

УДК 551.510.535

# МОДЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ РАСЧЕТА ПОЛНОГО ЭЛЕКТРОННОГО СОДЕРЖАНИЯ МЕТОДОМ РАЗНЕСЕННОГО ПРИЕМА СПУТНИКОВЫХ СИГНАЛОВ

© 2023 г. С. М. Черняков\*

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
“Полярный геофизический институт”, Анапиты, Россия

\*E-mail: smcherniakov@gmail.com

Поступила в редакцию 17.09.2022 г.

После доработки 05.10.2022 г.

Принята к публикации 26.10.2022 г.

Предложена методика модельной оценки погрешности расчета полного электронного содержания в ионосфере по данным разнесенного приема сигналов низкоорбитальных спутников. Для оценки погрешности использовалась динамическая модель электронной концентрации ионосферы Земли. Модельные оценки погрешностей расчета полного электронного содержания получены из рассчитанных модельных величин.

DOI: 10.31857/S0367676522700491, EDN: AJACHH

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из активно используемых параметров при изучении свойств верхней атмосферы является полное электронное содержание (ПЭС) [1]. Для получения ПЭС используют, как правило, фазовые методы, поскольку для их применения возможно использование спутников, запущенных для выполнения других целей [2, 3]. К ним относятся, например, навигационные спутники, излучающие когерентные волны. Первые спутниковые навигационные системы были основаны на использовании низкоорбитальных спутников типа американской системы “Транзит” (высота 1075 км, период обращения 106 мин, наклонение  $\sim 90^\circ$ ) и российских “Цикада” и “Парус” (высота 1000 км, период обращения 105 мин, наклонение  $83^\circ$ ). Спутники этих систем непрерывно излучали по две когерентные частоты 150 и 400 МГц [4].

Современные спутники, находящиеся на низкой околоземной орбите, (например, созвездия спутников OneWeb, SpaceX, LeGNSS, Kepler) имеют высоты до 2000 км и предназначены для различных целей, но некоторые из них могут быть использованы для исследования ионосферы, поскольку имеют на борту передатчики, излучающие когерентные частоты [5]. Предполагается, что низкоорбитальные спутники будут все активнее использоваться для целей навигации, коммуникации, наблюдения за поверхностью Земли, развития глобальной сети Интернет и число их на орбите будет расти. При этом боль-

шая часть таких спутников будет иметь на борту передатчики, излучающие когерентные волны, и зона их действия будет охватывать весь земной шар.

Результирующая разность фаз  $\Phi$  излучаемых когерентных частот 150 и 400 МГц зависит от интеграла электронной плотности  $N$  вдоль луча зрения от спутника  $S$  до приемника  $R$ , т.е. от ПЭС [2]:

$$\Phi = C \int_R^S N ds,$$

где  $C$  — постоянная, зависящая от используемых когерентных частот и равная в нашем случае

$4.81 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ ,  $\int_R^S N ds$  — полное электронное содержание вдоль луча зрения со спутника до приемника. В дальнейшем, под фазой мы будем понимать разностную фазу.

Полученное значение ПЭС относится к линии зрения от приемника на спутник, и его нельзя отнести к какой-то конкретной точке пространства. В таком виде ПЭС применяется для решения некоторых задач, но при необходимости локализации возмущений, фиксируемых в ПЭС, возникает неопределенность в их положении. Для устранения неопределенности ПЭС привязывают к какой-либо высоте на линии зрения. Для этого используют приближение тонкого фазового экрана [6], согласно которому изменения в сигнале происходят лишь на этом экране, расположенном на какой-то высоте. В месте пересечения луча зрения приемник—спутник с этой высотой, ко-

торое называют ионосферной точкой, выполняется геометрический пересчет наклонного ПЭС в вертикальное полное электронное содержание (ВПЭС) простым умножением ПЭС на косинус угла  $\chi$  между вертикалью и лучом зрения со спутника на приемник. ВПЭС, таким образом, представляет собой полное электронное содержание в вертикальном столбе единичного сечения, проходящего через ионосферную точку.

Рассматривая экспериментальный дискретный временной ряд изменений фазы  $\Phi_i$ , получаемый вдоль траектории пролета спутника, формулу расчета фазы можно записать следующим образом:

$$\Phi_i + \Phi_0 = CD_i I_i; \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (1)$$

где  $\Phi_i$  значение наблюдаемой разностной фазы в момент времени  $t_i$ ,  $\Phi_0$  — неизвестная начальная фаза,  $C$  — постоянная,  $D_i = \sec \chi_i$ ,  $\chi$  — угол между вертикалью и лучом зрения со спутника на приемник в ионосферной точке,  $I_i$  — вертикальное полное электронное содержание в момент времени  $t_i$ ,  $k$  — число точек отсчета вдоль траектории спутника. Это приближение применимо с хорошей точностью при углах места спутника больше  $30^\circ$ , поэтому нами для расчета выбирались углы места спутников более  $30^\circ$ . Обычно полагают, что выбор высоты ионосферной точки не критичен для перерасчета при высоте угла возвышения более  $30^\circ$ , а высота 400 км вполне подходит для решения большинства задач [1].

Основная трудность расчета ПЭС вдоль линии зрения приемник-спутник в эксперименте заключается в том, что в эксперименте фиксируется лишь фаза от  $-\pi$  до  $\pi$  и нам неизвестна полная фаза  $\Phi_0$ , набежавшая при прохождении сигнала от спутника до приемника в начальный момент записи, так называемая начальная фазовая постоянная. Поэтому фактически по изменению экспериментальной фазы во время движения спутника можно рассчитать только изменение ПЭС. Для того чтобы получить массив значений ПЭС между приемником и спутником по формуле (1) надо знать начальную фазовую постоянную  $\Phi_0$ .

Для получения начальной фазовой постоянной предлагаются различные варианты. В работе [7] показана возможность разрешения фазовой неоднозначности по данным одной станции при использовании сигналов на более чем трех когерентных частотах. Использование более простых модельных представлений о среде в случае одноточечного приема сигналов низкоорбитальных спутниковых радиомаяков для локальной оценки вертикального полного электронного содержания предложено в работе [8].

Для получения начальной фазовой постоянной на различных станциях использовались одновременные наблюдения сигналов ИСЗ в ос-

новном с целью сравнения результатов расчетов ПЭС по различным методикам и коррекции полученных значений, поскольку предполагалось, что в ионосферной точке, которую видели с обеих станций, значение ВПЭС должно быть одинаково [9, 10].

Дальнейшее развитие фазовых измерений в нескольких приемных точках для расчета  $\Phi_0$  предложено в работе [11], оно лежит в основе рассматриваемого здесь метода разнесенного приема сигналов низкоорбитальных спутников. Если использовать метод наименьших квадратов для массивов данных на двух станциях, то можно определить эти неизвестные постоянные, исходя из минимума следующего выражения:

$$\sum_{i=1}^k (\Phi_{01}/D_{i1} + \Phi_{i1}/D_{i1} - \Phi_{02}/D_{i2} - \Phi_{i2}/D_{i2})^2,$$

где  $k$  — число совпадающих ионосферных точек в массивах экспериментальных данных двух приемных пунктов за время пролета спутника. Предполагается, что тем самым значительно улучшается оценка получаемых значений начальных фазовых постоянных  $\Phi_{01}$  и  $\Phi_{02}$ .

## МОДЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ ПОЛНОГО ЭЛЕКТРОННОГО СОДЕРЖАНИЯ

Как показали предыдущие исследования, использование метода разнесенного приема сигналов спутников является информативным способом получения данных о структуре и динамике ионосферы [12]. Как и при применении других методов в экспериментальных исследованиях, существенным является вопрос точности получаемых ими данных. Сравнение результатов этого метода с данными независимых экспериментальных методов показало его применимость с хорошей точностью для исследования высокоширотной ионосферы в условиях различных возмущений [13, 14].

Наличие моделей ионосферы дает возможность проводить оценку точности экспериментальных методов более простым способом. В нашем случае, используя модель ионосферы, мы можем оценить погрешность определения ПЭС при использовании метода разнесенного приема сигналов низкоорбитальных навигационных спутников.

В качестве исходной модели ионосферы взята динамическая модель электронной концентрации ионосферы Земли [15]. Модель полностью описывается в виде простых уравнений. Для заданных координат точки и входных параметрах, описывающих время и геомагнитную ситуацию, можно рассчитать значение электронной концентрации в этой точке. Задав двумерное распределение точек в плоскости пролета низкоорби-

тального спутника, можно получить пространственное распределение электронной концентрации для заданного момента времени.

Модельная оценка погрешности восстановления ПЭС по методу разнесенного приема выполнялась с использованием данных о реальных пролетах спутников и местоположении использовавшихся в экспериментах приемных пунктов сигналов спутников при некоторых модельных упрощениях. Время пролета спутника в зоне радиовидимости приемного пункта обычно занимает около 15 мин. Полагая, что за это время в ионосфере не происходят существенные изменения, для времени пересечения спутником широты приемного пункта Верхнетуломский рассчитывалось модельное двумерное распределение электронной концентрации в плоскости вдоль фиксированной долготы  $33^\circ$  в.д. Проекция нисходящей ветви зенитных низкоорбитальных спутников в районе Кольского полуострова лежала вблизи этой долготы. Для оценки выбирался виртуальный пролет спутника вдоль долготы  $33^\circ$  в.д., время пролета и широты которого взяты из реального пролета спутника. Поскольку используемая модель является трехмерной, то можно усложнить задачу и рассчитать все параметры для реально используемых при наблюдениях пролетов, которые, как правило, не являются зенитными, хотя и близки к ним. Это позволит исследовать влияние возможных долготных градиентов электронной концентрации на рассчитываемые величины погрешности, но это не является предметом данного рассмотрения. Плоскостная картина распределения выбрана для упрощения расчета и существенным образом не влияет на результат.

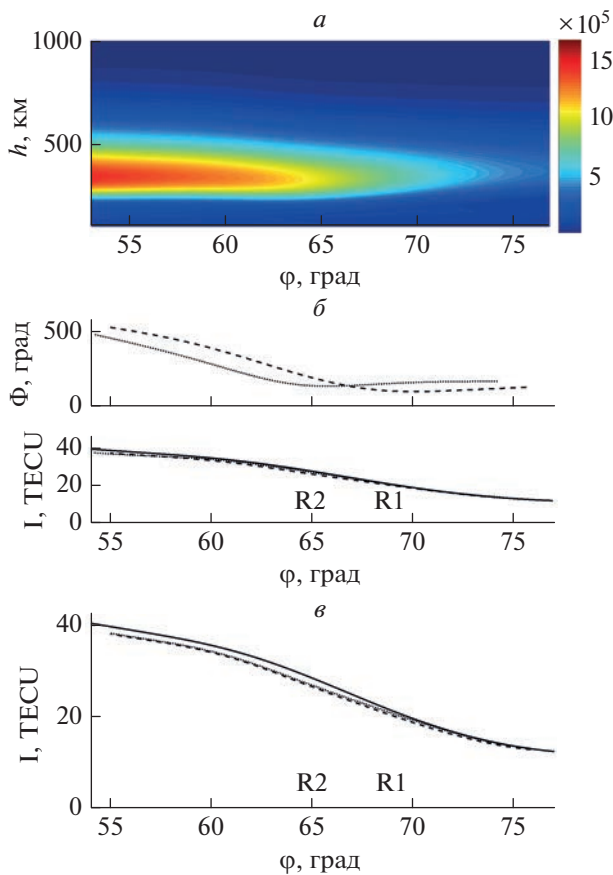
Знание координат приемного пункта и широты виртуального пролета спутника при фиксированной долготе позволяет рассчитать дальность до спутника по линии зрения приемный пункт-виртуальный спутник и ПЭС вдоль линии зрения. Из полученного ПЭС, можно рассчитать полную фазу  $F$  вдоль линии зрения приемник-спутник. Таким образом, задавая реальное время пролета спутника и его широту можно получить для выбранного пункта приема сигналов спутников модельное значение полной фазы  $F_i$  вдоль линии зрения приемник-виртуальный спутник для каждого момента времени пролета спутника  $t_i$ , т.е., в конечном счете, массив значений полных модельных фаз  $F_i$  для каждого пункта наблюдения. Первое значение полной фазы в этих массивах представляет собой начальную фазовую постоянную для каждого пункта наблюдения:  $F_{01}$  и  $F_{02}$ , определение которых представляет собой основную трудность при экспериментальном определении ПЭС. Вычитая из полученного массива полных фаз  $F_i$  значение фазы в начальный мо-

мент расчета  $F_0$ , получаем массивы фаз  $\Phi_i$ , которые соответствуют экспериментальным фазам, используемым для расчета в каждом приемном пункте. Используя эти массивы фаз  $\Phi_{i1}$  и  $\Phi_{i2}$ , по методу разнесенного приема можно рассчитать “экспериментальные” начальные фазы для каждого приемного пункта ( $\Phi_{01}$ ,  $\Phi_{02}$ ). В идеальном варианте начальные фазовые постоянные  $\Phi_{01}$  и  $\Phi_{02}$ , рассчитанные из массивов фаз  $\Phi_{i1}$  и  $\Phi_{i2}$  по методу разнесенного приема сигналов, должны быть равны, соответственно, первым фазам  $F_{01}$  и  $F_{02}$ . Сравнение рассчитанных по методу разнесенного приема начальных фаз  $\Phi_{01}$  и  $\Phi_{02}$  с начальными фазами  $F_{01}$  и  $F_{02}$  даст оценку погрешности расчета начальных фазовых постоянных методом разнесенного приема.

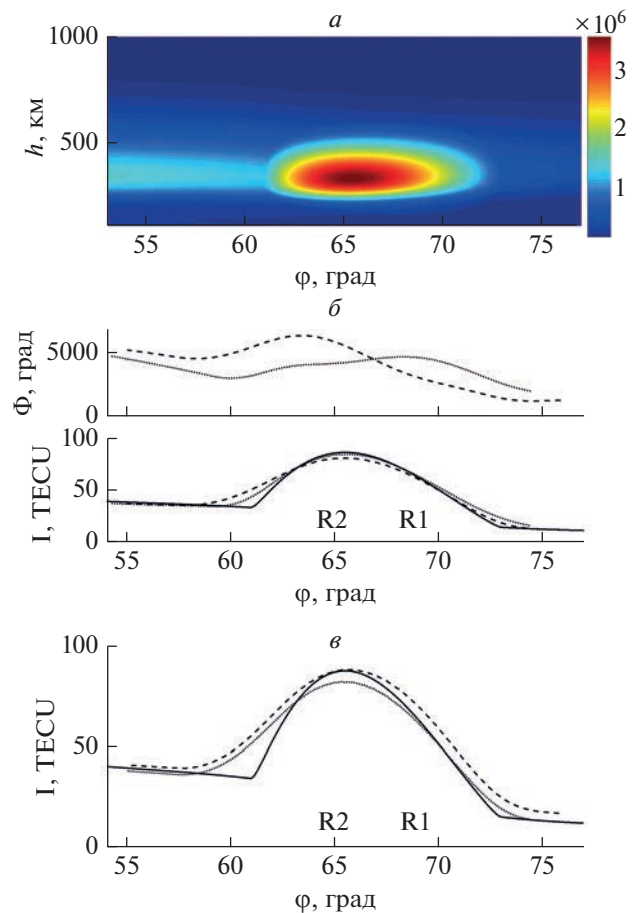
Оценим точность определения ПЭС на примере двух модельных распределений электронной концентрации, подобных приведенных на рис. 1а и 2а. Первое распределение (рис. 1а) соответствует спокойному состоянию в ионосфере в дневное время ( $t=12:30$  UT,  $Kp=0$ ,  $R=169$ ), второе можно наблюдать во время суббури при появлении плазменного кольца в районе наблюдения ( $t=01:58$  UT,  $Kp=2+$ ,  $R=169$ ) [12]. Модельное плазменное кольцо было получено путем искусственного изменения спокойного распределения электронной концентрации включением в него области повышенной концентрации. Интегрирование электронной концентрации по высоте для каждой из широт, которые использовались для расчета двумерного модельного распределения электронной концентрации, дает модельное ВПЭС для каждой из этих широт и в результате модельный профиль ВПЭС по широте. Этот профиль ВПЭС не зависит от выбора пункта наблюдения, а рассчитан непосредственно из двумерного распределения электронной концентрации. Значения ВПЭС приведены в общепринятых в литературе единицах TECU ( $1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ м}^{-2}$ ).

Для каждого пункта наблюдения рассчитывался свой массив модельного ПЭС и, следовательно, массив полных фаз  $F$ . Примеры получаемых фаз  $F$  приведены на верхних рис. 1б и 2б. На приведенных рисунках штриховыми линиями обозначены фазы  $F$ , рассчитанные для пункта R1 ( $69^\circ$  с.ш.,  $33^\circ$  в.д.), точечными – для пункта R2 ( $65^\circ$  с.ш.,  $33^\circ$  в.д.).

Перерасчет ПЭС в ВПЭС в пунктах наблюдения R1 и R2 выполнялся для ионосферных точек на высоте 400 км. На нижних рис. 1б и 2б приведено ВПЭС, которое было получено при выбранных распределениях электронной концентрации: из приемного пункта R1 (штриховая линия), из приемного пункта R2 (точечная линия) и модельное ВПЭС по широте (сплошная линия). Видно, что широтные профили ВПЭС, получаемые в различных приемных пунктах, зависят от пункта наблюдения. Отметим также, что выбор ионо-



**Рис. 1.** Модельное распределение электронной концентрации ( $\text{cm}^{-3}$ ) (спокойные условия) (а). Вид рассчитанных модельных фаз (верхний рисунок) и ВПЭС (нижний рисунок) (спокойные условия) (б). Вид модельного ВПЭС (сплошная линия), рассчитанного ВПЭС из приемного пункта R1 (модельного (точечная линия) и “экспериментального” (штриховая линия)) (спокойные условия) (в).



**Рис. 2.** Модельное распределение электронной концентрации ( $\text{cm}^{-3}$ ) (плазменное кольцо) (а). Вид рассчитанных модельных фаз (верхний рисунок) и ВПЭС (нижний рисунок) (плазменное кольцо) (б). Вид модельного ВПЭС (сплошная линия), рассчитанного ВПЭС из приемного пункта R1 (модельного (точечная линия) и “экспериментального” (штриховая линия)) (плазменное кольцо) (в).

сферной высоты влияет на величину получаемого ВПЭС. Сравнение модельного ВПЭС с ВПЭС, получаемом в пункте наблюдения, можно использовать для оценки погрешностей, связанных с положением приемной станции относительно рассматриваемых структур в ионосфере и выбором ионосферной высоты для перерасчета ПЭС в ВПЭС.

В случае спокойной ионосферы (рис. 1б) модельное ВПЭС и ВПЭС, определяемое в пунктах наблюдения, близки друг к другу. Таким образом в спокойных геофизических условиях вид ВПЭС восстанавливается в приемных пунктах достаточно хорошо. При наличии в ионосфере изолированных неоднородностей (рис. 2б) широтные модельные профили ВПЭС, которые получают в разных приемных пунктах, и модельный широтный профиль ВПЭС имеют отличия. Наибольшее

несоответствие наблюдается в местах с резким изменением электронной концентрации.

Начальные фазы  $\Phi_{01}$  и  $\Phi_{02}$  из фаз  $\Phi_{i1}$  и  $\Phi_{i2}$  были рассчитаны по методу разнесенного приема для случаев спокойной ионосферы и плазменного кольца. Используя полученные значения рассчитанных начальных фаз  $\Phi_{01}$  и  $\Phi_{02}$  и массивы фаз  $\Phi_{i1}$  и  $\Phi_{i2}$ , можно рассчитать “экспериментальное” ВПЭС для первого и второго приемных пунктов, в которое входит погрешность определения начальной фазовой постоянной при расчете по методу разнесенного приема. Это дает возможность сравнить поведение ВПЭС, полученного из модели в пункте приема, с “экспериментальным” ВПЭС, полученным с использованием метода разнесенного приема, т.е. оценить влияние погреш-

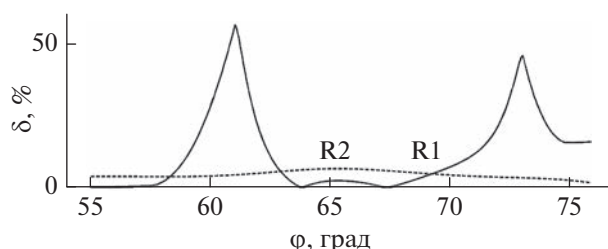


Рис. 3. Относительная погрешность  $\delta$  расчета ВПЭС в пункте приема R1.

ности определения начальной фазовой постоянной на погрешность расчета ВПЭС.

На рис. 1в и 2в приведено модельное ВПЭС (сплошная линия), а также ВПЭС, рассчитанное для пункта наблюдения R1: точечная линия показывает ВПЭС, рассчитанное по ПЭС, полученному из модели, а штриховая линия — ВПЭС, рассчитанное из фаз  $\Phi_{i1}$  и начальной фазовой постоянной  $\Phi_{01}$ , которая получена с использованием метода разнесенного приема (“эксперимент”). Сравнение ВПЭС, полученного из модели для данного пункта, и “экспериментального” ВПЭС, полученного из фаз  $\Phi_{i1}$  с учетом рассчитанной начальной фазы  $\Phi_{01}$ , показывает, что они во многом похожи.

Для оценки погрешности определения ВПЭС была рассчитана относительная погрешность  $\delta$  расчета “экспериментального” ВПЭС, рассчитанного из пункта наблюдения R1, относительно модельного ВПЭС, не зависящего от пункта наблюдения, по формуле:

$$\delta_{\text{экс}} = \frac{|\text{ВПЭС}_{\text{экс}} - \text{ВПЭС}_{\text{мод}}|}{\text{ВПЭС}_{\text{мод}}} \cdot 100\%.$$

На рис. 3 показаны значения относительной погрешности  $\delta$  расчета ВПЭС для пункта приема R1 в зависимости от географической широты  $\varphi$  для спокойных условий (штриховая линия) и в случае плазменного кольца (сплошная линия).

Расчеты для начальных фаз в приемном пункте R1 показали следующее: а) для спокойных условий разность начальных фазовых постоянных  $\Phi_0$  и  $F_0$  равна  $33.3^\circ$ , относительная погрешность = 2.7%, б) для случая плазменного кольца разность  $\Phi_0$  и  $F_0$  равна  $186.2^\circ$ , относительная погрешность = 12.8%. Таким образом, можно сказать, для рассмотренных случаев метод разнесенного приема дает удовлетворительные оценки начальной фазовой постоянной.

Рассмотренные случаи показывают, что для приемных пунктов, разнесенных на четыре градуса вдоль долготы, в случае спокойных условий в ионосфере относительная погрешность определения ВПЭС с использованием метода разнесен-

ного приема не превышает 7%. В случае плазменного кольца относительная погрешность определения ВПЭС меняется в зависимости от широты и не превышает 60%. Повышенные значения относительной погрешности относятся к областям с резким изменением ВПЭС. В спокойных условиях форма и величина ВПЭС восстанавливается хорошо. В случае плазменного кольца относительная погрешность определения ВПЭС зависит от формы плазменного кольца и наибольшая в областях резкого измерения ВПЭС.

Адаптация динамической модели ионосферы позволяет получить двумерное распределение электронной концентрации, близкое к наблюдаемому в эксперименте, а выполненные модельные расчеты дают возможность получить оценочные значения погрешностей определения начальной фазовой постоянной для реальной конфигурации приемных пунктов и условий в ионосфере. Преимуществом такого подхода к оценке точности получаемой начальной фазовой постоянной является то, что, меняя расположение приемных пунктов относительно друг друга, можно оценить влияние расстояния между приемными пунктами на точность определения экспериментального ВПЭС, а также на пространственное разрешение структур электронной плотности. Это позволит при подготовке эксперимента выбрать расстояния между приемными пунктами, которые соответствуют поставленной задаче.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена методика, позволяющая оценить погрешность получения начальной фазовой постоянной методом разнесенного приема сигналов низкоорбитальных спутников. Оценены значения погрешностей определения начальной фазовой постоянной и ВПЭС для случаев спокойной ионосферы и плазменного кольца. Для спокойных условий в ионосфере относительная погрешность определения начальной фазовой постоянной не превысила 3%, а в случае плазменного кольца — 13%, для ВПЭС относительная погрешность в спокойных условиях не превышала 7%, а в случае плазменного кольца не превышала 60%. Большие значения относительной погрешности были в областях резкого изменения ВПЭС. Предложенная методика позволяет оценить вероятную погрешность при выборе положения приемных пунктов относительно друг друга, а также погрешности при выборе ионосферной высоты перерасчета наклонного ПЭС в ВПЭС при рассмотрении интересующей ситуации в ионосфере. Для расчетов погрешностей рассмотренная модель была выбрана из-за простоты и малого времени расчета электронной концентрации. При использовании другой модели результаты могут быть отличными, но незначительно.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Афраймович Э.Л., Первалова Н.П.* GPS-мониторинг верхней атмосферы Земли. Иркутск: Изд-во ГУ НЦ РВХ ВСНЦ СО РАМН, 2006. 480 с.
2. *Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Андреева Е.С.* Радиотомография ионосферы. М.: Физматлит, 2007. 336 с.
3. *Yasyukevich Y.V., Vesnin A.M., Kiselev A.V. et al.* // Universe. 2022. V. 8. No. 2. P. 98.
4. *Богданов В.А., Сорочинский Е.В., Якшевич Е.В.* Спутниковые системы морской навигации. М.: Транспорт, 1987. 200 с.
5. *Ge H., Li B., Jia S. et al.* // Geo-spatial Inform. Sci. 2022. V. 25. No. 1. P. 1.
6. *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. М.: Мир, 1981. 280 с.
7. *Романов А.А., Новиков А.В., Романов А.А.* // Вопр. электромех. 2009. Т. 111. С. 31.
8. *Андреева Е.С., Назаренко М.О., Нестеров И.А. и др.* // Изв. вузов. Радиофиз. 2020. Т. 63. № 11. С. 942.
9. *Rao N.N., Klobuchar J.A.* // J. Geophys. Res. 1968. V. 73. No. 19. P. 6373.
10. *Dugassa T., Habarulema J.B., Nigussie M.* // Ann. Geophys. 2019. V. 37. P. 1161.
11. *Leitinger R., Schmidt G., Tauriainen A.* // J. Geophys. 1975. V. 41. No. 2. P. 201.
12. *Черняков С.М., Шульгина Н.В.* // Геомагн. и аэрон. 1995. Т. 35. № 6. С. 102; *Chernyakov S.M., Shulgina N.V.* // Geomagn. Aeron. 1995. V. 35. No. 6. P. 806.
13. *Черняков С.М., Терещенко Е.Д., Куницын В.Е., Брюнелли Б.Е.* // Геомагн. и аэрон. 1992. Т. 32. № 4. С. 94; *Cherniakov S.M., Tereshchenko E.D., Kunitsyn V.E., Brunelli B.E.* // Geomagn. Aeron. 1992. V. 32. No. 5. P. 82.
14. *Chernyakov S.M., Tereshchenko E.D., Brunelli B.E., Nygren T.* // Ann. Geophys. 1993. V. 11. P. 10.
15. ГОСТ 25645.140-86-25645.142-86. Модели распределения электронной концентрации.

## Model estimation of total electron content calculation error by the method of spaced reception of satellite signals

S. M. Cherniakov\*

*Polar Geophysical Institute, Apatity, 184209 Russia*

*\*e-mail: smcherniakov@gmail.com*

The method for model estimation of the total electron content calculation error in the ionosphere from the data of spaced reception of signals from low Earth orbit satellites was proposed. To estimate the accuracy, a dynamic model of the electron density of the Earth's ionosphere was used. Model estimations of the errors of the total electron content calculations from calculated model values were received.