]. Как уже неоднократно подчеркивалось в работах по ПРГ, не существует надежного метода измерения концентрации плазмы в процессе плазменно-пучкового взаимодействия. Однако по экспериментальным

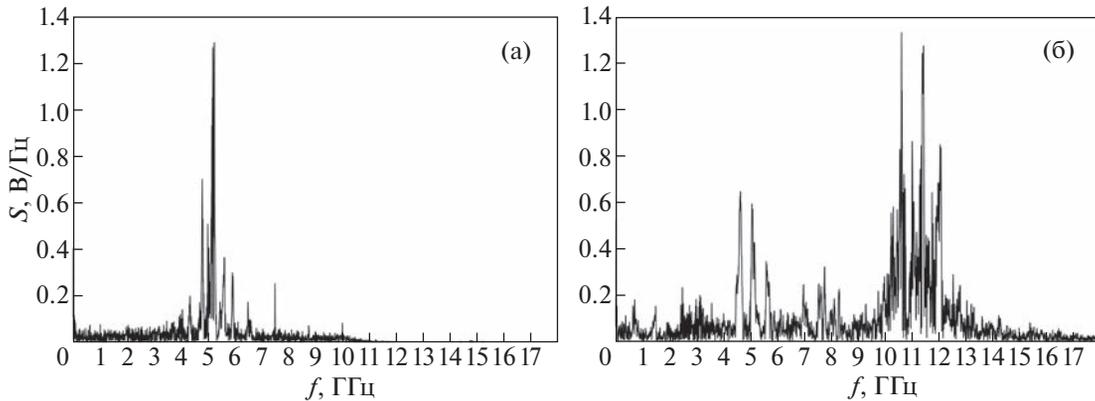


Рис. 1. Экспериментальные фурье-спектры выходного СВЧ-излучения ПРГ при разных значениях концентрации плазмы: а) – при концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, б) – при концентрации плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$.

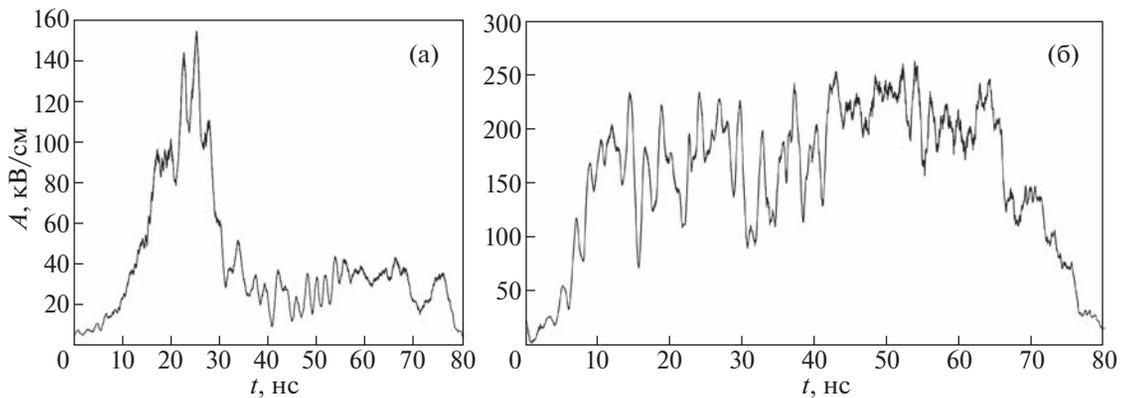


Рис. 2. Огибающие амплитуды электрического поля выходного СВЧ-излучения при разных значениях концентрации плазмы. Эксперимент: а) – при $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$; б) – при $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$.

значениям максимальной спектральной плотности выходного СВЧ-излучения ПРГ можно сделать оценки концентрации плазмы по линейной теории [6]. Частотам 5.1 ГГц и 11.5 ГГц, соответствуют значения концентрации трубчатой плазмы $1 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и $2 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$.

На рис. 1 представлены фурье-спектры временных рядов СВЧ-излучения ПРГ при разных значениях концентрации плазмы для параметров, приведенных в таблице 1 (а – $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, б – $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$).

На рис. 2 даны графики зависимостей огибающей амплитуды электрического поля от времени. Эти графики получены из экспериментальных выборок с использованием алгоритма скользящего среднего от модуля СВЧ-сигнала. Обработка данных выходного СВЧ-излучения ПРГ методом кратковременного фурье-преобразования со специальным окном по методу последовательной фильтрации [12] позволяет получить эволюцию спектра излучения в течение импульса РЭП. На

рис. 3 для тех же значений концентрации плазмы (а – $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, б – $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$) представлены спектры с частотно-временным разрешением.

Как можно видеть на рисунках 2а и 3а при более низком значении концентрации плазмы во второй половине импульса наблюдается смена режима генерации СВЧ-излучения ПРГ (изменение широкополосного излучения на узкополосное). Из временной динамики спектра в течение импульса РЭП при низкой концентрации плазмы (рис. 3а) наиболее интенсивная частота около 5.2 ГГц сохраняется в течение всего импульса РЭП. Такая смена режима сопровождается и снижением мощности СВЧ-излучения, а в некоторых отдельных экспериментах срывом генерации (“укорочение СВЧ-импульса”), – эффектом, характерным для вакуумной СВЧ-электроники. Впервые временная эволюция экспериментальных спектров ПРГ была рассмотрена в [13]. В течение импульса РЭП наблюдались изменения частоты генерации и структур спектра выходного

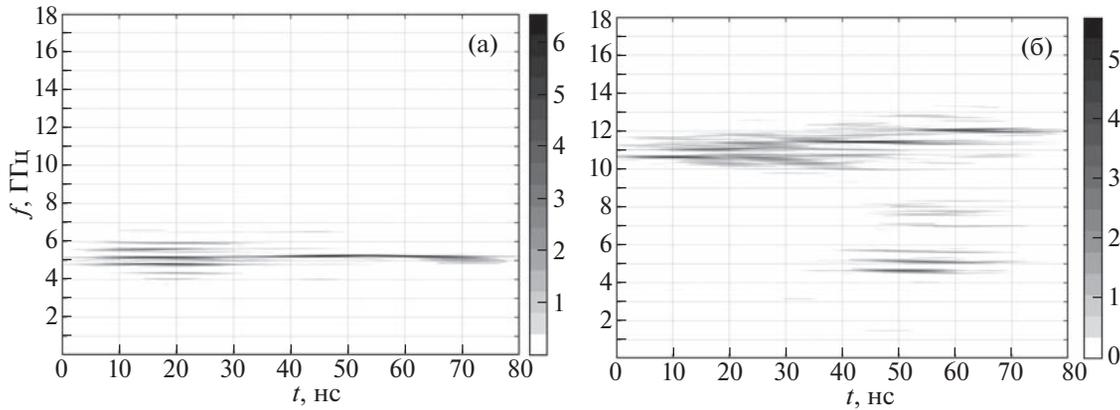


Рис. 3. Эволюции СВЧ-спектров импульсов во времени при разных значениях концентрации плазмы. Эксперимент: а) – при концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$; б) – при концентрации плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$.

излучения. Эти эффекты в [13], в основном, объясняются вариативностью энергии РЭП в течение импульса. Смена режима генерации СВЧ-излучения ПРГ в работах [8, 10] объяснялась снижением погонной концентрации плазмы при плазменно-пучковом взаимодействии в течение импульса РЭП.

При повышении концентрации плазмы (рис. 2б) амплитуда СВЧ-поля практически не меняется в течение импульса РЭП. На рис. 2б видно, что система ПРГ к 20-й наносекунде выходит на устойчивую СВЧ-генерацию, причем средняя амплитуда поля не уменьшается во второй половине импульса РЭП. В спектре на рис. 3 видна эволюция спектра СВЧ-излучения в течение импульса РЭП. При более высокой концентрации плазмы (рис. 3б) во второй половине импульса РЭП наряду с высокой частотой, излучающейся в первой половине импульса РЭП (около 11 ГГц), появляются полосы более низких частот вблизи частоты 5 ГГц.

Таким образом, при изменении концентрации плазмы в 2 раза длительность СВЧ-импульса практически совпадает с длительностью импульса РЭП (см. рис. 2б). Наблюдается качественная разница не только в энергетической характеристике СВЧ-излучения при разных значениях плотности плазмы, но и в режиме излучения в течение длительности импульса РЭП. Спектр СВЧ-излучения в течение импульса РЭП остается широкополосным в разных частотных диапазонах: поведение плазменно-пучковой системы в полосе излучения около 11–12 ГГц качественно отличается от поведения в диапазоне частот до 6 ГГц (см. рис. 1–3), и тем более в полосе 3–5 ГГц [8, 10].

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для анализа процессов, происходящих в ПРГ, было проведено численное моделирование с использованием электродинамического кода КАРАТ [14]. В численном эксперименте использовались параметры системы, представленные в табл. 1, а также те значения оценок концентрации плазмы, которые были получены по линейной теории при анализе экспериментальных данных (рис. 1) (т.е. значения концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$).

Из анализа фурье-спектров выходного излучения ПРГ, построенных по результатам численного моделирования (рис. 4), видно качественное соответствие результатов моделирования экспериментальным данным рис. 1.

В работах [8–10, 15] методами численного моделирования было показано, что в течение импульса РЭП под действием электромагнитного поля вдоль оси OZ электроны плазмы уходят из системы и частично оседают на коллекторе, в связи с этим в плазменном столбе появляется избыточное число тяжелых положительных ионов. Из-за нарушения квазинейтральности плазменного волновода, ионы, двигаясь в радиальном направлении, медленно заполняют все пространство металлического волновода – и возникает “ионный фон”. Как видно из рис. 5 возникновение “ионного фона” происходит для двух значений концентрации плазмы (а – 1×10^{13} и б – $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$).

Следует отметить, что распределение плотности частиц РЭП и плазмы по радиусу при первоначальной концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (рис. 5а) качественно соответствует распределению для концентрации плазмы $0.6 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, представленной в [7]. На рис. 5а и рис. 5б дано распределение “ионного фона”, который созда-

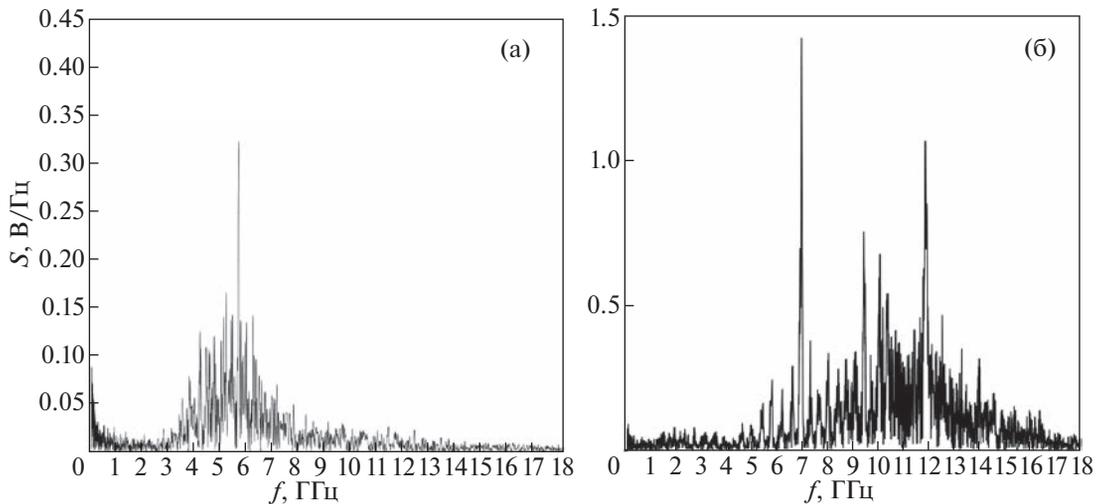


Рис. 4. Фурье-спектры выходного СВЧ-излучения ПРГ при разных значениях концентрации плазмы: а) — при концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и б) — при концентрации плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ по данным численного моделирования.

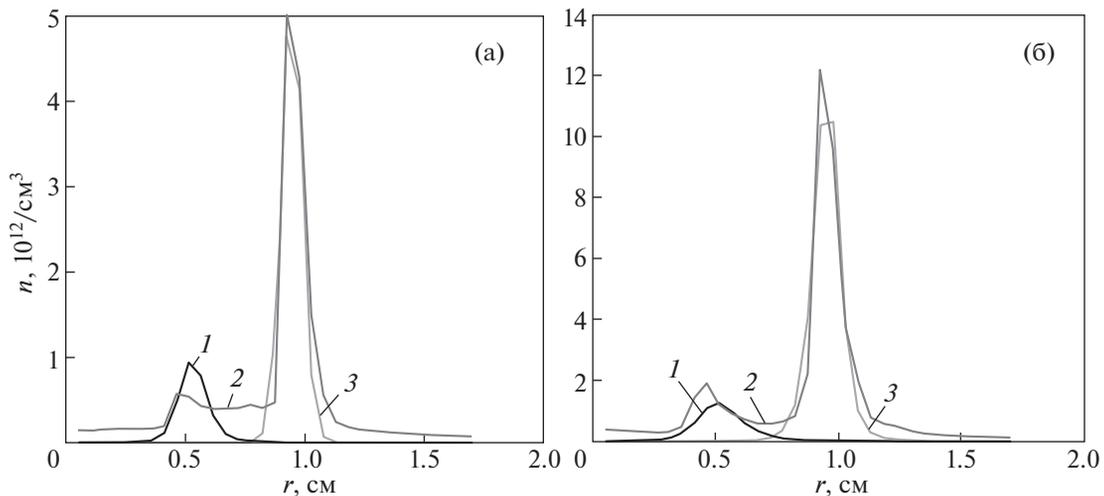


Рис. 5. Распределение плотности частиц РЭП и плазмы по радиусу при разных первоначальных концентрациях плазмы: а) при концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, б) при концентрации плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$. 1 — электроны РЭП, 2 — ионы плазмы, 3 — электроны плазмы. Графики даны для момента времени 60 нс относительно фронта импульса РЭП.

ется нескомпенсированными ионами плазмы, и его значение соизмеримо с количеством электронов РЭП. Положительный ионный фон изменяет условия транспортировки РЭП, что приводит к увеличению средней скорости электронов РЭП. В условиях черенковского взаимодействия плазмы и РЭП возникает пучковая неустойчивость [6]. Функция распределения энергии электронов (ФРЭ) РЭП может иметь отклонения от среднего невозмущенного уровня в зависимости от эффективности взаимодействия системы плазмы—РЭП. Изменение потенциала пространства при наличии ионного фона влияет на энергию каждого электрона в ансамбле РЭП. Сочетание черенков-

ского резонанса и ускоряющего потенциала ионного фона (в общем случае неоднородного) носит случайный характер при наличии большего числа частиц, участвующих в процессе. Поэтому ФРЭ может иметь, как черты общего сдвига в сторону более высоких энергий, так и сохранение низкоэнергетических электронов, как следствие неустойчивости пучка при черенковском резонансе. Функция распределения по энергии электронов РЭП меняет свою форму, — появляются хвосты распределения в области энергий выше энергии инжектируемых электронов РЭП [16].

На рис. 6 представлены графики изменения амплитуды поля СВЧ-излучения в течение им-

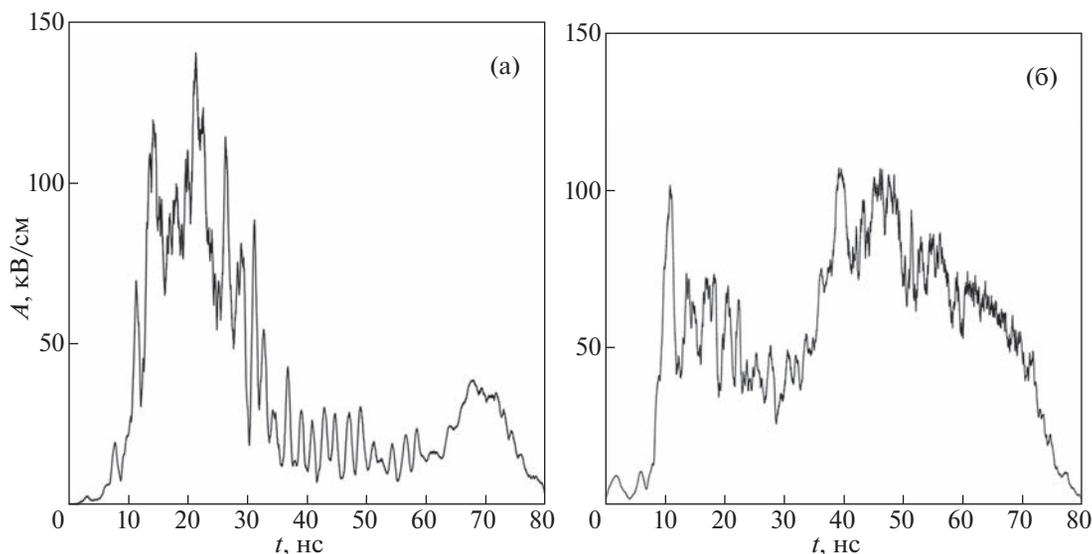


Рис. 6. Огибающая амплитуды электрического поля выходного СВЧ-излучения при разных значениях концентрации плазмы: а) — при концентрации плазмы 1×10^{13} и б) — при концентрации плазмы 2×10^{13} по данным численного моделирования.

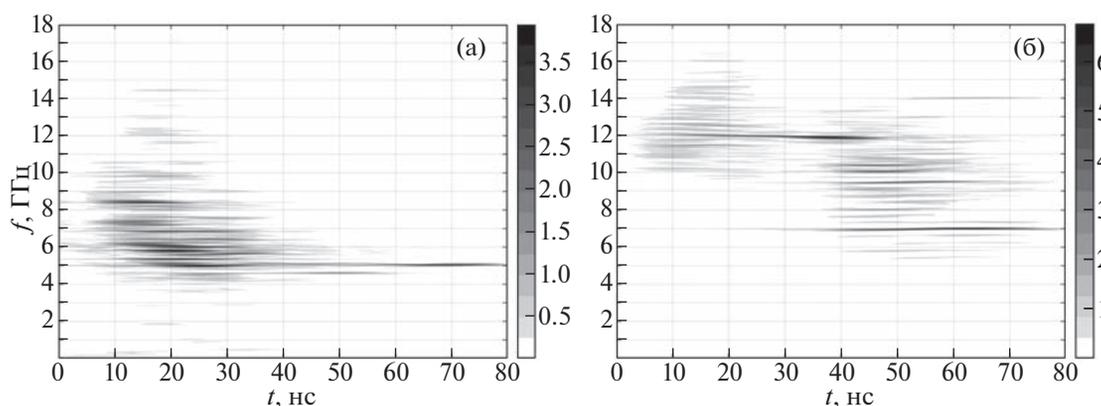


Рис. 7. Спектры с частотным разрешением при разных значениях концентрации плазмы: а) — при концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и б) — при концентрации плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ по данным численного моделирования.

пульса РЭП по данным моделирования для двух значений концентрации плазмы, а рис. 7 дает представление об эволюции спектров СВЧ-излучения во времени. Из результатов моделирования (рис. 6а) видно, что при малой плотности плазмы наблюдается снижение амплитуды СВЧ-поля после 35-й наносекунды. На эволюции спектра, соответствующей низкой концентрации плазмы (рис. 7а) наблюдается смена режима генерации, — переход от широкополосного спектра к узкополосному. Это соответствует экспериментальным данным, приведенным на рис. 3а.

В [8–10] деградация трубчатой плазмы и возникновение “ионного фона” рассматривалась как возможная причина изменения режима гене-

рации в течение импульса РЭП. Однако при увеличении концентрации плазмы, как в эксперименте (рис. 2б), так и при моделировании (рис. 6б) не происходит изменение режима СВЧ-генерации ПРГ и соответственно значительного уменьшения амплитуды поля СВЧ-излучения вплоть до заднего фронта РЭП. На рис. 7 представлена эволюция спектров выходного СВЧ-излучения в течение импульса РЭП для рассматриваемых концентраций плазмы. В диапазоне частот 11–12 ГГц спектры выходного СВЧ-излучения, как в эксперименте (рис. 1б, 3б), так и в моделировании (рис. 4б, 7б) сверхширокополосные и эволюционируют в течение импульса РЭП. Как видно из этих рисунков здесь также нет

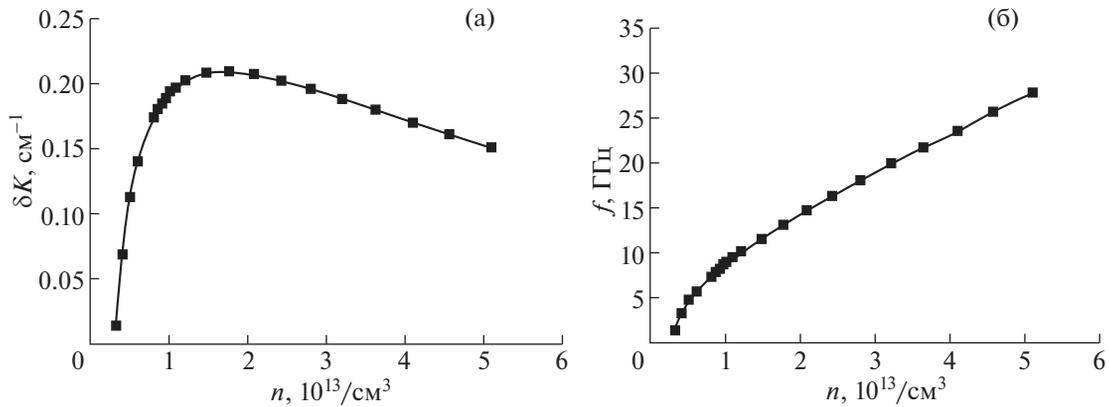


Рис. 8. Расчетные зависимости от концентрации плазмы (а) – основной частоты СВЧ-излучения; (б) – инкремента.

смены режима генерации таких как (рис. 3а и 7а), которые наблюдаются при низких концентрациях плазмы. Наличие “ионного фона” (см. рис. 5б) при концентрации 2×10^{13} не приводит к укорочению СВЧ-импульса по сравнению с длительностью импульса РЭП.

Это первая попытка получения численной модели в соответствии с экспериментальными данными в диапазоне частот выходного излучения до 12 ГГц. Следует отметить качественные основные закономерности: при увеличении первоначальной концентрации плазмы удлинение импульса СВЧ-излучения и широкополосные спектры из набора узкополосных составляющих наблюдаются как в эксперименте, так и в численном расчете.

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Для понимания особенностей работы ПРГ при разных концентрациях плазмы, приведенных на рис. 1–7 (центральные частоты 5.1 и 11.5 ГГц), обратимся к линейной модели описания процесса плазменно-пучкового взаимодействия [6]. Совместное решение дисперсионных уравнений для плазменной и пучковой подсистем позволяет построить для заданного значения концентрации плазмы зависимость инкремента от частоты. В качестве оценки можно взять значение концентрации, когда совпадают частота максимума инкремента и частота максимальной спектральной плотности в фурье-спектре выходного СВЧ-излучения как в экспериментах, так и в результате численного моделирования. Решения в рамках линейной модели были получены для параметров эксперимента (см. табл. 1).

На рис. 8 представлены зависимости максимального значения погонного коэффициента усиления (а) и частоты, на которой этот коэффи-

циент имел место (б), в зависимости от плотности плазмы.

Из расчетных зависимостей (рисунки 8), сделанных по линейной модели, видно, что концентрациям $1.5\text{--}2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (интервал СВЧ-частот 12–15 ГГц) соответствуют значения максимального инкремента, в то время как концентрациям плазмы меньше 10^{13} см^{-3} (интервал СВЧ-частот до 6 ГГц) соответствуют сравнительно низкие значения инкремента.

На рис. 9 представлены изменения параметров плазменно-пучкового взаимодействия (инкремент и основная частота), рассчитанные по линейной теории [6] в зависимости от снижения концентрации плазмы (в относительных единицах). Эти зависимости построены для трех начальных значений концентрации плазмы ($0.6 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$). Для значений концентрации плазмы около $0.6 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, характерных для экспериментов и для моделирования, рассмотренных в [8, 10], также наблюдается смена режима генерации СВЧ-излучения ПРГ как и на рис. 2а и 3а. Инкремент плазменно-пучкового взаимодействия при низкой начальной концентрации плазмы более чувствителен к уменьшению концентрации в течение импульса РЭП (рис. 9а), вплоть до нарушения условия СВЧ-генерации. Если для кривой 1 на рис. 9а продолжить уменьшение концентрации до 50% (до 0.5 о.е.), то дисперсионное уравнение не имеет решений, то есть автогенерация в системе невозможна [6]. Значение 45% потерь от первоначальной концентрации плазмы можно считать критической для данной начальной концентрации. Для кривых 2 и 3 (рис. 9) тот же процент потерь концентрации плазмы дает или не критическое снижение инкремента 2 или почти стабильную величину инкремента (см. рис. 9а). При повышении первоначального значения концентрации плазмы эти потери менее значимы с точки

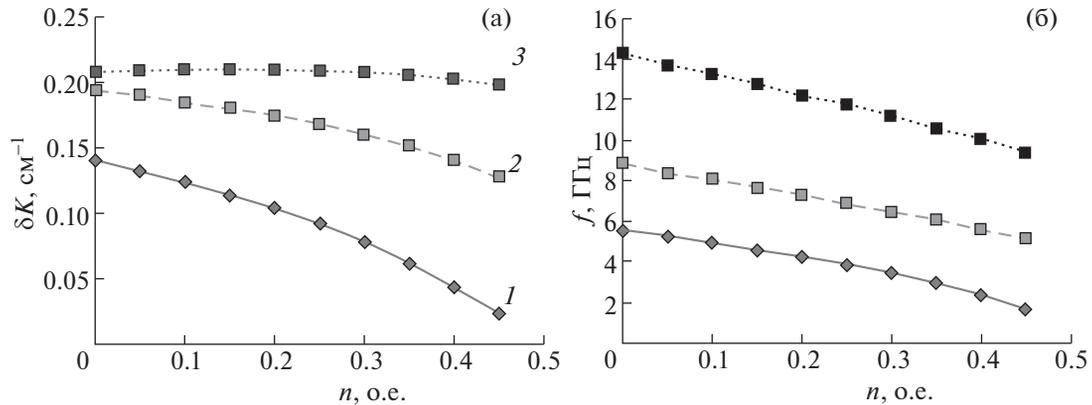


Рис. 9. Изменения инкремента (а) и основной частоты СВЧ-излучения (б) от снижения концентрации плазмы для разных начальных плотностей плазмы. 1 – начальная концентрация плазмы $0.6 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, 2 – начальная концентрация плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, 3 – начальная концентрация плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$.

зрения критического снижения величины инкремента. Для концентрации $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ инкремент практически не зависит от изменения концентрации в указанном диапазоне. Так как в ходе работы ПРГ в течение импульса РЭП происходит уменьшение концентрации плазмы плазменного волновода [8–10], то в случае с низкой концентрацией плазмы (до 10^{13} см^{-3}) это снижение может составлять до 40% от первоначального значения. При этом надо заметить, что в этом случае система ПРГ работает вблизи порога черенковской неустойчивости (см. рис. 8а), и поэтому могут происходить эффекты смены/срыва режима генерации ПРГ. При высоких значениях концентрации плазмы уменьшение первоначальной концентрации не приводит к каким-либо существенным изменениям условий генерации, так как максимальный инкремент плазменно-пучковой системы находится в зоне наибольших значений и мало меняется (рис. 8б).

В эксперименте (см. рис. 1, 2 и 3) мы наблюдаем большую длительность СВЧ-импульса и устойчивую СВЧ-генерацию в диапазоне частот около 12 ГГц и ниже. Как видно из линейной теории (рис. 8 и 9) при отклонениях концентрации плазмы вблизи значения $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ максимальное значение инкремента меняется слабо. Однако следует заметить, что при первоначальной высокой концентрации, даже при значительных потерях в течение импульса РЭП, условие СВЧ-генерации выполняется и для других диапазонов частот, что проявляется в фурье-спектре (рис. 2б) и динамическом спектре (рис. 3б) наличием полосы 10–15 ГГц (соответствует концентрации плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ по линейным оценкам) и полосы 4–8 ГГц (соответствует концентрации плазмы около $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$).

Для реальной конечной системы полный коэффициент усиления электромагнитной СВЧ-волны зависит от длины плазменно-пучкового взаимодействия. $K_y = e^{\delta K L}$, где δK – инкремент, L – длина плазменно-пучкового взаимодействия.

На рис. 10 приведены зависимости полного коэффициента усиления от частоты для 3 различных значений концентрации плазмы. Видно, что для низких частот коэффициент усиления мал при всех рассмотренных значениях концентрации плазмы, в то время как максимальные значения коэффициентов усиления четко разделены по частотному диапазону и сильно зависят от концентрации плазмы. Условие генерации – $K_1 K_2 > 1$, где $K_1 K_2$ – коэффициенты отражения от поперечных границ системы ПРГ (соответственно левой и правой). Коэффициент отражения от левой границы обычно принимается равным единице. Определение коэффициента отражения от коллектора рассмотрено [7].

При повышении концентрации плазмы увеличивается ширина полосы усиления, в которой возможна генерация, что подтверждается результатами экспериментов (см. рис. 1б).

На конкуренцию усиливаемых частот СВЧ-генератора может влиять изменение коэффициентов отражения на торцах резонатора [15]. Как было показано в аналитических моделях коэффициент отражения от коллектора имеет разную дисперсионную зависимость при изменении концентрации плазмы. Учет дисперсии коэффициента отражения при начальной низкой концентрации плазмы сужает частотную полосу СВЧ-генерации, а при высоких начальных концентрациях плазмы условие СВЧ-генерации выполняется в достаточно широкой полосе частот [11, 14]. Этим явлением можно объяснить наличие широкого спектра СВЧ-излучения на рисун-

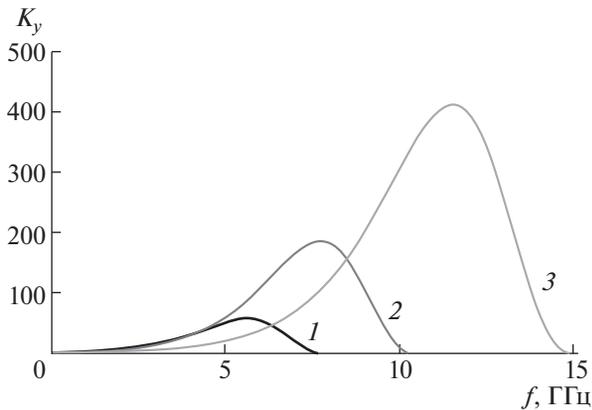


Рис. 10. Полный коэффициент усиления плазменно-пучковой системы РПГ для длины взаимодействия 29 см в зависимости от частоты генерируемого СВЧ-излучения. 1 — начальная концентрация плазмы $0.6 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, 2 — начальная концентрация плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, 3 — начальная концентрация плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$.

ках 16, 46 и 36, 76 для высокой концентрации плазмы $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье рассмотрены особенности работы плазменного релятивистского СВЧ-генератора (ПРГ Sinus 550-80) при нескольких значениях начальной концентрации плазмы от $0.6 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ до $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$. В этих условиях значения центральной частоты выходного СВЧ-излучения ПРГ равны 5.1 ГГц и 11.5 ГГц. По линейной теории [9] этим частотам 5.1 ГГц и 11.5 ГГц, соответствуют значения концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Численное моделирование работы ПРГ, сделанное при данных значениях концентрации плазмы, демонстрирует качественное согласие с экспериментом характеристик выходного СВЧ-излучения: огибающая амплитуды электрического поля выходного СВЧ-излучения и спектры с частотно-временным разрешением, полученные в результате численного моделирования, практически совпадают с экспериментальными данными.

Из результатов проведенных экспериментов видно, что при значении концентрации плазмы $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ при работе ПРГ в течение импульса РЭП происходит трансформация широкополосного излучения в начале импульса в узкополосное в конце импульса при некотором снижении мощности СВЧ-излучения. В [6, 7] в качестве возможной причины такого изменения режима СВЧ-генерации рассматривались снижение концентрации электронов плазмы и возникновение “ионного фона” в течение импульса РЭП.

Проведенное в данной работе численное моделирование показало, что снижение концентрации электронов плазмы и возникновение “ионного фона” в течение импульса ПРГ происходит при разных значениях начальной концентрации плазмы, как при $1 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, так и при $2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Однако результаты экспериментов и численного моделирования работы ПРГ показали, что при больших значениях начальной концентрации плазмы (при СВЧ-излучении ПРГ на высоких частотах) средняя амплитуда электрического поля выходного СВЧ-излучения практически не меняется в течение импульса РЭП, а генерируемое излучение остается широкополосным.

Были сделаны оценки зависимостей коэффициента усиления от плотности плазмы по линейной теории. Эти оценки показывают, что значениям концентрации плазмы $1.5\text{--}2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (интервал СВЧ-частот ПРГ 12–15 ГГц) соответствуют наибольшие значения максимального инкремента плазменно-пучкового взаимодействия, в то время как значения концентрации плазмы меньше 10^{13} см^{-3} [6–8] (интервал СВЧ-частот ПРГ до 6 ГГц) соответствуют сравнительно низкие значения инкремента. Из анализа следует, что:

1. При низких начальных значениях концентрации плазмы система плазменно-пучкового взаимодействия ПРГ работает вблизи порога черенковской неустойчивости. Уменьшение концентрации плазмы и уширение функции распределения энергии РЭП в результате влияния ионного фона приводит к резкому снижению инкремента вплоть до нарушения условия СВЧ-генерации.

2. При высоких начальных значениях концентрации плазмы для работы ПРГ уменьшение концентрации плазмы в процессе работы ПРГ менее значимо, т.е. при начальных значениях концентрации плазмы $\geq 2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ величина инкремента плазменно-пучкового взаимодействия мало зависит от изменения концентрации плазмы в течение импульса РЭП (рис. 9б) и не приводит к нарушениям условий СВЧ-генерации. Также по линейной теории при более высоких значениях концентрации плазмы в системе ПРГ увеличивается ширина полосы частот, в которой возможна генерация СВЧ-излучения при большом значении коэффициента усиления, что подтверждается результатами экспериментов. Однако линейная модель не учитывает нарушение моноэнергетичности электронов РЭП. Из результатов численного моделирования следует, что при более высоких значениях начальной концентрации плазмы уширение функции распределения энергии электронов в релятивистском пучке при наличии ионного фона слабо влияет на вероятность выхода из условия черенковского синхронизма.

Анализ экспериментальных данных о выходном излучении плазменного релятивистского СВЧ-генератора на базе ускорителя Sinus 550-80 показывает, что в широком диапазоне значений концентрации плазмы результаты численного моделирования, а также аналитические оценки, сделанные по линейной модели черенковского взаимодействия плазмы и РЭП, вполне объясняют такие явления как изменения СВЧ-спектра в течение импульса РЭП, снижение уровня СВЧ-излучения при низких плотностях плазмы и широкополосное СВЧ-излучение при высоких плотностях плазмы в течение всего импульса РЭП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богданкевич И.Л., Гришин Д.М., Гунин А.В., Иванов И.Е., Коровин С.Д., Лоза О.Т., Месяц Г.А., Павлов Д.А., Ростов В.В., Стрелков П.С., Ульянов Д.К. // Физика плазмы. 2008. Т. 34. № 10. С. 926.
2. Лоза О.Т., Ульянов Д.К., Стрелков П.С. и др. // КСФ ФИАН. 2011. № 4. С. 47
3. Лоза О.Т., Ульянов Д.К., Баранов Р.В. // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 3. С. 98
4. Ульянов Д.К., Лоза О.Т., Баранов Р.В., Ернылева С.Е., Богданкевич И.Л. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 10. С. 113
5. Ульянов Д.К., Андреев С.Е. // Прикладная физика. 2014. № 4. С. 26.
6. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника: Уч. пособ. Изд. 2-е, доп., М.: ЛЕНАНД, 2018.
7. Карташев И.Н., Красильников М.А., Кузелев М.В., Рухадзе А.А. // Прикладная физика. 2002. № 4. С. 66.
8. Bogdankevich I.L., Andreev S.E., Gusein-zade N.G., Ulyanov D.K. // J. of Russian Laser Research. 2019. V. 40. № 5.
9. Богданкевич И.Л., Лоза О.Т., Павлов Д.А. // КСФ-ФИАН. 2010. № 42. С. 16.
10. Andreev S.E., Bogdankevich I.L., Gusein-zade N.G., Ulyanov D.K. // Plasma Physics Reports. 2019. V. 45. V. 7. P. 674.
11. Andreev S.E., Alekseev I.S., Krymov R.R., Ulyanov D.K. // Physics of wave phenomena. 2017. V. 25. № 1. P. 60.
12. Андреев С.Е. // Системы и средства информатики. 2016. Т. 26. № 1. С. 30–44.
<https://doi.org/10.14357/086965271601031>
13. Богданкевич И.Л., Иванов И.Е., Лоза О.Т., Рухадзе А.А., Стрелков П.С., Тараканов В.П., Ульянов Д.К. // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 8. С. 748.
14. Tarakanov V.P. "User's Manual for Code KARAT – Springfield, VA: Berkley Research Associates, Inc. 1992. V.P. Tarakanov. "User's Manual for Code KARAT – Springfield, VA: Berkley Research Associates, Inc. 1992.
15. Карташов И.Н., Кузелев М.В., Стрелков П.С., Тараканов В.П. // Физика плазмы. 2018. Т. 44. № 2. С. 250.
16. Андреев С.Е., Богданкевич И.Л., Гусейн-заде Н.Г. // Сб. тр. VI-й междунар. научно-практической конф. "Актуальные проблемы – РАДИОИНФОКОМ". М., 2022. С. 151.

МНОГОГРУППОВАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА КИНЕТИКИ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2023 г. Е. И. Бочков*

*Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт
экспериментальной физики, Саров, Нижегородская область, Россия*

**e-mail: e_i_bochkov@mail.ru*

Поступила в редакцию 05.10.2022 г.

После доработки 24.10.2022 г.

Принята к публикации 26.10.2022 г.

Получена система одномерных многогрупповых уравнений для трех первых моментов функции распределения электронов в области промежуточных и высоких энергий, которая включает в себя уравнения баланса концентрации, плотности потока и плотности потока импульса электронов. Система предназначена для численного моделирования процессов, протекающих с участием быстрых электронов в слабоионизованной холодной плазме.

Ключевые слова: слабоионизованная плазма, высокоэнергичные электроны, многогрупповые уравнения, численное моделирование

DOI: 10.31857/S0367292122601254, **EDN:** NPQOLU

1. ВВЕДЕНИЕ

Наиболее полная информация, необходимая для описания плазменных процессов может быть получена из функции распределения электронов (ФРЭ), которая рассчитывается в результате решения кинетического уравнения (КУ) [1] или методом Монте-Карло (МК) [2]. Однако численное моделирование непосредственно на основе КУ или метода МК требует больших вычислительных ресурсов. Эффективнее моделирование в приближении сплошной среды на основе системы уравнений для моментов ФРЭ [3]. Чаще всего при моделировании газовых разрядов транспорт электронов рассчитывается на основе уравнения баланса концентрации электронов в рамках диффузионно-дрейфового приближения. Недостатком данного подхода является неспособность описать энергетическое распределение электронов, в том числе кинетику убегающих электронов. Кроме того в сильных электрических полях диффузионно-дрейфовое приближение для концентрации электронов становится неприменимым в связи с появлением большого числа быстрых электронов. Так результаты МК-расчетов развития в однородном электрическом поле лавины электронов показывают, что в гелии диффузионно-дрейфовое приближение для концентрации электронов становится неприменимым в полях больших $\approx 150\text{--}200$ Тд [4].

С целью сокращения требования к вычислительным ресурсам, с одной стороны, и необходимостью учета кинетики быстрых электронов, с другой стороны, развиваются гибридные модели расчета транспорта электронов в газах [5–9]. Наиболее приближенной к КУ является модель с многогрупповым описанием кинетики электронов на основе гидродинамических уравнений для моментов ФРЭ [10]. В [10] получена система многогрупповых уравнений для трех первых моментов функции распределения релятивистских электронов, т.е. электронов с энергией большей порядка 10 кэВ. Система включает уравнения баланса концентрации, уравнения движения и уравнения баланса полной релятивистской энергии. Как показывают результаты численных расчетов, многогрупповая модель с хорошей точностью описывает пространственное и энергетическое распределение релятивистских электронов [11, 12].

Цель данной работы – расширить область применимости многогрупповой модели. Используя дифференциальное разложение интеграла упругих столкновений электронов, полученное в [13], и процедуру, развитую в [10], в данной работе выполнен вывод системы многогрупповых уравнений, которая справедлива начиная с энергий электрона ~ 100 эВ. Система включает уравнения баланса концентрации, плотности потока и плотности потока импульса электронов.

2. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Здесь будем рассматривать случай слабоионизованного газа, когда столкновениями электронов друг с другом и с ионами можно пренебречь. Учитываются только упругие и неупругие столкновения электронов с нейтральными атомами или молекулами газа. Кроме того полагается, что плазма однородна в направлении перпендикулярном относительно вектора напряженности внешнего электрического поля \mathbf{E} . Это значит, что ФРЭ в пространстве импульсов зависит только от модуля импульса электрона p , косинуса μ угла θ между вектором импульса \mathbf{p} и единичным вектором в направлении электрической силы $\mathbf{e} = -\mathbf{E}/E$ и не зависит от азимутального угла ϕ . Направим ось OZ в координатном пространстве вдоль вектора \mathbf{e} , в этом случае ФРЕ будет зависеть только от переменных (z, p, μ, t) и ее эволюция будет подчиняться кинетическому уравнению:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f(z, p, \mu, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} [\mu v f(z, p, \mu, t)] + \\ & + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} [p^2 \mu q_e E f(z, p, \mu, t)] + \\ & + \frac{\partial}{\partial \mu} \left[q_e E \frac{1 - \mu^2}{p} f(z, p, \mu, t) \right] = St_{el} + St_{ex} + St_{ion}, \end{aligned} \quad (1)$$

где q_e — заряд электрона, St_{el} , St_{ex} , St_{ion} компоненты интеграла столкновений электронов, отвечающие за изменение ФРЭ в упругих столкновениях, в процессах возбуждения и ионизации атомов или молекул соответственно.

Далее для упрощения выкладок мы будем рассматривать однокомпонентный газ, хотя предложенная модель может быть легко обобщена на случай многокомпонентных систем. Кроме того полагается, что кинетическая энергия электронов много больше энергии теплового движения атомов (молекул) и последние можно считать неподвижными. В этом случае интеграл упругих столкновений имеет следующий вид [14, 15]:

$$\begin{aligned} St_{el} = N_0 v \int_{\omega'} & \left[f(z, p', \mu', t) \sigma_{el}(p', \psi) (p'/p)^4 - \right. \\ & \left. - f(z, p, \mu, t) \sigma_{el}(p, \psi) \right] d\omega' \end{aligned} \quad (2)$$

где N_0 — концентрация атомов, σ_{el} — дифференциальное сечение упругого рассеяния, $d\omega'$ — элемент телесного угла в пространстве импульсов, ψ — угол рассеяния. В дальнейших наших вычислениях мы будем использовать дифференциальное разложение интеграла упругих столкновений St_{el} , полученное в [13]

$$\begin{aligned} St_{el} = N_0 v \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sigma_{lr}^{(l)}}{2^l (l!)^2} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} & \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} + \frac{N_0}{Mp^2} \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial p} \left[p^4 \left(\sigma_{lr}^{(1)} f + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sigma_{lr}^{(l+1)}}{2^l (l!)^2} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} \right) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где M — масса атома; $\sigma_{lr}^{(l)}(p) \equiv 2\pi \times \int_{-1}^1 (1 - \xi)^l \sigma_{el}(p, \xi) d\xi$, $\xi = \cos \psi$.

Рассмотрим теперь интеграл, отвечающий за возбуждения электронных уровней атома [14, 15]

$$\begin{aligned} St_{ex} = N_0 v \sum_i \int_{\omega'} & \left[f(z, p', \mu', t) \sigma_{ex}^{(i)}(p', \psi) (p'/p)^2 - \right. \\ & \left. - f(z, p, \mu, t) \sigma_{ex}^{(i)}(p, \psi) \right] d\omega' \end{aligned} \quad (4)$$

здесь суммирование ведется по всем уровням возбуждения, $\sigma_{ex}^{(i)}$ — дифференциальное сечение возбуждения уровня i с энергией $\epsilon_{ex}^{(i)}$ и $p' = p + \epsilon_{ex}^{(i)}/v$. Предположим теперь, что электрон в процессе возбуждения атома не меняет направление своего движения. Это упрощение не существенно, поскольку в большинстве газов угловое распределение электронов в основном определяется упругим рассеянием. Таким образом, полагая в (4) $\sigma_{ex}^{(i)}(p, \psi) = q_{ex}^{(i)}(p) \delta(\psi)$, где $q_{ex}^{(i)}(p)$ — полное сечение возбуждения, получаем

$$\begin{aligned} St_{ex} = N_0 v \sum_i & \left[f \left(z, p + \frac{\epsilon_{ex}^{(i)}}{v}, \mu, t \right) q_{ex}^{(i)} \left(p + \frac{\epsilon_{ex}^{(i)}}{v} \right) \times \right. \\ & \left. \times \left(1 + \frac{\epsilon_{ex}^{(i)}}{vp} \right)^2 - f(z, p, \mu, t) q_{ex}^{(i)}(p) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Далее мы будем рассматривать область энергий электрона $\epsilon \gg \max \{ \epsilon_{ex}^{(i)} \}$, в этом случае можно разложить (5) в ряд по степеням величины $\Delta p = \epsilon_{ex}^{(i)}/v$ и в первом приближении получим для St_{ex} следующее дифференциальное выражение:

$$St_{ex} = \frac{N_0}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \sum_i \left[p^2 f(z, p, \mu, t) \epsilon_{ex}^{(i)} q_{ex}^{(i)}(p) \right] \quad (6)$$

В предположении, что процесс ионизации можно рассматривать как рассеяние электрона на свободном электроном в [14], получено следующее выражение для ионизационного интеграла:

$$\begin{aligned} St_{ion} = N_0 v \sum_i & \left\{ \int_{\epsilon + \epsilon_{ion}^{(i)}}^{\infty} d\epsilon' \left(\frac{\gamma'^2 - 1}{\gamma^2 - 1} \right) \sigma_{ion}^{(i)}(\epsilon', \epsilon) \times \right. \\ & \left. \times \int_0^{2\pi} \frac{f(z, p', \mu', t)}{2\pi} d\alpha - f(z, p, \mu, t) q_{ion}^{(i)}(\epsilon) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

здесь суммирование ведется по всем ионизационным оболочкам с энергией ионизации $\epsilon_{\text{ion}}^{(i)}$, $\sigma_{\text{ion}}^{(i)}$ и $q_{\text{ion}}^{(i)}$ – дважды дифференциальное и полное сечение ионизации, γ – релятивистский фактор, а связь между величинами μ и μ' задается уравнением [14]

$$\mu' = \mu\mu_0 + \sqrt{1 - \mu^2}\sqrt{1 - \mu_0^2} \cos \alpha, \quad (8)$$

где $\mu_0 = \sqrt{\frac{\epsilon(\epsilon' + 2m_e c^2)}{\epsilon'(\epsilon + 2m_e c^2)}}$ – косинус угла рассеяния

электрона, m_e – масса электрона, c – скорость света в вакууме. Формально выражение (7) справедливо, когда энергия первичного и вторичного электронов много больше энергии ионизации [14]. Однако, поскольку для большинства газов дважды дифференциальные по углу и энергии сечения ионизации не известны, и кроме того как говорилось выше, угловое распределение электронов в основном определяется упругим рассеянием, далее мы будем полагать, что выражение (7) справедливо во всей рассматриваемой области энергий электрона.

Ионизационный интеграл (7) также частично может быть представлен в дифференциальном виде [14]

$$\begin{aligned} St_{\text{ion}} = N_0 v \sum_i \left\{ \int_{2\epsilon + \epsilon_{\text{ion}}^{(i)}}^{\infty} d\epsilon' (p'/p)^2 \sigma_{\text{ion}}^{(i)}(\epsilon', \epsilon) \times \right. \\ \times \int_0^{2\pi} \frac{f(z, p', \mu', t)}{2\pi} d\alpha + \frac{1}{v p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 f(z, p, \mu, t) \times \right. \\ \times \int_0^{(\epsilon - \epsilon_{\text{ion}}^{(i)})/2} (\epsilon_s + \epsilon_{\text{ion}}^{(i)}) \sigma_{\text{ion}}^{(i)}(\epsilon, \epsilon_s) d\epsilon_s \left. \right] + \\ \left. + \frac{m_e}{2p^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \times \right. \\ \left. \times \int_0^{(\epsilon - \epsilon_{\text{ion}}^{(i)})/2} (\epsilon_s + \epsilon_{\text{ion}}^{(i)}) \sigma_{\text{ion}}^{(i)}(\epsilon, \epsilon_s) d\epsilon_s \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

Первый член данного выражения описывает рождение вторичных электронов, второй и третий отвечают за изменения импульса первичных электронов. Выражение (9) получено в предположении, что энергия электрона $\epsilon \gg \epsilon_{\text{ion}}^{(i)}$ и вторичные электроны в основном рождаются с энергией ϵ_s близкой к нулю.

Интеграл по переменной α в выражениях (7), (9) можно выразить в виде ряда, аналогичного (3)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(z, p', \mu', t) d\alpha = f(z, p', \mu, t) + \\ + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(1 - \mu_0)^l}{2^l (l!)^2} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

Определим величину средних энергетических потерь электрона на единице пути F_D :

$$\begin{aligned} F_D \equiv F_{\text{el}} + F_{\text{ex}} + F_{\text{ion}}, \quad \text{где} \\ F_{\text{el}}(p) = \frac{N_0 p^2 \sigma_{\text{tr}}^{(1)}(p)}{M}, \quad F_{\text{ex}}(p) = N_0 \sum_i \epsilon_{\text{ex}}^{(i)} q_{\text{ex}}^{(i)}(p), \quad (11) \\ F_{\text{ion}}(p) = N_0 \sum_i (\epsilon_{\text{ion}}^{(i)} + \langle \epsilon_s \rangle) q_{\text{ion}}^{(i)}(p) \end{aligned}$$

Запишем теперь кинетическое уравнение в области энергий электрона $\epsilon \gg \epsilon_{\text{ion}}$ с учетом явного вида всех столкновительных членов

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial(\mu v f)}{\partial z} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 (\mu q_e E - F_D) f \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial \mu} \left[q_e E \frac{1 - \mu^2}{p} f \right] = \left(\frac{N_0 v \sigma_{\text{tr}}^{(1)}}{2} + \frac{F_{\text{ion}}}{2\gamma p} \right) \times \\ \times \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right\} + N_0 v \sum_{l=2}^{\infty} \frac{\sigma_{\text{tr}}^{(l)}}{2^l (l!)^2} \times \\ \times \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} + \frac{N_0}{M p^2} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial p} \left[p^4 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sigma_{\text{tr}}^{(l+1)}}{2^l (l!)^2} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} \right] + \\ + N_0 v \sum_i \left\{ \int_{2\epsilon + \epsilon_{\text{ion}}^{(i)}}^{\infty} d\epsilon' \left[f(p') + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(1 - \mu_0)^l}{2^l (l!)^2} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left\{ (1 - \mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} \right] \sigma_{\text{ion}}^{(i)}(\epsilon', \epsilon) (p'/p)^2 \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

Отметим, что поскольку мы изначально предположили, что ФРЭ не зависит от азимутального угла ϕ в пространстве импульсов, то полученная далее на основе уравнения (12) система многогрупповых уравнений для моментов ФРЭ не будет описывать диффузию электронов в направлении, ортогональном вектору напряженности поля.

Для того чтобы получить систему групповых уравнений разобьем интересующий нас интервал значений импульса $[p_{\text{min}}, p_{\text{max}}]$ на N частей $\Delta p_{k+1/2, k-1/2} = p_{k+1/2} - p_{k-1/2}$, $k = 1, \dots, N$.

Определим величину концентрации электронов в k -й группе

$$\begin{aligned} n_k(z, t) &\equiv \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\varphi \approx \\ &\approx 2\pi p_k^2 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \int_{-1}^1 f(z, p_k, \mu, t) d\mu \end{aligned} \quad (13)$$

Определим величину плотности потока электронов в k -й группе

$$\begin{aligned} j_k(z, t) &\equiv \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 dp \int_{-1}^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\varphi \approx \\ &\approx 2\pi v_k p_k^2 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \int_{-1}^1 \mu f(z, p_k, \mu, t) d\mu \end{aligned} \quad (14)$$

Кроме того определим величину направленной скорости электронов

$$\begin{aligned} u_k(z, t) &\equiv j_k(z, t)/n_k(z, t) = \\ &= \frac{\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 dp \int_{-1}^1 \mu f(z, p, \mu, t) d\mu}{\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 f(z, p, \mu, t) d\mu} \approx \\ &\approx \frac{\int_{-1}^1 \mu f(z, p_k, \mu, t) d\mu}{\int_{-1}^1 f(z, p_k, \mu, t) d\mu} v_k = \langle \mu \rangle_k v_k. \end{aligned} \quad (15)$$

Величина плотности потока импульса определяется так

$$\begin{aligned} \pi_k(z, t) &\equiv \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 p^2 dp \int_{-1}^1 \mu^2 d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\varphi \approx \\ &\approx 2\pi v_k^2 p_k^2 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \int_{-1}^1 \mu^2 f(z, p_k, \mu, t) d\mu = \\ &= \langle \mu^2 \rangle_k v_k^2 n_k \end{aligned} \quad (16)$$

Ниже в процессе вывода групповых уравнений для моментов ФРЭ будут использоваться следующие равенства

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) d\mu &= -2 \int_{-1}^1 \mu f(z, p, \mu, t) d\mu, \\ \int_{-1}^1 \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) d\mu &= \\ = 2 \int_{-1}^1 (1 - 3\mu^2) f(z, p, \mu, t) d\mu, \\ \int_{-1}^1 \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \left((1 - \mu^2)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2} \right) d\mu &= \end{aligned} \quad (17)$$

$$= -8 \int_{-1}^1 (1 - 3\mu^2) f(z, p, \mu, t) d\mu,$$

$$\int_{-1}^1 \mu^n \frac{\partial^m}{\partial \mu^m} \left((1 - \mu^2)^m \frac{\partial^m f}{\partial \mu^m} \right) d\mu = 0, \quad n < m.$$

3. УРАВНЕНИЯ БАЛАНСА КОНЦЕНТРАЦИИ

Для того чтобы найти уравнения для величин концентрации n_k необходимо кинетическое уравнение (12) умножить на величину p^2 и проинтегрировать по переменным p, μ, φ на отрезках $p \in [p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$, $\mu \in [-1, 1]$ и $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Интегрируя, таким образом, первый член в левой части кинетического уравнения, получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\varphi = \frac{\partial n_k}{\partial t}. \quad (18)$$

Далее интегрируем второй член

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 dp \int_{-1}^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\varphi \right) = \frac{\partial j_k}{\partial z} \quad (19)$$

Интегрирование третьего члена дает

$$\begin{aligned} &\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \times \\ &\times \left[p^2 (\mu q_e E - F_D(p)) f(z, p, \mu, t) \right] d\varphi = 2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} dp \times \\ &\times \int_{-1}^1 \frac{\partial}{\partial p} \left[p^2 (\mu q_e E - F_D(p)) f(z, p, \mu, t) \right] d\mu = \\ &= 2\pi p_{k+1/2}^2 \int_{-1}^1 (\mu q_e E - F_D(p_{k+1/2})) \times \\ &\times f(z, p_{k+1/2}, \mu, t) d\mu - 2\pi p_{k-1/2}^2 \times \\ &\times \int_{-1}^1 (\mu q_e E - F_D(p_{k-1/2})) f(z, p_{k-1/2}, \mu, t) d\mu \approx \\ &\approx \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} n_{k+1/2} - \\ &- \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} n_{k-1/2} \end{aligned} \quad (20)$$

Интегралы от четвертого члена в левой части уравнения (12), а также первых трех членов в правой части равны нулю. Таким образом, объеди-

няя выражения (18)–(20), получаем уравнения баланса концентрации электронов

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{\partial j_k}{\partial z} = \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} n_{k-1/2} - \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} n_{k+1/2} + S_{\text{ion},k} \quad (21)$$

Вычислим теперь ионизационный член $S_{\text{ion},k}$, для этого проинтегрируем последний член в правой части кинетического уравнения (12)

$$S_{\text{ion},k} = 2\pi N_0 \sum_i \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 dp \times \int_{2\varepsilon + \varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}}^{\infty} (p'/p)^2 \sigma_{\text{ion}}^{(i)}(\varepsilon', \varepsilon) d\varepsilon' \int_{-1}^1 f(z, p', \mu, t) d\mu \approx N_0 V_k \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \times \sum_i \int_{2\varepsilon_k + \varepsilon_{\text{ion}}^{(i)}}^{\infty} \sigma_{\text{ion}}^{(i)}(\varepsilon', \varepsilon_k) 2\pi p'^2 v' dp' \times \int_{-1}^1 f(z, p', \mu, t) d\mu \approx N_0 V_k \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \sum_{j=k}^N \sum_i \sigma_{\text{ion}}^{(i)}(\varepsilon_j, \varepsilon_k) v_j n_j, \quad (22)$$

где j_k это номер интервала импульса электронов $[p_{j-1/2}, p_{j+1/2}]$, в котором лежит значение $p(2\varepsilon_k + \varepsilon_{\text{ion}})$. Здесь при получении последнего равенства в (22) мы учли соотношение $d\varepsilon' = v' dp'$, и что по определению $n_j \equiv 2\pi \int_{p_{j-1/2}}^{p_{j+1/2}} p^2 dp \int_{-1}^1 f(z, p, \mu, t) d\mu$.

4. УРАВНЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА

Для того чтобы найти уравнения для величин j_k необходимо уравнение (12) умножить на величину $\mu v p^2$ и проинтегрировать по переменным p, μ, φ .

Интегрируя первый член в левой части кинетического уравнения, получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 dp \int_{-1}^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\varphi = \frac{\partial j_k}{\partial t}. \quad (23)$$

Далее интегрируем второй член

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 p^2 dp \int_{-1}^1 \mu^2 d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\varphi \right) = \frac{\partial \pi_k}{\partial z} \quad (24)$$

Интегрирование третьего члена дает

$$\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 dp \int_{-1}^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \times \left[p^2 (\mu q_e E - F_D(p)) f(z, p, \mu, t) \right] d\varphi = 2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v dp \int_{-1}^1 \mu \frac{\partial}{\partial p} \times \left[p^2 (\mu q_e E - F_D(p)) f(z, p, \mu, t) \right] d\mu = \pi p_{k+1/2}^2 V_{k+1/2} \int_{-1}^1 (\mu^2 q_e E - \mu F_D(p_{k+1/2})) \times f(z, p_{k+1/2}, \mu, t) d\mu - 2\pi p_{k-1/2}^2 V_{k-1/2} \times \int_{-1}^1 (\mu^2 q_e E - \mu F_D(p_{k-1/2})) f(z, p_{k-1/2}, \mu, t) d\mu - 2\pi p_k^2 \left(\frac{dv}{dp} \right)_k \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \int_{-1}^1 (\mu^2 q_e E - \mu F_D(p_k)) \times f(z, p_k, \mu, t) d\mu \approx \frac{\langle \mu^2 \rangle_{k+1/2} q_e E - \langle \mu \rangle_{k+1/2} F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} V_{k+1/2} n_{k+1/2} - \frac{\langle \mu^2 \rangle_{k-1/2} q_e E - \langle \mu \rangle_{k-1/2} F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} V_{k-1/2} n_{k-1/2} - \frac{\langle \mu^2 \rangle_k q_e E - \langle \mu \rangle_k F_D(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} V_k n_k = \frac{q_e E (\pi_{k+1/2}/V_{k+1/2}) - F_D(p_{k+1/2}) j_{k+1/2}}{p_{k+1} - p_k} - \frac{q_e E (\pi_{k-1/2}/V_{k-1/2}) - F_D(p_{k-1/2}) j_{k-1/2}}{p_k - p_{k-1}} - \frac{q_e E (\pi_k/V) - F_D(p_k) j_k}{\gamma_k^2 p_k} \quad (25)$$

Здесь мы учли соотношение $\frac{1}{v} \left(\frac{dv}{dp} \right) = \frac{1}{\gamma^2 p}$.

Интегрируем четвертый член уравнения

$$2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 dp \int_{-1}^1 \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \left(q_e E \frac{1 - \mu^2}{p} f(z, p, \mu, t) \right) d\mu = -2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} \frac{v p^2}{p} dp \int_{-1}^1 q_e E (1 - \mu^2) f(z, p, \mu, t) d\mu \approx - \left(1 - \langle \mu^2 \rangle_k \right) \frac{V_k n_k}{p_k} q_e E \approx - (v_k n_k - (\pi_k/V_k)) \frac{q_e E}{p_k} \quad (26)$$

Интегрируя первый член в правой части уравнения (12) получаем

$$\begin{aligned}
& 2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 \left(\frac{N_0 v \sigma_{tr}^{(1)}(p)}{2} + \frac{F_{ion}(p)}{2\gamma p} \right) dp \times \\
& \quad \times \int_{-1}^1 \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) d\mu = \\
& = -2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v p^2 \left(N_0 v \sigma_{tr}^{(1)}(p) + \frac{F_{ion}}{\gamma p} \right) dp \times \\
& \quad \times \int_{-1}^1 \mu f(z, p, \mu, t) d\mu \approx - \left(v_{tr}(p_k) + \frac{F_{ion}(p_k)}{\gamma_k p_k} \right) j_k,
\end{aligned} \tag{27}$$

где введено обозначение $v_{tr}(p) \equiv N_0 v \sigma_{tr}^{(1)}(p)$.

Интеграл от второго члена в правой части равен нулю, а интеграл от третьего члена

$$\begin{aligned}
& 2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v dp \frac{\partial}{\partial p} \left\{ \frac{p^4 N_0 \sigma_{tr}^{(2)}(p)}{2M} \times \right. \\
& \quad \times \int_{-1}^1 \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) d\mu \left. \right\} = -2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v dp \times \\
& \quad \times \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p^4 N_0 \sigma_{tr}^{(2)}(p)}{M} \int_{-1}^1 \mu f(z, p, \mu, t) d\mu \right) \approx \\
& \quad \approx - \frac{F_{el}^{(2)}(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} j_{k+1/2} + \\
& \quad + \frac{F_{el}^{(2)}(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} j_{k-1/2} + \frac{F_{el}^{(2)}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} j_k,
\end{aligned} \tag{28}$$

здесь введено обозначение $F_{el}^{(2)}(p) \equiv \frac{N_0 p^2 \sigma_{tr}^{(2)}(p)}{M}$.

Объединяя выражения (23)–(28) получаем следующее уравнение для плотности потока электронов в k -й группе

$$\begin{aligned}
\frac{\partial j_k}{\partial t} + \frac{\partial \pi_k}{\partial z} = & \frac{q_e E(\pi_{k-1/2}/v_{k-1/2}) - (F_D(p_{k-1/2}) - F_{el}^{(2)}(p_{k-1/2})) j_{k-1/2}}{p_k - p_{k-1}} - \\
& - \frac{q_e E(\pi_{k+1/2}/v_{k+1/2}) - (F_D(p_{k+1/2}) - F_{el}^{(2)}(p_{k+1/2})) j_{k+1/2}}{p_{k+1} - p_k} + \\
& + \left(v_k n_k - \frac{\gamma_k^2 - 1}{\gamma_k^2} \frac{\pi_k}{v_k} \right) \frac{q_e E}{p_k} - \left(\frac{F_D(p_k) - F_{el}^{(2)}(p_k) + \gamma_k F_{ion}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} + v_{tr}(p_k) \right) j_k + S_{ion,k}^j
\end{aligned} \tag{29}$$

Вычислим ионизационный член

$$\begin{aligned}
S_{ion,k}^j = & 2\pi N_0 \sum_i \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 p^2 dp \times \\
& \times \int_{2\varepsilon + \varepsilon_{ion}^{(i)}}^{\infty} (p'/p)^2 \sigma_{ion}^{(i)}(\varepsilon', \varepsilon) d\varepsilon' \left[\int_{-1}^1 \mu f(z, p', \mu, t) d\mu - \right. \\
& \quad \left. - (1 - \mu_0(\varepsilon', \varepsilon)) \int_{-1}^1 \mu f(z, p', \mu, t) d\mu \right] \approx \\
& \approx N_0 \sum_i v_k^2 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \times \\
& \quad \times \int_{2\varepsilon_k + \varepsilon_{ion}^{(i)}}^{\infty} \sigma_{ion}^{(i)}(\varepsilon', \varepsilon_k) \mu_0(\varepsilon', \varepsilon_k) 2\pi p'^2 v' dp' \times \\
& \quad \times \int_{-1}^1 \mu f(z, p', \mu, t) d\mu \approx \\
& \approx N_0 v_k^2 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \sum_{j=k}^N \sum_i \sigma_{ion}^{(i)}(\varepsilon_j, \varepsilon_k) \mu_0(\varepsilon_j, \varepsilon_k) j_j
\end{aligned} \tag{30}$$

При выводе данного выражения мы учли, что

$$j_j \equiv 2\pi \int_{p_{j-1/2}}^{p_{j+1/2}} v p^2 dp \int_{-1}^1 \mu f(z, p, \mu, t) d\mu.$$

5. УРАВНЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ИМПУЛЬСА

Для того чтобы найти уравнения для величин π_k необходимо кинетическое уравнение (12) умножить на величину $\mu^2 v^2 p^2$ и проинтегрировать.

Интегрируя первый член в левой части кинетического уравнения, получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 p^2 dp \int_{-1}^1 \mu^2 d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\phi = \frac{\partial \pi_k}{\partial t}. \tag{31}$$

Далее интегрируем второй член

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^3 p^2 dp \int_{-1}^1 \mu^3 d\mu \int_0^{2\pi} f(z, p, \mu, t) d\phi \right) \approx$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{\partial}{\partial z} \left(2\pi v_k^3 p_k^2 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \int_{-1}^1 \mu^3 f(z, p, \mu, t) d\mu \right) = \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \left(v_k^3 \int_{-1}^1 \mu^3 f(z, p, \mu, t) d\mu \int_{-1}^1 f(z, p, \mu, t) d\mu \right) = \frac{\partial}{\partial z} (v_k^3 \langle \mu^3 \rangle_k n_k) \approx \\ &\approx \frac{\partial}{\partial z} (v_k^3 \langle \mu^2 \rangle_k \langle \mu \rangle_k n_k) = \frac{\partial (u_k \pi_k)}{\partial z} \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь мы величину $\langle \mu^3 \rangle_k$, которая является моментом третьего порядка, заменили на произведение $\langle \mu^2 \rangle_k \langle \mu \rangle_k$, для того чтобы разорвать цепочку уравнений моментов.

Интегрируя третий член в левой части (12), получаем

$$\begin{aligned} &2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 p^2 dp \int_{-1}^1 \mu^2 \frac{\partial}{\partial p} [p^2 (\mu q_e E - F_D(p)) f(z, p, \mu, t)] d\mu = 2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 dp \times \\ &\times \int_{-1}^1 \frac{\partial}{\partial p} [p^2 (\mu^3 q_e E - \mu^2 F_D(p)) f(z, p, \mu, t)] d\mu = 2\pi p_{k+1/2}^2 v_{k+1/2}^2 \int_{-1}^1 (\mu^3 q_e E - \mu^2 F_D(p_{k+1/2})) \times \\ &\times f(z, p_{k+1/2}, \mu, t) d\mu - 2\pi p_{k-1/2}^2 v_{k-1/2}^2 \int_{-1}^1 (\mu^3 q_e E - \mu^2 F_D(p_{k-1/2})) f(z, p_{k-1/2}, \mu, t) d\mu - 2\pi p_k^2 2v_k \left(\frac{dv}{dp} \right)_k \times \\ &\times \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \int_{-1}^1 (\mu^3 q_e E - \mu^2 F_D(p_k)) f(z, p_k, \mu, t) d\mu \approx \frac{\langle \mu^3 \rangle_{k+1/2} q_e E - \langle \mu^2 \rangle_{k+1/2} F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2} - \\ &- \frac{\langle \mu^3 \rangle_{k-1/2} q_e E - \langle \mu^2 \rangle_{k-1/2} F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} v_{k-1/2}^2 n_{k-1/2} - \frac{\langle \mu^3 \rangle_k q_e E - \langle \mu^2 \rangle_k F_D(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} 2v_k^2 n_k \approx \\ &\approx \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} \pi_{k+1/2} - \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} \pi_{k-1/2} - 2 \frac{\langle \mu \rangle_k q_e E - F_D(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} \pi_k \end{aligned} \quad (33)$$

Проинтегрируем четвертый член в левой части кинетического уравнения

$$\begin{aligned} &2\pi \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 p^2 dp \int_{-1}^1 \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu} \left[q_e E \frac{1 - \mu^2}{p} f(z, p, \mu, t) \right] d\mu = \\ &= - \left[\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} \frac{v^2}{p} 2\pi p^2 dp \int_{-1}^1 2\mu (1 - \mu^2) f(z, p, \mu, t) d\mu \right] \times \\ &\quad \times q_e E \approx \\ &\approx - \left[\frac{v_k^2}{p_k} 2\pi p_k^2 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \int_{-1}^1 (\mu - \mu^3) f(z, p_k, \mu, t) d\mu \right] \times \\ &\quad \times 2q_e E = \\ &= - \left[\frac{v_k^2 n_k}{p_k} (\langle \mu \rangle_k - \langle \mu^3 \rangle_k) \right] 2q_e E \approx \\ &\approx -2 \left[\frac{v_k^2 n_k - \pi_k}{p_k} \right] \langle \mu \rangle_k q_e E \end{aligned} \quad (34)$$

Теперь проинтегрируем первый и второй члены в правой части уравнения (12)

$$\begin{aligned} &2\pi \left[\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 p^2 \left(\frac{N_0 v \sigma_{tr}^{(1)}(p)}{2} + \frac{F_{ion}(p)}{2\gamma p} \right) dp \times \right. \\ &\quad \times \int_{-1}^1 \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right\} d\mu + \\ &\quad + \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^3 p^2 \frac{N_0 \sigma_{tr}^{(2)}(p)}{16} dp \times \\ &\quad \times \int_{-1}^1 \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \left\{ (1 - \mu^2)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2} \right\} d\mu \left. \right] = \\ &= 2\pi \left[\int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 p^2 \left(N_0 v \sigma_{tr}^{(1)}(p) + \frac{F_{ion}(p)}{\gamma p} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{N_0 v \sigma_{tr}^{(2)}(p)}{2} \right) dp \int_{-1}^1 (1 - 3\mu^2) f(z, p, \mu, t) d\mu \right] \approx \\ &\approx \left(v_{tr}^{(2)}(p_k) + \frac{F_{ion}(p_k)}{\gamma_k p_k} \right) (v_k^2 n_k - 3\pi_k) \end{aligned} \quad (35)$$

здесь введено обозначение $v_{ir}^{(2)}(p) \equiv N_0 v \times$
 $\times \left(\sigma_{ir}^{(1)}(p) - \frac{\sigma_{ir}^{(2)}(p)}{2} \right)$.

Интегрируем четвертый член в правой части

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi N_0}{M} \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 dp \frac{\partial}{\partial p} \left\{ \frac{p^4 \sigma_{ir}^{(2)}(p)}{2} \int_{-1}^1 \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu} \times \right. \\ & \times \left. \left((1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) d\mu + \frac{p^4 \sigma_{ir}^{(3)}(p)}{16} \times \right. \\ & \times \left. \int_{-1}^1 \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \left((1-\mu^2)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2} \right) d\mu \right\} = \frac{2\pi N_0}{M} \times \\ & \times \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^2 dp \frac{\partial}{\partial p} \left\{ p^4 \left(\sigma_{ir}^{(2)}(p) - \frac{\sigma_{ir}^{(3)}(p)}{2} \right) \times \right. \\ & \times \left. \int_{-1}^1 (1-3\mu^2) f(z, p, \mu, t) d\mu \right\} \approx \frac{F_{el}^{(3)}(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} \times \\ & \times \left(v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2} - 3\pi_{k+1/2} \right) - \frac{F_{el}^{(3)}(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} \times \\ & \times \left(v_{k-1/2}^2 n_{k-1/2} - 3\pi_{k-1/2} \right) - \frac{2F_{el}^{(3)}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} \left(v_k^2 n_k - 3\pi_k \right) \end{aligned} \quad (36)$$

здесь мы ввели обозначение $F_{el}^{(3)}(p) \equiv$
 $\equiv \frac{N_0 p^2}{M} \left(\sigma_{ir}^{(2)}(p) - \frac{\sigma_{ir}^{(3)}(p)}{2} \right)$.

Объединяя выражения (31)–(36) получаем уравнения для плотности потока импульса

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_k}{\partial t} + \frac{\partial (u_k \pi_k)}{\partial z} &= \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} \pi_{k-1/2} - \\ & - \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} \pi_{k+1/2} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + 2 \frac{\langle \mu \rangle_k q_e E - F_D(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} \pi_k + \frac{F_{el}^{(3)}(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} \times \\ & \times \left(v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2} - 3\pi_{k+1/2} \right) - \frac{F_{el}^{(3)}(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} \times \\ & \times \left(v_{k-1/2}^2 n_{k-1/2} - 3\pi_{k-1/2} \right) + \frac{2 \langle \mu \rangle_k q_e E}{p_k} \left(v_k^2 n_k - \pi_k \right) + \\ & + \left(v_{ir}^{(2)}(p_k) + \frac{\gamma_k F_{ion}(p_k) - 2F_{el}^{(3)}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} \right) \times \\ & \times \left(v_k^2 n_k - 3\pi_k \right) + S_{ion,k}^\pi \end{aligned} \quad (37)$$

Вычислим ионизационный член

$$\begin{aligned} S_{ion,k}^\pi &= 2\pi N_0 \sum_i \int_{p_{k-1/2}}^{p_{k+1/2}} v^3 p^2 dp \times \\ & \times \int_{2\varepsilon + \varepsilon_{ion}^{(i)}}^{\infty} (p'/p)^2 \sigma_{ion}^{(i)}(\varepsilon', \varepsilon) d\varepsilon' \left[\int_{-1}^1 \mu^2 f(z, p', \mu, t) d\mu + \right. \\ & + (1 - \mu_0(\varepsilon', \varepsilon)) \int_{-1}^1 (1 - 3\mu^2) f(z, p', \mu, t) d\mu - \\ & \left. - \frac{(1 - \mu_0(\varepsilon', \varepsilon))^2}{2} \int_{-1}^1 (1 - 3\mu^2) f(z, p', \mu, t) d\mu \right] \approx \\ & \approx N_0 v_k^3 \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \sum_{j=k}^N \sum_i \sigma_{ion}^{(i)}(\varepsilon_j, \varepsilon_k) \times \\ & \times \left(\frac{1 - \mu_0^2(\varepsilon_j, \varepsilon_k)}{2} v_j n_j - \frac{1 - 3\mu_0^2(\varepsilon_j, \varepsilon_k)}{2} \frac{\pi_j}{v_j} \right) \end{aligned} \quad (38)$$

6. СИСТЕМА МНОГОГРУППОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ МОМЕНТОВ ФРЭ

Выпишем теперь полную систему многогрупповых уравнений для трех первых моментов ФРЭ: баланса концентрации, плотности потока и плотности потока импульса электронов

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{\partial j_k}{\partial z} &= \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} n_{k-1/2} - \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} n_{k+1/2} + \sum_{j=k}^N S_{jk} v_j n_j; \\ \frac{\partial j_k}{\partial t} + \frac{\partial \pi_k}{\partial z} &= \frac{q_e E (\pi_{k-1/2} / v_{k-1/2}) - (F_D(p_{k-1/2}) - F_{el}^{(2)}(p_{k-1/2})) j_{k-1/2}}{p_k - p_{k-1}} - \\ & - \frac{q_e E (\pi_{k+1/2} / v_{k+1/2}) - (F_D(p_{k+1/2}) - F_{el}^{(2)}(p_{k+1/2})) j_{k+1/2}}{p_{k+1} - p_k} - \left(\frac{F_D(p_k) - F_{el}^{(2)}(p_k) + \gamma_k F_{ion}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} + v_{tr,k} \right) j_k + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(v_k n_k - \frac{\gamma_k^2 - 1}{\gamma_k^2} \frac{\pi_k}{v_k} \right) \frac{q_e E}{p_k} + \sum_{j=j_k}^N s_{jk} \mu_0(\epsilon_j, \epsilon_k) v_k j_j; \\
 \frac{\partial \pi_k}{\partial t} + \frac{\partial(u_k \pi_k)}{\partial z} = & \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} \pi_{k-1/2} - \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} \pi_{k+1/2} + \\
 + 2 \frac{\langle \mu \rangle_k q_e E - F_D(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} \pi_k + & \frac{F_{el}^{(3)}(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} (v_{k+1/2}^2 n_{k+1/2} - 3\pi_{k+1/2}) - \frac{F_{el}^{(3)}(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} (v_{k-1/2}^2 n_{k-1/2} - 3\pi_{k-1/2}) + \\
 + 2 \left(v_k^2 n_k - \pi_k \right) \frac{\langle \mu \rangle_k q_e E}{p_k} + & \left(v_{tr}^{(2)}(p_k) + \frac{\gamma_k F_{ion}(p_k) - 2F_{el}^{(3)}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} \right) (v_k^2 n_k - 3\pi_k) + \\
 + \sum_{j=j_k}^N s_{jk} v_k^2 \left(\frac{1 - \mu_0^2(\epsilon_j, \epsilon_k)}{2} v_j n_j - \frac{1 - 3\mu_0^2(\epsilon_j, \epsilon_k) \pi_j}{2 v_j} \right),
 \end{aligned} \tag{39}$$

где $s_{jk} = N_0 v_k \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \sum_i \sigma_{ion}^{(i)}(\epsilon_j, \epsilon_k)$.

Рассмотрим также упрощенную систему групповых уравнений, состоящую только из уравнений баланса концентрации и плотности потока электронов. Для того чтобы получить данную систему предположим, что $\langle \mu^2 \rangle_k = \langle \mu \rangle_k \langle \mu \rangle_k$ или эквивалентно $\pi_k = \langle \mu \rangle_k v_k j_k$. Данное предположение справедливо в области больших энергий электрона, поскольку с ростом энергии угловое распределение электронов становится все более вытянутым вдоль вектора \mathbf{e} , и следовательно для высокоэнергичных электронов будут выполняться условия $\langle \mu^2 \rangle \approx 1$ и $\langle \mu \rangle \approx 1$. Упрощенная система многогрупповых уравнений имеет вид

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{\partial j_k}{\partial z} = & \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} n_{k-1/2} - \\
 - \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} n_{k+1/2} + & \sum_{j=j_k}^N s_{jk} v_j n_j; \\
 \frac{\partial j_k}{\partial t} + \frac{\partial(u_k j_k)}{\partial z} = & \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - (F_D(p_{k-1/2}) - F_{el}^{(2)}(p_{k-1/2}))}{p_k - p_{k-1}} j_{k-1/2} - \\
 - \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - (F_D(p_{k+1/2}) - F_{el}^{(2)}(p_{k+1/2}))}{p_{k+1} - p_k} j_{k+1/2} - \\
 - \left(\frac{F_D(p_k) - F_{el}^{(2)}(p_k) + \gamma_k F_{ion}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} + v_{tr, k} \right) j_k + \\
 + \left(v_k n_k - \frac{\gamma_k^2 - 1}{\gamma_k^2} \langle \mu \rangle_k j_k \right) \frac{q_e E}{p_k} + \sum_{j=j_k}^N s_{jk} \mu_0(\epsilon_j, \epsilon_k) v_k j_j.
 \end{aligned} \tag{40}$$

При решении системы уравнений (39) или (40) необходимо вычислять величины $n_{k-1/2}$ и $n_{k+1/2}$, для этого используется следующая процедура

$$n_{k+1/2} = \begin{cases} n_k, & [\langle \mu \rangle_{k+1/2} eE - F_D(p_{k+1/2})] > 0, \\ n_{k+1}, & [\langle \mu \rangle_{k+1/2} eE - F_D(p_{k+1/2})] < 0. \end{cases} \tag{41}$$

Аналогично рассчитываются величины $j_{k-1/2}$, $j_{k+1/2}$ и $\pi_{k-1/2}$, $\pi_{k+1/2}$. Величина $\langle \mu \rangle_{k+1/2}$ вычисляется путем линейной интерполяции величин $\langle \mu \rangle_k$ и $\langle \mu \rangle_{k+1}$.

Ниже при проведении расчетов мы также будем полагать, электроны в импульсном пространстве не выходят за границы рассматриваемого диапазона, т.е.

$$\begin{aligned}
 n_{1/2}(z, t) = n_{N+1/2}(z, t) = & 0, \\
 j_{1/2}(z, t) = j_{N+1/2}(z, t) = & 0, \\
 \pi_{1/2}(z, t) = \pi_{N+1/2}(z, t) = & 0.
 \end{aligned} \tag{42}$$

7. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЛАВИНЫ ЭЛЕКТРОНОВ В ГЕЛИИ. СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ РАСЧЕТОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Для того чтобы продемонстрировать точность метода групповых уравнений, был выполнен расчет развития лавины электронов в гелии в однородном электрическом поле с напряженностью $E/N = 500$ и 1000 Тд, концентрация атомов гелия полагалась равной $N_0 = 2.69 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Величины $\sigma_{tr}^{(1)}(p)$, $\sigma_{tr}^{(2)}(p)$, $\sigma_{tr}^{(3)}(p)$ были рассчитаны на основе дифференциальных сечений упругого рассеяния, для которых использованы те же зависимости, что и в работе [16]. Полные сечения возбуждения электронных уровней, а также дифференциальное и полное сечения ионизации, также взяты из работы [16]. Система уравнений (39) решалась численно в диапазоне энергий от 1 эВ до 10 кэВ. Данный энергетический диапазон был разбит на $N_\epsilon = 100$ групп, таким образом, что все интервалы $\Delta p_{k+1/2, k-1/2}$ равны.

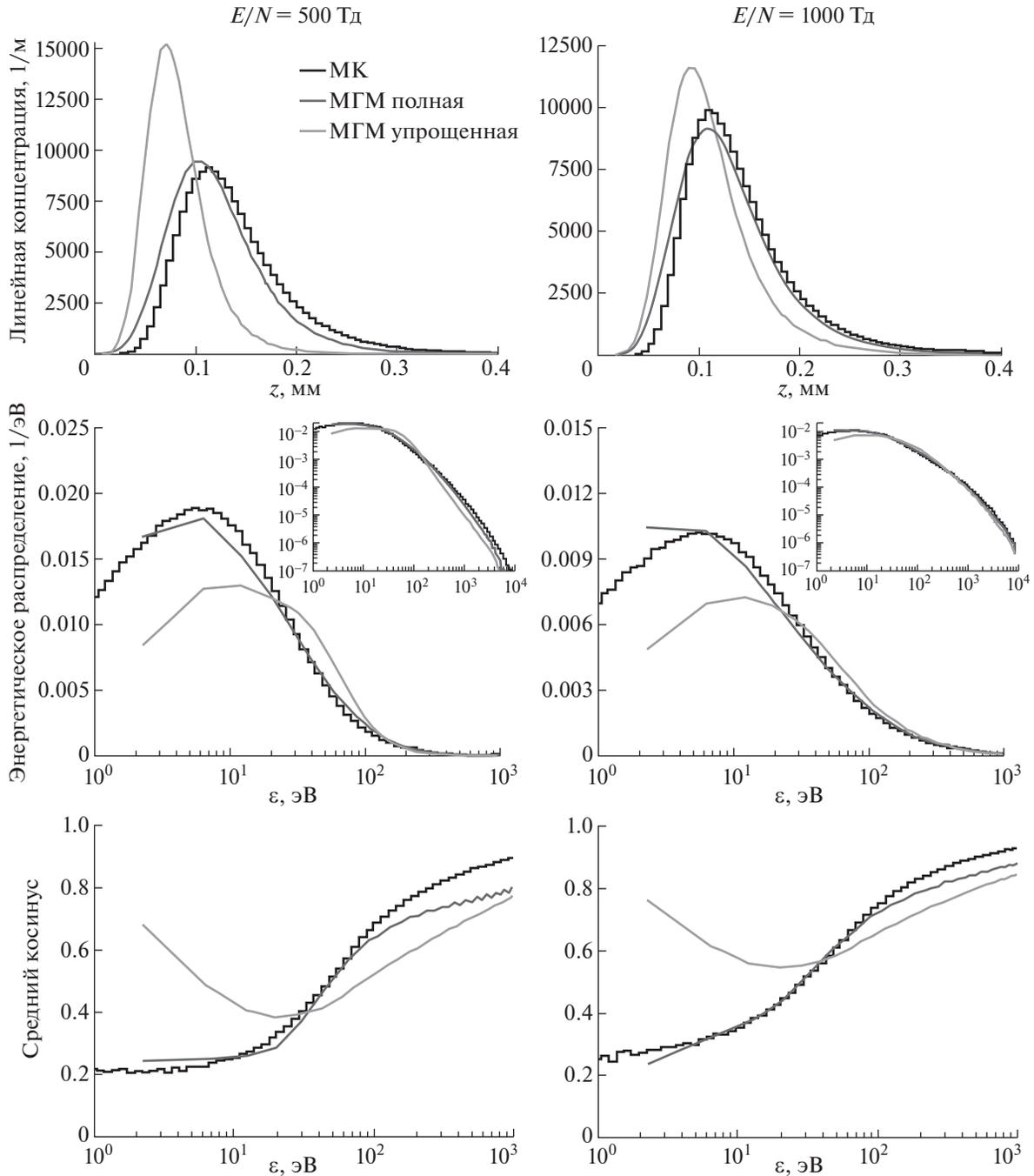


Рис. 1. Сверху пространственное распределение электронов вдоль оси z . В середине энергетическое распределение электронов (вставки – распределение в дважды логарифмическом масштабе). Внизу зависимость от энергии среднего косинуса угла между вектором импульса электрона и направлением действия электрической силы. МК расчет и решение по полной и упрощенной МГМ.

Расчеты выполнялись в следующей постановке: в начальный момент времени в точке $z = 0$ задавалось максвелловское распределение электронов по энергиям f_M со средней энергией 10 эВ (выбор данного значения не влияет на конечные

результаты, поскольку равновесная средняя энергия электронов много больше этого значения)

$$\begin{aligned} n_k(z, t = 0) &= \delta(z) f_M(\epsilon_k) \Delta \epsilon_{k+1/2, k-1/2}, \\ j_k(z, t = 0) &= 0, \quad \pi_k(z, t = 0) = 0. \end{aligned} \quad (43)$$

Данная постановка задачи близка к постановке принятой в численном моделировании лавины электронов в гелии методом МК [4], что позволяет выполнять прямое сравнение результатов.

На рис. 1 представлены нормированные на единицу энергетические и пространственные распределения электронов в лавине в моменты времени $t = 0.034$ нс ($E/N = 500$ Тд) и $t = 0.021$ нс ($E/N = 1000$ Тд), рассчитанные по полной и упрощенной многогрупповой модели (МГМ), а также методом МК [4]. Видно, что наблюдается очень хорошее согласие между собой пространственных распределений, полученных по полной МГМ и методом МК. Для случая $E/N = 500$ Тд пространственное распределение, рассчитанное по упрощенной МГМ, заметно отличается от них, но для $E/N = 1000$ Тд результаты упрощенной МГМ уже близки к результатам МК-расчета. Также отметим, что для случая $E/N = 1000$ Тд вычисленное по полной МГМ значение коэффициента ионизации k_{ion} равно 1.46×10^{-14} м³/с, что очень близко к значению из МК-расчета 1.45×10^{-14} м³/с. Для случая $E/N = 500$ Тд относительная разница в значениях коэффициента не превышает 6%: $k_{\text{ion}} = 8.82 \times 10^{-15}$ м³/с – МК, $k_{\text{ion}} = 9.32 \times 10^{-15}$ м³/с – полная МГМ. В области энергий электрона 1–100 эВ энергетические распределения, рассчитанные по упрощенной МГМ, существенно отличаются от полученных в МК-расчетах, в то время как распределения, вычисленные по полной МГМ ближе к результатам МК-расчетов, но в области малых энергий также наблюдается заметная разница. Значения средней энергии электронов, полученные по полной МГМ равны 433 и 112 эВ, для $E/N = 1000$ Тд и 500 Тд, результаты МК-расчетов: 468 и 136 эВ. На рис. 1 также показана зависимость среднего косинуса угла между вектором импульса электрона и вектором \mathbf{e} от энергии электрона. Можно видеть, что значения среднего косинуса, вычисленные по упрощенной МГМ, заметно отличаются от результатов МК-расчетов и расчетов по полной МГМ, особенно в области низких энергий, этим и объясняются плохие результаты упрощенной МГМ.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из кинетического уравнения, получена система одномерных многогрупповых уравнений для трех первых моментов функции распределения электронов (ФРЭ). Система включает уравнения баланса концентрации электронов, плотности потока и плотности потока импульса электронов. Система предназначена для расчета

кинетики электронов в области энергий электрона $\epsilon \gg \epsilon_{\text{ion}}$. Для демонстрации точности полученной системы групповых уравнений для моментов ФРЭ выполнено численное моделирование развития лавины электронов в гелии в однородном электрическом поле с напряженностью 500 и 1000 Тд. Рассчитанные пространственные распределения электронов вдоль оси симметрии лавины, а также энергетические распределения хорошо согласуются с результатами расчетов методом Монте-Карло (МК). Полученная система может быть использована при построении гибридных моделей расчета транспорта электронов в газовых разрядах. В данных моделях транспорт электронов в области $\epsilon \gg \epsilon_{\text{ion}}$ рассчитывается из представленной многогрупповой модели (МГМ), а в области меньших энергий из диффузионно-дрейфового уравнения или системы групповых уравнений, полученных в области малых энергий в рамках приближения Лоренца [17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hagelaar G.J. M. and Pitchford L.C. // Plasma Sources Sci. Technol. 2005. V. 14. P. 722.
2. Biagi S.F. 2011. Fortran code Magboltz version 8.97 <http://consult.cern.ch/writeup/magboltz/>.
3. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977.
4. Бочков Е.И., Бабич Л.П. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 3. С. 276.
5. Sommerer T.J., Hitchon W.N.G., Lawler J.E. // Physical Review A. 1989. V. 39. № 12. P. 6356.
6. Surendra M., Graves D.B., Jellum G.M. // Physical Review A. 1990. V. 41. № 2. P. 1112.
7. Hitchon W.N.G., Parker G.J., and Lawler J.E. // IEEE Trans. Plasma Science. 1993. V. 21. № 2. P. 228.
8. Bogaerts A., Gijbels R., Goedheer W.J. // Anal. Chem. 1996. V. 68. P. 2296.
9. Wichaidit C., Hitchon W.N.G. // J. Computational Physics. 2005. V. 203. P. 650.
10. Бабич Л.П., Кудрявцева М.Л. // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. № 5. С. 808.
11. Бабич Л.П., Бочков Е.И. // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. № 3. С. 568.
12. Бочков Е.И. // ЖЭТФ. 2022. Т. 162. № 2 (8). С. 267.
13. Бочков Е.И. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 5. С. 463.
14. Бабич Л.П. // ЖЭТФ. 2004. Т. 125. № 4. С. 808.
15. Holstein T. // Physical Review. 1946. V. 70. № 5, 6. P. 367.
16. Бочков Е.И., Бабич Л.П., Куцык И.М. // Физика плазмы. 2021 Т. 47. № 10. С. 935.
17. Бабич Л.П., Куцык И.М. // ТВТ. 1995. Т. 33. № 2. С. 191.

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ
ПЫЛЕВЫХ СТРУКТУР В ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ© 2023 г. В. Ю. Карасев^{a, *, **}, Е. С. Дзлиева^a, Л. Г. Дьячков^b,
Л. А. Новиков^a, С. И. Павлов^a^a Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия^b Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия*e-mail: plasmadust@yandex.ru**e-mail: v.karasev@spbu.ru

Поступила в редакцию 09.09.2022 г.

После доработки 10.10.2022 г.

Принята к публикации 01.11.2022 г.

Определены и сопоставлены между собой характеристики объемных пылевых структур, создаваемых в трех пылевых ловушках в тлеющем разряде. Устойчивыми в наложенном магнитном поле с индукцией до 2 Тл являются следующие пылевые ловушки: стоячая страта, область сжатия канала тока (внутри специальной диэлектрической вставки), область разряда, находящаяся в сильно неоднородном магнитном поле. Представлены геометрические характеристики объемных пылевых структур и особенности динамики их вращения: продольного и поперечного относительно вектора магнитной индукции размера, угловой скорости, ее продольного градиента в каждой из пылевых ловушек. Проанализированы отличия экспериментально полученных характеристик объемных пылевых структур в сильном магнитном поле в тлеющем и ВЧ-разрядах.

Ключевые слова: пылевая плазма, магнитное поле, тлеющий разряд, стоячие страты, замагниченные ионы

DOI: 10.31857/S0367292122601138, EDN: NQRMUR

1. ВВЕДЕНИЕ

Объемные плазменно-пылевые структуры – более притягательные объекты по сравнению с двумерными монослоями в силу больших возможностей для их изучения, начиная с процесса упорядочивания и формирования возможных кристаллических упаковок, до воздействия на направленных плазменных потоков в изотропной и анизотропной плазменной среде, зарядки и динамики [1–3]. Магнитное поле представляет собой один из видов воздействий, накладываемых на пылевую плазму для ее экспериментального исследования посредством изучения отклика, и активно применяется в последнее время [4, 5]. Его особенностью является избирательное действие на каждую компоненту плазмы [6] и раздельное влияние на пылевую структуру и удерживающую ее пылевую ловушку [7]. Для понимания процессов и разделения этих влияний требуется объемная пылевая структура, а значит нужно создать специальные пылевые ловушки, способные устойчиво работать в сильном магнитном поле. Влияние магнитного поля на пылевые структуры представляет интерес также как способ управления ими в различных технологических процессах,

где их возникновение является обычно негативным фактором и существует задача их устранения.

Для обеспечения воздействия на пылевую плазму магнитным полем широкого диапазона до сих пор применялись ловушки в ВЧ-разряде емкостного типа [8–14], в которых создаются 2D-структуры – пылевые монослои (или структуры из нескольких монослоев). Ранние исследования в сильном магнитном поле с индукцией до 1 Тл выявили проблемы с устойчивостью тлеющего разряда [14], и вместо него стали применять ВЧ-разряд обычно в более “стабильном” для экспериментов газе Ar. Но и в этих условиях пылевая ловушка в магнитном поле является технически сложным объектом. Влияние на фоновую плазму велико: наблюдается филаментация [9] (разделение разряда вдоль магнитного поля на отдельные нити), как следствие, расщепление единого пылевого диска; гриддинг-эффект [10] (влияние электродов в магнитном поле на траектории движения пылевых частиц). Применение обжимающего пылевую структуру дополнительного кольца [15] также не привело к стабильному объемно-

му пылевому образованию, как это осуществлялось в отсутствие магнитного поля.

В работе [16] впервые удалось создать пылевую плазму в виде объемной структуры в ловушке в стоячей страте в магнитном поле с индукцией до 1 Тл. В работах [17–19] пылевая плазма в сильном магнитном поле (с замагниченными ионами) создавалась в объемных пылевых ловушках, хотя их применение было связано с множеством технических проблем. В разряде постоянного тока в магнитном поле возникают неустойчивости [7, 20], уменьшающие диапазон исследований [21, 22]. Каждая из работ [16–19] была выполнена при ограниченном наборе параметров: магнитная индукция, сорт газа, давление, ток разряда, вид ловушки. Например, в [16] и [18] для диапазона поля до 2 Тл в стоячей страте пришлось отдельно подбирать параметры эксперимента для диапазонов магнитного поля от 0 до 1 Тл и от 1 до 2 Тл. Работы [16–19] сконцентрированы на технической возможности преодоления неустойчивостей в ловушках в магнитном поле, а также на теоретическом описании и поиске механизмов вращения лишь малых пылевых структур в них. Систематическое исследование и описание характеристик пылевых структур до сих пор не проводилось: геометрические размеры, влияние на них продольного магнитного поля, неоднородность структур, градиенты угловой скорости вращения и др. Первоначальный этап изучения оказался длительным, прежде всего потому, что помимо стоячей страты было обнаружено еще несколько объемных пылевых ловушек. В трех из них оказалось возможным стабильное удержание пылевой плазмы в сильном магнитном поле.

Цель данной работы – описание экспериментов, проводимых в тлеющем разряде с пылевыми ловушками, способными удерживать объемные пылевые структуры при наложении сильного магнитного поля. Сильное магнитное поле “обеспечивается” как величиной магнитной индукции, так и использованием более легких рабочих газов неона и гелия, по сравнению с стандартно применяемым аргоном. Проведены исследования в пылевых ловушках в стоячих стратах в однородном и неоднородном магнитном поле, а также в области сужения канала тока (внутри диэлектрической разрядной вставки). В этих ловушках оказалось возможным удерживать пылевую плазму в магнитном поле в диапазоне до ~2 Тл. Также представлены особенности динамики вращения объемных пылевых структур в этих ловушках и описана их связь с геометрическими изменениями структур в магнитном поле. На сегодняшний день это хотя и качественное, но первое описание объемных пылевых структур в сильном магнитном поле.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

2.1. Постановка эксперимента

При экспериментальных исследованиях с пылевой плазмой используется постоянное магнитное поле, вектор магнитной индукции которого связывается с ориентацией разрядной камеры в поле силы тяжести. В наших экспериментах он был направлен вертикально вверх. Схема эксперимента приведена на рис. 1, принципиально она не отличается от стандартной в отсутствие магнитного поля или в малых полях [4], но имеются некоторые особенности создания и применения пылевых ловушек. Сильное магнитное поле создавалось криомагнитом, в нижней части которого располагался одиночный сверхпроводящий соленоид длиной 20 см, обеспечивающий в центре максимальное магнитное поле до 2.5 Тл со степенью однородности не менее 99.9% в объеме

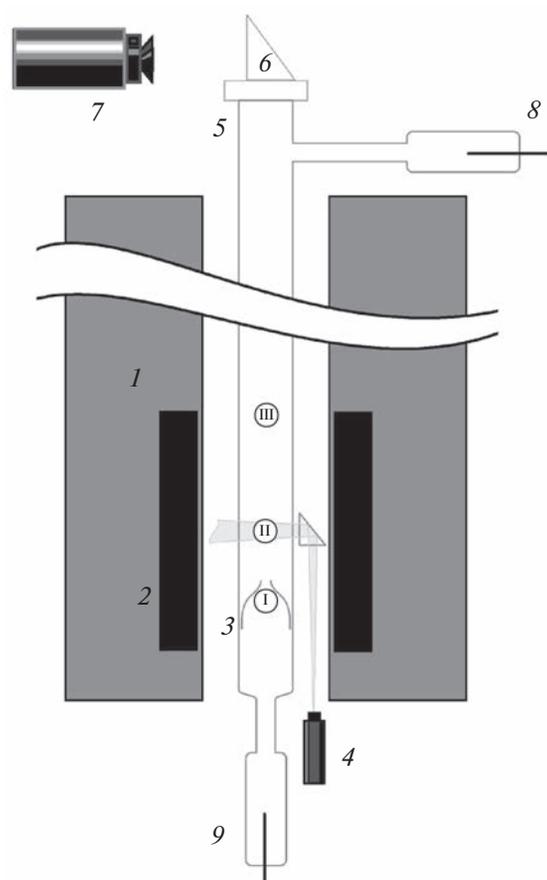


Рис. 1. Схема экспериментальной установки и области существования пылевых ловушек: 1 – криостат, 2 – сверхпроводящий соленоид, 3 – разрядная трубка, 4 – система подсветки, 5 – торцевое оптическое окно, 6 – поворотная призма, 7 – видеокамера с длиннофокусным объективом, 8 – анод, 9 – катод; I – ловушка внутри разрядной вставки, II – ловушка в стоячей страте (первой от вставки), III – ловушка у верхнего торца соленоида.

1 см³. Криостат имел высоту 80 см и сквозное тепловое отверстие диаметром 6 см. В теплое отверстие размещались разрядная трубка диаметром около 2 см и перископическая система, обеспечивающая либо горизонтальную подсветку пылевой структуры лазерным ножом, либо прием свечения разряда с заданной высоты. При вертикальном перемещении перископической системы производилась подсветка определенного горизонтального сечения структуры в выбранной пылевой ловушке, а также сканирование всей пылевой структуры (либо свечения разряда) вдоль вертикальной координаты. Трубка ориентировалась катодом вниз, который выносился из области магнитного поля (для уменьшения проблемы возникновения неустойчивости разряда в магнитном поле [7]). В верхней части трубки располагались анод и контейнер с частицами для создания пылевой плазмы. В представленных экспериментах разряд зажигался в неоне или гелии, применялись частицы кварца или калиброванные частицы меламин-формальдегида. Разрядная трубка была снабжена верхним торцевым окном для видеосъемки подсвеченного сечения. В основном использовалась стандартная камера с частотой съемки 30 кадров в секунду, и при необходимости камера с повышенной скоростью видеосъемки (с частотой 250 кадров в секунду).

В тлеющем разряде система стоячих страт формируется в разрядной трубке от места сужения канала тока в сторону анода при применении разрядной диафрагмы — диэлектрической вставки. В случае исследований в однородном магнитном поле выбранная страта удерживается в центре магнитной катушки. При смещении страты по вертикали в магнитном поле, страта и структура в ней перемещались в середину соленоида путем сдвига трубки вдоль своей оси. Если в магнитном поле не развиваются неустойчивости разряда [7, 20], то пылевая структура при инжекции частиц может формироваться в магнитном поле 2 Тл и выше.

Геометрическая форма структуры зависит от формы страты, и она изменяется в магнитном поле. По мере увеличения магнитной индукции меняются параметры разряда. Прежде всего, изменяются коэффициент амбиполярной диффузии [4] и амбиполярное электрическое поле в используемом диапазоне магнитного поля [20]:

$$D_{am\perp} = \frac{D_{am}}{1 + \omega_e \tau_e \omega_i \tau_i},$$

$$E_{am} = - \frac{kT_e - kT_i (\omega_e \tau_e \omega_i \tau_i) \nabla n}{e(1 + \omega_e \tau_e \omega_i \tau_i) n}.$$

Здесь $\omega_\alpha \tau_\alpha$ ($\alpha = e, i$) — параметр Холла для плазменных частиц, $D_{am\perp}$ — коэффициент амбиполярной диффузии в магнитном поле. Было уста-

новлено, что при достижении замагниченности $\omega_e \tau_e \omega_i \tau_i = 1$ (например, при значениях $B = 0.1$ Тл и $p = 0.7$ Торр в Ne) разряд начинает радиально сжиматься, при этом изменяется форма пылевых структур в используемых ловушках. Если одна из страт оказывалась вблизи торца соленоида в сильно неоднородном магнитном поле, то ее геометрическая форма (определяемая по свечению) существенно изменялась. В зависимости от условий и типа применяемого порошка, в ней можно было создать пылевую структуру протяженностью до $h = 12$ см. Еще одна пылевая ловушка, обнаруженная в [23] в слабом магнитном поле, создавалась в удлиненном до 1 см горлышке разрядной вставки диаметром 4 мм. Она оказалась самой стабильной ловушкой при изменениях магнитного поля.

Для проведения работ с каждой из ловушек применялся набор разрядных трубок, отличающихся диаметром в 1–2 мм, размером диэлектрической вставки, размером используемых частиц, давлением и типом рабочего газа. Параметры подбирались экспериментально, исходя из получения устойчивых структур в магнитном поле. Например, в неоне, для ловушки в страте продуктивными оказались давление $p = 0.6–0.7$ Торр и частицы размером 5.5 мкм, для ловушки во вставке $p = 0.4$ Торр и частицы 2 мкм. Помимо перечисленных, в тлеющем разряде существуют объемные пылевые ловушки над нижней стенкой камеры [24] и в области низковольтной дуги [23], но в сильном магнитном поле пылевые частицы в них не удерживались.

2.2. Особенности пылевых ловушек

Наиболее используемой и изученной пылевой ловушкой в тлеющем разряде является *стоячая страта*. Ее длина в магнитном поле вне области аномальной диффузии увеличивается в соответствии с $L(B) = L(0) \sqrt{D_{am}/D_{am\perp}}$ [25]. В эксперименте наблюдалось, что в магнитном поле страта несколько удлиняется и сжимается радиально. На рис. 2а представлено характерное изображение среднего горизонтального сечения пылевой структуры. В условиях эксперимента (в Ne при давлении $p = 0.66$ Торр, частицы кварца 5.5 мкм) из 400 частиц в сечении в отсутствии магнитного поля после его увеличения до 2 Тл в сечении сохраняются порядка 10 частиц. Некоторые геометрические параметры структуры в магнитном поле приведены в табл. 1.

Второй пылевой ловушкой, устойчивой в сильном магнитном поле, является область *сужения канала тока* разряда. Сформированная здесь структура частицами кварца размером 2.0 мкм в Ne при давлении 0.4 Торр в магнитных полях до 0.01 Тл не изменяет своей формы. В поле порядка

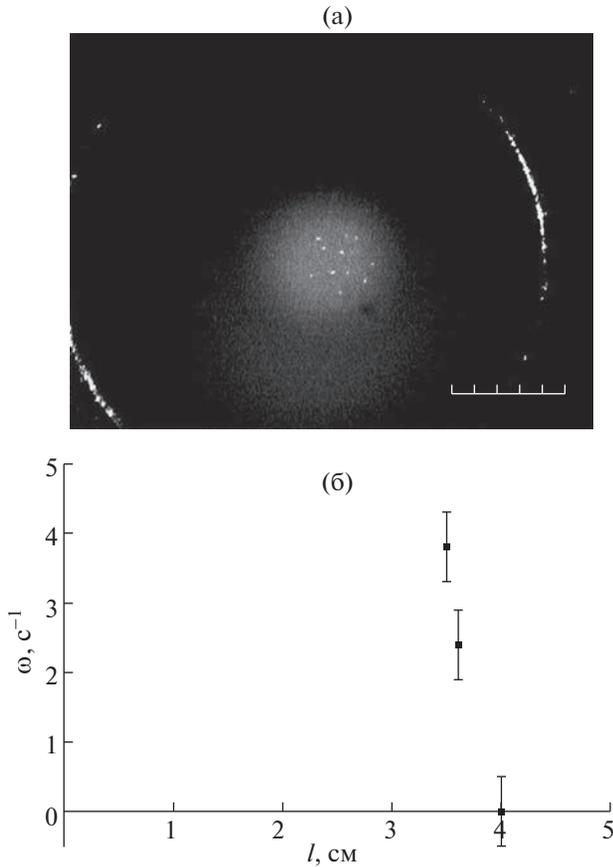


Рис. 2. Изображение сечения пылевой структуры в страте в неоне при $p = 0.7$ Торр, $i = 1.5$ мА, $B = 1.58$ Тл, цена деления шкалы на рисунке равна 1 мм (а); пример продольного изменения угловой скорости вращения при $B = 1.5$ Тл, условия соответствуют (а); l – продольная координата, отсчитываемая вверх от нижнего края свечения пылевой ловушки.

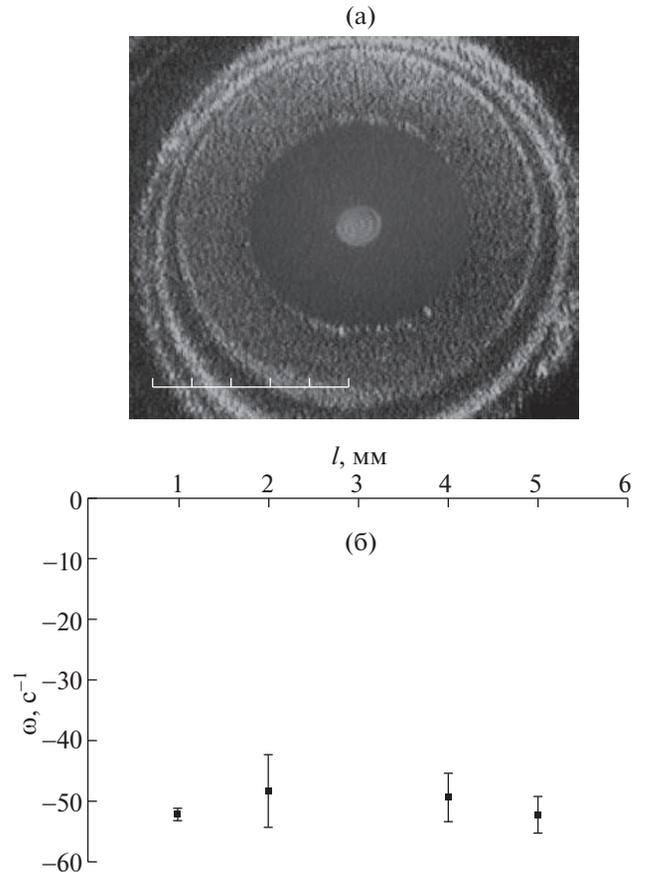


Рис. 3. Вращающаяся пылевая структура в ловушке в области сужения канала тока (а). При быстром вращении в поле более 1 Тл пылевое образование приобретает кольцевую форму, цена деления шкалы на рисунке равна 1 мм, $B = 1$ Тл. Пример продольного изменения угловой скорости вращения при $B = 2$ Тл, $p = 0.4$ Торр, $i = 2.5$ мА, Ne (б).

0.1 Тл происходит резкое радиальное сжатие структуры и уменьшение радиального межчастичного расстояния до 0.1 мм. В больших полях наблюдается только продольное вытягивание структуры, например, в поле $B = 1$ Тл ее длина порядка 0.5 см. В табл. 2 приведены геометрические параметры структуры в магнитном поле. В данной пылевой ловушке обнаружено рекордно быстрое вращение структуры в магнитном поле.

Таблица 1. Изменение параметров структуры в страте в магнитном поле: D_r – радиальный размер структуры, h – продольный размер структуры, N – число частиц в перпендикулярном магнитному полю сечении

	0 Тл	1 Тл	2 Тл
D_r	5 мм	1 мм	1 мм
h	5 мм	10 мм	5 мм
N	400	20	10

Начиная с магнитного поля, соответствующего замагниченности иона (в условиях эксперимента 1 Тл), пылевые частицы в перпендикулярных магнитному полю сечениях движутся по круговым орбитам, придавая структуре форму цилиндрических оболочек, вложенных одна в другую. Рисунок 3 демонстрирует появление такой оболочечной структуры. Данная пылевая ловушка также привлекательна для ее применения в сильном магнитном поле из-за высокой устойчиво-

Таблица 2. Изменение параметров структуры в области сужения канала тока в магнитном поле. Обозначения соответствуют табл. 1

	0 Тл	1 Тл	2 Тл
D_r	3 мм	1 мм	1 мм
h	3 мм	5 мм	5 мм
N	200	50	50

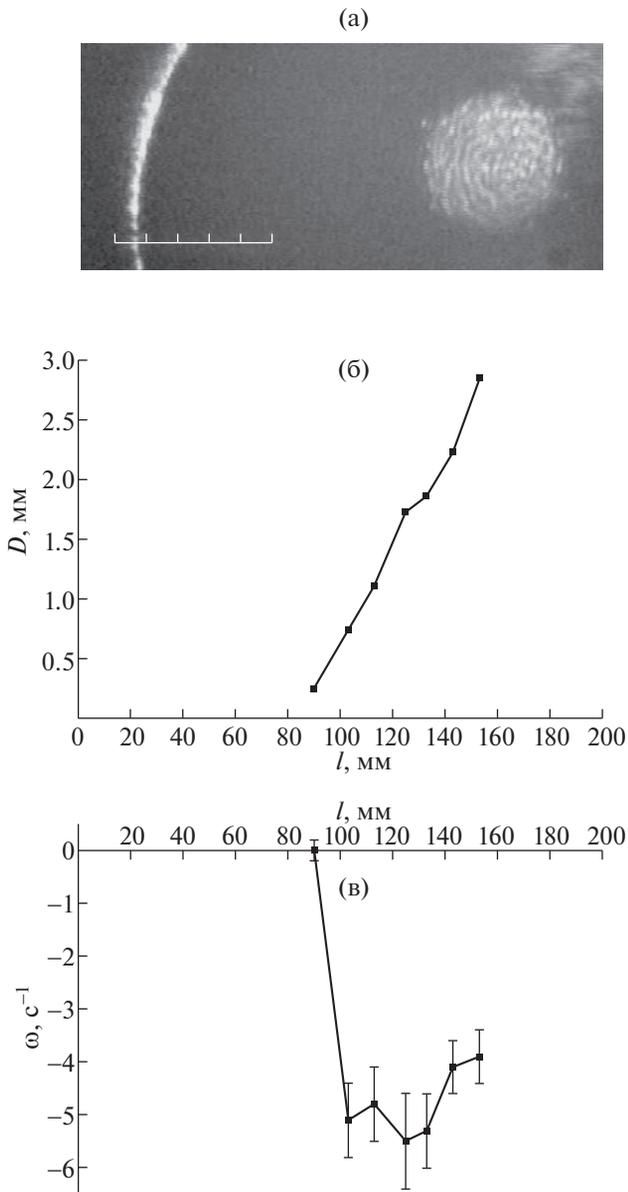


Рис. 4. Изображение вращающегося сечения пылевой структуры в неоднородном магнитном поле, цена деления шкалы на рисунке равна 1 мм (а); зависимости диаметра пылевой структуры (б) и скорости вращения от высоты над торцом соленоида (в). Условия: газ He, $p = 1.3$ Торр, $i = 1.5$ мА. На высоте 100 мм значение магнитной индукции 0.25 Тл, градиент магнитного поля 0.05 Тл/см.

сти. Например, в области развития неустойчивости в страте при 0.25–0.4 Тл, где происходит частичная потеря пылевых частиц, в данной ловушке наблюдается всего лишь радиальное смещение в масштабе не более одного межчастичного расстояния.

Третья устойчивая в магнитном поле пылевая ловушка формируется в области сильного и резко неоднородного магнитного поля. Если стоячая

страта располагается вне магнитной катушки вблизи ее торца, где магнитное поле неоднородно, она существенно деформируется. Форма наблюдаемого “плазмоида”, находящегося вблизи торца магнитной катушки (поле B спадает от центра к торцу от 2 до 1.2 Тл) изменяется, он существенно вытягивается. Например, в Ne при $p = 0.6$ Торр светящаяся область превышает 10 см. Сформированная в этой ловушке структура из полидисперсных частиц также имеет длину больше 10 см. При этом над торцом магнитной катушки дополнительно формируются пылевые цепочки примерно той же длины. Данная область разряда характеризуется максимальным продольным градиентом магнитного поля $dB/dl = 0.2$ Тл/см. Поскольку поле вблизи торца соленоида не максимально большое, удобно представить результаты измерений с более легким газом гелием, степень замагниченности иона в нем более высокая, $\omega_i \tau_i = 1.0$. Рисунок 4а показывает самое широкое сечение данной структуры в процессе вращения. На рис. 4б представлена зависимость диаметра горизонтального сечения структуры от вертикальной координаты в области большого градиента магнитной индукции.

3. ОБЪЕМНЫЕ ПЫЛЕВЫЕ СТРУКТУРЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Пылевые структуры в обсуждаемых ловушках в магнитном поле различаются своими геометрическими параметрами, степенью однородности и динамикой. В лабораторных и энергетических установках в магнитном поле пылевая структура и плазма приходят во вращение [4, 7, 26]. Обсуждаемые объемные пылевые структуры в [16–19] создавались лишь при ограниченном наборе параметров: диапазоне магнитной индукции, геометрической протяженности, неоднородности плазменных потоков. В предложенных физических моделях вращения предполагаются однородные непротяженные пылевые формирования. Рассмотрим отличие механизмов вращения и зависимости угловой скорости от магнитной индукции в обсуждаемых ловушках, и сопоставим их с наблюдаемой геометрией. Также сравним их результаты с исследованиями в ВЧ-разряде в сильном магнитном поле.

В стоячей страте в сильном магнитном поле вращение пылевой структуры связано с вращением газа из-за действия вихревого тока. Скорость вращения газа различна по направлению и по величине в разных фазах страты (при разных вертикальных координатах). К настоящему времени рассмотрены механизмы вращения для разных диапазонов магнитной индукции, в [16, 21] для $B < 1$ Тл, в [18] для B свыше 1 Тл. Особенности пылевой структуры в рассматриваемой пылевой ловушке являются небольшая скорость враще-

ния – порядка 1 рад/с, что обусловлено вязкостью газа, а также продольный градиент угловой скорости 8 рад/(с·см) (рис. 26). Это связано, возможно, с изменением геометрии объемной структуры, удлинением страты, с приближением пылевой структуры в ней к области фазы с обратным направлением вращения газа. Использование данной пылевой ловушки позволяет получить в сильном магнитном поле 2 Тл пылевую структуру, состоящую из порядка 100 частиц. Относительно стабильности можно сказать, что пылевая ловушка достаточно устойчива в диапазонах магнитного поля менее 0.25 Тл и выше 1.1 Тл.

В области сужения канала тока действует механизм ионного увлечения (вихревые токи характерные для страт здесь не возникают), и нужно учитывать изменение параметров разряда, прежде всего повышение плотности плазмы (ионов). Даже в относительно небольшом магнитном поле 0.01 Тл скорость вращения пылевых частиц здесь порядка 10 рад/с, что превышает данные любых других наблюдений как в тлеющем, так и в ВЧ-разрядах. В магнитном поле 1 Тл при токе разряда 3 мА скорость вращения достигает рекордной величины порядка 10^2 рад/с, что детектировалось посредством скоростной видеосъемки. Измеренное распределение скорости вращения вдоль продольной координаты показывает практически полное отсутствие ее градиента (рис. 36), что радикально отличается от сильно неоднородного вращения в стоячей страте.

Для ловушки в неоднородном магнитном поле модель вращения разработана для малых плоских структур, расположенных вблизи торца соленоида в магнитном поле до 0.04 Тл (когда форма страты еще не изменяется) [19]. Создание минимальной по протяжению структуры было обеспечено за счет использования монодисперсных частиц меламин-формальдегида диаметром 1 мкм. В модели учитывалось одновременное действие нескольких механизмов вращения, результаты действия которых сравнимы по величине. Положение структуры, ее геометрия, а также неоднородность вращения, сильно зависят от неоднородности магнитного поля. На рис. 4в представлено изменение скорости вращения горизонтального сечения с высотой в более протяженной структуре, сформированной из полидисперсных частиц кварца при продольной составляющей магнитного поля на торце соленоида 0.25 Тл. Максимальный градиент угловой скорости 0.5 рад/(с·мм). Заметим, что направление вращения в данной ловушке всегда обратное по отношению к направлению вращения в страте в сильном магнитном поле.

Полученные характеристики пылевых структур и проведенное их сравнение позволяют выбрать пылевую ловушку для конкретной задачи.

Пылевая ловушка в области сужения канала тока дает возможность создавать пылевую плазму в наиболее сильных и однородных электрическом и магнитном полях, и при повышенной плотности тока до 0.05 А/см^2 . Ловушка в страте позволяет создавать пылевую плазму в максимально неоднородных условиях (существенные градиенты T_e , E , неоднородное вращение газа), в ней удерживаются пылевые частицы наибольшего размера. Пылевая ловушка в сильно неоднородном магнитном поле позволяет формировать протяженные до 10 см нитевидные пылевые структуры. Вероятно, в ней возможно экспериментально моделировать пылевую плазму вблизи стенок энергетических установок [27].

Сопоставляя геометрические и динамические свойства рассмотренных объемных пылевых ловушек в тлеющих разрядах в магнитном поле со свойствами ловушек в ВЧ-разряде, можно отметить следующее. Угловая скорость пылевых структур на несколько порядков превосходит скорость вращения в ВЧ-разрядах, изученные структуры могут обладать существенной неоднородностью, как в расположении пылевых частиц, так и в скорости вращения. В магнитных полях в ВЧ-разряде наблюдается дифференциальное вращение по радиусу, в исследуемых в тлеющем разряде условиях радиальные неоднородности практически не проявляются. В силу эффекта филаментации, в ВЧ-разряде широкие монослои в сильном магнитном поле расщепляются на отдельные вихри, размеры которых в радиальном направлении сопоставимы с радиальным размером структур в тлеющем разряде.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В объемных пылевых ловушках в тлеющем разряде в сильном магнитном поле обнаружены следующие особенности у пылевых структур. В стоячей страте наблюдается наибольший продольный градиент угловой скорости. В области сужения канала тока удлинение структуры невелико и отсутствует продольный градиент скорости, абсолютное значение скорости вращения является рекордно большим. В сильно неоднородном магнитном поле формируются сверхпротяженные пылевые “нити”. Во всех описанных объемных пылевых ловушках впервые удалось выполнить измерения продольных градиентов угловой скорости и определить протяженность структур.

Выделяя особенности объемных пылевых структур в ловушках в тлеющем разряде, следует отметить, что в сильном магнитном поле в ВЧ-разряде вследствие его филаментации широкие пылевые монослои расщепляются на отдельные пылевые вихри сопоставимые по размеру с пыле-

выми структурами в исследованных ловушках тлеющего разряда. В магнитном поле свыше 1.1 Тл пылевые структуры во всех ловушках в тлеющем разряде достаточно устойчивы. Эти факторы делают объемные пылевые ловушки в сильном магнитном поле более привлекательными для изучения пылевой плазмы.

Экспериментальная часть работы в He поддержана грантом РФФИ № 22-12-00002; в Ne грантом РФФИ № 22-72-10004; теоретическая часть выполнена по госзаданию Мин. науки и высшего образования РФ № 075-01056-22-00.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фортвов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф. // УФН. 2004. Т. 174. С. 495.
2. Цытович В.Н., Морфилл Г.Е., Томас В.Х. // Физика плазмы. 2002. Т. 28. С. 675.
3. Игнатов А.М. // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 52.
4. Карасев В.Ю., Дзлиева Е.С., Павлов С.И. Лабораторная пылевая плазма в магнитном поле. СПб.: Свое Издательство, 2016.
5. Karasev V.Yu., Dzlieva E.S., D'yachkov L.G., Novikov L.A., Pavlov S.I., Tarasov S.A. // Contr. Plasma Phys. 2019. V. 59. P. e201800136.
6. Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. // Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977. 384 с.
7. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971.
8. Kaw P., Nishikawa K., Sato N. // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. P. 387.
9. Schwabe M., Konopka U., Vandyopadhyay P., Morfill G.E. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. P. 215004.
10. Thomas E.Jr., Lynch B., Konopka U., Merlino R.L., Rosenberg M. // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. P. 030701.
11. Konopka U., Samsonov D., Ivlev A.V., Goree J., Steinberg V., Morfill G.E. // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 1890.
12. Carstensen J., Greiner F., Hou L.J., Maurer H., Piel A. // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. P. 013702.
13. Melzer A., Kruger H., Schutt S., Mulsow M. // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. P. 093702.
14. Sato N. // AIP Conf. Proc. 2002. V. 649. P. 66.
15. Choudhary M., Bergert R., Mitich S., Thoma M.H. // Phys. Plasm. 2020. V. 27. P. 063701.
16. Dzlieva E.S., D'yachkov L.G., Novikov L.A., Pavlov S.I., Karasev V.Yu. // European Phys. Lett. 2018. V. 123. P. 15001.
17. Dzlieva E.S., Dyachkov L.G., Novikov L.A., Pavlov S.I., Karasev V.Yu. // Plasma Sources Sci. Technol. 2019. V. 28. P. 085020.
18. Dzlieva E.S., Dyachkov L.G., Novikov L.A., Pavlov S.I., Karasev V.Yu. // Plasma Sources Sci. Technol. 2020. V. 29. P. 085020.
19. Dzlieva E.S., Dyachkov L.G., Novikov L.A., Pavlov S.I., Karasev V.Yu. // Molecules. 2021. V. 26. P. 3788.
20. Nedospasov A.V. // Phys. Rev. E. 2009. V. 79. P. 036401.
21. Vasiliev M.M., D'yachkov L.G., Antipov S.N., Huijink R., Petrov O.F., Fortov V.E. // European Phys. Lett. 2011. V. 93. P. 15001.
22. Абдирахманов А.Р., Карасев В.Ю., Дзлиева Е.С., Павлов С.И., Новиков Л.А., Досболаев М.К., Коданова С.К., Рамазанов Т.С. // ТВТ. 2021. Т. 59. С. 657.
23. Дзлиева Е.С., Карасев В.Ю., Павлов С.И. // Физ. Плазм. 2016. Т. 42. С. 147.
24. Дзлиева Е.С., Ермоленко М.А., Карасев В.Ю. // Физ. Плазм. 2012. Т. 38. С. 591.
25. Недоспасов А.В. // УФН. 1968. Т. 94. С. 439.
26. Чен Ф. Введение в физику плазмы. М.: Мир, 1987.
27. Цытович В.Н., Винтер Дж. // УФН. 1998. Т. 168. С. 899.

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ
ПЛАЗМА

УДК 533.9

**ПЕРВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ГЕНЕРАЦИИ
ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ИОНОВ ВОДОРОДА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ
НЕПРЕРЫВНОГО ЭЦР-РАЗРЯДА НА УСТАНОВКЕ GISMO**

© 2023 г. Р. Л. Лапин^{а,*}, В. А. Скалыга^а, И. В. Изотов^а, С. В. Голубев^а,
А. Ф. Боханов^а, Е. М. Киселева^а, С. С. Выбин^а

^а Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

*e-mail: lapin@ipfran.ru

Поступила в редакцию 26.07.2022 г.

После доработки 23.09.2022 г.

Принята к публикации 20.10.2022 г.

Приводятся результаты первых экспериментов по изучению объемной генерации отрицательных ионов водорода при использовании плотной газодинамической плазмы ЭЦР-разряда, который поддерживался непрерывным микроволновым излучением гиротрона (28 ГГц/5 кВт). ЭЦР водородный разряд зажигался в вакуумной камере, помещенной в магнитное поле, создаваемое системой из двух последовательно соединенных магнитных ловушек. Была проведена оптимизация параметров системы с целью получения максимальной средней плотности тока отрицательных ионов $j = 25 \text{ мА/см}^2$. Определена область генерации отрицательных ионов, измерены зависимости плотности их тока от давления газа и мощности микроволнового излучения, показана перспективность дальнейшей оптимизации по напряжению экстракции.

Ключевые слова: микроволновое излучение гиротрона, ЭЦР-разряд в водороде в магнитном поле, объемная генерация отрицательных ионов водорода

DOI: 10.31857/S036729212260090X, EDN: NWUITG

ВВЕДЕНИЕ

Источники отрицательных ионов водорода (H^-) требуются для обеспечения работы ускорителей, например, для инъекции ионных пучков в циклотроны и накопительные кольца, и в качестве составной части инжекторов нейтрального пучка для дополнительного нагрева плазмы в термоядерных установках [1, 2]. Источники ионов H^- делятся на два типа: с объемной генерацией ионов в плазме и с поверхностной генерацией при взаимодействии плазмы с веществом с малой работой выхода, при этом, как правило, для этого на поверхность, ограничивающую плазменный объем, напыляется цезий. Источники второго типа демонстрируют большие плотности тока ионного пучка, однако обладают существенными недостатками ввиду наличия жестких требований по однородности, толщине и температуре цезиевого слоя. Источники первого типа с объемной генерацией отрицательных ионов водорода в свою очередь характеризуются возможностью стабильной работы, легкостью настройки и простотой использования.

Для реализации источника H^- ионов ранее был предложен концепт тандемной схемы [3], со-

стоящей из двух частей. Первая часть – источник водородной плазмы, в котором происходит генерация возбужденных молекул водорода в результате электронного удара, вторая часть – область генерации отрицательных ионов за счет диссоциативного электронного прилипания. В этих двух частях реализуются указанные выше две стадии объемного механизма генерации ионов H^- , на каждой из которых требуется наличие электронной фракции определенной температуры. Для возбуждения высоких (уровни 4–11) колебательных состояний молекулы водорода предпочтительны электроны с температурой $T \approx 30\text{--}100 \text{ эВ}$, а для механизма диссоциативного электронного прилипания оптимальной является температура электронов $T \approx 1 \text{ эВ}$ [1].

В данной работе в качестве первой ступени тандемной схемы предлагается использовать электронный циклотронный резонансный (ЭЦР) разряд, поддерживаемый микроволновым (СВЧ) излучением гиротрона. Ранее были проведены зондовые измерения по исследованию режимов горения подобного ЭЦР-разряда, в которых были определены диапазоны варьирования параметров плазмы. В зависимости от давления в разряде и вкладываемой мощности концентрация плазмы

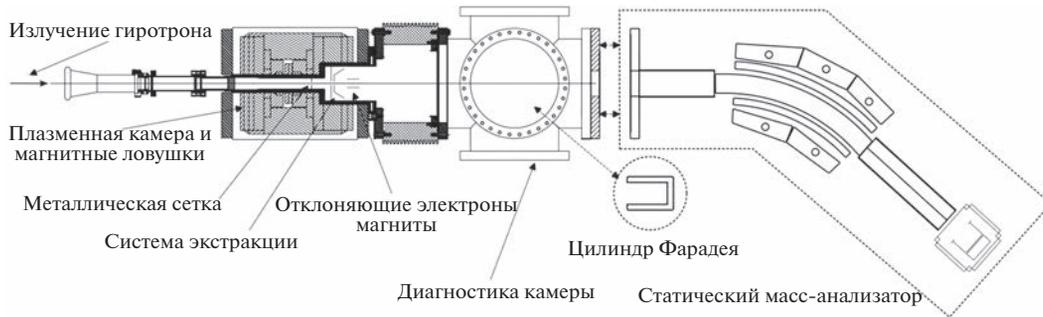


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

может находиться в пределах от 10^{12} до 10^{13} см^{-3} , а температура основной электронной компоненты — от 5 до 50 эВ, что позволяет получить оптимальную для первой стадии объемной генерации ионов H^- температуру электронов T вплоть до 100 эВ и создать плазму высокой плотности, что должно обеспечить требуемый поток возбужденных молекул. Ранее нами на базе квазигазодинамической плазмы импульсного ЭЦР-разряда были получены пучки отрицательных ионов водорода с плотностью тока до 80 мА/см^2 — на уровне источников с поверхностной генерацией ионов H^- [4], — и теоретически показана перспективность создания источника отрицательных ионов водорода на базе непрерывного ЭЦР-разряда [5–7].

В настоящей работе приводятся первые результаты экспериментального исследования объемной генерации отрицательных ионов водорода при использовании непрерывного ЭЦР-разряда, поддерживаемого СВЧ-излучением гиротрона 28 ГГц мощностью 5 кВт, на установке GISMO (ИПФ РАН).

СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментальная схема представлена на рис. 1. Водородный разряд поддерживался непрерывным микроволновым излучением гиротрона с частотой 28 ГГц и мощностью до 5 кВт в магнитной системе, состоящей из двух последовательно соединенных магнитных ловушек: пробкотроне и каспе (см. рис. 2). СВЧ-излучение подавалось в первую камеру, где выполнялись условия электронного циклотронного резонанса и создавалась плазма с высокоэнергичной (30–100 эВ) электронной фракцией. Затем плотный поток плазмы и колебательно возбужденные молекулы перетекали во вторую ловушку через металлическую сетку, препятствующую дальнейшему распространению СВЧ-излучения, где высокоэнергичные электроны теряют свою энергию в результате столкновений с нейтральными молекулами газа, приводя к дальнейшей ионизации и возбужде-

нию. Описанная конфигурация позволяет разделить области генерации высокоэнергичных (“горячих”) и низкоэнергичных (“холодных”, с характерной энергией несколько эВ) электронов — первую и вторую ловушки соответственно. В свою очередь, “холодные” электроны диссоциативно прилипают к колебательно возбужденным молекулам, в результате чего генерируются искомые отрицательные ионы водорода.

Экстракция ионов H^- осуществлялась двух-электродной системой, состоящей из эмиссионного (плазменного) и ускоряющего (пуллер) электродов разных апертур. Положение системы экстракции и взаимное расположение электродов (межэлектродное расстояние) было возможно варьировать. В данной серии экспериментов использовались плазменный электрод с апертурой 1.8 мм и пуллеры с апертурами 3 и 10 мм. Для отделения пучка отрицательных ионов от электронов использовалась система постоянных неодимовых магнитов. Давление нейтрального газа измерялось в области его напуска — фронтального по отношению к СВЧ-излучению торца плазменной камеры — с помощью вакуумметра CVM-201 Super Bee.

В качестве методов диагностики и экспериментального исследования экстрагируемого пучка использовались отдельный водоохлаждаемый цилиндр Фарадея апертурой 6 см, устанавливаемый в центр диагностической камеры, и магнито-статический масс-анализатор на основе поворотного электромагнита, разделяющий извлекаемый ионный пучок по отношению заряда к массе. На входе пучка цилиндр Фарадея оснащен защитным электродом, на который подается напряжение -100 В . Данный электрод позволяет проводить корректные измерения тока ионного пучка, подавляя влияние вторичной электронной эмиссии с внутренней поверхности цилиндра из-за ее бомбардировки. Магнито-статический масс-анализатор обладает разрешающей способностью на уровне 10 и динамическим диапазоном по отношению заряда к массе от $1/12$ до 1 при характерных значениях напряжения экстракции

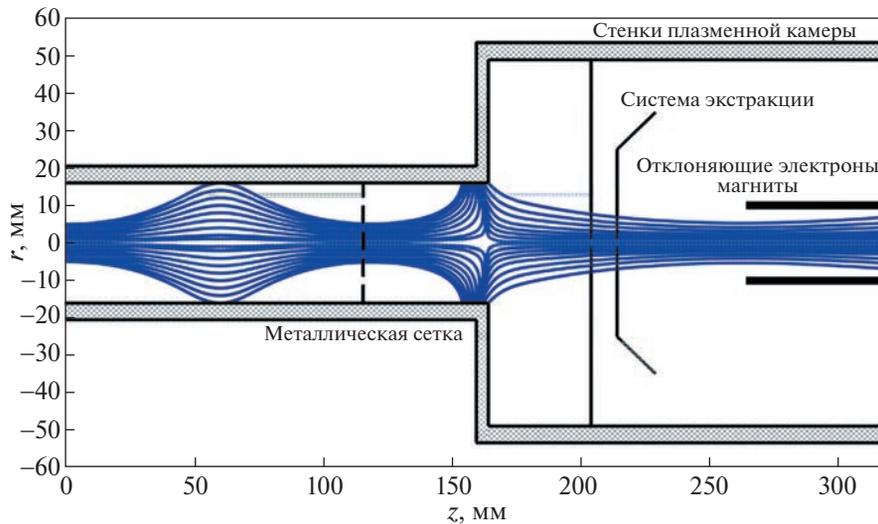


Рис. 2. Структура силовых линий магнитного поля экспериментальной установки.

(20–40) кВ и способен работать с токами ионных пучков, начиная с единиц мкА. Масс-анализатор присоединялся к дальнему (к правому на рис. 1) по отношению к падению СВЧ-излучения фланцу диагностической камеры. Последний позволял гарантировать чистоту исследуемого пучка, отбирая по соотношению заряда к массе искомые отрицательные ионы водорода.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Для изучения генерации отрицательных ионов водорода по описанной выше экспериментальной схеме важным фактором является выбор оптимальной системы экстракции. В качестве первого шага нашего исследования было проведено сравнение двух систем экстракции, которые для удобства были обозначены следующим образом: апертура плазменного электрода – межэлектродное расстояние – апертура пуллера. Использовались пуллеры с апертурой 10 и 3 мм с соответствующим межэлектродным расстоянием 7 и 3 мм. Таким образом, в данной части представленного исследования использовались системы экстракции 1.8–7–10 и 1.8–3–3. Важно отметить, что на данном этапе исследования положение системы экстракции как целого было зафиксировано: плазменный электрод располагался в широкой части плазменной камеры на расстоянии 40 мм от расширения (см. рис. 2).

Сравнение систем экстракции имеет смысл проводить при оптимальных (по плотности тока отрицательных ионов водорода) значениях других параметров системы. Поэтому были экспериментально определены оптимальные давление напускаемого нейтрального газа $p \approx 3$ мТорр и мощность СВЧ-излучения $P_{gr} = 4.9$ кВт (макси-

мальная из используемых) – см., например, рис. 3 и рис. 4 (системы экстракции 1.8–7–10 и 1.8–3–3 соответственно, измерения проведены с помощью цилиндра Фарадея, плотность тока оценивалась как средняя плотность – отношение извлеченного тока к площади апертуры плазменного электрода, принятой равной 2.54 мм^2).

Затем при найденных оптимальных значениях параметров системы были проведены измерения зависимости плотности тока ионов H^- от напряжения экстракции (т.е. вольт-амперная характеристика). Ее результаты представлены на рис. 5а и 5б для систем экстракции 1.8–7–10 и 1.8–3–3 соответственно. Для обеих из рассматриваемых конфигураций зависимость плотности тока отрицательных ионов на цилиндр Фарадея от напря-

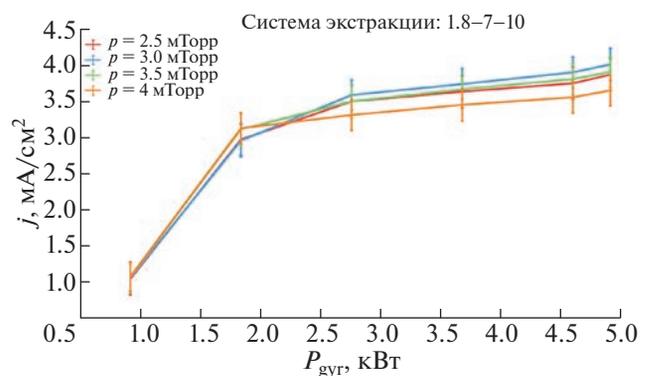


Рис. 3. Зависимость плотности тока отрицательных ионов водорода на цилиндр Фарадея от мощности падающего СВЧ-излучения при различных значениях давления нейтрального газа для системы экстракции 1.8–7–10.

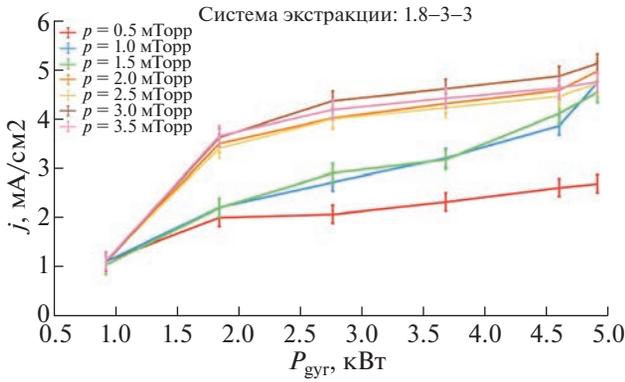


Рис. 4. Зависимость плотности тока отрицательных ионов водорода на цилиндр Фарадея от мощности падающего СВЧ-излучения при различных значениях давления нейтрального газа для системы экстракции 1.8–3–3.

жения экстракции имела одинаковый вид, несмотря на существенное увеличение величины электрического поля в межэлектродном пространстве. Кроме того, в обоих случаях отсутствует выход тока на насыщение с ростом напряжения, т.е. часть пучка теряется в системе формирования из-за его большой расходимости. В дальнейшем использовалась конфигурация системы экстракции с большим межэлектродным электрическим полем 1.8–3–3.

Для определения и уточнения области генерации отрицательных ионов водорода система экстракции была сдвинута по направлению к каспу (т.е. влево относительно исходного положения на рис. 2). Из-за уменьшения по сравнению с исходным положением магнитного поля можно было бы ожидать уменьшение плотности тока отрицательных ионов, однако было показано (рис. 6), что плотность тока ионов H^- возросла на порядок и достигла $j = 25 \text{ mA/cm}^2$, выйдя на нестабильный уровень насыщения. Подобный результат означает, что таким образом система экстракции приблизилась к области, где реализуется вторая стадия объемной генерации отрицательных ионов. Соответствие найденной области генерации отрицательных ионов (т.е. второй стадии объемного механизма) зоне вблизи каспа обусловлено вылетом горячей плазмы на стенки, в результате чего после него можно ожидать наличие только фракции “холодных” электронов, получившихся в результате ионизации “горячими” электронами нейтрального газа в данной области. Таким образом, было показано, что зона эффективной генерации ионов H^- заканчивается не далее чем в 20 мм от плоскости расширения плазменной камеры (см. рис. 2).

Естественным продолжением представленных в данной статье экспериментов будут дальнейшие

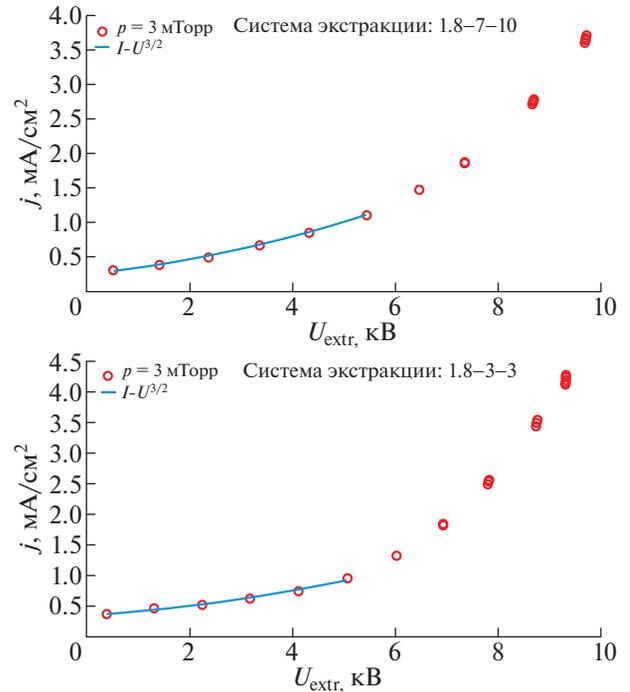


Рис. 5. Зависимость плотности тока отрицательных ионов на цилиндр Фарадея от напряжения экстракции для систем экстракции: а) 1.8–7–10; б) 1.8–3–3 при падающей СВЧ-мощности $P_{\text{gyr}} = 4.9 \text{ кВт}$. В области малых напряжений построена аппроксимация $I \sim U^{3/2}$.

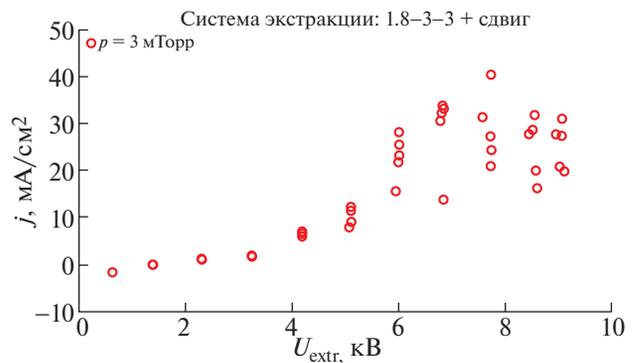


Рис. 6. Зависимость плотности тока отрицательных ионов на цилиндр Фарадея от напряжения экстракции для сдвинутой системы экстракции 1.8–3–3 при падающей СВЧ-мощности $P_{\text{gyr}} = 4.9 \text{ кВт}$.

исследования неустойчивого режима, в котором была достигнута наивысшая плотность тока ионов H^- , наряду с оптимизацией параметров с целью максимизации параметров экстрагируемого пучка. Влияние на ток извлекаемого пучка отрицательных ионов водорода также может оказать дополнительный напуск газа в область каспа.

ВЫВОДЫ

Было проведено экспериментальное исследование генерации отрицательных ионов водорода при использовании непрерывного ЭЦР-разряда на установке GISMO. ЭЦР-разряд поддерживался микроволновым излучением гиротрона частотой 28 ГГц и мощностью до 5 кВт, плазма удерживалась в системе из двух последовательно соединенных магнитных ловушек: пробкотроне и каспе.

Были измерены зависимости плотности тока ионов H^- от давления напускаемого нейтрального газа и мощности СВЧ-излучения, определены их оптимальные значения для достижения максимальной плотности тока отрицательных ионов водорода. Измерения были выполнены для различных конфигураций и положений системы экстракции. Была уточнена область генерации ионов H^- , в результате чего была достигнута плотность тока $j = 41$ мА/см².

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках проекта РФФ № 21-12-00297.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bacal M., Sasao M., Wada M.* // J. Appl. Phys. 2021. V. 129. P. 221101. <https://doi.org/10.1063/5.0049289>
2. *Браун Я.* Физика и технология источников ионов. М.: Мир, 1998.
3. *Leung K.N., Ehlers K.W., Bacal M.* // Rev. Sci. Instrum. 1983. V. 54. P. 56. <https://doi.org/10.1063/1.1137215>
4. *Lapin R.L., Skalyga V.A., Izotov I.V., Golubev S.V., Razin S.V., Bokhanov A.F., Kazakov M.Yu., Shaposhnikov R.A., Kiseleva E.M., Tarvainen O.* // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1647. P. 012012. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1647/1/012012>
5. *Lapin R.L., Izotov I.V., Skalyga V.A., Razin S.V., Shaposhnikov R.A., Tarvainen O.* // JINST. 2018. V. 13. P. C12007. <https://doi.org/10.1088/1748-0221/13/12/C12007>
6. *Dougar-Jabon V.D., Chacon Velasco A.J., Vivas F.A.* // Rev. Sci. Instrum. 1998. V. 69. P. 950. <https://doi.org/10.1063/1.1148618>
7. *Dougar-Jabon V.D.* // Phys. Scr. 2001. V. 63. № 4. P. 322. <https://doi.org/10.1238/Physica.Regular.063a00322>

**ДИНАМИКА РАЗВИТИЯ РАЗРЯДА
В ОДНОРОДНОМ ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ,
ИНИЦИИРОВАННОГО ПЛАЗМЕННЫМ ФИЛАМЕНТОМ,
СОЗДАВАЕМЫМ ФЕМТОСЕКУНДНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ**© 2023 г. Н. А. Богатов^{а,*}, А. Н. Степанов^а^а Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

*e-mail: bogatov@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 11.10.2022 г.

После доработки 10.11.2022 г.

Принята к публикации 19.11.2022 г.

Проведено экспериментальное исследование динамики разряда в постоянном квазиоднородном электрическом поле, инициированного плазменным филаментом, создаваемым фемтосекундным лазерным импульсом. Измерено время развития инициированного разряда (время задержки возникновения разряда относительно лазерного импульса) в зависимости от напряженности постоянного электрического поля в плазменном филаменте и проведено сравнение этой экспериментальной зависимости с результатами численного расчета разрядного процесса в филаменте.

Ключевые слова: фемтосекундный лазерный импульс, плазменный филамент, инициированный разряд

DOI: 10.31857/S036729212260128X, **EDN:** NQMZQB

1. ВВЕДЕНИЕ

Плазменные каналы или нити, часто в научной литературе называемые как филаменты (от английского filament), создаваемые фемтосекундными лазерными импульсами в атмосфере, в настоящее время представляются перспективным средством управления высоковольтными разрядами, в том числе молниями [1–3]. Возможны два подхода к построению системы лазерной молниезащиты с использованием плазменных филаментов. Один из них предполагает перехват лидеров молний, спонтанно сформированных в грозовом облаке и движущихся к земле, и направление их по лазерному каналу в молниеотвод. Второй подход предполагает инициирование плазменными филаментами биполярных лидеров вблизи грозового облака и инициирование ими лидеров молний из облака, которые также направляются по лазерному пучку в молниеотвод. В первом случае от лазерного филамента требуется лишь способность направлять лидерный разряд, но для перехвата спонтанного лидера филамент должен генерироваться вблизи головки лидера, на расстоянии максимум в несколько десятков метров, а возможно и гораздо меньше (исследований, проведенных к настоящему времени недостаточно, чтобы более точно указать эту дистанцию). Время, за которое необходимо определить

положение головки лидера молнии в пространстве и перестроить направляющую лазерное излучение систему, составляет порядка 10 мкс. Это, по-видимому, непростая техническая задача. Во втором подходе не требуется так быстро и точно ориентировать лазерный луч в пространстве, механически наводить лазер на разные участки грозового облака и обстреливать их лазерными импульсами, вызывая молниевые разряды и, тем самым, понижая потенциал облака и способность его генерировать спонтанные молнии. Но лазерный филамент в этом методе должен эффективно инициировать лидерные разряды в типичном для грозового облака поле 1–2 кВ/см, которое на порядок меньше пробойной величины напряженности электрического поля для пробоя атмосферы, и затем направлять эти разряды в молниеотвод. В соответствии с этими задачами уже несколько десятков лет ведутся исследования как возможности перехвата и направления лидерных разрядов лазерными импульсами [4–20], так и возможности инициирования ими разряда в постоянном электрическом поле [7, 8, 11, 12, 15, 21, 22]. В работах [7, 22] было обнаружено снижение напряжения зажигания разряда в однородном электрическом поле плоского газоразрядного промежутка при инициировании разряда фемтосекундными лазерными импульсами.

Разряд развивался строго вдоль лазерного филамента с некоторой задержкой по времени относительно лазерного импульса, при этом эта задержка намного превышала время рекомбинационного распада плазмы лазерного филамента [23]. В работе [7] был предложен механизм развития инициированного разряда, состоящий в том, что в плазменном филаменте под действием постоянного электрического поля газоразрядного промежутка течет электрический ток, который нагревает газ в филаменте. Затем, уже после распада плазмы в филаменте, нагретый газ расширяется, образуя канал с пониженной плотностью газа, в котором параметр приведенного поля (отношение напряженности электрического поля к плотности газа) достигает пробойной величины, и тогда в канале развивается самостоятельный разряд. В работе [22] была измерена зависимость времени задержки инициированного разряда от напряжения на электродах плоского промежутка. Это время резко уменьшалось при увеличении напряжения на электродах. Численное моделирование динамики плазменной нити в постоянном электрическом поле, выполненное в работе [22], также демонстрирует резкую зависимость времени развития разряда от напряженности электрического поля в нити. Количественное сравнение результатов расчета с экспериментальными данными в работе [22] было затруднено неоднозначностью определения электрического поля в плазменной нити, которая изначально находится в неоднородном внешнем поле, возмущенном отверстиями в электродах, и не замкнута на электроды. В настоящей работе по совокупности измерений времени развития разряда при разных напряжениях на электродах и расстояниях между электродами определена зависимость времени развития разряда от напряженности электрического поля в плазменном канале и проведено сравнение этих экспериментальных данных с результатами расчетов [22, 24].

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Однородное постоянное электрическое поле создавалось между двумя дисковыми электродами диаметром 200 мм и толщиной 10 мм. На один из электродов через балластное сопротивление 500 МОм подавалось напряжение от регулируемого с шагом 100 В источника высокого напряжения 0–130 кВ. Потенциал второго электрода был равен потенциалу земли. При напряжении более 60 кВ на балластном сопротивлении возникала корона, поэтому в экспериментах мы использовали только диапазон напряжений до 60 кВ. Вследствие использования высокоомного балластного сопротивления в формировании разряда принимал участие только заряд ем-

кости высоковольтного электрода относительно земли, что позволяло по известной емкости между высоковольтным электродом и землей и по регистрируемому току разряда определять изменение напряжения в процессе разряда. Высокоомное балластное сопротивление, кроме того, сильно ограничивая энергию искры, уменьшало наводку на схему синхронизации лазерной системы, ограничивало нагрев тонкопленочного измерительного шунта и предохраняло электроды от повреждений искровым разрядом. Расстояние между электродами в данных экспериментах изменялось в диапазоне 4–60 мм. В центрах дисковых электродов имелись отверстия с закругленными краями диаметром 3 мм, через которые проходил лазерный пучок. Центральная секция низковольтного электрода, представлявшая собой цилиндр с внешним диаметром 4 мм (внутренний диаметр 3 мм), была изолирована от основной части электрода и замыкалась на нее через цилиндрический безындукционный шунт $R_{ш}$, имевший сопротивление 0.1 Ом. Временное разрешение измеряемого импульса тока в шунте составляло 0.1 нс. Ток, протекающий по филаменту, и ток инициированного разряда регистрировались по напряжению на шунте с помощью осциллографа с полосой пропускания 500 МГц.

Лазерные импульсы генерировались фемтосекундной лазерной системой на кристаллах $Ti:Sa$ [24]. Длина волны лазерного излучения составляла около 800 нм, длительность импульсов 70 фс, энергия в импульсе (5–10) мДж. Лазерное излучение фокусировалось сферическим зеркалом с фокусным расстоянием 86 см таким образом, чтобы плазменный канал филамента пересекал весь газоразрядный промежуток. Скоростная фоторегистрация динамики инициированного разряда производилась с помощью стрик-камеры (модель K008M, фирма ЗАО “Компания БИФО”) по излучению разряда в видимом диапазоне длин волн. Эксперименты проводились в атмосферном лабораторном воздухе (температура 20°C, давление 750 Торр).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В отсутствие лазерного излучения пробой газоразрядного промежутка происходил при напряжении, соответствующем известной зависимости пробойного напряжения плоского промежутка от расстояния между электродами [26]. Возникающий искровой канал спонтанного пробоя имел характерную извилистость. Положение искрового канала в плоскости электродов было случайным, что указывает на отсутствие влияния отверстий в электродах на формирование разряда. При подаче в промежуток лазерного излучения и генерации плазменного филамента, пересекающего промежуток, напряжение зажигания

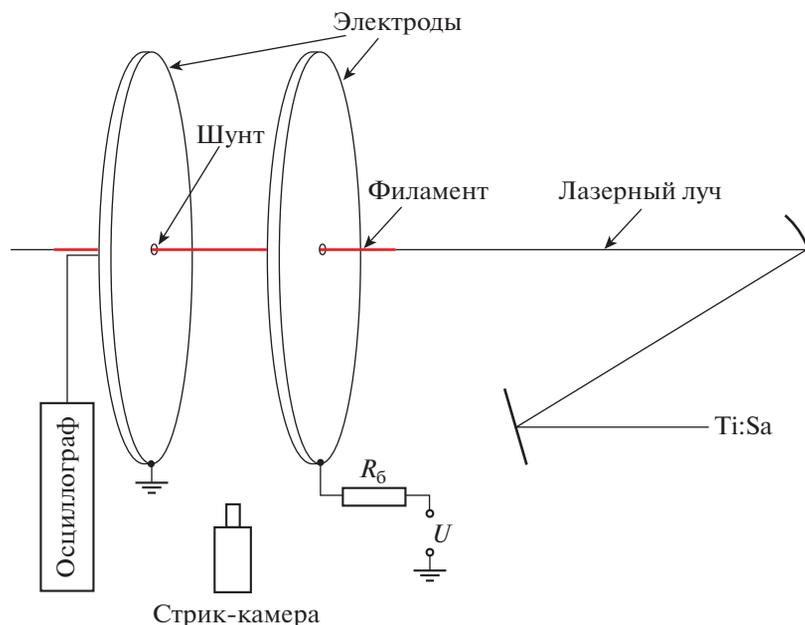


Рис. 1. Схема эксперимента.

разряда сильно уменьшалось, и канал разряда был строго прямолинеен и совпадал с каналом филамента (рис. 2). Момент пробоя регистрировался по резкому нарастанию тока в разрядной цепи. Инициированный пробой наступает через некоторое время t_p (время развития инициированного разряда) после лазерного импульса.

На рис. 3 приведены результаты измерения времени развития инициированного разряда t_p в зависимости от напряжения на электродах U при разном расстоянии между электродами L для двух серий экспериментов: в одной из них расстояние между электродами менялось в диапазоне 4–30 мм, а в другой – в диапазоне 20–60 мм.

По этим данным были построены зависимости напряжения инициированного электрического пробоя U от междуэлектродного расстояния L при заданной величине времени развития разряда t_p (рис. 4). Эти зависимости оказались линейными, что можно интерпретировать как постоянство (независимость от длины канала) величины электрического поля вдоль лазерного плазменного канала, необходимой для развития пробоя в канале в течение заданного промежутка времени, и неизменность напряжения, падающего на отрезках искрового канала, замыкающих филамент на электроды.

Действительно, в момент генерации лазерным импульсом плазменного канала постоянное электрическое поле вблизи отверстий в электродах неоднородно, кроме того, изначально отсутствует замыкание канала на электроды. Однако сравнительно быстро плазменный канал поляризуется

(оценка времени поляризации лазерного плазменного канала длиной 1 см дает величину около 0.1 нс), и на воздушных зазорах между филаментом и электродами возникает перенапряжение. Время пробоя зазоров между плазменным каналом и электродами внутри отверстий при большом перенапряжении также имеет порядок 0.1 нс. Вслед за замыканием канала на электроды в нем опять происходит перераспределение заряда за время ~ 0.1 нс. В результате устанавливается распределение заряда и поля вдоль замкнутого теперь на электроды плазменного канала, соответствующее квазистационарному току в нем. При этом на прямолинейном и однородном от-

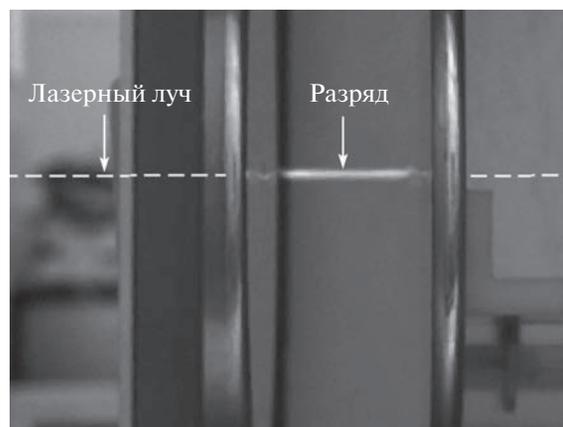


Рис. 2. Фотография инициированного лазерным филаментом разряда.

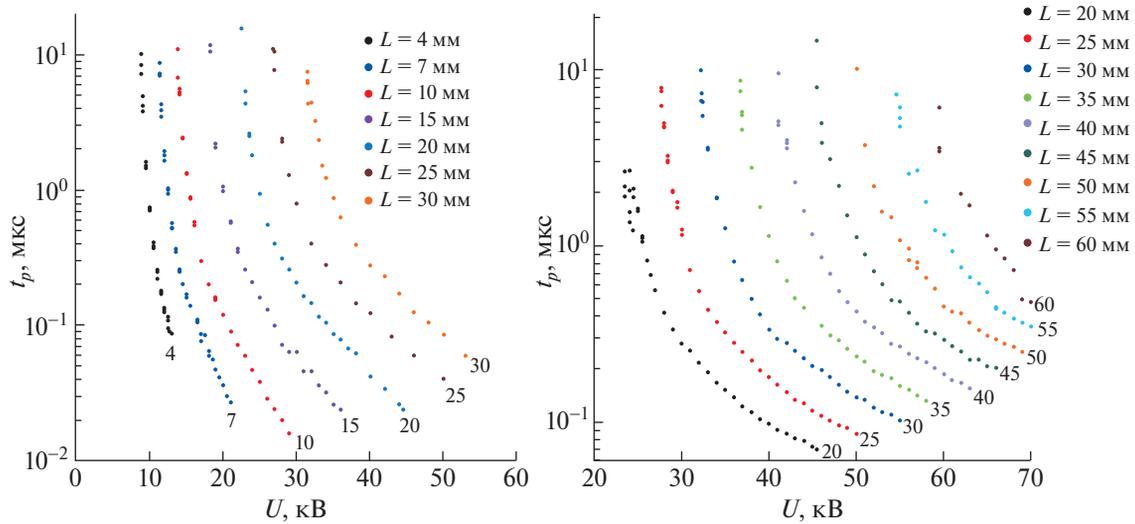


Рис. 3. Время развития инициированного разряда t_p в зависимости от напряжения на электродах (две серии экспериментов). Числа на рисунках обозначают расстояние между электродами L .

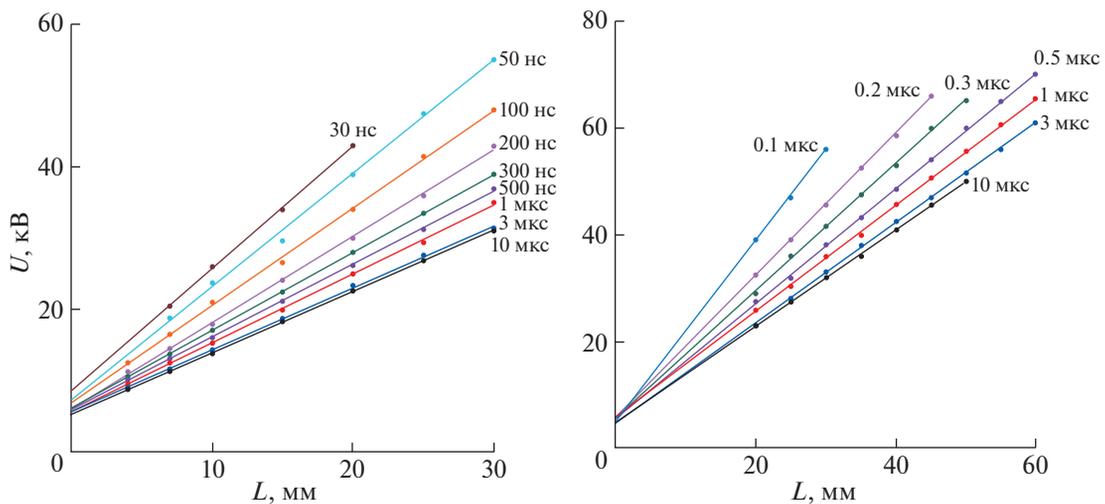


Рис. 4. Зависимость напряжения между электродами E , при котором инициированный разряд развивается за время t_p , от расстояния L между электродами при разных величинах t_p . Значения t_p указаны на рисунках рядом с соответствующими линиями. Две серии экспериментов: левые графики – расстояние между электродами менялось в диапазоне (4–30) мм, правые графики – расстояние между электродами менялось в диапазоне (20–60) мм.

резке плазменного канала, созданного лазером, поле будет также однородно. Процесс развития разряда в однородном электрическом поле и однородном по длине плазменном канале будет происходить также однородно по длине канала и определяться величиной электрического поля. Одинаковые условия процесса развития разряда в филаментах разной длины будут создаваться, если падения напряжения на филаментах пропорциональны их длине. Одинаковость развития разряда в филаментах разной длины означает и оди-

наковость динамики полного тока, функцией которого является падение напряжения на отрезках искрового канала, замыкающих филамент на электроды. Таким образом, при одинаковых условиях развития разряда в плазменном канале филамента, зависимость напряжения на электродах от длины канала должна быть линейной. При этом величина электрического поля в канале определяется из экспериментальных данных по наклону dU/dL . Полученные таким способом из данных рис. 4 зависимости времени развития раз-

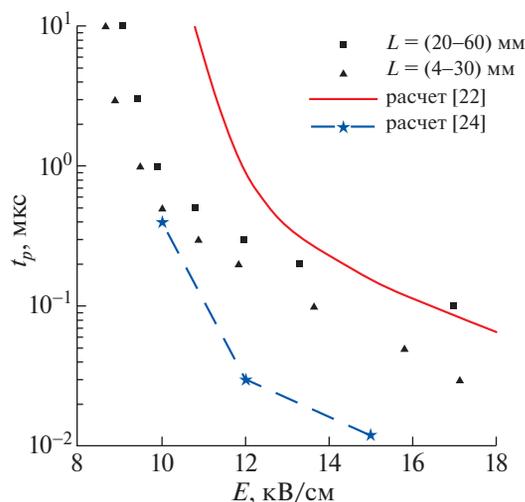


Рис. 5. Зависимость времени развития инициированного разряда t_p от напряженности электрического поля E в канале разряда. Квадратами и кружками показаны экспериментальные данные двух серий экспериментов. Линией показан результат расчета в работе [22], а звездочками — результат расчета в работе [24].

ряда t_p от напряженности постоянного электрического поля E приведены на рис. 5. Там же показаны и результаты численных расчетов из работ [22, 24].

Пространственно-временные развертки инициированного разряда также свидетельствуют об однородном вдоль канала филамента развитии разряда (рис. 6), — яркость свечения канала в каждый момент времени приблизительно постоянна вдоль канала (небольшой наклон канала относительно вертикальной оси на рис. 6 связан с неточностью положения стрик-камеры, которая не была замечена во время экспериментов).

На рис. 7а приведена характерная осциллограмма тока в инициированном разряде. Там же показано соответствующее напряжение на электродах, найденное по току разряда и измеренной величине емкости высоковольтного электрода относительно заземленного электрода (напомним, что ток через балластное сопротивление от источника напряжения во время разряда много меньше тока разряда). Экспоненциальное нарастание тока на переднем фронте импульса тока разряда происходит при слабо меняющемся напряжении на разряде, а значит и поля в канале разряда. На рис. 7б показано изменение проводимости канала разряда, величина которой рассчитывалась по отношению тока к напряжению. Характерное время нарастания проводимости в канале разряда составляло ~ 1.5 нс. Этот параметр может быть полезен при тестировании числен-

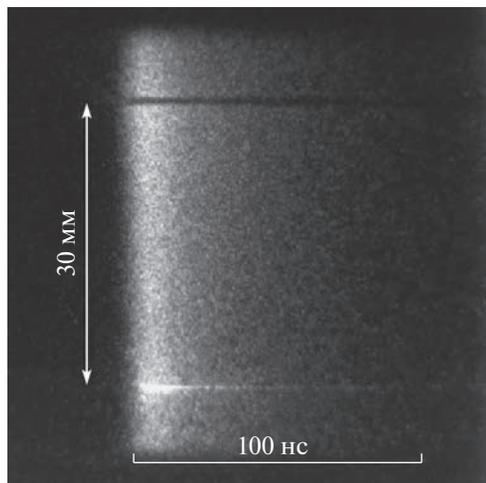


Рис. 6. Пространственно-временная развертка свечения инициированного разряда. Расстояние между электродами $L = 30$ мм, напряжение между электродами $U = 40$ кВ.

ных моделей разряда, инициированного лазерным филаментом.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты измерений времени развития разряда t_p , полученные в двух сериях экспериментов, отличаются довольно существенно, — в 2–3 раза, что, по-видимому, связано с разными условиями генерации лазерного плазменного филамента, и обусловленными, прежде всего, вариациями интенсивности лазерного излучения. Это различие можно рассматривать как характеристику погрешности экспериментальной зависимости $t_p(E)$.

Минимальная величина напряженности постоянного электрического поля, при которой была возможна инициация разряда, как видно из рис. 5, приблизительно равна 9 кВ/см, что приблизительно в 3 раза меньше порога электрического пробоя нормальной атмосферы.

Как видно из рис. 5, расчетная зависимость $t_p(E)$, полученная в работе [22], приближается к экспериментальным данным в области больших E и малых t_p , но превышает экспериментальную зависимость более, чем на порядок в области малых E и больших t_p . Расчетная зависимость $t_p(E)$, найденная в работе [24], напротив, близка к экспериментальной в области малых E и больших t_p , но более, чем на порядок меньше экспериментальных данных в области больших E и малых t_p . Особенно существенно отличие теоретических и экспериментальных результатов в области значений напряженности электрического поля 9–

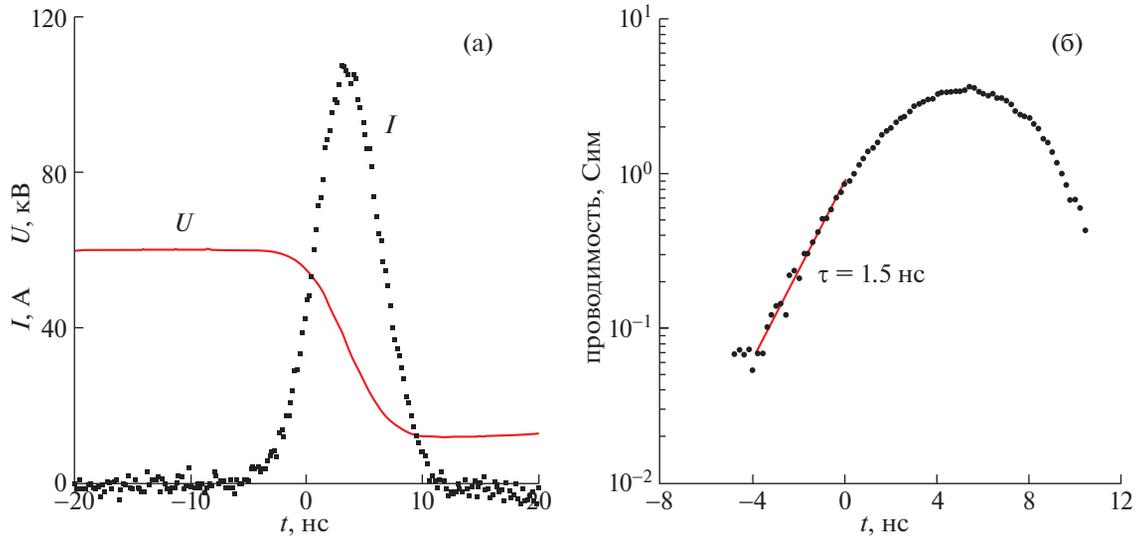


Рис. 7. а) — Осциллограмма тока инициированного разряда (точки) и зависимость напряжения от времени, найденная по величине разряда известной емкости между электродами (красная линия); б) — изменение проводимости канала (равной I/U) инициированного разряда во времени. $L = 50$ мм, $U = 60$ кВ, емкость высоковольтного электрода относительно земли 15.4 пФ.

10 кВ/см, близких к минимально возможным для инициации разряда. Расчеты показывают, что минимальная величина напряженности постоянного электрического поля, при которой возможна инициация, составляет около 10 кВ/см. Различие теоретической и экспериментальной величины минимального поля нельзя объяснить погрешностью эксперимента, потому что погрешность измерения поля в филаменте, определяемая погрешностью линейной аппроксимации экспериментальных зависимостей $U(L)$, была менее 1%.

В расчетах [22] использовались константы ионизации и возбуждения молекул электронным ударом, полученные для разрядов в нормальной атмосфере с концентрацией электронов $\lesssim 10^{14}$ см $^{-3}$, когда функция распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ) определяется только столкновениями с тяжелыми частицами плазмы, а электрон-электронными столкновениями можно пренебречь. При концентрации плазмы $\gtrsim 10^{16}$ см $^{-3}$, характерной для лазерного филамента, электрон-электронные столкновения уже существенно влияют на ФРЭЭ [24], увеличивая высокоэнергичную ее часть, что влечет увеличение констант ионизации и возбуждения и, соответственно, более быстрое развитие разряда. Этот фактор нам представляется основной причиной расхождения результатов расчета [22] с экспериментальными данными. Начальная концентрация электронов в филаменте в условиях, близких к условиям нашего эксперимента, была измерена в [23], и она составила величину около 0.9×10^{17} см $^{-3}$.

Результат расчета [24], показанный на рис. 5, был получен при условии, что в начальный для развития инициированного разряда момент времени, средняя энергия электронов в созданном лазерным импульсом плазменном филаменте была равна 10 эВ. На самом деле средняя энергия электронов должна быть меньше. Максимальная энергия электронов, освобождающихся при фотоионизации (многофотонной или туннельной) атомов и молекул в лазерном поле, не превышает $3.17U_p$ [27] (где $U_p = 9.33 \times I [10^{14} \text{ Вт/см}^2] \times \lambda_{\text{мкм}}^2$ — пондеромоторная энергия, I и λ — интенсивность и длина волны лазерного излучения), поэтому средняя энергия электронов должна быть $\lesssim 3U_p$. В лазерном филаменте интенсивность излучения устанавливается такой, чтобы был баланс между фокусирующим действием на лазерное излучение молекул воздуха и дефокусирующим действием электронов плазмы (clamping intensity) [28], для длины волны $\lambda = 0.8$ мкм эта интенсивность равна $I \approx 2 \times 10^{13}$ Вт/см 2 [28]. Тогда пондеромоторная энергия в филаменте ≈ 1.2 эВ, поэтому средняя энергия фотоэлектронов не может быть больше 3.5 эВ. Расчетное в работе [24] время развития разряда увеличивается с уменьшением начальной энергии электронов, в диапазоне энергий 2–10 эВ оно меняется по экспоненциальному закону $\approx \exp(-0.15U_p)$ (см. рис. 9 в [24]), поэтому значение t_p ($E = 10$ кВ/см) в расчете [24] должно быть в три раза больше, чем на рис. 5. Величина t_p при других значениях поля (отличных от 10 кВ/см)

также должны быть больше, чем показано звездочками на рис. 5 (хотя и не понятно насколько, потому что зависимости t_p от начальной энергии электронов при других значениях поля E в работе [24] не приведены), что делает соответствие результатов расчета [24] и нашего эксперимента лучше.

Характерное время газодинамического расширения канала филамента при нагреве газа в нем, равное времени пробега звуком расстояния, равного радиусу филамента, для филамента диаметром 100 мкм составляет около 0.15 мкс. Как видно из рис. 5, при напряженности поля ≥ 14 кВ/см время развития разряда $t_p \leq 0.1$ мкс, что указывает на наличие иного механизма инициации, чем предложенный в [7] механизм, основанный на нагреве и расширении газа в филаменте. К такому же выводу пришли и авторы [24] на основании численного расчета.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе экспериментально исследовано возникновение электрического разряда в воздухе при нормальных условиях, инициированного плазменным филаментом, формируемым фемтосекундным лазерным импульсом между плоскими металлическими электродами. Определена зависимость времени развития инициированного лазерным филаментом разряда от величины постоянного электрического поля в канале филамента. Проведено сравнение экспериментальных данных с результатами численных расчетов, также выполняемых при заданном электрическом поле в филаменте. Сравнение экспериментальных и расчетных зависимостей, полученных в [22, 24] показало, что необходимо совершенствование теоретических моделей для более точного описания параметров развития инициированного разряда, полученных в эксперименте.

Работа поддержана НЦМУ “Центр фотоники”, при финансировании Министерством науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2022-316.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Houard A., Walch P., Produit T., Moreno V., Mahieu B., Sunjerga A., Herkommer C., Mostajabi A., Andral U., André Y.-B., Lozano M., Bizet L., Schroeder M.C., Schimmel G., Moret M., Stanley M., Rison W.A., Maurice O., Esmiller B., Michel K., Haas W., Metzger T., Rubinstein M., Rachidi F., Cooray V., Mysyrowicz A., Kasparian J., Wolf J.-P., arXiv:2207.03769 [physics.optics], (2022), <https://doi.org/10.48550/arXiv.2207.03769>
2. Produit T., Walch P., Herkommer C., Mostajabi A., Moret M., Andral U., Sunjerga A., Azadifar M., André Y.-B., Mahieu B., Haas W., Esmiller B., Fournier G., Krotz P., Metzger T., Michel K., Mysyrowicz A., Rubinstein M., Rachidi F., Kasparian J., Wolf J.-P., Houard A. // Eur. Phys. J. Appl. Phys. 2020. V. 92. 30501. <https://doi.org/10.1051/epjap/2020200243>
3. Kasparian J., Ackermann R., André Y.-B., Méchain G., Méjean G., Prade B., Rohwetter P., Salmon E., Stelmaszczyk K., Yu J., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wöste L., Wolf J.-P. // Optics Express. 2008. V. 16. № 8. P. 5757. <https://doi.org/10.1364/OE.16.005757>
4. Comtois D., Chien C.-Y., Desparois A., Genin F., Jarry G., Johnston T.W., Kieffer J.-C., La Fontaine B., Martin F., Mawassi R., Pepin H., Rizk F.A.M., Vidal F. // Appl. Phys. Lett. 2000. V. 76. P. 819. <https://doi.org/10.1063/1.125595>
5. La Fontaine B., Comtois D., Chien C.-Y., Desparois A., Genin F., Jarry G., Johnston T., Kieffer J.-C., Martin F., Mawassi R., Pepin H., Rizk F.A.M., Vidal F. // J. Appl. Phys. 2000. V. 88. P. 610. <https://doi.org/10.1063/1.373710>
6. Pépin H., Comtois D., Vidal F., Chien C.-Y., Desparois A., Johnston T.W., Kieffer J.C., La Fontaine B., Martin F., Rizk F.A.M., Potvin C., Couture P., Mercure H.P., Bondiou-Clergerie A., Lalande P., Gallimberti I. // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. P. 2532. <https://doi.org/10.1063/1.1342230>
7. Tzortzakis S., Prade B., Franco M., Mysyrowicz A. // Phys. Rev. 2001. E 64. 57401. <https://doi.org/10.1103/PHYSREVE.64.057401>
8. Rodriguez M., Sauerbrey R., Wille H., Wöste L., Fujii T., André Y.-B., Mysyrowicz A., Klingbeil L., Rethmeier K., Kalkner W., Kasparian J., Salmon E., Yu J., Wolf J.-P. // Opt. Lett. 2002. V. 27. P. 772. <https://doi.org/10.1063/1.1829165>
9. Ackermann R., Stelmaszczyk K., Rohwetter P., Méjean G., Salmon E., Yu J., Kasparian J., Méchain G., Bergmann V., Schaper S., Weise B., Kumm T., Rethmeier K., Kalkner W., Wöste L., Wolf J.-P. // Appl. Phys. Lett. 2004. V. 85 (23). P. 5781. <https://doi.org/10.1063/1.1829165>
10. Ackermann R., Méchain G., Méjean G., Bourayou R., Rodriguez M., Stelmaszczyk K., Kasparian J., Yu J., Salmon E., Tzortzakis S., André Y.-B., Bourrillon J.-F., Tamin L., Cascelli J.-P., Campo C., Davoise C., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wöste L., Wolf J.-P. // Appl. Phys. 2006. B 82. P. 561. <https://doi.org/10.1007/S00340-005-2061-5>
11. Méjean G., Ackermann R., Kasparian J., Salmon E., Yu J., Wolf J.-P., Rethmeier K., Kalkner W., Rohwetter P., Stelmaszczyk K., Wöste L. // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 88. 021101. <https://doi.org/10.1063/1.2162430>
12. Fujii T., Miki M., Goto N., Zhidkov A., Fukuchi T., Oishi Y., Nemoto K. // Phys. Plasmas. 2008. V. 15. 013107. <https://doi.org/10.1063/1.2830647>
13. Zhang Z., Lu X., Liang W.-X., Hao Z.-Q., Zhou M.-L., Wang Z.-H., Liu X., Zhang J. // Optics Express. 2009. V. 17. № 5. 3461. <https://doi.org/10.1364/OE.17.003461>

14. *Liu X., Xin Lu, Zhang Z., Liu X.-L., Ma J.-L., Zhang J.* // Optics Communications. 2011. V. 284.5372. <https://doi.org/10.1016/J.OPTCOM.2011.07.058>
15. *Forestier B., Houard A., Revel I., Durand M., Andre Y.B., Prade B., Jarnac A., Carbonnel J., Le Neve M., Miscalc J.C., Esmiller B., Chapuis D., Mysyrowicz A.* // AIP Advances. 2012. V. 2.012151. <https://doi.org/10.1063/1.3690961>
16. *Ionin A.A., Kudryashov S.I., Levchenko A.O., Seleznev L.V., Shutov A.V., Sinitsyn D.V., Smetanin I.V., Ustinovskiy N.N., Zvorykin V.D.* // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 100. 104105. <https://doi.org/10.1063/1.3691918>
17. *Leonov S.B., Firsov A.A., Shurupov M.A., Michael J.B., Shneider M.N., Miles R.B., Popov N.A.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19.123502. <https://doi.org/10.1063/1.4769261>
18. *Henriksson M., Daigle J.-F., Théberge F., Châteauneuf M., Dubois J.* // Optics Express. 2012. V. 20. 12.12721. <https://doi.org/10.1364/OE.20.012721>
19. *Arantchouk L., Point G., Brelet Y., Prade B., Carbonnel J., Yves-Bernard Andre, Andre Mysyrowicz, Aurelien Houard* // J. Appl. Phys. 2014. V. 116.013303. <https://doi.org/10.1063/1.4886582>
20. *Théberge F., Daigle J.-F., Kieffer J.-C., Vidal F., Châteauneuf M.*, Scientific Reports. 2017. V. 7 (1). 40063. <https://doi.org/10.1038/srep40063>
21. *Desparois A., La Fontaine B., Bondiou-Clergerie A., Chien C.-Y., Comtois D., Johnston T.W., Kieffer J.-C., Mercure H.P., Pépin H., Rizk F.A.M., Vidal F.* // IEEE Transactions on Plasma Science. 2000. V. 28. 5. <https://doi.org/10.1109/27.901264>
22. *Александров Н.Л., Базелян Э.М., Богатов Н.А., Киселев М.А., Степанов А.Н.* // Физика плазмы. 2008. Т. 34. № 11. С. 1.
23. *Bodrov S., Aleksandrov N., Tsarev M., Murzanev A., Kochetov I., Stepanov A.* // Phys. Rev. 2013. E 87. 053101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.87.053101>
24. *Petrova Tz.B., Ladouceur H.D., and Baronavski A.P.* // Physics of Plasmas. 2008. V. 15. 053501. <https://doi.org/10.1063/1.2907787>
25. *Степанов А.Н., Бабин А.А., Киселев А.М., Сергеев А.М.* // Квантовая электроника. 2001. Т. 31. № 7. С. 623.
26. *Мик Дж., Крэгс Дж.*, Электрический пробой в газах. М.: Иностранная литература, 1960.
27. *Corkum P.B.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 13. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.1994>
28. *Couairon A., Mysyrowicz A.* // Physics Reports. 2007. 441. P. 47. <https://doi.org/10.1016/J.PHYSREP.2006.12.00>

ПАМЯТИ ИГОРЯ АНТОНОВИЧА КОССОГО (06.04.1935–31.03.2022)

DOI: 10.31857/S0367292122700226, EDN: EMGOEL



Игорь Антонович Коссов родился в г. Тбилиси, в котором в 1953 г. с отличием окончил среднюю школу. В этом же году поступил в Московский инженерно-физический институт, с отличием закончил его в 1959 г. В том же году поступил на работу в Физико-технический институт в г. Сухуми, в котором работал сначала старшим лаборантом, а затем младшим научным сотрудником. В 1963 г. И.А. Коссов поступил в аспирантуру Физического института им. П.Н. Лебедева АН СССР (ФИАН), которую закончил в 1966 году. В 1968 году он защитил кандидатскую диссертацию, посвященную разработке конического плазменного источника, предназначенного для заполнения тороидальной магнитной ловушки “Ливень”. После защиты Коссов И.А. поступил на работу в ФИАН, и работал под руководством профессора М. С. Рабиновича в лаборатории “Плазменные ускорители и физика плазмы” (ПУФП) сначала в должности младшего научного сотрудника, а с 1974 г. — старшего научного сотрудника, руководителя группы. В 1983 г. И.А. Коссов вместе со всей лабораторией ПУФП перевелся в созданный в 1982 г. Институт общей физики АН СССР. В том же 1983 г. И.А. Коссовым была создана лаборатория “Газокинетические явления в СВЧ — разряде”, руководителем которой он оставался вплоть до кончины. В 1989 г. И.А. Коссов защитил докторскую диссертацию, и через год получил звание профессора.

Игорь Антонович Коссов — выдающийся ученый, автор пионерских трудов и разработок в области физики и химии низкотемпературной плазмы, один из основателей современной физики газового разряда в пучках электромагнитных волн. В исследованиях под его руководством была дана подробная кинетическая схема неравновесного разряда в смеси газов азота и кислорода, экспериментально установлено явление кумуляции под воздействием плоской кольцевой ударной волны, предложен новый механизм распространения разряда навстречу поддерживающей его электромагнитной волне, связанный с ее поглощением в плазменном ореоле, возникающем вокруг разряда под действием собственного ультрафиолетового излучения разряда.

Многочисленные публикации не полностью раскрывают его вклад в науку, он всегда стремился использовать получаемые результаты фундаментальных исследований для решения прикладных задач, имеющих существенную значимость. Под руководством Игоря Антоновича были созданы газоразрядные системы для уничтожения патогенных микроорганизмов и вирусов в воздухе, в воде и на поверхностях объектов, деструкции опасных для здоровья человека химических веществ в водных средах, для плазменной очистки газовых выбросов промышленных предприятий. Показаны возможности применения микроволнового плазменного факела в различных промышленных технологиях: напыление алмазных и алмазоподобных тонких пленок на поверхности; напыление кремния на поверхности; получение специализированных керамик и металлических наночастиц; упрочнение металлических соединений и инструмента.

И.А. Коссов неустанно искал ответы на остро стоящие глобальные вызовы: очистка атмосферы и защита озонового слоя, уничтожение опасных вирусов и токсичных химических веществ в воздухе и в воде, создание эффективного и экономичного ракетного двигателя, использующего ускоренный поток плазмы, поддерживаемый электромагнитным излучением.

Игорь Антонович пользовался всеобщим уважением, он был порядочным и доброжелательным в общении человеком с неподдельным интересом к науке, который он сохранил до самых последних дней.

Светлая память о нем навсегда останется с нами.

Друзья и коллеги