ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2023, том 87, № 10, с. 1482–1492

УДК 535.14

ЛОКАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ТЕОРИИ ОТКРЫТЫХ ОПТИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ И “НАРУШЕНИЕ” ВТОРОГО НАЧАЛА ТЕРМОДИНАМИКИ

© 2023 г. М. К. Алексашин[1], А. М. Башаров[2, *], А. И. Трубилко[3]

[1]Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное учреждение “Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

[3]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Санкт-Петербургский университет Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий”, Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: basharov@gmail.com

Поступила в редакцию 20.04.2023 г.
После доработки 22.05.2023 г.
Принята к публикации 28.06.2023 г.

При корректном вычислении потоков энергии между термостатами, в которые распадаются нерезонансно связанные между собой квантовые гармонические осцилляторы, нет никакого нарушения второго начала термодинамики при использовании локального подхода, о котором сообщалось ранее.

DOI: 10.31857/S0367676523702599, **EDN:** VFEFCX

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] вычислены потоки энергии между термостатами, с которыми взаимодействуют два нерезонансно связанных между собой квантовых осциллятора (рис. 1). При определенных значениях частот осцилляторов и других параметрах задачи было уставлено, что от более холодного термостата через систему нерезонансно связанных осцилляторов идет поток к более горячему термостату, так что авторы провозгласили нарушение второго начала термодинамики в теории открытых систем при рассмотрении открытой системы в приближении вращающейся волны. Авторы также рассмотрели задачу о потоках, выполнив диагонализацию гамильтониана и никакого нарушения второго начала термодинамики не обнаружили. С тех пор с подачи авторов работы [2] в теории открытых квантовых систем стали различать локальный и глобальный подходы, причем локальный подход стал казаться не совсем корректным, в некотором роде, ввиду подобных противоречий (о противоречиях также говорилось и в работах [3–5]).

В данной работе в рамках локального подхода решена та же задача, что и в работе [1]. Показано, что никакого нарушения второго начала термодинамики нет. При этом была применена алгебраическая теория возмущений. Подчеркнуто различие между использованным в [1] приближением вращающейся волны и алгебраической теорией возмущений, а также необходимость алгебраической теории возмущений в задачах изучения динамики открытой квантовой оптической системы при использовании марковского приближения.

Необходимо сделать следующие замечания по марковской теории открытой оптической квантовой системы и приближению вращающейся волны. Одно из условий марковости предполагает, что окружение открытой системы описывается дельта-коррелированным процессом. Формально, чтобы время корреляции можно было положить равным нулю, характерные времена открытой системы должны быть большими, по сравнению с временем корреляции окружения. В оптических системах это не так. В операторе взаимодействия открытой оптической системы с окружением есть быстроменяющиеся во времени слагаемые: малое время суть обратная частота характерного квантового перехода [6]. Поэтому прежде, чем применять марковское приближение необходимо избавиться от соответствующих быстро меняющихся во времени слагаемых в операторе взаимодействия. Обычно это достигается применением приближения вращающейся волны, как в [1]. При этом нет рецепта учета отброшенных

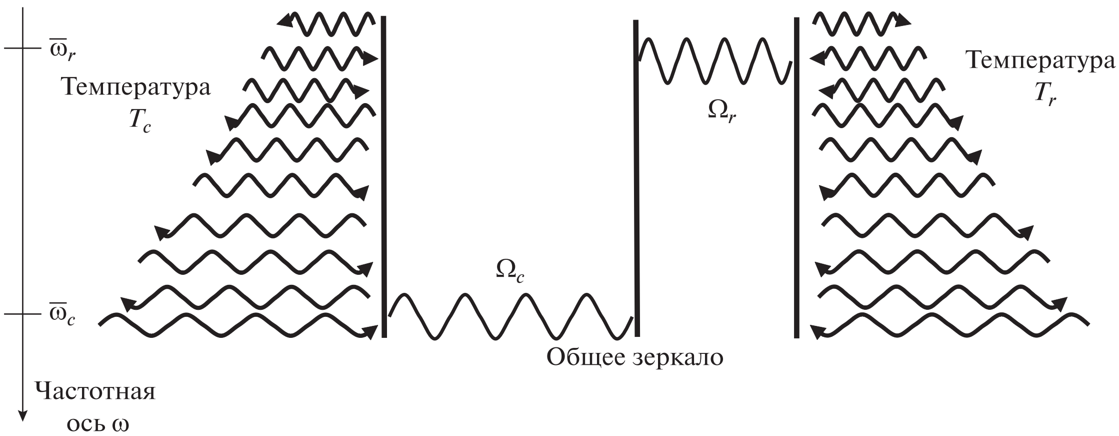

Рис. 1. Геометрия задачи. Два гармонических осциллятора с существенно различными частотами Ω_c и Ω_r нерезонансно связаны друг с другом и каждый резонансно взаимодействует со "своим" термостатом при температурах T_c и T_r. Осцилляторы схематично изображены как резонаторы, взаимодействие между которыми осуществляется на зеркале.

слагаемых. Исключение быстроменяющихся слагаемых оператора взаимодействия в алгебраической теории возмущений [7, 8] проводится на основе унитарной симметрии квантовой теории, что удобно проводить в представлении взаимодействия. Требование отсутствия быстроменяющихся слагаемых определяет эффективный гамильтониан и отличает саму алгебраическую теорию возмущений от других, основанных на унитарном преобразовании [8].

Следует также отметить непоследовательность работ по применению глобального подхода к теории открытых оптических систем. Зачастую, они используют в качестве исходного гамильтониана гамильтониан, записанный в приближении вращающейся волны [9, 10]. Исключением являются работы [11—13].

Ниже мы продемонстрируем применение алгебраической теории возмущений к задаче, рассмотренной в [1] и представленной на рис. 1. Следует отметить, что для каждого нового условия взаимодействия алгебраическую теорию возмущений нужно применять заново, поскольку новое взаимодействие обуславливает новые каналы релаксации и накачки открытой оптической системы. В нашем случае каждый из рассматриваемых осцилляторов открытой системы начинает взаимодействовать с "чужим" термостатом. Это эффект следующего порядка малости по сравнению с взаимодействием со "своим" термостатом. Этот эффект отсутствует в работе [1]. Вывод работы [1] по противоречию со вторым началом термодинамики основан на использовании значений параметров, которые не отвечают соответствующим ограничениям, накладываемым алгебраической теории возмущений на слагаемые приближения вращающейся волны.

В данной работе посредством метода алгебраической теории возмущений мы построили эффективный гамильтониан задачи до слагаемых второго порядка по константам связи. Показано, что эти слагаемые продуцируют частотные сдвиги собственных частот самих осцилляторов и термостатов, описывающие как их лэмбовские сдвиги в широкополосных вакуумных полях, так и штарковские сдвиги, обусловленные взаимодействием с системами в возбужденных состояниях. Кроме этого, полученные слагаемые описывают и воздействие осциллятора на взаимодействующий с ним "чужой" термостат, эти слагаемые открывают новый канал релаксации осциллятора, определенный совместным действием нелинейного взаимодействия осцилляторов между собой и корректным учетом в алгебраической теории возмущений резонансного характера взаимодействия осциллятора соседа со своим термостатом. Получено новое кинетическое уравнение для открытой системы, определяющее независимый характер релаксации осцилляторов в рассматриваемой задаче.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем предполагать следующую постановку задачи. Пусть существуют два бозонных осциллятора с существенно разными частотами Ω_c и Ω_r, каждый из которых описывается бозонными коммутационными соотношениями $[\alpha, \alpha^+] = 1$ отвечающими операторам рождения c^+, r^+ и уничтожения c, r соответствующего осциллятора. Будем считать, что указанные осцилляторы взаимодействуют между собой нерезонансно, иными словами, в крыле линии поглощения какого-либо из них или в дисперсионном пределе. Кроме того, каждый из осцилляторов взаимодействует термостатами A и B с температурами T_c и T_r. Будем считать, поскольку частоты осцилляторов сильно различаются, что термостат A воздействует на осциллятор c квазирезонансно, а его воздействие на осциллятор Ω_r определяется корректным учетом резонансного взаимодействия, т.е. слагаемыми, которыми пренебрегают в приближении вращающейся волны. Для термостата B предполагается аналогичная ситуация, он будет квазирезонансным образом воздействовать на осциллятор r, и опосредовано с осциллятором частотой Ω_c. Каждый из термостатов или системы, обладающих большим числом степеней свободы, также описывается гейзенберговыми коммутационными соотношениями, характерными для бозонных систем. Операторы рождения и уничтожения первого из термостатов на частоте ω обозначим как a^+_ω, a_ω, а второго как b^+_ω, b_ω, $\left[a_{\omega'}, a^+_\omega\right] = \delta_{\omega',\omega}$, $\left[b_{\omega'}, b^+_\omega\right] = \delta_{\omega',\omega}$. Под взаимодействием термостата с осциллятором здесь предполагаются выполненными обычные условия слабого взаимодействия подсистемы в широкой полосе взаимодействия с термодинамически равновесным состоянием окружения, когда собственно обратным воздействием системы на термостат можно пренебречь, что является стандартным условием для построения кинетического уравнения. Найдем кинетическое уравнение, описывающее динамику открытой системы, в данном случае двух осцилляторов.

Как было продемонстрировано в работе [14], если второй осциллятор открытой системы изолированный, или игнорировано присутствие второго термостата, то рассматриваемый вид взаимодействия приводит к его необратимой релаксации в термостат первого осциллятора, но на частоте и в полосе частот, существенно отличной от той, в которую диссипирует первый осциллятор. Для первого осциллятора осуществляется резонансное взаимодействие в окрестности собственной частоты Ω_c. При этом ввиду нерезонансного характера взаимодействия второй осциллятор также будет взаимодействовать с этим же термостатом, но на своей собственной частоте Ω_r и в своей полосе частот. Эта диссипация описывается эффектом второго порядка и обусловлена возникновением квантового интерференционного канала, образованного резонансным взаимодействием первого осциллятора с термостатом и нерезонансным взаимодействием осцилляторов между собой. Полосы частот эффективного взаимодействия осцилляторов с термостатом, состояние которого считается термодинамически равновесным с заданной температурой, определяются скоростью распадов каждого из них. Кроме того в ввиду выбора модели дельта-коррелированного термостата взаимодействие каждого из осцилляторов осуществляется в полосе, в которой отклонение частоты от центральной, заданной собственной частотой осциллятора, должно быть много меньшим самой собственной ему соответствующей частоты $\left|\omega - \Omega_\alpha\right| \ll \Omega_\alpha$, $\alpha = c, r$.

Вывод кинетического уравнения для матрицы плотности открытой системы — двух осцилляторов — проведем на основе алгебраической теории возмущений. Ее основной парадигмой является получение эффективного гамильтониана взаимодействия, который не содержит быстроменяющихся во времени слагаемых. Именно получение такого эффективного гамильтониана задачи и последующее введение марковского приближения для представления окружения белым шумом, обеспечивает построение корректного уравнения для матрицы плотности подсистемы. При этом источники шумов равновесного термостата вводятся, моделируются, определяются как дельта коррелированные во времени случайные процессы, что и обеспечивает корректный вывод искомого уравнения в марковском приближении. Этот факт определяет особенность применяемого метода, поскольку традиционное введение различных методов усреднения, например Крылова—Боголюбова—Митропольского, обычно применяется к феноменологическим кинетическим уравнениям. Следует, однако, отметить, что применение марковских условий к эффективному гамильтаниану и волновому вектору системы в предлагаемом методе, приводит к математически неопределенному статусу уравнения Шрёдингера для оператора эволюции системы. Последнее оказывается корректным и определяется как квантовое стохастическое уравнение, если ввести порождающий, уничтожающий и считывающий случайные процессы и определить стохастические интегралы Ито. Используемая здесь методика не приводит к каким-нибудь существенным физическим противоречиям, парадоксам или артефактам в известных авторам задачах.

Запишем свободный гамильтониан системы H_0 и взаимодействие ее частей, которое считаем носит электродипольный характер. Свободный гамильтониан определяется гамильтонианами термостатов $H_{0,A} = \sum_\omega \hbar\omega a^+_\omega a_\omega$, $H_{0,B} = \sum_\omega \hbar\omega b^+_\omega b_\omega$ и осцилляторов $H_{0,c} = \hbar\Omega_c c^+_c c_c$, $H_{0,r} = \hbar\Omega_r c^+_r c_r$. Взаимодействие осцилляторов между собой опишем оператором взаимодействия $V_{c-r} = g(c^+ + c)(r^+ + r)$, где g отвечает параметру взаимодействия (константе связи).

Взаимодействие каждого из термостатов с осцилляторами запишем в следующем виде

$$V_A = \gamma_{cA}\sum_{\omega}(a_{\omega}^{+} + a_{\omega})(c^{+} + c) + \\ + \gamma_{rA}\sum_{\omega}(a_{\omega}^{+} + a_{\omega})(r^{+} + r),$$
$$V_B = \gamma_{rB}\sum_{\omega}(b_{\omega}^{+} + b_{\omega})(r^{+} + r) + \\ + \gamma_{cB}\sum_{\omega}(b_{\omega}^{+} + b_{\omega})(c^{+} + c),$$

где константы $\gamma_{\alpha A}$, $\gamma_{\alpha B}$ определяют параметры связи взаимодействий термостата с соответствующим осциллятором, которые мы обозначаем нижними индексами. При записи этих выражений предполагается, что значения указанных констант взаимодействий выбраны на центральной частоте соответствующего осциллятора и они неизменны внутри всей широкой полосы частот взаимодействий термостата с данным осциллятором. Это предположение уже является одним из проявлений марковского характера взаимодействия системы с широкополосным окружением и является традиционным для задач вывода кинетического уравнения для открытой системы. Отметим, что термостат A взаимодействует с осциллятором на частоте Ω_c резонансным образом, и этот же термостат воздействует на осциллятор на частоте Ω_r существенно нерезонансно. Для термостата B ситуация оказывается в точности обратной. Указанные взаимодействия именно так и проявятся в эффективном гамильтониане задачи, что мы продемонстрируем ниже. Отметим, что приведенные здесь взаимодействия бозевских осцилляторов в представленном виде в настоящее время традиционны для задач квантовой оптики.

ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН

Для построения эффективного гамильтониана воспользуемся унитарной симметрией квантовой механики. Для этого для волнового вектора системы $|\Psi\rangle$ и полного гамильтониана задачи $H = H_0 + V_{c-r} + V_A + V_B$ перейдем в картину Дирака по свободному гамильтониану H_0, что будем отражать явным написанием аргумента t операторозначных функций и выражений. Запишем уравнение Шрёдингера в используемой картине

$$\frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = -i\hbar H(t)|\Psi(t)\rangle, \tag{1}$$

где $H(t) = V_{c-r}(t) + V_A(t) + V_B(t)$ и определен следующими явными выражениями

$$V_{c-r}(t) = g(ce^{-i\Omega_c t} + c^{+}e^{i\Omega_c t})(re^{-i\Omega_r t} + r^{+}e^{i\Omega_r t}),$$
$$V_A(t) = V_{c-A}(t) + V_{r-A}(t),$$
$$V_{c-A}(t) = \gamma_{c-A}\sum_{\omega}(ce^{-i\Omega_c t} + c^{+}e^{i\Omega_c t})(a^{+}e^{i\omega t} + ae^{-i\omega t}),$$
$$V_{r-A}(t) = \gamma_{r-A}\sum_{\omega}(re^{-i\Omega_r t} + r^{+}e^{i\Omega_r t})(a^{+}e^{i\omega t} + ae^{-i\omega t}), \tag{2}$$
$$V_B(t) = V_{c-B}(t) + V_{r-B}(t),$$
$$V_{c-B}(t) = \gamma_{c-B}\sum_{\omega}(ce^{-i\Omega_c t} + c^{+}e^{i\Omega_c t})(b^{+}e^{i\omega t} + be^{-i\omega t}),$$
$$V_{r-B}(t) = \gamma_{r-B}\sum_{\omega}(re^{-i\Omega_r t} + r^{+}e^{i\Omega_r t})(b^{+}e^{i\omega t} + be^{-i\omega t}).$$

Представленные выражения определены в том числе множителями содержащими антивращательные слагаемые, представляющие собой экспоненциальные множители вида $\exp(\pm i(\omega \pm \Omega_{\alpha})t)$, $\exp(\pm i(\Omega_c \pm \Omega_r)t)$. В основе метода алгебраической теории возмущений лежит возможность построения гамильтониана такого вида, который не содержит быстроменяющихся, антивращающих слагаемых. Укажем, что обычно при построении кинетических уравнений открытой системы, эти слагаемые игнорируются, попросту отбрасываются уже на этом этапе написания взаимодействия в системе. При этом при использовании традиционных методов построения искомого уравнения, если такое игнорирование, может быть, хоть как то оправдано в условиях резонансного и квазирезонансного взаимодействий, то при нерезонансных взаимодействиях оно оказывается неоправдано ничем. Более того при исследовании многочастичных систем [14] существует ряд эффектов, как например дополнительный сдвиг основной частоты и замораживание скорости релаксации системы, которые обусловлены учетом именно антивращающих слагаемых.

Используем унитарную симметрию и совершим унитарное преобразование исходного вектора состояния, переходя к новому представлению $|\tilde{\Psi}(t)\rangle = \exp(-iS)|\Psi(t)\rangle$, посредством генератора S. В новом представлении уравнение Шрёдингера имеет тот же самый вид, что и исходное (1), однако все соотношения мы будем помечать знаком тильда. Разложим теперь генератор преобразования и преобразованный к новому представлению гамильтониан задачи в ряды по константам взаимодействий

$$S(t) = S^{(1,0,0)}(t) + S^{(0,1,0)}(t) + S^{(0,0,1)}(t) + \\ + S^{(2,0,0)}(t) + \ldots,$$
$$\tilde{H}(t) = \tilde{H}^{(1,0,0)}(t) + \tilde{H}^{(0,1,0)}(t) + \tilde{H}^{(0,0,1)}(t) + \\ + \tilde{H}^{(2,0,0)}(t) + \ldots$$

Левый индекс каждой тройки верхних индексов описывает порядок слагаемого по константе связи между квантованными осцилляторами, а оставшаяся пара индексов – порядок по константе связи подсистем с окружением – термостатом A и B, соответственно. Важно отметить, что если взаимодействие между осцилляторами нерезонансно и начинает проявляться только втором порядке по этому взаимодействию, то взаимодействия с термостатом носят как резонансный характер, отвечающий слагаемым первого порядка, так и нерезонансные составляющие взаимодействий, который проявятся во-вторых порядках соответствующих констант. Как мы продемонстрируем, последние обусловлены как вторым порядком соответствующих констант, так и билинейными комбинациями констант взаимодействий термостатов и выделенных в задаче мод.

Воспользуемся теперь формулой Беккера–Кемпбелла–Хаусдорфа и получим следующие уравнения

$$\begin{gathered}\tilde{H}^{(1,0,0)}(t) = i\hbar\frac{d}{dt}S^{(1,0,0)}(t) + V_{c-r}(t),\\ \tilde{H}^{(0,1,0)}(t) = i\hbar\frac{d}{dt}S^{(0,1,0)}(t) + V_A(t),\\ \tilde{H}^{(0,0,1)}(t) = i\hbar\frac{d}{dt}S^{(0,0,1)}(t) + V_B(t),\\ \tilde{H}^{(1,1,0)}(t) = i\hbar\frac{d}{dt}S^{(1,1,0)}(t) - \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), V_A(t)] -\\ -\frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), \tilde{H}^{(0,1,0)}(t)] - \frac{i}{2}[S^{(0,1,0)}(t), V_{c-r}(t)] -\\ -\frac{i}{2}[S^{(0,1,0)}(t), \tilde{H}^{(1,0,0)}(t)], \quad \tilde{H}^{(1,0,1)}(t) =\\ = i\hbar\frac{d}{dt}S^{(1,0,1)}(t) - \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), V_B(t)] -\\ -\frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), \tilde{H}^{(0,0,1)}(t)] - \frac{i}{2}[S^{(0,0,1)}(t), V_{c-r}(t)] -\\ -\frac{i}{2}[S^{(0,0,1)}(t), \tilde{H}^{(1,0,0)}(t)], \quad \tilde{H}^{(0,1,1)}(t) =\\ = i\hbar\frac{d}{dt}S^{(0,1,1)}(t) - \frac{i}{2}[S^{(0,1,0)}(t), V_B(t)] -\\ -\frac{i}{2}[S^{(0,1,0)}(t), \tilde{H}^{(0,0,1)}(t)] - \frac{i}{2}[S^{(0,0,1)}(t), V_A(t)] -\\ -\frac{i}{2}[S^{(0,0,1)}(t), \tilde{H}^{(0,1,0)}(t)], \quad \tilde{H}^{(2,0,0)}(t) =\\ = i\hbar\frac{d}{dt}S^{(2,0,0)}(t) - \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), V_{c-r}(t)] -\\ -\frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), \tilde{H}^{(1,0,0)}(t)], \quad \tilde{H}^{(1,1,0)}(t) = i\hbar\frac{d}{dt}S^{(1,1,0)}\times\\ \times(t) - \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), V_A(t)] - \frac{i}{2}[S^{(1,0,0)}(t), \tilde{H}^{(0,1,0)}(t)].\end{gathered} \tag{3}$$

В предположении адиабатического включения полей отсутствие в выводимом эффективном гамильтониане только медленно меняющихся во времени слагаемых однозначно определяет величины $S^{(i,j,k)}$ и накладывает ограничение на спектр мод широкополосных полей. Это обстоятельство приводит к тому, что величины $S^{(i,j,k)}(t)$ определены быстро изменяющимися во времени слагаемыми.

Нерезонансный характер взаимодействия между осцилляторами, приводит к его отсутствию в первом порядке по этому взаимодействию $\tilde{H}^{(1,0,0)}(t) = 0$, и выражение для $S^{(1,0,0)}(t)$ при этом согласно (3) имеет следующий вид

$$\begin{gathered}S^{(1,0,0)}(t) = cr\frac{ge^{-i(\Omega_c+\Omega_r)t}}{i\hbar(\Omega_c+\Omega_r)} - c^+r^+\frac{ge^{i(\Omega_c+\Omega_r)t}}{i\hbar(\Omega_c+\Omega_r)} +\\ + cr^+\frac{ge^{-i(\Omega_c-\Omega_r)t}}{i\hbar(\Omega_c-\Omega_r)} - c^+r\frac{ge^{i(\Omega_c-\Omega_r)t}}{i\hbar(\Omega_c-\Omega_r)}.\end{gathered} \tag{4}$$

Следующие выражения генераторов для взаимодействия термостатов с осцилляторами

$$\begin{gathered}S^{(0,1,0)}(t) = S_c^{(0,1,0)}(t) + S_r^{(0,1,0)}(t),\\ S_c^{(0,1,0)}(t) =\\ = \gamma_{cA}\sum_{\omega\in(\Omega_c)}\left(ca_\omega\frac{e^{-i(\Omega_c+\omega)t}}{i\hbar(\Omega_c+\omega)} - c^+a_\omega^+\frac{e^{i(\Omega_c+\omega)t}}{i\hbar(\Omega_c+\omega)}\right),\\ S_r^{(0,1,0)}(t) = \gamma_{rA}\sum_{\omega\in(\Omega_r)}\left(ra_\omega\frac{e^{-i(\Omega_r+\omega)t}}{i\hbar(\Omega_r+\omega)} - r^+a_\omega^+\times\right.\\ \left.\times\frac{e^{i(\Omega_r+\omega)t}}{i\hbar(\Omega_r+\omega)} + ra_\omega^+\frac{e^{-i(\Omega_r-\omega)t}}{i\hbar(\Omega_r-\omega)} - r^+a_\omega\frac{e^{i(\Omega_r-\omega)t}}{i\hbar(\Omega_r-\omega)}\right)\end{gathered} \tag{5}$$

определяют в первом порядке отличными от нуля только квазирезонансные взаимодействия $\tilde{H}^{(0,1,0)}(t)$, $\tilde{H}^{(0,0,1)}(t)$ термостатов с соответствующими осцилляторами. Суммирование ведется по частотным полосам вблизи указанной внизу знака суммы. Выражение для генератора $S^{(0,0,1)}(t)$ следует из формулы (5) заменами $A \to B$, $a_\omega \to b_\omega$ и $c \leftrightarrow r$.

Представленные выражения полностью определяют динамику системы в первом порядке алгебраической теории возмущений как квазирезонансное взаимодействие двух независимых осцилляторов, каждый из которых взаимодействует только со своим термостатом в полосе частот вблизи указанной центральной частоты. Эта полоса определена и не превосходит соответствующую константу взаимодействия γ_{cA} и γ_{rB}. Таким образом эффективный гамильтониан в первом порядке определен выражениями

$$\begin{gathered}\tilde{H}^{(Eff),(1)}(t) = \tilde{H}^{(0,1,0)}(t) + \tilde{H}^{(0,0,1)}(t) =\\ = \gamma_{cA}\left(\sum_{\omega\in(\Omega_c)}(ca_\omega^+e^{-i(\Omega_c-\omega)t} + c^+a_\omega e^{i(\Omega_c-\omega)t}\right) +\\ + \gamma_{rB}\left(\sum_{\omega\in(\Omega_r)}(rb_\omega^+e^{-i(\Omega_r-\omega)t} + r^+b_\omega e^{i(\Omega_r-\omega)t}\right).\end{gathered} \tag{6}$$

Нетрудно видеть, что в окончательных выражениях (6) величин приведенного порядка, остаются только медленно меняющиеся во времени слагаемые, что является одним из критериев правильности представленного вывода.

Эффективный гамильтониан во втором порядке теории возмущений определяется слагаемыми двух типов. Во-первых, собственно вторым порядком по константам взаимодействий полей $\tilde{H}^{(2,0,0)}(t)$, $\tilde{H}^{(0,2,0)}(t)$, $\tilde{H}^{(0,0,2)}(t)$ и, во-вторых, билинейными комбинациями этих констант взаимодействия. Последние обуславливают появление квантовой интерференции различных частей исследуемой системы. Явный вид слагаемых рассматриваемых выражений, которые описывают только медленную динамику системы, следует из решения приведенной системы (3). Приведем окончательные выражения, определяющие второй порядок взаимодействий

$$\tilde{H}^{(2,0,0)}(t) = -c^+c\Pi_c(\Omega_c) - r^+r\Pi_r(\Omega_c) - \frac{g^2}{\hbar(\Omega_c+\Omega_r)},$$
$$\Pi_c(\Omega_c) = \frac{g^2}{\hbar}\left(\frac{1}{\Omega_c+\Omega_r} - \frac{1}{\Omega_c-\Omega_r}\right), \qquad (7)$$
$$\Pi_r(\Omega_c) = \frac{g^2}{\hbar}\left(\frac{1}{\Omega_c+\Omega_r} + \frac{1}{\Omega_c-\Omega_r}\right),$$

$$\tilde{H}^{(0,2,0)}(t) = -\frac{\gamma_{cA}^2}{\hbar}(c^+c+1)\sum_{\forall\omega\notin(-\Omega_c)}\frac{1}{\Omega_c+\omega} - \frac{\gamma_{cA}^2}{2\hbar}\times$$
$$\times\sum_{\forall(\omega,\omega')\notin(-\Omega_c)}\frac{a_{\omega'}^+a_\omega e^{-i(\omega-\omega')t}}{\Omega_c+\omega} - \frac{\gamma_{cA}^2}{2\hbar}\times$$
$$\times\sum_{\forall(\omega,\omega')\notin(-\Omega_c)}\frac{a_\omega^+a_{\omega'}e^{-i(\omega'-\omega)t}}{\Omega_c+\omega} - \frac{\gamma_{rA}^2}{\hbar}r^+r\times$$
$$\times\left(\sum_{\forall\omega\notin(-\Omega_r)}\frac{1}{\Omega_r+\omega} - \sum_{\forall\omega\notin(\Omega_r)}\frac{1}{\Omega_r-\omega}\right) - \frac{\gamma_{rA}^2}{\hbar}\times \qquad (8)$$
$$\times\sum_{\forall(\omega)\notin(-\Omega_r)}\frac{1}{\Omega_r+\omega} - \frac{\gamma_{rA}^2}{2\hbar}\sum_{\forall(\omega,\omega')\notin(-\Omega_r)}\frac{a_{\omega'}^+a_\omega e^{-i(\omega-\omega')t}}{\Omega_r+\omega} - \frac{\gamma_{rA}^2}{2\hbar}\times$$
$$\times\sum_{\forall(\omega,\omega')\notin(-\Omega_r)}\frac{a_\omega^+a_{\omega'}e^{i(\omega-\omega')t}}{\Omega_r+\omega} - \frac{\gamma_{rA}^2}{2\hbar}\times$$
$$\times\sum_{\forall(\omega,\omega')\notin(\Omega_r)}\frac{a_\omega^+a_{\omega'}e^{i(\omega-\omega')t}}{\Omega_r-\omega} - \frac{\gamma_{rA}^2}{2\hbar}\sum_{\forall(\omega,\omega')\notin(\Omega_c)}\frac{a_{\omega'}^+a_\omega e^{-i(\omega-\omega')t}}{\Omega_r-\omega}.$$

При выводе этого выражения мы учитывали тот факт, что области взаимодействия термостата с полями осцилляторов происходят в разных, непересекающихся областях частот, центры которых определены собственными частотами осцилляторов. Выражение для $\tilde{H}^{(0,0,2)}(t)$ получается из формулы (8) последовательной заменой $A \to B$, $a_\omega \to b_\omega$ и $c \leftrightarrow r$. Как можно увидеть, слагаемые полученных выражений приводят к сдвигу собственных частот системы, это лэмбовские сдвиги и высокочастотные штарковские сдвиги. Они, конечно, создают наблюдаемый физический эффект, но в окончательных уравнениях полученные взаимодействия могут быть сняты последовательными применениями к волновому вектору общей системы соответствующих унитарных преобразований.

Билинейные комбинации произведений констант связи разных взаимодействий определяют эффекты, связанные с проявлением квантовой интерференции разных каналов релаксации. Выпишем явный вид слагаемого, определяемого первым порядком взаимодействия осцилляторов между собой и константы взаимодействия термостата A

$$\tilde{H}^{(1,1,0)}(t) = -\frac{g\gamma_{cA}}{2\hbar}\times$$
$$\times\sum_{\forall\omega\notin(-\Omega_c)}\left(\frac{1}{\Omega_c+\omega} + \frac{2}{\Omega_c-\Omega_r} + \frac{1}{\Omega_c+\Omega_r}\right)\times$$
$$\times\left(a_\omega r^+e^{-i(\omega-\Omega_r)t} + a_\omega^+re^{i(\omega-\Omega_r)t}\right) - \frac{g\gamma_{rA}}{2\hbar}\times \qquad (9)$$
$$\times\sum_{\forall\omega\notin(-\Omega_r\wedge\Omega_r)}\left(\frac{1}{\Omega_r+\omega} + \frac{1}{\Omega_r-\omega} + \frac{1}{\Omega_c+\Omega_r} - \frac{1}{\Omega_c-\Omega_r}\right)\times$$
$$\times\left(a_\omega c^+e^{-i(\omega-\Omega_c)t} + a_\omega^+ce^{i(\omega-\Omega_c)t}\right).$$

Представленное слагаемое описывает нетривиальную связь осцилляторов с термостатом A, отвечающего связи нерезонансного взаимодействия осцилляторов между собой и влияние воздействия термостата одного осциллятора на соседний, что наглядно видно как запись произведения соответствующей константы взаимодействия на операторы рождения и уничтожения оператора другого осциллятора (принадлежащего другой частотной полосе, но выделенного термостата). Естественно, аналогичным образом описывается и взаимодействие $\tilde{H}^{(1,0,1)}(t)$ другого термостата B на открытую систему из двух осцилляторов, для чего необходимо в представленном выражении (9) сделать соответствующие адекватные замены $A \to B$, $a_\omega \to b_\omega$ и $c \leftrightarrow r$ во всех приведенных слагаемых. Полученные выражения как раз и описывают динамическую связь осцилляторов с термостатами и приведут, как мы продемонстрируем в дальнейшем к новому кинетическому уравнению.

Наконец приведем слагаемое второго порядка описывающее динамическую связь, возникающую между изначально независимыми термостатами. Это выражение является решением предпоследнего уравнения системы (3) и определено квантовой интерференцией каналов взаимодействия открытой системы в этом порядке

$$\tilde{H}^{(0,1,1)}(t) = -\frac{\gamma_{cA}\gamma_{rB}}{2\hbar}\left(\sum_{\forall\omega\neq-\Omega_r\wedge\Omega_r}\sum_{\omega'}(a_\omega^+ b_{\omega'}e^{i(\omega-\omega')t} + a_\omega b_{\omega'}^+ e^{-i(\omega-\omega')t})\left(\frac{2}{\Omega_r-\omega}+\frac{1}{\Omega_r+\omega}\right) + \sum_{\forall\omega\neq-\Omega_r}\sum_{\omega'}(b_\omega^+ a_{\omega'}e^{i(\omega-\omega')t} + b_\omega a_{\omega'}^+ e^{-i(\omega-\omega')t})\left(\frac{1}{\Omega_r+\omega}\right)\right) - \frac{\gamma_{cA}\gamma_{rB}}{2\hbar}\left(\sum_{\forall\omega\neq-\Omega_c\wedge\Omega_c}\sum_{\omega'}(b_\omega^+ a_{\omega'}e^{i(\omega-\omega')t} + b_\omega a_{\omega'}^+ e^{-i(\omega-\omega')t})\times\left(\frac{1}{\Omega_c+\omega}+\frac{2}{\Omega_c-\omega}\right) + \sum_{\forall\omega\neq-\Omega_c}\sum_{\omega'}(a_\omega^+ b_{\omega'}e^{i(\omega-\omega')t} + a_\omega b_{\omega'}^+ e^{-i(\omega-\omega')t})\left(\frac{1}{\Omega_c+\omega}\right)\right). \tag{10}$$

Заметим, что полученная связь термостатов между собой предопределена взаимодействием разных термостатов, но внутри одних и тех же частотных полос.

Таким образом мы получили эффективный гамильтониан задачи во втором порядке по рассматриваемым взаимодействиям. Он представляет собой сумму всех полученных выражений, заданных формулами (6)–(10). Эта сумма описывает резонансное взаимодействие $\tilde{H}^{(Eff),(1)}(t)$ двух осцилляторов со своими термостатами в соответствующих их собственным частотам областях, частотные сдвиги осцилляторов $\tilde{H}^{(2,0,0)}(t)$ и частот термостатов $\tilde{H}^{(0,2,0)}(t)$, $\tilde{H}^{(0,0,2)}(t)$, обусловленные вакуумными флуктуациями термостатов (лэмбовские сдвиги), а также и высокочастотные сдвиги, отвечающие широкополосным полям в возбужденных состояниях (штарковские сдвиги). Выражения $\tilde{H}^{(1,1,0)}(t)$, $\tilde{H}^{(1,0,1)}(t)$ определяют нетривиальные каналы взаимодействий, отвечающие квантовым интерференционным эффектам, они приводят к возникновению каналов релаксации осцилляторов в другую нерезонансную исходной частоте осциллятора область взаимодействия с термостатом. Наконец слагаемое $\tilde{H}^{(0,1,1)}(t)$ выявляет возникающую связь термостатов, проявляющуюся в билинейном взаимодействии в соответствующих частотных полосах разных термостатов из-за возникающего эффективного взаимодействия через один и тот же осциллятор. В заключение параграфа отметим, что мы согласно требованиям алгебраической теории возмущений приводим только медленно изменяющиеся величины в выводимых взаимодействиях, подразумевая при этом, что термостаты находятся в тепловом равновесном классическом состоянии и эффекты, связанные с какого-либо видом квантовых начальных состояний термостатов, типа сжатых термостатов, изначально полностью исключены.

КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Полученный эффективный гамильтониан задачи, где пренебрегается всеми быстроменяющимися слагаемыми, является основой получения кинетического уравнения для открытой системы. Здесь мы используем стандартную методику его вывода, использованную ранее как для случая резонансного взаимодействия осцилляторов, так и в нерезонансном случае взаимодействия изолированного осциллятора. Также эта методика широко применялась для рассмотрения взаимодействия бозонного термостата и с атомными системами. Основанием получения кинетического уравнения для подсистемы является получение квантового стохастического уравнения, явным образом следующего из представленного эффективного гамильтониана.

Отметим, что в рассматриваемой ситуации мы ограничимся только так называемой винеровской динамикой системы. Это означает, что мы будем рассматривать в качестве образующих алгебры инкрементов случайных процессов только их реализацию посредством порождающего и уничтожающего процесса, отвечающей использованию алгебры Гардинера–Коллетт [15]. Отметим, что другой вид образующих включает дополнительно и считывающий процесс, порождая алгебру Хадсона–Партрасарати [16], которая описывает и невинеровскую динамику взаимодействия, но может быть примененной только для описания полей в вакуумном состоянии. Проявление такой динамики сводится к масштабированию константы релаксации распада системы в бозонный вакуум дополнительным множителем осцилляционного типа, зависящем от числа излучателей системы. При определенном числе последних этот коэффициент может полностью обнулить эффективную коллективную скорость распада системы и, например, сохранять ее исходное возбужденное состояние, делая его индифферентным к коллективной релаксации.

Слагаемые второго порядка по константам связи осцилляторов и осцилляторов и термостатов $\tilde{H}^{(2,0,0)}(t)$, $\tilde{H}^{(0,2,0)}(t)$, $\tilde{H}^{(0,0,2)}(t)$, как мы уже отмечали выше, можно исключить посредством соответствующего дополнительного унитарного преобразования(ий). Физически эти слагаемые описывают дополнительные сдвиги собственных частот осцилляторов и полей термостатов. Используем далее марковское приближение, заменим суммы соответствующими интегралами по бесконечным областям частот и представим интересующие в дальнейшем слагаемые как порождающий и уничтожающий случайные процессы. Не ограничивая общности, считаем далее выполненным условие $\Omega_c \gg \Omega_r$, тогда имеем

$$\tilde{H}^{(Eff),(1)}(t)dt = \gamma_{cA}(cdA^+(t) + c^+dA(t)) + \gamma_{rB}(rdB^+(t) + r^+dB(t)), \quad \tilde{H}^{(1,1,0)}(t)dt = -\frac{2g\gamma_{cA}}{\hbar\Omega_c}(r^+dA'(t) + rdA'^+(t)) - \frac{g\gamma_{rA}}{\hbar\Omega_r}(c^+dA(t) + cdA^+(t)), \tag{11}$$
$$\tilde{H}^{(1,0,1)}(t)dt = -\frac{2g\gamma_{rB}}{\hbar\Omega_r}(c^+dB'(t) + cdB'^+(t)) - \frac{g\gamma_{cB}}{\hbar\Omega_c}(r^+dB(t) + rdB^+(t)).$$

Здесь инкременты порождающих и уничтожающих случайных процессов дополнительно разбиты на соответствующие непересекающиеся области, отвечающие существенно разным центральным частотам, вблизи которых и происходит интегрирование, размер которых формально считается бесконечным. Указанное обстоятельство помечено в формулах слагаемыми, содержащими верхние штрихи и их отсутствие. Слагаемое со штрихом отвечает интегрированию по частотной области термостата не являющейся резонансной, для резонансно взаимодействующего с ним осциллятора. Это сделано согласно теореме Лакса, где каждый стохастический источник на определенной частоте является независимым от другого источника, отвечающего другой частоте. Описываемые инкременты введены следующими соотношениями

$$dA(t) = A(t+dt) - A(t), \quad A(t) = \int_0^t dt' a(t'),$$
$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i(\omega-\Omega_c)t} a_\omega,$$
$$dA'(t) = A'(t+dt) - A'(t),$$
$$A'(t) = \int_0^t dt' a'(t'), \quad a'(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i(\omega-\Omega_r)t} a'_\omega,$$
$$dB(t) = B(t+dt) - B(t), \quad B(t) = \int_0^t dt' b(t'),$$
$$b(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i(\omega-\Omega_r)t} b_\omega,$$
$$dB(t) = B'(t+dt) - B'(t),$$
$$B'(t) = \int_0^t dt' b'(t'), \quad b'(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i(\omega-\Omega_c)t} b'_\omega.$$

Дифференциалы введенных квантовых случайных процессов рождения и уничтожения отвечают алгебре Ито

$$dA(t)dA^+(t) = (n_c^A + 1)dt, \quad dA^+(t)dA(t) = n_c^A dt,$$
$$dA'(t)dA'^+(t) = (n_r^A + 1)dt, \quad dA'^+(t)dA'(t) = n_r^A dt,$$
$$dB(t)dB^+(t) = (n_r^B + 1)dt, \quad dB^+(t)dB(t) = n_r^B dt,$$
$$dB'(t)dB'^+(t) = (n_c^B + 1)dt, \quad dB'^+(t)dB'(t) = n_c^B dt, \tag{12}$$
$$dA(t)dA(t) = dA(t)dA'(t) = dA(t)dA'^+(t) = dA(t)dB(t) = dA^+(t)dB(t) = dA^+(t)dB(t) = dB(t)dB'(t) = dB^+(t)dB'(t) = dB(t)dB(t) = 0.$$

Несмотря на формальное интегрирование в широкой полосе частот, выражения (12) отражают факт учета действий термостатов только вблизи соответствующих областей собственных частот осцилляторов, которые считаем непересекающимися, а соответствующие им стохастические источники независимыми. Действие термостатов проявляется в этих выражениях как соответствующие плотности числа фотонов n_α^Q, приходящихся на единичный интервал частот, соответствующим разным термостатам $Q = A, B$ и их разным частотным областям, определенным осцилляторами $\alpha = c, r$.

Еще одна стохастическая величина, связанная с взаимодействием двух термостатов, и описываемая слагаемым $\tilde{H}^{(0,1,1)}(t)$, зависит только от билинейных комбинаций операторов рождения и уничтожения термостатов, по состоянию которых в кинетическом уравнении открытой системы производится последующее усреднение. Средние $dA(t) = dB(t) = dA'(t) = dB'(t) = 0$, и любые комбинации, в которые эти величины входят только первой степенью, также равны нулю. Тогда нетрудно видеть, что приведенное слагаемое в окончательное кинетическое уравнение двух выделенных осцилляторов вклада не дает.

Для вывода кинетического уравнения посредством стохастических дифференциальных уравнений удобно ввести безразмерное время $\tau = t\Omega_c$ и следующие безразмерные параметры

$$\gamma_c^A = \frac{2\pi\gamma_{cA}^2}{\hbar^2\Omega_c^2}\left(1 - \frac{g\gamma_{rA}}{\gamma_{cA}\hbar\Omega_r}\right)^2, \quad \gamma_r^B = \frac{2\pi\gamma_{rB}^2}{\hbar^2\Omega_c^2}\left(1 - \frac{g\gamma_{cB}}{\gamma_{rB}\hbar\Omega_c}\right)^2,$$
$$\gamma_r^A = \frac{8\pi g^2\gamma_{cA}^2}{\hbar^4\Omega_c^4}, \quad \gamma_c^B = \frac{8\pi g^2\gamma_{rB}^2}{\hbar^4\Omega_c^2\Omega_r^2}.$$

Следуя стандартному выводу кинетического уравнения, представим дифференциал Ито $dU(\tau)$ оператора эволюции всей системы. В рассматриваемой ситуации это оказывается наиболее просто, поскольку эффективный гамильтониан, являющийся суммой трех слагаемых выражения (6), определен только через инкременты порождающих и уничтожающих стохастических процессов. Тогда имеем

$$
\begin{gathered}
dU(\tau) = -\Bigg[i\sqrt{\gamma_c^A}(cdA^+\ (t) + c^+dA(t)) + i\sqrt{\gamma_r^B}(rdB^+(t) + \\
+ r^+dB(t)) - i\sqrt{\gamma_r^A}(rdA'^+(t) + r^+dA'(t)) - \\
- i\sqrt{\gamma_c^B}(cdB'^+(t) + c^+dB'(t)) + \gamma_c^A\left(\frac{n_c^A+1}{2}c^+cd\tau + \right. \\
\left. + \frac{n_c^A}{2}cc^+d\tau\right) + \gamma_c^B\left(\frac{n_c^B+1}{2}c^+cd\tau + \frac{n_c^B}{2}cc^+d\tau\right) + \\
+ \gamma_r^B\left(\frac{n_r^B+1}{2}r^+rd\tau + \frac{n_r^B}{2}rr^+d\tau\right) + \\
\gamma_r^A\left(\frac{n_r^A+1}{2}r^+rd\tau + \frac{n_r^A}{2}rr^+d\tau\right)\Bigg].
\end{gathered} \tag{13}
$$

Выразим теперь изменение матрицы плотности $d\rho(\tau) = \rho(\tau + d\tau) - \rho(\tau)$ всей системы с помощью оператора эволюции

$$
\begin{gathered}
d\rho(\tau + d\tau) = \left|\tilde{\Psi}(\tau + d\tau)\right\rangle\left\langle\tilde{\Psi}(\tau + d\tau)\right| = \\
= U(\tau + d\tau)\left|\tilde{\Psi}(0)\right\rangle\left\langle\tilde{\Psi}(0)\right|U^+(\tau + d\tau), \\
U(\tau + d\tau) = U(\tau) + dU, \quad d\rho(\tau) = \\
= dU(\tau)\left|\tilde{\Psi}(0)\right\rangle\left\langle\tilde{\Psi}(0)\right|U^+(\tau) + \\
+ U(\tau)\left|\tilde{\Psi}(0)\right\rangle\left\langle\tilde{\Psi}(0)\right|dU^+(\tau) + \\
+ dU(\tau)\left|\tilde{\Psi}(0)\right\rangle\left\langle\tilde{\Psi}(0)\right|dU^+(\tau),
\end{gathered}
$$

получим в явном виде

$$
\begin{gathered}
d\rho(\tau) = -\Bigg[i\sqrt{\gamma_c^A}(cdA^+(t) + c^+dA(t))\ + \\
+ i\sqrt{\gamma_r^B}(rdB^+(t) + r^+dB(t)) - i\sqrt{\gamma_r^A}(rdA'^+(t) + \\
+ r^+dA'(t)) - i\sqrt{\gamma_c^B}(cdB'^+(t) + c^+dB'(t)) + \\
+ \sum_{Q,\alpha}\gamma_\alpha^Q\left(\frac{n_\alpha^Q+1}{2}\alpha^+\alpha d\tau + \frac{n_\alpha^Q}{2}\alpha\alpha^+d\tau\right)\Bigg]\rho(\tau) - \\
- \rho(\tau)\Bigg[-i\sqrt{\gamma_c^A}(cdA^+(t) + c^+dA(t))\ - \\
- i\sqrt{\gamma_r^B}(rdB^+(t) + r^+dB(t)) - \\
- i\sqrt{\gamma_r^A}(rdA'^+(t) + r^+dA'(t)) + \\
+ i\sqrt{\gamma_c^B}(cdB'^+(t) + c^+dB'(t)) + \\
+ \sum_{Q,\alpha}\gamma_\alpha^Q\left(\frac{n_\alpha^Q+1}{2}\alpha^+\alpha d\tau + \frac{n_\alpha^Q}{2}\alpha\alpha^+d\tau\right)\Bigg] + \\
+ \Bigg[\sqrt{\gamma_c^A}(cdA^+(t) + c^+dA(t)) + \\
+ \sqrt{\gamma_r^B}(rdB^+(t) + r^+dB(t)) - \sqrt{\gamma_r^A}(rdA'^+(t) + \\
+ r^+dA'(t)) - \sqrt{\gamma_c^B}(cdB'^+(t) + c^+dB'(t))\Bigg]\rho(\tau)\times \\
\times\Bigg[\sqrt{\gamma_c^A}(cdA^+(t) + c^+dA(t)) + \sqrt{\gamma_r^B}(rdB^+(t) + \\
+ r^+dB(t)) - \sqrt{\gamma_r^A}(rdA'^+(t) + r^+dA'(t)) - \\
- \sqrt{\gamma_c^B}(cdB'^+(t) + c^+dB'(t))\Bigg].
\end{gathered}
$$

Усредняя последнее выражение по равновесному состоянию термостатов, для матрицы плотности подсистемы из двух осцилляторов имеем искомое кинетическое уравнение, которое представим в виде

$$
\begin{gathered}
\frac{d\rho^S(\tau)}{d\tau} = -\hat{\Gamma}^A\rho^S - \hat{\Gamma}^B\rho^S, \\
\hat{\Gamma}^A = \Gamma_c^A + \Gamma_r^A, \quad \hat{\Gamma}^B = \Gamma_c^B + \Gamma_r^B,
\end{gathered} \tag{14}
$$

$$
\begin{gathered}
\hat{\Gamma}_i^Q = -\gamma_\alpha^Q\left[n_\alpha^Q\alpha^+\rho^S\alpha + (n_\alpha^Q + 1)\alpha\rho^S\alpha^+\right] + \\
+ \gamma_\alpha^Q\left[\left(\frac{1}{2}(n_\alpha^Q + 1)\alpha^+\alpha\rho^S + n_\alpha^Q\alpha\alpha^+\rho^S\right) + \right. \\
\left. + \left(\frac{1}{2}(n_\alpha^Q + 1)\rho^S\alpha^+\alpha + n_\alpha^Q\rho^S\alpha\alpha^+\right)\right],
\end{gathered} \tag{15}
$$

где $Q = A, B$ обозначение соответствующего термостата, индекс $\alpha = c, r$ отвечает соответствующему осциллятору открытой системы. Нетрудно видеть, что искомое кинетическое уравнение (14) имеет известный вид релаксационного уравнения Линдблада. Оно характеризует разные каналы релаксации системы, в том числе и образованные существенной квантовой интерференцией одного осциллятора в термостат другого осциллятора, происходящее за счет нерезонансного характера взаимодействия между ними.

ОБСУЖДЕНИЕ В РАМКАХ ПРОСТОГО ПРИМЕРА

Уравнение (14) описывает релаксацию двух осцилляторов, связанных нерезонансным взаимодействием с двумя термостатами, в которых определены соответствующие спектральные области, в которых и происходит их эффективное возбуждение. Каждый из осцилляторов возбуждается резонансным образом только своим термостатом, а взаимодействие с термостатом соседнего осциллятора, естественно нерезонансное. Отметим, что проявление этого взаимодействия следует сдвиги собственных частот каждого их осцилляторов системы. Продемонстрируем простую динамику системы в условиях, когда термостат B определен как вакуумный и имеет нулевую температуру, естественно для него во всей области частот $n_\alpha^B = 0$.

В этом случае из полученного уравнения (14) следующие уравнения определяют средние значения возбуждений осцилляторов

$$
\begin{gathered}
\frac{d\left\langle c^+c\right\rangle}{d\tau} = n_c^A\gamma_c^A - (\gamma_c^A + \gamma_c^B)\left\langle c^+c\right\rangle, \\
\frac{d\left\langle r^+r\right\rangle}{d\tau} = n_r^A\gamma_r^A - (\gamma_r^A + \gamma_r^B)\left\langle r^+r\right\rangle.
\end{gathered}
$$

Откуда очевидна независимая динамика каждого из осцилляторов, со стационарными средними

$$\left\langle c^{+}c\right\rangle_S = \frac{n_c^A\gamma_c^A}{\gamma_c^A+\gamma_c^B},\quad \left\langle r^{+}r\right\rangle_S = \frac{n_r^A\gamma_r^A}{\gamma_r^A+\gamma_r^B},$$

а влияние каждого из осцилляторов на термостат другого осциллятора проявляется только соответствующей константой релаксации. Эти же скоростные константы определяют и выход на стационарный режим

$$\left\langle c^{+}c\right\rangle(t) = \left\langle c^{+}c\right\rangle_S\left(1-e^{-\left(\gamma_c^A+\gamma_c^B\right)t}\right)+\left\langle c^{+}c\right\rangle_0 e^{-\left(\gamma_c^A+\gamma_c^B\right)t},$$
$$\left\langle r^{+}r\right\rangle(t) = \left\langle r^{+}r\right\rangle_S\left(1-e^{-\left(\gamma_r^A+\gamma_r^B\right)t}\right)+\left\langle r^{+}r\right\rangle_0 e^{-\left(\gamma_r^A+\gamma_r^B\right)t},$$

где нижний индекс ноль отвечает начальному состоянию соответствующего осциллятора.

Непосредственно видно, что ни при каких обстоятельствах не может быть осуществлен поток от более холодного термостата к более горячему и второе начало термодинамики естественно выполнено. Реализуется только возбуждение осцилляторов горячим термостатом и их релаксационная динамика как в один, так и другой термостаты. Осуществим полное выключение взаимодействия с термостатом B. Положим константы γ_r^B, γ_c^B равными нулю и кроме того считаем, что плотность фотонов термостата B отвечающего за взаимодействие с осциллятором тоже равна нулю $n_r^A = 0$. В этом случае изолированный осциллятор начинает взаимодействовать с термостатом A соседнего, взаимодействующего с ним осциллятора посредством нерезонансного взаимодействия, что полностью согласуется с результатами нашей работы [14].

Следует отметить, что несмотря на установленный общий вид кинетического уравнения в марковском приближении — форма Линдблада — до сих пор конкретные вид операторов Линдблада и возможные поправки интенсивно исследуются [17—24]. Интересно отметить, что результаты различных подходов, отвечающие слагаемым первого порядка по параметру связи открытой оптической системы с окружением, в марковском приближении согласуются друг с другом. При этом подход на основе алгебраической теории возмущений представляется более наглядным и физическим, поскольку идея исключения быстроменяющихся слагаемых и получение эффективного гамильтониана отвечает самой сути марковского приближения. При этом строгие ограничения на существенные в задаче характерные частоты позволяют избежать противоречивых выводов и обнаружить новые каналы релаксации, что часто остается без внимания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Levy A., Kosloff R.* // EPL. 2014. V. 107. Art. No. 20004.
2. *Trushechkin A.S., Volovich I.V.* // EPL. 2016. V. 113. Art. No. 30005.
3. *Werlang T., Dodonov A.V., Duzzioni E.I., Villas-Bas C.J.* // Phys. Rev. A. 2008. V. 78. No. 5. Art. No. 053805.
4. *Dodonov A.V.* // Phys. Scripta. 2012. V. 86. No. 2. Art. No. 025405.
5. *Klimov A.B., Romero J.L., Delgado J., Sanchez-Soto L.L.* // J. Optics B. 2003. V. 5. No. 1. P. 34.
6. *Трубилко А.И., Башаров А.М.* // Письма в ЖЭТФ. 2020. Т. 111. № 9. С. 632; *Trubilko A.I., Basharov A.M.* // JETP Lett. 2020. V. 111. No. 9. P. 532.
7. *Maimistov A.I., Basharov A.M.* Nonlinear optical waves. Dordrecht: Kluwer Academic, 1999. 650 p.
8. *Башаров А.М.* // ЖЭТФ. 2020. Т. 158. С. 978; *Basharov A.M.* // JETP. 2020. V. 131. P. 853.
9. *Trushechkin A.S.* // Proc. Steklov Inst. Math. 2021. V. 313. P. 246.
10. *Trushechkin A.S.* // Phys. Rev. A. 2022. V. 106. No. 4. Art. No. 042209.
11. *Teretenkov A.E.* // Infin. Dimens. Analyt. Quantum Probab. Relat. Top. 2019. V. 22. Art. No. 1930001.
12. *Терeтёнков А.Е.* // Матем. замет. 2019. Т. 106. № 1. С. 149; *Teretenkov A.E.* // Math. Notes. 2019. V. 106. No. 1. P. 151.
13. *Teretenkov A.E.* // J. Physics A. 2021. V. 54. No. 26. Art. No. 265302.
14. *Trubilko A.I., Basharov A.M.* // Phys. Scripta. 2020. V. 95. Art. No. 045106.
15. *Gardiner C.W., Collett M.J.* // Phys. Rev. A. 1985. V. 31. P. 3761.
16. *Hudson R.L., Parthasarathy K.R.* // Comm. Math. Phys. 1984. V. 93. P. 301.
17. *Nikolaev A.* // J. Math. Phys. 2016. V. 57. Art. No. 062102.
18. *Hartmann R., Strunz W.T.* // Phys. Rev. A. 2020. V. 101. Art. No. 012103.
19. *Tupkary D., Dhar A., Kulkarni M., Purkayastha A.* // Phys. Rev. A. 2022. V. 105. Art. No. 032208.
20. *Trushechkin A.S.* // Phys. Rev. A. 2021. V. 103. No. 6. Art. No. 062226.
21. *Linowski T., Teretenkov A., Rudnicki L.* // Phys. Rev. A. 2022. V. 106. Art. No. 052206.
22. *Andrejic P., Palffy A.* // Phys. Rev. A. 2021. V. 104. Art. No. 033702.
23. *Colla A., Breuer H.-P.* // Phys. Rev. A. 2022. V. 105. Art. No. 052216.
24. *Teretenkov A.E.* // Int. J. Mod. Phys. A. 2022. V. 37. P. 20.

The local approach to the theory of open optical quantum systems and “violation” of the second law of thermodynamics

M. K. Aleksashin[a], A. M. Basharov[b, *], A. I. Trubilko[c]

[a] *Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, 141701 Russia*
[b] *National Research Center Kurchatov Institute, Moscow, 123182 Russia*
[c] *St. Petersburg University of State Fire Service of Emercom of Russia, St. Petersburg, 196105 Russia*
**e-mail: basharov@gmail.com*

Being correctly calculated, energy flows between thermostats into which nonresonantly coupled quantum harmonic oscillators decay, there is no violation of the second law of thermodynamics in using the local approach reported earlier.