

УДК 535.42

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ТРИ-ЭЙРИ ПУЧКОВ

© 2023 г. Д. В. Прокопова¹, *, Е. Г. Абрамочкин¹

¹Самарский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Физического института имени П.Н. Лебедева Российской академии наук, Самара, Россия

*E-mail: prokopovadv@gmail.com

Поступила в редакцию 24.07.2023 г.

После доработки 14.08.2023 г.

Принята к публикации 28.08.2023 г.

Теоретически, численно и экспериментально исследуется распространение в свободном пространстве три-Эйри пучков при наличии оптического вихря и без него. Такие поля интересны для задач современной фотоники благодаря компактной локализации интенсивности поля при распространении, самовосстановлению, автофокусировке и изменению структуры интенсивности строго определенным образом, что полезно для различных приложений.

DOI: 10.31857/S0367676523702915, EDN: QUWYXX

ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 2004 г., когда были теоретически получены и экспериментально реализованы пучки Эйри, световые поля, построенные на основе интегралов дифракционных катастроф, вызывают все больший интерес у исследователей в области оптики и фотоники, благодаря свойствам, которые сильно отличают их от обычных Гауссовых пучков. Сама теория катастроф – это раздел математики, появившийся в конце 60-х годов и получивший свое развитие в 80-е годы XX в. [1, 2]. Функция Эйри – простейший представитель семейства интегралов дифракционных катастроф и обычно определяется как преобразование Фурье чисто фазовой экспоненты с показателем кубического вида:

$$\text{Ai}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \exp\left(\frac{it^3}{3} + ixt\right) dt. \quad (1)$$

Легко доказать, что функция $\text{Ai}(x)$ вещественна и стремится к нулю при $x \rightarrow \pm\infty$. Разнообразные свойства функции Эйри Ai приведены в [3]. Световые пучки Эйри [4] обладают такими экзотическими свойствами как самофокусировка [5–7] и самовосстановление [8–10]. В работе [11] были рассмотрены двумерные световые поля, заданные в исходной плоскости как произведение трех одномерных пучков Эйри, которые смещены из центра координат и повернуты так,

чтобы итоговое поле обладало инвариантностью к повороту на 120° :

$$\begin{aligned} \text{Ai}_3(x, y, a) = \\ = \text{Ai}\left(\frac{x\sqrt{3} - y}{2} + a\right) \text{Ai}\left(\frac{-x\sqrt{3} - y}{2} + a\right) \text{Ai}(y + a). \end{aligned} \quad (2)$$

(Заметим, что экспоненциальный множитель, характерный для одномерных пучков Эйри, отсутствует в (2), поскольку сумма аргументов всех трех функций Эйри не зависит от переменных x, y .) Световые поля (2) были названы три-Эйри пучками (Ai_3). В 2010 г. в работе [11] было получено аналитическое выражение Фурье-образа таких пучков:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\text{Ai}_3(\vec{\rho}, a)](\vec{r}) = \frac{1}{3^{5/6}\pi} \exp\left(-\frac{2i}{27}(3x^2y - y^3)\right) \times \\ \times \text{Ai}\left(3^{2/3}a + \frac{2|\vec{r}|^2}{3^{4/3}}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\mathcal{F}[f(\vec{\rho})](\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} e^{-i(\vec{r}, \vec{\rho})} f(\vec{\rho}) d^2\vec{\rho} \quad (4)$$

– двумерное преобразование Фурье. Здесь и далее мы используем векторную символику: $\vec{r} = (x, y)$, $\vec{\rho} = (\xi, \eta)$.

Кроме того, в [11] была численно исследована эволюция три-Эйри пучков при распространении в свободном пространстве для некоторых значений a . В последующие годы были опублико-

ваны работы [12, 13] с экспериментальной реализацией три-Эйри пучков при $a \in [-5.5; -1.1]$.

Пучки Эйри нашли разнообразное применение в современной оптике и фотонике. В 2008 г. вышла статья [14], в которой представлены результаты применения Эйри пучков для оптической сортировки микрообъектов. Благодаря особому распределению интенсивности микрочастицы притягиваются к основному максимуму, из которого частицы направляются вверх по параболической траектории. Такое устройство получило название “optically mediated particle clearing” (оптически опосредованная очистка частиц) и послужило основой для новых микрофлюидных приложений в коллоидной химии и биологии. В 2009 г. было продемонстрировано создание искривленных плазменных каналов (филаментов) при помощи фемтосекундных импульсов Эйри [15]. Филаментация востребована для дистанционного зондирования концентрации загрязняющих веществ в атмосфере Земли, создания терагерцового излучения. Также интересной и актуальной задачей является создание устойчивых световых пуль [16] и исследование их распространения в различных средах [17, 18]. Пучки Эйри также были использованы для расширения возможностей различных систем наноскопии (оптической микроскопии сверхвысокого пространственного разрешения). В работах [19, 20] пучки Эйри применялись для расширения возможностей микроскопии световых листов (или плоскостного освещения, “light-sheet microscopy”). Инвариантность интенсивности пучков Эйри при распространении и более компактный главный максимум (по сравнению с пучками Бесселя) открывает новые возможности данного метода наноскопии. В работе [21] изложен новый метод локализационной микроскопии с использованием двойного пучка Эйри. Предложенный метод обеспечивает точную трехмерную локализацию с большим осевым диапазоном по сравнению с другими методами данного класса микроскопии, обладает потенциалом для визуализации при большой плотности излучателей. Точность локализации 30 нм и меньше была достигнута в рабочем диапазоне глубин свыше 7 мкм при использовании объектива с увеличением 60 и числовой апертурой 1.4. Также в работе [21] показаны возможности метода при визуализации кровотока в живых рыбках данио. В работе [22] исследовались вопросы создания и управления плазмонными пучками Эйри (plasmonic Airy beams).

Наряду с изучением световых пучков Эйри, в оптике присутствует постоянный интерес к разного рода пучкам с фазовыми сингулярностями. Они широко применяются для оптического захвата и манипуляции микрообъектами [23, 24]. В данной работе мы численно и экспериментально исследуем три-Эйри пучки (2), в центр которых

добавлен оптический вихрь первого порядка. Мы обсудим возможности эффективной численной реализации распространения в зоне Френеля такого вида световых полей на основе разложения по базису мод Эрмита–Гаусса. Экспериментально три-Эйри пучки были сформированы голографическим методом с помощью пространственного модулятора света.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Разложение три-Эйри поля по базису мод Эрмита–Гаусса

Известно [25], что моды Эрмита–Гаусса, $\mathbf{HG}_{n,m}(\vec{r})$,

$$\mathbf{HG}_{n,m}(\vec{r}) = \frac{\mathcal{H}_{n,m}(\vec{r})}{\|\mathcal{H}_{n,m}(\vec{r})\|},$$

$$\mathcal{H}_{n,m}(\vec{r}) = \exp(-|\vec{r}|^2) H_n(\sqrt{2}x) H_m(\sqrt{2}y), \quad (5)$$

$$\|\mathcal{H}_{n,m}(\vec{r})\| = \sqrt{\pi 2^{n+m-1} n! m!},$$

образуют ортонормированный базис в пространстве двумерных световых полей с конечной энергией. Тем самым, любое поле с конечной энергией можно разложить в ряд

$$F(\vec{r}) = \sum_{n,m \geq 0} c_{n,m} \mathbf{HG}_{n,m} \left(\frac{\vec{r}}{w} \right), \quad (6)$$

где коэффициенты разложения определяются равенством

$$c_{n,m} = \frac{1}{w^2} \iint_{\mathbb{R}^2} F(\vec{r}) \mathbf{HG}_{n,m} \left(\frac{\vec{r}}{w} \right) d^2 \vec{r}. \quad (7)$$

Распространение двумерного параксиального светового поля в свободном пространстве описывается интегральным преобразованием Френеля:

$$\mathbf{FR}_z[F(\vec{\rho})](\vec{r}) = \frac{k}{2\pi i z} \iint_{\mathbb{R}^2} \exp\left(\frac{ik}{2z} |\vec{r} - \vec{\rho}|^2\right) F(\vec{\rho}) d^2 \vec{\rho} = F(\vec{r}, z), \quad (8)$$

где $F(\vec{\rho})$ – комплексная амплитуда светового поля в плоскости $z = 0$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, λ – длина волны света.

Для мод Эрмита–Гаусса преобразование Френеля хорошо известно:

$$\mathbf{FR}_z \left[\mathbf{HG}_{n,m} \left(\frac{\vec{\rho}}{w} \right) \right] (\vec{r}) = |\sigma| \exp\left(\frac{2iz|\vec{r}|^2}{kw^4|\sigma|^2} - i(n+m+1)\arg\sigma\right) \mathbf{HG}_{n,m} \left(\frac{\vec{r}}{w|\sigma|} \right), \quad (9)$$

где $\sigma = 1 + \frac{2iz}{kw^2}$ – вспомогательный комплексный параметр, введенный для краткости. Следова-

тельно, эволюция поля (6) в свободном пространстве может быть записана в виде

$$\mathbf{FR}_z[F(\bar{\rho})](\bar{r}) = |\sigma| \exp\left(\frac{2iz|\bar{r}|^2}{kw^4|\sigma|^2}\right) \times \sum_{n,m \geq 0} c_{n,m} e^{-i(n+m+1)\arg\sigma} \mathbf{HG}_{n,m}\left(\frac{\bar{r}}{w|\sigma}\right). \quad (10)$$

Таким образом, после нахождения коэффициентов $c_{n,m}$ поля $F(\bar{r})$ в начальной плоскости по формуле (7), можно подставить их в разложение (10) и исследовать поведение поля $F(\bar{r})$ при распространении в зоне Френеля. Тот факт, что коэффициенты разложения при переходе от одной плоскости z к другой не нужно пересчитывать (они только домножаются на чисто фазовую экспоненту в соответствующей степени), позволяет сильно уменьшить время счета. Тем не менее, остается открытым вопрос выбора наиболее оптимального значения ширины Гауссова пучка w и, как следствие, верхних пределов изменения индексов суммирования $0 \leq n \leq N, 0 \leq m \leq M$ при замене двойного ряда в (10) конечной суммой для получения приемлемой точности вычислений.

Для нахождения w использовался метод наименьших квадратов (МНК) применительно к разности амплитуд световых полей по норме пространства функций, интегрируемых с квадратом. В исходной плоскости величина w по МНК для три-Эйри пучка получается, как решение задачи на минимум:

$$f(w) = \iint_{\mathbb{R}^2} \left\{ |\text{Ai}_3(\bar{r}; a)| - \text{Ai}^3(a) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \right\}^2 d^2\bar{r} \rightarrow \min_w, \quad (11)$$

где параметр смещения выбран как $a = 3^{-2/3} a'_1 \approx -0.489$. Здесь $a'_1 \approx -1.018$ – первый нуль функции $\text{Ai}'(x)$, т.е. точка, в которой достигается глобальный максимум функции Эйри. Такой выбор параметра смещения связан с тем, что, несмотря на треугольную структуру интенсивности пучка $\text{Ai}_3(\bar{r}, a)$ при $a = 3^{-2/3} a'_1$, он наиболее похож на Гауссово пятно. Численное решение задачи (11) приводит к значению $w \approx 1.313$. Аналогичная постановка задачи для поля в Фурье плоскости,

$$f(w) = \iint_{\mathbb{R}^2} \left\{ \text{Ai}\left(a'_1 + \frac{2r^2}{3^{4/3}}\right) - \text{Ai}(a'_1) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \right\}^2 d^2\bar{r} \rightarrow \min_w, \quad (12)$$

приводит к значению $w \approx 1.846$. Оба варианта дают очень хорошие аппроксимации три-Эйри пучка для всех значений $z \in [0, +\infty)$, хотя весьма предсказуемо, что при замене бесконечного ряда (6) конечной суммой выбор $w \approx 1.846$ выгоднее в окрестно-

сти исходной плоскости, а выбор $w \approx 1.313$ – в окрестности плоскости Фурье.

Замена бесконечного ряда (6) конечной суммой, т.е. переход от $n, m \geq 0$ к $0 \leq n \leq N, 0 \leq m \leq M$ и выбор значений N, M осуществлялся из следующих соображений. Ширина одномерного Гауссова пучка – это положительное решение уравнения $\exp\left(-\frac{x^2}{w^2}\right) = \frac{1}{e}$. Для двумерного поля $F(\bar{r})$ находим

$$\text{уровень } F_0 = \max_{\bar{r} \in \mathbb{R}^2} \frac{|F(\bar{r})|}{e}$$

и строим “псевдоноситель”: $S(\bar{r}) = 1$, если $|F(\bar{r})| \geq F_0$ и $S(\bar{r}) = 0$, если $|F(\bar{r})| < F_0$. Этот псевдоноситель может иметь слишком причудливую форму, поэтому для простоты предпочтительно заключить его в прямоугольник $\{|x| \leq x_{\max}, |y| \leq y_{\max}\}$. Теперь в разложении (6) оставляем только те моды Эрмита–Гаусса, глобальный максимум которых находится внутри этого прямоугольника. Известно, что простейшая кольцевая мода Лагерра–Гаусса $\mathcal{L}_{0,K}(\bar{r}) = \exp(-|\bar{r}|^2)(x + iy)^K$ разлагается по модам $\mathbf{HG}_{j,K}(\bar{r})$, где индекс j пробегает значения от 0 до K . Кроме того, интенсивность моды Лагерра–Гаусса достигает максимума

$$\text{на окружности } r_{\max} = \sqrt{\frac{K}{2}}. \text{ Тем самым, } x_{\max} = y_{\max} = r_{\max} \text{ и для диапазонов индексов } 0 \leq n \leq N, 0 \leq m \leq M \text{ в двойной конечной сумме верхние пределы пре-}$$

вращаются в $N = 2x_{\max}^2$ и $M = 2y_{\max}^2$. По порядку величины это согласуется с известным результатом [26], что глобальный максимум x_n одномерной моды Эрмита–Гаусса $h_n(x) = \exp(-x^2)H_n(\sqrt{2}x)$ асимптотически находится около \sqrt{n} (например, $x_{16} \approx 3.737; x_{36} \approx 5.759$). Для три-Эйри пучка (2) с параметром смещения $a = -0.489$ прямоугольник вокруг псевдоносителя имеет размеры $x_{\max} = y_{\max} = 4$. Поэтому $N = M = 32$. На самом деле значений $N = M = 20$ уже достаточно, чтобы получить точность вычислений в 3 знака после запятой (рис. 1). По-видимому, это вызвано супер-Гауссовым убыванием интенсивности Фурье-образа (4). Как видно из рисунка, в областях с близкой к нулю интенсивностью есть некоторые различия в распределении фазы, когда сравнивается три-Эйри пучок Ai_3 и его конечная аппроксимация на основе разложения (6), но для распределения амплитуды получено хорошее согласие результатов. Следует отметить, что верхние границы $N = 2x_{\max}^2$ и $M = 2y_{\max}^2$ для конечной аппроксимации остаются справедливыми и при изменении параметра a , когда интенсивность три-Эйри пучка уже далека по форме от Гауссова пятна. Более того, эти же границы сохраняются и для три-Эйри пучка с оптическим вихрем, который будет рассмотрен далее.

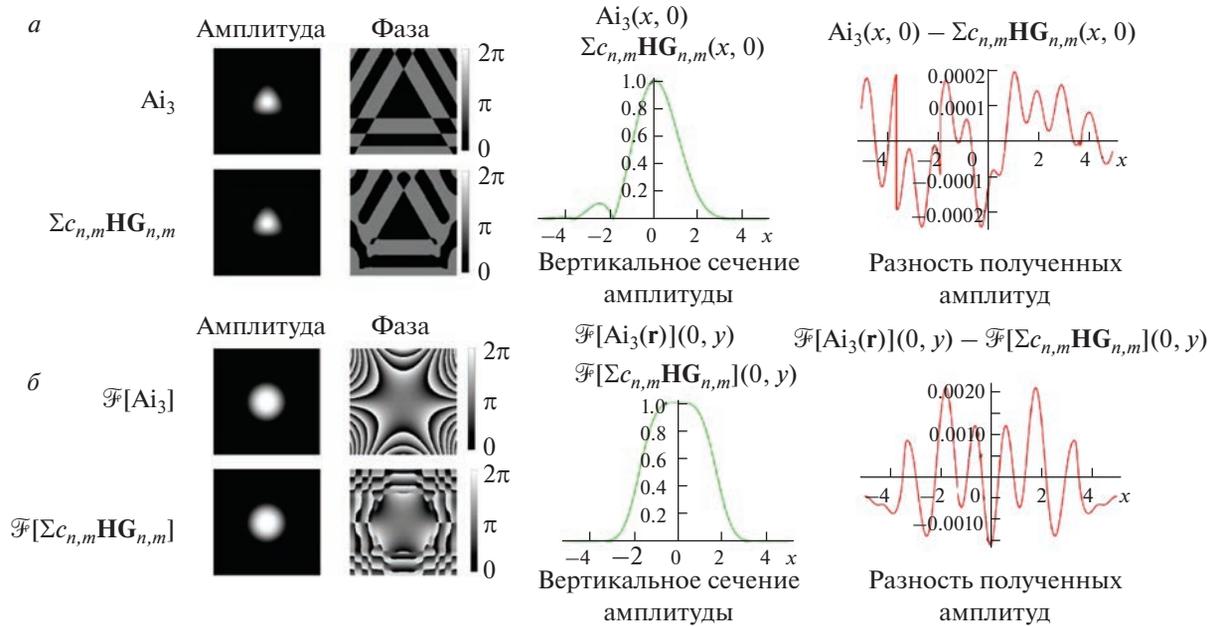


Рис. 1. Сравнение результатов расчета три-Эйри пучка Ai_3 и его разложения по модам Эрмита–Гаусса (6) с $w = 1.313$ и $N = M = 20$ в начальной плоскости (а) и в Фурье-плоскости (б). Слева направо: Распределение амплитуды и фазы полученного поля, график вертикального сечения амплитуды полученных полей (при данном масштабе точное наложение) и разность вертикальных сечений амплитуд (отклонения в третьем знаке после запятой). Верхний ряд для три-Эйри пучка Ai_3 , нижний – для его разложения по модам Эрмита–Гаусса.

Три-Эйри пучок с добавлением оптического вихря

Рассмотрим вопрос об эволюции в зоне Френеля три-Эйри пучка с внедренным топологическим зарядом величины n , что соответствует полю $(\xi + i\eta)^n Ai_3(\vec{\rho}, a)$ в исходной плоскости. Можно показать, что Фурье-образ такого пучка выражается через функцию Эйри, ее производную и некоторые полиномы от x, y . Эти полиномы удобно записать, используя комплексные переменные $q = x + iy$ и $q^* = x - iy$. Тогда равенство (3) примет вид:

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}[Ai_3(\vec{\rho}, a)](\vec{r}) = \\ & = \frac{1}{3^{5/6} \pi} \exp\left(-\frac{q^3 - q^{*3}}{27}\right) Ai\left(3^{2/3} a + \frac{2qq^*}{3^{4/3}}\right). \end{aligned} \quad (13)$$

Действие дифференциального оператора $(2i\partial_{q^*})^n = i^n(\partial_x + i\partial_y)^n$ на формулу (13) приведет к появлению под интегралом слева множителя $(\xi + i\eta)^n$:

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}[(\xi + i\eta)^n Ai_3(\vec{\rho}, a)](\vec{r}) = \\ & = \frac{(2i)^n}{3^{5/6} \pi} \partial_{q^*}^n \left\{ \exp\left(-\frac{q^3 - q^{*3}}{27}\right) Ai\left(3^{2/3} a + \frac{2qq^*}{3^{4/3}}\right) \right\} = \\ & = \frac{(2i)^n}{3^{5/6} \pi} \exp\left(-\frac{q^3 - q^{*3}}{27}\right) \left\{ P_n(q, q^*) Ai\left(3^{2/3} a + \frac{2qq^*}{3^{4/3}}\right) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{2q}{3^{4/3}} Q_n(q, q^*) Ai\left(3^{2/3} a + \frac{2qq^*}{3^{4/3}}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $P_n(q, q^*)$ и $Q_n(q, q^*)$ – полиномы, определяемые рекуррентными соотношениями

$$\begin{aligned} P_{n+1}(q, q^*) &= \left(\frac{q^{*2}}{9} + \partial_{q^*}\right) P_n(q, q^*) + \\ &+ \frac{4q^2}{9} \left(a + \frac{2qq^*}{9}\right) Q_n(q, q^*), \quad Q_{n+1}(q, q^*) = \\ &= \left(\frac{q^{*2}}{9} + \partial_{q^*}\right) Q_n(q, q^*) + P_n(q, q^*), \end{aligned} \quad (15)$$

с начальными условиями $P_0(q, q^*) = 1$ и $Q_0(q, q^*) = 0$. Здесь индекс n полиномов обозначает порядок производной (или кратность оптического вихря), но не степень полинома. В частности, $P_1(q, q^*) = \frac{q^{*2}}{9}$ и $Q_1(q, q^*) = 1$.

Известно, что оператор Френеля (8) сохраняет вращательную симметрию исходного поля для любого значения переменной распространения z : если поле $F(\vec{\rho})$ инвариантно к повороту на угол $\frac{2\pi}{K}$ в начальной плоскости (ξ, η) , то поле $\mathbf{FR}_z[F(\vec{\rho})](\vec{r})$ инвариантно к повороту на тот же угол $\frac{2\pi}{K}$ в плоскости переменных (x, y) . Можно показать, что, если поле $F(\vec{\rho})$ инвариантно к повороту на угол $\frac{2\pi}{K}$, то поле $(\xi + i\eta)^n F(\vec{\rho})$, где $1 \leq n \leq K - 1$, при рас-

пространении в зоне Френеля сохраняет свою фазовую сингулярность в центре и ее топологический заряд. Благодаря этому свойству и $2\pi/3$ -симметрии три-Эйри пучка ($K=3$), световое поле $(\xi + i\eta)^n \text{Ai}_3(\bar{\rho}, a)$ сохраняет при распространении фазовую сингулярность в начале координат ($\xi = \eta = 0$) с топологическим зарядом $n - 3 \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$, где $\lfloor * \rfloor$ – целая часть числа. Если $n = 1$ или $n = 2$, то сингулярность остается устойчивой при распространении пучка. Если $n = 3$, то вырожденный нуль интенсивности расщепляется на три простых нуля, которые из-за симметрии пучка будут располагаться в вершинах правильного треугольника.

Опишем результаты численного исследования динамики движения нулей пучка (14) при фиксированном $n = 1$ и изменении параметра смещения a от величины $a = -0.489$ в сторону все более отрицательных значений. При этом мы будем использовать стандартные обозначения: a_n – нули функции $\text{Ai}(x)$, a'_n – нули функции $\text{Ai}'(x)$. В частности, $a_1 \approx -2.338$; $a_2 \approx -4.087$; $a_3 \approx -5.520$; $a'_1 \approx -1.018$; $a'_2 \approx -3.248$; $a'_3 \approx -4.820$. Кроме того, оптические вихри с топологическим зарядом $+1$ будем называть q -нулями (набег фазы от 0 до 2π получается при обходе вокруг такого нуля против часовой стрелки), а оптические вихри с топологическим зарядом -1 будем называть q^* -нулями (для них набег фазы от 0 до 2π получается при обходе по часовой стрелке). Итак, при $a = 3^{-2/3} a'_1 \approx -0.489$ пучок (14) имеет единственный оптический вихрь – это q -нуль в центре координат. Когда параметр a проходит через точку $a = 3^{-2/3} a_1$, к q -нулю в центре добавляется два набора по три нуля в каждом, которые располагаются в вершинах правильных треугольников. Треугольник меньшего размера имеет вершины из q^* -нулей, лежащие на лучах $\varphi = \left\{ \pm \frac{\pi}{3}, \pi \right\}$. Треугольник большего размера имеет вершины из q -нулей, которые лежат на лучах $\varphi = \left\{ 0, \pm \frac{2\pi}{3} \right\}$. Подобное появление двух треугольников будет сопровождать переход параметра a через точку $a = 3^{-2/3} a_n$: каждый раз в структуре Фурье-образа поля будут появляться два новых набора из q - и q^* -нулей.

Орбитальный угловой момент три-Эйри пучка с топологическим зарядом

Вычислим орбитальный угловой момент три-Эйри пучка с добавлением оптического вихря кратности n . Известно, что орбитальный угловой момент двумерного светового поля $F(\vec{r})$ опреде-

ляется как отношение двух интегралов: $\text{OAM}[F] = \frac{L[F]}{E[F]}$, где $L[F]$ – интеграл от плотности углового момента и $E[F]$ – энергия пучка:

$$\begin{aligned} L[F] &= \text{Im} \iint_{\mathbb{R}^2} F^*(r) \{x \partial_y - y \partial_x\} F(r) d^2 r, \\ E[F] &= \iint_{\mathbb{R}^2} |F(r)|^2 d^2 r. \end{aligned} \quad (16)$$

Для светового поля вида $F(\vec{r}) = (x + iy)^n f(\vec{r})$, где функция $f(\vec{r})$ вещественна, отношение величин $L[F]$ и $E[F]$ легко находится, если перейти к полярным координатам: $F(\vec{r}) = r^n e^{in\varphi} f(\vec{r})$, поэтому

$$\begin{aligned} E[F] &= \iint_{\mathbb{R}^2} |F(\vec{r})|^2 d^2 \vec{r} = \iint_{\mathbb{R}^2} r^{2n} f^2(\vec{r}) d^2 \vec{r}, \\ L[F] &= \iint_{\mathbb{R}^2} \text{Im} \{F^*(\vec{r}) \partial_\varphi F(\vec{r})\} d^2 \vec{r} = \\ &= n \iint_{\mathbb{R}^2} r^{2n} f^2(\vec{r}) d^2 \vec{r} + \\ &+ \iint_{\mathbb{R}^2} r^{2n} \text{Im} \{f(\vec{r}) \partial_\varphi f(\vec{r})\} d^2 \vec{r} = nE[F], \end{aligned} \quad (17)$$

т.к. $\text{Im} \{f(\vec{r}) \partial_\varphi f(\vec{r})\} = 0$ из-за вещественности функции $f(\vec{r})$. Световое поле $\text{Ai}_3(\vec{r}, a)$ вещественно, поэтому

$$\text{OAM}[(x + iy)^n \text{Ai}_3(\vec{r}, a)] = n. \quad (18)$$

Можно доказать это равенство, непосредственно вычисляя интегралы $L[F]$ и $E[F]$, однако итоговые формулы выглядят достаточно громоздко. Например, для поля $F(\vec{r}) = (x + iy) \text{Ai}_3(\vec{r}, a)$

$$\begin{aligned} E[F] = L[F] &= \frac{4}{3^{5/3} \pi} \left\{ \left(\frac{13}{40} - \frac{A^3}{5} \right) \text{Ai}^2(A) + \right. \\ &\left. + \frac{A}{10} \text{Ai}(A) \text{Ai}'(A) + \frac{A^2}{5} \text{Ai}'^2(A) \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $A = 3^{2/3} a$. Поскольку $L[F]$ и $E[F]$ являются инвариантами для любого поля с конечной энергией, то в (16) можно заменить $F(\vec{r})$ на $F(\vec{r}, z)$ при любом z (см. равенство (8)) или на $\mathcal{F}[F(\vec{r})](\vec{r})$. Как следствие, для три-Эйри пучков получаются весьма нетривиальные интегралы от произведений нескольких функций Эйри.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Исследуемые световые поля были реализованы голографическим методом. Рассчитанная голограмма три-Эйри пучка физически воспроизводилась при помощи фазового жидкокристаллического пространственного модулятора света HoloEye НЕО 1080Р, работающего на отражение, восстановление голограммы производилось пучком

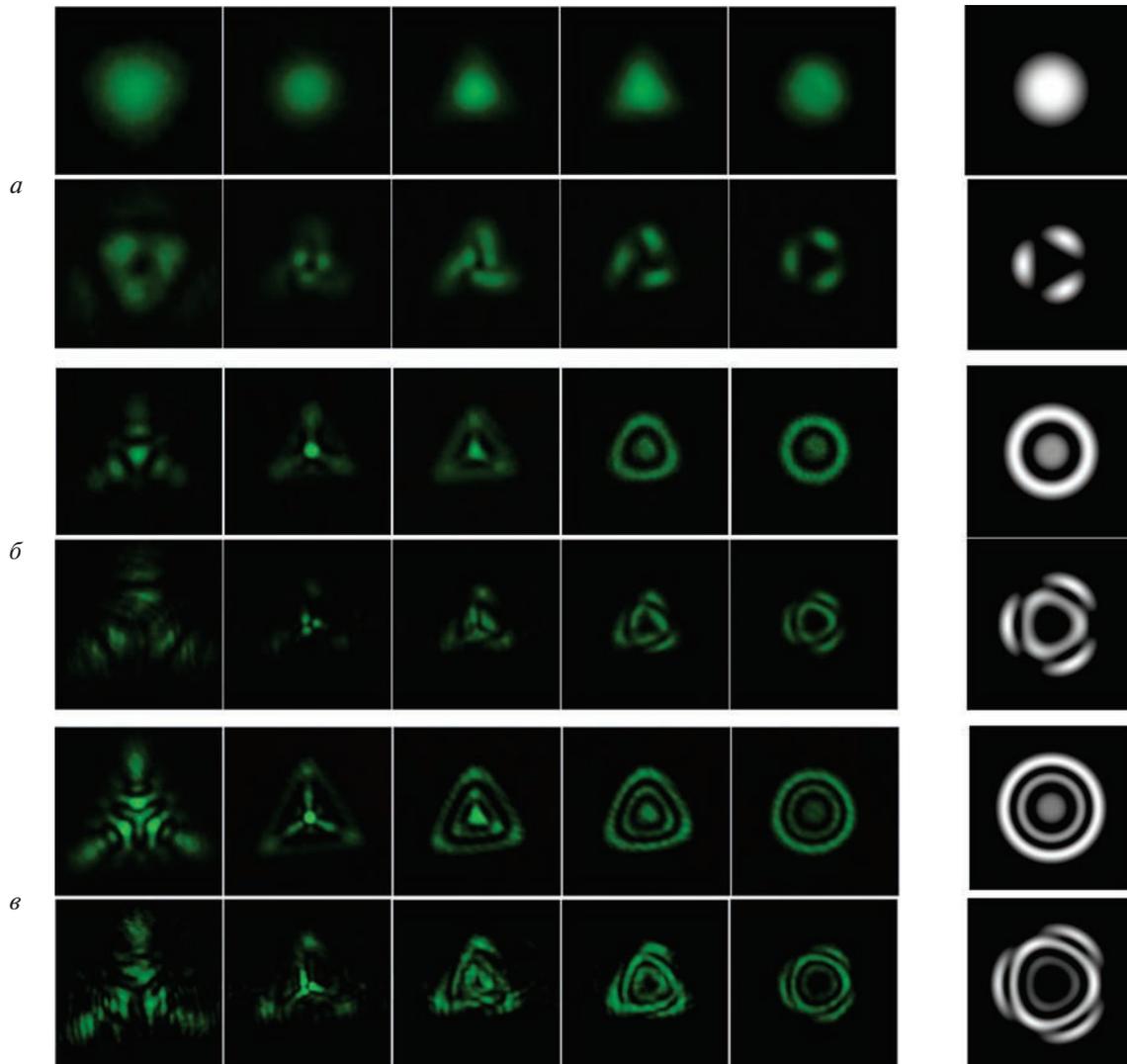


Рис. 2. Результаты экспериментальной реализации пучков $Ai_3(\vec{r}, a)$ (верхний ряд) и $(x + iy)Ai_3(\vec{r}, a)$ (нижний ряд) при различных значениях параметра смещения a : -0.489 (*a*), -1.562 (*b*), -2.317 (*c*). Крайние изображения справа – результат численного моделирования распределения интенсивности в Фурье плоскости.

твердотельного лазера на длине волны $\lambda = 532$ нм. Распределения интенсивности восстановленного поля фиксировались при помощи камеры. Экспериментально зарегистрированные картины распределения интенсивности и их сравнение с результатами численного моделирования эволюции три-Эйри пучков в зоне Френеля приведены на рис. 2. Наблюдается хорошее согласие между теорией и экспериментом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, теоретически, численно и экспериментально исследовано распространение в свободном пространстве двумерных световых три-Эйри пучков, а также три-Эйри пучков с до-

бавлением оптического вихря. Было получено аналитическое выражение Фурье-образа три-Эйри пучка с добавлением оптического вихря кратности n . Описаны обнаруженные закономерности местоположения нулей интенсивности (оптических вихрей) Фурье-образа три-Эйри поля с единичным топологическим зарядом в зависимости от величины параметра смещения a . Определена величина орбитального углового момента для три-Эйри пучков с добавлением оптических вихрей. Экспериментальная реализация исследуемых полей проводилась голографическим методом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-22-00314 “Интегралы дифракционных катастроф для задач современной фотоники”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Т. 1 и Т. 2. М.: Мир, 1984.
2. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990. 128 с.
3. Olver F.W.J., Lozier D.W., Boisvert R.F., Clark C.W. NIST handbook of mathematical functions. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2010.
4. Siviloglou G.A., Christodoulides D.N. // Opt. Lett. 2007. V. 32. No. 8. P. 979.
5. Chremmos I., Efremidis N.K., Christodoulides D.N. // Opt. Lett. 2011. V. 36. No. 10. P. 1890.
6. Papazoglou D.G., Efremidis N.K., Christodoulides D.N., Tzortzakis S. // Opt. Lett. 2011. V. 36. No. 10. P. 1842.
7. Khonina S.N., Porfirev A.P., Ustinov A.V. // J. Optics. 2018. V. 20. No. 2. Art. No. 025605.
8. Broky J., Siviloglou G.A., Dogariu A., Christodoulides D.N. // Opt. Express. 2008. V. 16. No. 11. P. 12880.
9. Gu Y., Gbur G. // Opt. Lett. 2010. V. 35. No. 20. P. 3456.
10. Chu X. // Opt. Lett. 2011. V. 36. No. 14. P. 2701.
11. Abramochkin E., Razueva E. // Opt. Lett. 2011. V. 36. No. 19. P. 3732–3734.
12. Liang Y., Ye Z., Song D. et al. // Opt. Express. 2013. V. 21. No. 2. P. 1615.
13. Liang Y., Chen Y., Wan L. // Opt. Commun. 2017. V. 405. P. 120.
14. Baumgartl J., Mazilu M., Dholakia K. // Nature Photonics. 2008. V. 2. P. 675.
15. Polynkin P., Kolesik M., Moloney J.V. et al. // Science. 2009. V. 324. P. 229.
16. Chong A., Renninger W.H., Christodoulides D.N. et al. // Nature Photonics. 2010. V. 4. P. 103.
17. Белоненко М.Б., Мостовая Е.И. // Опт. и спектроскоп. 2019. Т. 126. № 5. С. 563; Belonenko M.B., Mostovaya E.I. // Opt. Spectrosc. 2019. V. 126. No. 5. P. 482.
18. Двужилова Ю.В., Двужилов И.С., Челнытцев И.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 6. С. 797; Dvuzhilova Yu.V., Dvuzhilov I.S., Chelnyntsev I.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 6. P. 669.
19. Vettenburg T., Dalgarno H., Nylk J. et al. // Nature Methods. 2014. V. 11. P. 541.
20. Nylk J., McCluskey K., Aggarwal S. et al. // Biomed. Opt. Express. 2016. V. 7. No. 10. P. 4021.
21. Zhou Y., Zammit P., Zickus V. et al. // Phys. Rev. Lett. 2020. V. 124. Art. No. 198104.
22. Zhang P., Wang S., Liu Y. et al. // Opt. Lett. 2011. V. 36. No. 16. P. 3191.
23. Otte E., Denz C. // Appl. Phys. Rev. 2020. V. 7. No. 4. Art. No. 041308.
24. Котова С.П., Лосевский Н.Н., Майорова А.М. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 12. С. 1685; Kotova S.P., Losevsky N.N., Mayorova A.M. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 12. P. 1434.
25. Sroor H., Moodley C., Rodriguez-Fajardo V. et al. // J. Opt. Soc. Amer. A. 2021. V. 38. No. 10. P. 1443.
26. Сегё Г. Ортогональные многочлены. М.: Физматгиз, 1962. 500 с.

Three-Airy beams propagated in free space

D. V. Prokopova^a, *, E. G. Abramochkin^a

^aLebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara, 443011 Russia

*e-mail: prokopovadv@gmail.com

We investigated propagation of three-Airy beams with or without an optical vortex in free space by theoretical, numerical and experimental means. These light fields are an object of interest for applications of modern photonics due to strong localization of the transverse intensity of the field upon propagation, self-healing and autofocusing properties.

Keywords: catastrophe theory, Airy function, three-Airy beam, autofocusing, structural light fields, Airy beam, holographic method, optical vortex, topological charge, orbital angular momentum