

УДК 535.4

# ОПТИЧЕСКИЙ ДИФФЕРЕНЦИATOR ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ОСНОВЕ КОМПОЗИТНОЙ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК–МЕТАЛЛ

© 2023 г. А. И. Кашапов<sup>1, 2, \*</sup>, Е. А. Безус<sup>1, 2</sup>, Д. А. Быков<sup>1, 2</sup>, Л. Л. Досколович<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>Институт систем обработки изображений РАН – филиал федерального государственного учреждения  
“Федеральный научно-исследовательский центр “Кристаллография и фотоника”  
Российской академии наук”, Самара, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

“Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва”, Самара, Россия

\*E-mail: ar.kashapov@outlook.com

Поступила в редакцию 29.08.2022 г.

После доработки 16.09.2022 г.

Принята к публикации 26.09.2022 г.

Рассмотрены оптические свойства композитной структуры, состоящей из двух последовательно расположенных трехслойных структур “металл–диэлектрик–металл” (МДМ-структур), разделенных слоем диэлектрика. Показано, что такая композитная МДМ-структура при нормальном падении оптического сигнала может выполнять пространственно-временное дифференцирование второго порядка с высоким качеством. Полученные результаты могут найти применение при создании систем аналоговых оптических вычислений и оптической обработки информации.

DOI: 10.31857/S036767652270003X, EDN: JGSRSI

## ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наблюдается большой интерес к разработке компактных структур нанофотоники для дифференцирования оптических сигналов, а также для реализации более сложных дифференциальных операторов. Указанные дифференцирующие структуры являются перспективными в задачах обработки информации в режиме реального времени [1, 2].

Преобразование оптического сигнала, происходящее при его отражении или прохождении через дифракционную структуру, может быть описано как преобразование сигнала линейной системой, у которой передаточная функция (ПФ) задается коэффициентом отражения или пропускания структуры, рассматриваемым как функция угловой и/или пространственной частоты [2–4]. В частности, выполнение операции оптического дифференцирования во времени соответствует в Фурье-пространстве умножению спектра падающего импульса на  $-i\omega$ , где  $\omega$  – угловая частота. Аналогичным образом, в случае пространственного дифференцирования пространственный спектр падающего пучка умножается на  $ik_{x,0}$ , где  $k_{x,0}$  – пространственная частота (тангенциальная компонента волнового вектора падающей волны). Таким образом, ПФ идеального дифференциатора имеет нуль на центральной частоте (угловой или пространственной). В этой связи необходимым

условием для оптического дифференцирования является наличие нуля в спектре отражения или пропускания дифракционной структуры. Поскольку нули в спектре отражения (пропускания), как правило, обусловлены резонансными эффектами возбуждения собственных мод структуры, то для дифференцирования широко используются резонансные структуры фотоники, в частности, резонансные дифракционные решетки [2, 3], слоистые структуры [4, 5] и микро-резонаторы [6].

В недавней работе авторов настоящей статьи было показано, что простая трехслойная структура металл–диэлектрик–металл (МДМ-структура) позволяет в отражении реализовать вычисление первой производной по пространственной переменной или во времени [7]. При этом было строго показано, что в спектре МДМ-структуры всегда можно получить нуль отражения за счет выбора толщин металлических и диэлектрического слоев. Отметим, что, в отличие от дифференциаторов в [5, 8], МДМ-структура не требует призмы для ввода излучения и поэтому является существенно более компактной.

В настоящей работе впервые теоретически описано и численно продемонстрировано применение композитной МДМ-структуры для реализации операции “пространственно-временного” дифференцирования второго порядка. Под “пространственно-временным” дифференцировани-

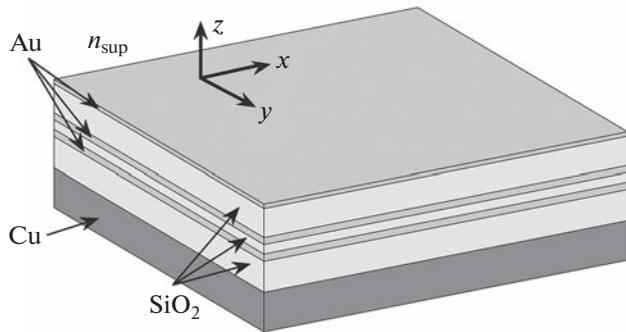


Рис. 1. Геометрия композитной структуры металл–диэлектрик–металл.

ем при этом понимается вычисление дифференциального оператора, равного линейной комбинации производных соответствующего порядка по времени и по пространственной координате.

### ОДНОЧНАЯ И КОМПОЗИТНАЯ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК–МЕТАЛЛ

Одиночная структура металл–диэлектрик–металл состоит из верхнего металлического слоя, диэлектрического слоя и нижнего металлического слоя [7] (на рис. 1 схематично показана геометрия аналогичной композитной МДМ-структуры, рассмотренной ниже). Пусть на МДМ-струкутуру падает плоская волна, имеющая единичную амплитуду и некоторую фиксированную поляризацию (поперечную электрическую (ТЕ) или поперечную магнитную (ТМ)). Обозначим  $k_{x,0} = k_0 n_{\text{sup}} \sin \theta_0$  тангенциальную компоненту волнового вектора падающей волны, где  $\theta_0$  – угол падения,  $k_0 = \omega_0 / c$  – волновое число,  $\omega_0$  – частота волны,  $c$  – скорость света,  $n_{\text{sup}}$  – показатель преломления области над структурой.

С использованием модели многолучевой интерференции коэффициент отражения МДМ-структуры несложно получить в виде [7]

$$R = \frac{r_1 - e^{2ik_{z,0}h_d} \rho (r_1 r_2 - t^2)}{1 - r_2 \rho e^{2ik_{z,0}h_d}}, \quad (1)$$

где  $r_1, r_2$  – комплексные коэффициенты отражения верхнего металлического слоя для плоских волн, падающих на слой сверху из области над структурой и снизу со стороны диэлектрического слоя,  $t$  – коэффициент пропускания верхнего металлического слоя,  $\rho$  – коэффициент отражения нижнего металлического слоя,  $k_{z,0} = \sqrt{k_0^2 n_d^2 - k_{x,0}^2}$  –  $z$ -компоненты волнового вектора плоской волны в диэлектрическом слое, отраженной от нижнего слоя металла,  $n_d$  и  $h_d$  – показатель преломления и толщина диэлектрического слоя соответственно.

Коэффициенты отражения и пропускания металлических слоев в (1) зависят от их толщины и частоты, угла падения и поляризации падающей волны и рассчитываются по формулам, описывающим отражение и прохождение плоской волны через плоскопараллельный слой однородного материала.

Отметим, что рассматриваемая МДМ-структура является резонансной, поскольку в ней могут существовать вытекающие моды, локализованные в диэлектрическом слое [7]. В ряде случаев в резонансных структурах коэффициент отражения может обращаться в нуль. Данное свойство является важным с практической точки зрения, и, в частности, позволяет использовать резонансные структуры в качестве оптических дифференциаторов.

Приравнивая к нулю числитель выражения для коэффициента отражения в (1), получим, что коэффициент отражения МДМ-структуры обращается в нуль при выполнении равенства

$$r_1 / (r_1 r_2 - t^2) = e^{2ik_{z,0}h_d} \rho. \quad (2)$$

В работе [7] было доказано, что при фиксированной толщине нижнего металлического слоя соотношение (2) всегда может быть выполнено за счет выбора толщин верхнего металлического и диэлектрического слоев. Таким образом, при заданных материалах, частоте  $\omega = \omega_0$  и угле падения (тангенциальной компоненте волнового вектора) в МДМ-структуре всегда можно получить нулевое отражение. Отметим, что при нормальном падении ( $k_{x,0} = 0$ ) коэффициент отражения МДМ-структуры в силу симметрии задачи дифракции является четной функцией от  $k_x$ , и поэтому структура, имеющая нуль отражения 1-го порядка по  $\omega$  при  $\omega = \omega_0$ , будет иметь нуль отражения 2-го порядка по  $k_x$ .

Покажем, что, “комбинируя” две МДМ-структуры, имеющие нуль отражения и разделенные промежуточным слоем диэлектрика, можно получить в спектре отражения нуль 2-го порядка по  $\omega$ . Геометрия композитной МДМ-структуры показана на рис. 1. Действительно, используя модель многолучевой интерференции, коэффициент отражения композитной МДМ-структуры можно также получить в виде (1), только коэффициенты  $r_1, r_2, \rho, t$  теперь уже следует рассматривать не как коэффициенты отражения и пропускания верхнего и нижнего металлических слоев, а как коэффициенты отражения и пропускания верхней и нижней МДМ-структур. При этом толщина диэлектрического слоя  $h_d$  в (1) теперь соответствует толщине диэлектрического слоя, разделяющего МДМ-структуры. Если МДМ-структуры, образующие композитную МДМ-структуру, име-

ют нули отражения при  $\omega = \omega_0$ , то коэффициенты  $r_1, r_2, \rho, t$  могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} r_1 &= r_1(\omega) = r_{1,1}(\omega - \omega_0) + \\ &+ r_{1,2}(\omega - \omega_0)^2 + O[(\omega - \omega_0)^3], \\ r_2 &= r_2(\omega) = r_{2,0} + r_{2,1}(\omega - \omega_0) + O[(\omega - \omega_0)^2], \\ t &= t(\omega) = t_0 + t_1(\omega - \omega_0) + O[(\omega - \omega_0)^2], \\ \rho &= \rho(\omega) = \rho_1(\omega - \omega_0) + \\ &+ \rho_2(\omega - \omega_0)^2 + O[(\omega - \omega_0)^3]. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1) и проводя несложные преобразования, коэффициент отражения композитной МДМ-структуры можно получить в виде

$$R_2(\omega) = (r_{1,1} + e^{2ik_{z,0}h}t_0^2\rho_1)(\omega - \omega_0) + O[(\omega - \omega_0)^2], \quad (4)$$

где  $h$  — толщина диэлектрического слоя, разделяющего МДМ-структуры. Соответственно, при выполнении условия

$$-r_{1,1}/t_0^2 = e^{2ik_{z,0}h}\rho_1 \quad (5)$$

композитная структура будет иметь нуль отражения 2-го порядка по  $\omega$  при  $\omega = \omega_0$ . При нормальном падении композитная МДМ-структура, удовлетворяющая условию (5), будет иметь нули 2-го порядка как по  $\omega$ , так и по  $k_x$ .

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Рассмотрим пространственно-временное преобразование двумерного оптического импульса с центральной частотой  $\omega = \omega_0$ , происходящее при отражении от многослойной структуры при нормальном падении ( $\theta_0 = 0$ ). Пространственно-временную огибающую падающего импульса в системе координат  $(x, z)$  (ось  $z$  перпендикулярна структуре, рис. 1), можно представить в виде суперпозиции плоских волн с различными угловыми ( $\omega = \omega_0 + \omega_{inc}$ ) и пространственными ( $k_x$ ) частотами:

$$E_{inc}(x, t + z/v) = \iint_{\Omega} G(k_x, \omega_{inc}) \exp[ik_x x - i\omega_{inc}(t + z/v)] dk_x d\omega_{inc}, \quad (6)$$

где  $G(k_x, \omega_{inc})$  — спектр огибающей, заданный в некоторой области  $\Omega$ ,  $v = c/n_{sup}$  — скорость распространения импульса.

Преобразование пространственно-временной огибающей импульса (6), происходящее при отражении импульса от слоистой структуры, опи-

сывается линейной системой с передаточной функцией (ПФ) [9]

$$H_{st}(k_x, \omega_{inc}) = R(k_x, \omega_{inc} + \omega_0). \quad (7)$$

Таким образом, огибающая отраженного импульса примет вид

$$\begin{aligned} E_{refl}(x, t - z/v) &= \iint_{\Omega} G(k_x, \omega_{inc}) R(k_x, \omega_{inc} + \omega_0) \times \\ &\times \exp[ik_x x - i\omega_{inc}(t - z/v)] dk_x d\omega_{inc}. \end{aligned} \quad (8)$$

Если в качестве слоистой структуры используется композитная МДМ-структура, удовлетворяющая условию (5), т.е. имеющая нули отражения второго порядка и по  $\omega$  и по  $k_x$  при  $\omega = \omega_0$  и  $k_x = 0$ , то ПФ (7) может быть записана в виде

$$H_{st}(k_x, \omega_{inc}) = c_{x,2}k_x^2 + c_{t,2}\omega_{inc}^2 + O[k_x^4 + \omega_{inc}^3]. \quad (9)$$

Главные члены разложения в (9) пропорциональны ПФ идеальных дифференциаторов 2-го порядка по пространственной переменной и во времени, и поэтому композитная МДМ-структура позволяет реализовать вычисление следующего дифференциального оператора, которое будем называть пространственно-временным дифференцированием 2-го порядка:

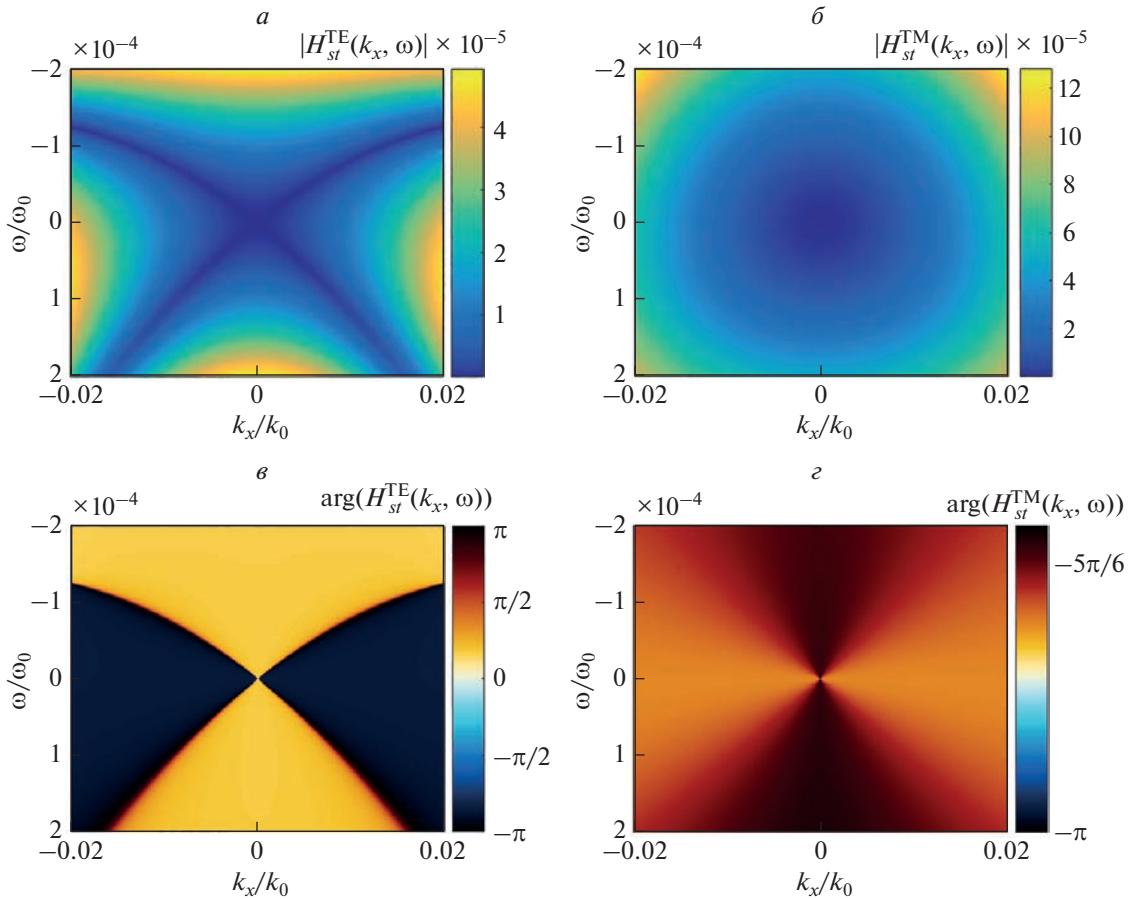
$$E_{refl}(x, t) = -c_{x,2} \frac{\partial^2 E_{inc}(x, t)}{\partial x^2} - c_{t,2} \frac{\partial^2 E_{inc}(x, t)}{\partial t^2}. \quad (10)$$

Отметим, что, как будет продемонстрировано в следующем разделе, различные соотношения между коэффициентами ряда Тейлора  $c_{x,2}$  и  $c_{t,2}$  в (9), (10) позволяют получить различные профили огибающих отраженного пространственно-временного импульса.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим возможность использования исследуемой композитной МДМ-структуры для выполнения операций пространственно-временного дифференцирования второго порядка (10) на примере падающих ТЕ- и ТМ-поляризованных пространственно-временных оптических импульсов с центральной частотой  $\omega_0 = 2.99 \text{ фс}^{-1}$  (длиной волны  $\lambda_0 = 630 \text{ нм}$ ) и гауссовым профилем огибающей  $P_{inc}(x, t) = \exp[-(x/\sigma_x)^2 - (t/\sigma_t)^2]$ , где  $\sigma_x = 18 \text{ мкм}$ ,  $\sigma_t = 5800 \text{ фс}$ .

Для реализации дифференциального оператора (10) была рассчитана композитная МДМ-структура, удовлетворяющая условию (5) и состоящая из слоев золота (Au), меди (Cu) и диоксида кремния ( $\text{SiO}_2$ ). Конфигурация слоев структуры, перечисленных сверху вниз, имеет вид Au— $\text{SiO}_2$ —Au— $\text{SiO}_2$ —Au— $\text{SiO}_2$ —Cu. Стоит отметить, что для



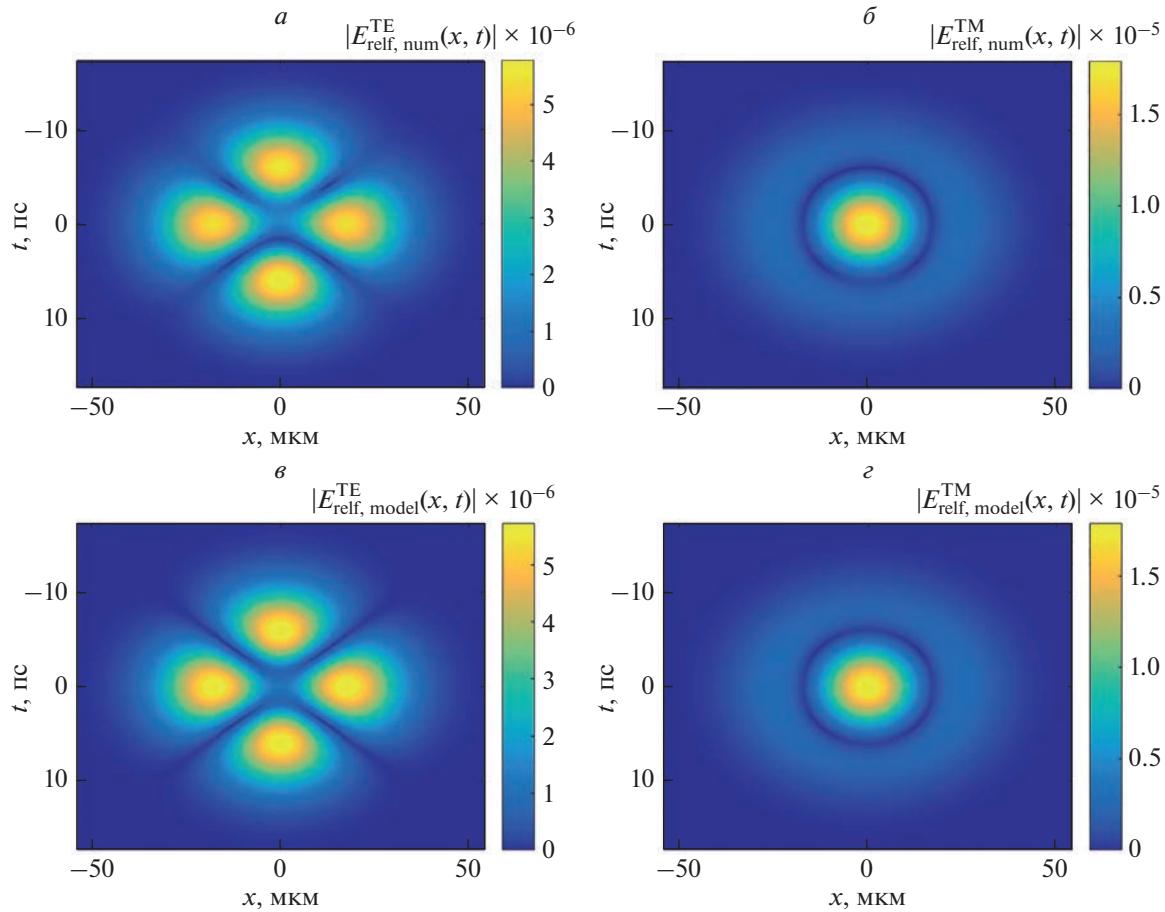
**Рис. 2.** Модули (*а, б*) и фазы (*в, г*) ПФ композитной МДМ-структурь, выполняющей преобразование ТЕ-поляризованного (левый столбец) и ТМ-поляризованного (правый столбец) пространственно-временных оптических импульсов.

рассматриваемого примера использование меди в качестве материала нижнего слоя обеспечило лучшие рабочие характеристики структуры (соотношения между коэффициентами в выражениях (9) и (10), приведенными ниже) по сравнению со случаем, когда все металлические слои структуры выполнены из золота. Указанная структура расположена на подложке из кварца ( $\text{SiO}_2$ ), над структурой — воздух. Для показателей преломления материалов использовались справочные данные [10, 11]. Толщины слоев рассчитанной структуры, имеющей нули второго порядка по  $\omega$  и по  $k_x$ , описываются следующим массивом: [21.6, 146.5, 33.8, 46.0, 34.5, 156.3, 100.0] нм.

На рис. 2 показаны рассчитанные с помощью строгого метода решения задачи дифракции на слоистых структурах [12] модуль и фаза (аргумент) пространственно-временных ПФ структуры  $H_{st}^{\text{TE}}$  — для ТЕ-поляризованных волн (рис. 2 $a$  и 2 $c$ ) и  $H_{st}^{\text{TM}}$  — для ТМ-поляризованных волн (рис. 2 $b$  и 2 $d$ ). Представленные ПФ хорошо ап-

проксимируются главными (квадратичными) членами разложения в (9) при  $c_{x,2} = 0.0024e^{-2.69i}$  мкм<sup>2</sup>,  $c_{t,2} = 276.9e^{0.45i}$  фс<sup>2</sup> (для ТЕ-поляризации) и  $c_{x,2} = 0.0031e^{-2.74i}$  мкм<sup>2</sup>,  $c_{t,2} = 276.9e^{-2.69i}$  фс<sup>2</sup> (для ТМ-поляризации).

Верхний ряд на рис. 3 показывает амплитуды отраженных ТЕ- (рис. 3, левый столбец) и ТМ- (рис. 3, правый столбец) поляризованных пространственно-временных импульсов ( $|E_{\text{refl, num}}^{\text{TE}}|$  и  $|E_{\text{refl, num}}^{\text{TM}}|$  соответственно), рассчитанных численно на основе формулы (8). Нижний ряд рис. 3 показывает аналитически полученные по формуле (10) “модельные” амплитуды отраженных импульсов  $|E_{\text{refl, model}}^{\text{TE}}|$  и  $|E_{\text{refl, model}}^{\text{TM}}|$ . Из рис. 3 видно, что численно рассчитанные огибающие отраженных импульсов хорошо описываются выражениями (10) при соответствующих значениях коэффициентов  $c_{x,2}$ ,  $c_{t,2}$ . Действительно, нормированное среднеквадратическое отклонение численно



**Рис. 3.** Численно (*а, б*) и аналитически (*в, г*) рассчитанные модули огибающих отраженных пространственно-временных ТЕ- (*а, в*) и ТМ- (*б, г*) поляризованных оптических импульсов.

рассчитанной огибающей отраженного импульса от “модельной” огибающей (10) для случая ТЕ-поляризации (рис. 3 $\alpha$  и 3 $\nu$ ) составляет 1.6%, а аналогичное значение для случая ТМ-поляризованного импульса (рис. 3 $\beta$  и 3 $\varepsilon$ ) – всего лишь 0.2%.

Отметим, что существенно различный вид огибающих отраженных импульсов на рис. 3 обусловлен различным соотношением между аргументами комплексных коэффициентов  $c_{x,2}$ ,  $c_{t,2}$  в случаях ТЕ- и ТМ-поляризации. Для ТЕ-поляризации (рис. 2 $\alpha$  и 2 $\nu$ ) разность фаз указанных коэффициентов близка к  $\pi$ , а для ТМ-поляризации (рис. 2 $\beta$  и 2 $\varepsilon$ ) – близка к нулю.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены условия нулевого отражения для одиночной и композитной МДМ-структур. С использованием теории линейных систем показано, что композитная МДМ-структура, имеющая при нормальном падении нуль отражения 2-го порядка по угловой и пространственной частотам, позволяет реализовывать операцию “про-

странственно-временного” дифференцирования 2-го порядка.

В рамках численного моделирования показано, что операция пространственно-временного дифференцирования 2-го порядка реализуется с высоким качеством (при среднеквадратичной ошибке менее 2%). При этом показано, что композитная МДМ-структура позволяет формировать различные оптические импульсы в зависимости от поляризации падающего излучения.

Полученные результаты могут найти применение при создании систем аналоговых оптических вычислений и оптической обработки информации.

Работа выполнена при поддержке Российской научного фонда (проект № 19-19-00514) в части исследования МДМ-структур и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН) в части реализации моделирующего программного обеспечения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Silva A., Monticone F., Castaldi G. et al.* // *Science*. 2014. V. 343. P. 161.
2. *Zhou Y., Zheng H., Kravchenko I.I., Valentine J.* // *Nature Photon.* 2020. V. 14. P. 316.
3. *Bykov D.A., Doskolovich L.L., Soifer V.A.* // *Opt. Lett.* 2011. V. 36. P. 3509.
4. *Doskolovich L.L., Bykov D.A., Bezus E.A., Soifer V.A.* // *Opt. Lett.* 2014. V. 39. P. 1278.
5. *Golovastikov N.V., Doskolovich L.L., Bezus E.A. et al.* // *J. Exp. Theor. Phys.* 2018. V. 127. P. 202.
6. *Karimi A., Zarifkar A., Miri M.* // *J. Opt. Soc. Amer. B.* 2019. V. 36. P. 1738.
7. *Kashapov A.I., Doskolovich L.L., Bezus E.A. et al.* // *J. Optics*. 2021. V. 23. No. 2. Art. No. 023501.
8. *Zhang J., Ying Q., Ruan Z.* // *Opt. Lett.* 2019. V. 44. P. 4511.
9. *Golovastikov N.V., Bykov D.A., Doskolovich L.L.* // *Opt. Lett.* 2015. V. 40. P. 3492.
10. <https://refractiveindex.info>.
11. *Johnson P.B., Christy R.W.* // *Phys. Rev. B*. 1972. V. 6. No. 12. P. 4370.
12. *Moharam M.G., Pommet D.A., Grann E.B. Gaylord T.K.* // *J. Opt. Soc. Amer. A*. 1995. V. 12. P. 1077.

## Second-order optical differentiator based on a composite metal–dielectric–metal structure

**A. I. Kashapov<sup>a, b, \*</sup>, E. A. Bezus<sup>a, b</sup>, D. A. Bykov<sup>a, b</sup>, L. L. Doskolovich<sup>a, b</sup>**

<sup>a</sup>*Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the Federal Scientific Research Centre “Crystallography and Photonics” of the Russian Academy of Sciences, Samara, 443001 Russia*

<sup>b</sup>*Samara National Research University, Samara, 443086 Russia*

*\*e-mail: ar.kashapov@outlook.com*

Optical properties of a composite structure consisting of two sequentially arranged three-layer metal-dielectric-metal structures (MDM-structures) are considered. It is shown that such a composite MDM-structure can perform second-order spatiotemporal differentiation with high quality at normal incidence. The obtained results can find application in creating systems for analog optical computing and optical information processing.