ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2023, том 87, № 12, с. 1749–1753

УДК 535.5:538.9

ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКИЕ ОПТИЧЕСКИЕ ИМПУЛЬСЫ В УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБКАХ СО СЛУЧАЙНЫМ НАКЛОНОМ

© 2023 г. Н. Н. Конобеева[1], *, М. Б. Белоненко[1]

[1]Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный университет", Волгоград, Россия

**E-mail: yana_nn@volsu.ru*

Поступила в редакцию 24.07.2023 г.
После доработки 14.08.2023 г.
Принята к публикации 28.08.2023 г.

Изучено распространение электромагнитных волн в среде с углеродными нанотрубками. Сформулировано приближение о том, что случайный наклон трубок относительно оси, перпендикулярной волновому вектору импульса, подчиняется нормальному распределению и достаточно мал. Выведены эффективные уравнения на векторный потенциал электромагнитного поля. Проанализирована зависимость компонент поля импульса от дисперсии распределения наклона углеродных нанотрубок.

DOI: 10.31857/S0367676523703015, **EDN:** VBPARS

ВВЕДЕНИЕ

Одной из проблем нелинейной оптики является поиск среды для стабильного распространения импульсов в ней. В первую очередь это важно для практических приложений, а именно, для разработки современных устройств в области оптоэлектроники и фотоники [1–4].

Известно, что одним из способов стабилизировать импульс, является внедрение в нелинейную среду углеродных нанотрубок [5, 6]. Здесь под стабилизацией мы понимаем локализованное распространение электромагнитной волны. Отметим, что подобные устойчивые структуры являются солитоно-подобными и делятся на два класса: консервативные и диссипативные [7–11]. Мы будем работать в консервативном режиме, т.е. считаем диссипацию энергии импульса пренебрежимо малой.

Ранее авторами изучено распространение импульса в массиве УНТ, в приближении, когда угол наклона нанотрубок одинаков [12]. Показано, что с помощью угла наклона УНТ к оси диэлектрического кристалла можно управлять не только амплитудой, но и поперечной шириной импульса. Однако используемое приближение идеализирует реальную ситуацию. Поэтому представляется важным изучить влияние разной ориентации УНТ на эволюцию электромагнитного импульса в таком массиве, поскольку это больше соответствует экспериментальным образцам, выращенных на подложке нанотрубок. Стоит отметить, что существует 2 класса методов для выравнивания одной или нескольких УНТ по заданной оси. Первый предполагает выравнивание во время процесса роста нанотрубок [13, 14], второй – выравнивание происходит после выращивания [15]. Однако при этом нельзя достичь 100% результата и часть УНТ остается отклоненной от вертикальной оси.

МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим нелинейную диэлектрическую среду, в которую помещены углеродные нанотрубки. Оси нанотрубок образуют с осью OX угол α_i (i – номер нанотрубки). Направление электрического поля в начальный момент времени совпадает с осью OX, волновой вектор направлен вдоль оси OZ (рис. 1).

Ранее мы рассматривали случай отклонения оси УНТ от вертикальной, что требовало учета второй поляризации поля [16, 17] в уравнениях Максвелла. При этом имели место следующие уравнения на две компоненты векторного потенциала в случае одинакового наклона всех нанотрубок (угол α) [12]:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial A_1}{\partial r}\right)+\dfrac{\partial^2 A_1}{\partial z^2}-\dfrac{1}{v_o^2}\dfrac{\partial^2 A_1}{\partial t^2}+\dfrac{4en_0\gamma_0 a\cos\alpha}{c}\times \\ \times\sum\limits_{q=1}^{\infty}b_q\sin\left(\dfrac{aeq\left(A_1\cos\alpha+A_2\sin\alpha\right)}{c}\right)=0, \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial A_2}{\partial r}\right)+\dfrac{\partial^2 A_2}{\partial z^2}-\dfrac{1}{v_e^2}\dfrac{\partial^2 A_2}{\partial t^2}+\dfrac{4en_0\gamma_0 a\sin\alpha}{c}\times \\ \times\sum\limits_{q=1}^{\infty}b_q\sin\left(\dfrac{aeq\left(A_1\cos\alpha+A_2\sin\alpha\right)}{c}\right)=0, \end{cases} \quad (1)$$

$$v_o=c/n_x,\quad v_e=c/n_y$$

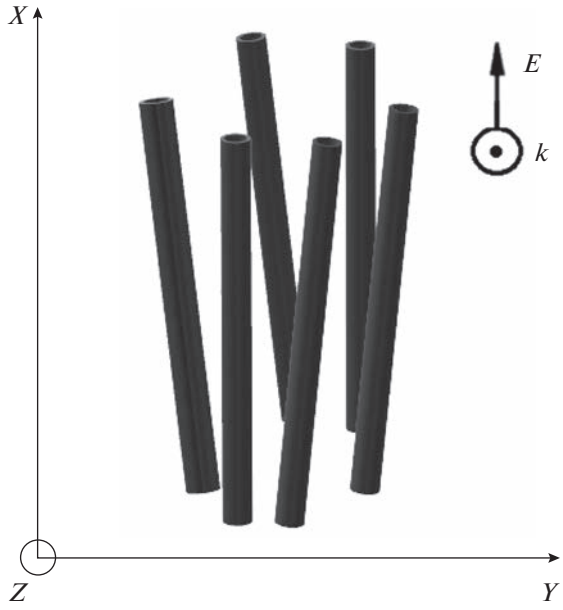

Рис. 1. Схематичное изображение геометрии задачи.

здесь учтено, что векторный потенциал имеет вид: $\vec{A} = (A_1(r^2,z,t),\ A_2(r^2,z,t),0)$ и плотность электрического тока $\vec{j} = (j_1(r^2,z,t),\ j_2(r^2,z,t),0)$, n_x, n_y – показатели преломления в направлении x и y соответственно, c – скорость света, e – заряд электрона, n_0 – концентрация электронов,

$$b_q = \sum_s \frac{q}{\gamma_0} a_{sq} \int_{1Bz} dp' \cos(p'q) \times \\ \times \frac{\exp(-\varepsilon(p',s)/k_B T)}{1+\exp(-\varepsilon(p',s)/k_B T)}, \tag{2}$$

k_B – постоянная Больцмана, T – температура, a_{sq} – коэффициенты в разложении закона дисперсии электронов $\varepsilon(p, s)$ в ряд Фурье, γ_0 – интеграл перескока электронов между соседними узлами в УНТ.

Учтем, что отклонение оси УНТ от вертикали достаточно мало (т.е. составляет не более 0.122 рад, что позволяет сделать разложение в ряд). Это позволяет считать $\alpha \to 0$ и произвести следующие замены в (1): $\cos\alpha \approx 1 - 0.5\alpha^2$ и $\sin\alpha \approx \alpha$.

Далее рассмотрим модель, в которой отклонение угла наклона трубок от оси OX подчинено распределению Гаусса с дисперсией σ^2. В этом случае необходимо вычислить следующие интегралы для первого уравнения системы (1):

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\cos\left(\frac{aeqA_1}{2c}\alpha^2\right)\cos\left(\frac{aeqA_2}{c}\alpha\right)\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)d\alpha,$$
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\alpha^2}{2}\cos\left(\frac{aeqA_1}{2c}\alpha^2\right)\cos\left(\frac{aeqA_2}{c}\alpha\right)\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)d\alpha,$$
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left(\frac{aeqA_1}{2c}\alpha^2\right)\cos\left(\frac{aeqA_2}{c}\alpha\right)\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)d\alpha,$$
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\alpha^2}{2}\sin\left(\frac{aeqA_1}{2c}\alpha^2\right)\cos\left(\frac{aeqA_2}{c}\alpha\right)\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)d\alpha \tag{3}$$

и для второго уравнения системы (1):

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\alpha\cos\left(\frac{aeqA_1}{2c}\alpha^2\right)\cos\left(\frac{aeqA_2}{c}\alpha\right)\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)d\alpha,$$
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\alpha\cos\left(\frac{aeqA_1}{2c}\alpha^2\right)\sin\left(\frac{aeqA_2}{c}\alpha\right)\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)d\alpha,$$
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\alpha\sin\left(\frac{aeqA_1}{2c}\alpha^2\right)\cos\left(\frac{aeqA_2}{c}\alpha\right)\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)d\alpha,$$
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\alpha\sin\left(\frac{aeqA_1}{2c}\alpha^2\right)\sin\left(\frac{aeqA_2}{c}\alpha\right)\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)d\alpha. \tag{4}$$

Тогда последние слагаемые в обоих уравнениях (1) принимают вид:

$$\frac{4en_0\gamma_0 a\cos\alpha}{c}\sum_{q=1}^{\infty} b_q \sin\left(\frac{aeq\left(A_1\cos\alpha + A_2\sin\alpha\right)}{c}\right) =$$

$$= \frac{4en_0\gamma_0 a}{c}\sum_{q=1}^{\infty} b_q f_1(A_1, A_2),\quad \frac{4en_0\gamma_0 a\sin\alpha}{c}\sum_{q=1}^{\infty} b_q \sin\left(\frac{aeq\left(A_1\cos\alpha + A_2\sin\alpha\right)}{c}\right) =$$

$$= \frac{4en_0\gamma_0 a}{c}\sum_{q=1}^{\infty} b_q f_2(A_1, A_2),\quad f_1(A_1, A_2) = \vartheta\left\{\sin\left(\beta A_1 - \frac{\operatorname{arctg}\left(\beta\sigma^2 A_1\right)}{2} + \frac{\beta^2 A_2^2\delta}{4\pi}\right) + \right.$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\sigma^2}{1+\beta^2\sigma^4 A_1^2} + \frac{\beta^2\sigma^4 A_2^2\left(\beta^2\sigma^4 A_1^2 - 1\right)}{\left(1+\beta^2\sigma^4 A_1^2\right)^2}\right)\sin\left(\frac{\operatorname{arctg}\left(\beta\sigma^2 A_1\right)}{2} - \beta A_1 - \frac{\beta^2 A_2^2\delta}{4\pi}\right) + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{\sigma^4\beta A_1\left(1 - 2\sigma^2\beta^2 A_2^2 + \beta^2\sigma^4 A_1^2\right)}{\left(1+\beta^2\sigma^4 A_1^2\right)^2}\cos\left(\frac{\operatorname{arctg}\left(\beta\sigma^2 A_1\right)}{2} - \beta A_1 - \frac{\beta^2 A_2^2\delta}{4\pi}\right)\right)\right\}, \tag{5}$$

$$f_2(A_1, A_2) = \vartheta\sigma^4\left\{\beta^2 A_1 A_2 \sin\left(-\frac{\operatorname{arctg}\left(\beta\sigma^2 A_1\right)}{2} + \beta A_1 + \frac{\beta^2 A_2^2\delta}{4\pi}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta A_2}{\sigma^2}\cos\left(-\frac{\operatorname{arctg}\left(\beta\sigma^2 A_1\right)}{2} + \beta A_1 + \frac{\beta^2 A_2^2\delta}{4\pi}\right)\right\},$$

$$\beta = \frac{aeq}{c},\quad \delta = \frac{2\pi\beta\sigma^4 A_1}{1 + 0.25\beta^2 A_1^2},\quad \vartheta = \frac{2\pi\sigma\exp\left(-\beta^2\sigma^2 A_2^2 \Big/ \left[2\left(1+\beta^2\sigma^4 A_1^2\right)\right]\right)}{\sqrt{2\pi\left(1+\beta^2\sigma^4 A_1^2\right)}}.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Система уравнений (1) и (5) после обезразмеривания была решена с использованием конечно-разностного метода с начальными условиями вида:

$$A_1 = U\exp\left(-\frac{z^2}{l_z^2}\right)\exp\left(-\frac{r^2}{l_r^2}\right),$$

$$\frac{d}{dt}A_1 = \frac{2\nu_o U}{l_z^2}\exp\left(-\frac{z^2}{l_z^2}\right)\exp\left(-\frac{r^2}{l_r^2}\right), \tag{6}$$

$$A_2 = 0,\quad \frac{d}{dt}A_2 = 0,$$

где U – амплитуда электромагнитного импульса на входе в среду с УНТ, l_z, l_r –ширина импульса вдоль соответствующих направлений.

Продемонстрируем типичные графики эволюции электромагнитного поля при его распространении по образцу на рис. 2 для компоненты поля E_1 (с учетом, что $E_1 = c^{-1}\partial A_1/\partial t$).

Рисунок 2 демонстрирует поперечное расплывание первой компоненты импульса, но и стремление импульса принять форму кольца. Что касается второй компоненты (график которой мы здесь не приводим в силу его малой информативности), то она локализуется в нескольких точках пространства, что ранее для оптически анизотропных сред не наблюдалось [12, 16] и объясняется разными углами наклона УНТ.

Влияние дисперсии распределения углов УНТ на распространение предельно короткого импульса представлено на рис. 3.

Видно, что разброс значений отклонения угла наклона УНТ к оси OZ оказывает существенное влияние не только на форму импульса, но и его амплитуду. Обратим внимание на “дребезг”, возникающий за импульсом. Физически объяснить его причину очень просто. В (5) под знаком синуса появляются квадратичные слагаемые, при малых амплитудах такие же квадратичные слагаемые появляются в самом уравнении. Вследствие этого происходит выпрямление импульса, возникает квазипостоянное электрическое поле. Так как для периодического закона дисперсии для электронов появление квазипостоянного поля приводит к появлению штарковской лестницы, данная лестница возникает и в нашем случае. Переходы по штарковской лестнице мы и наблюдаем как “дребезг” на рис. 3.

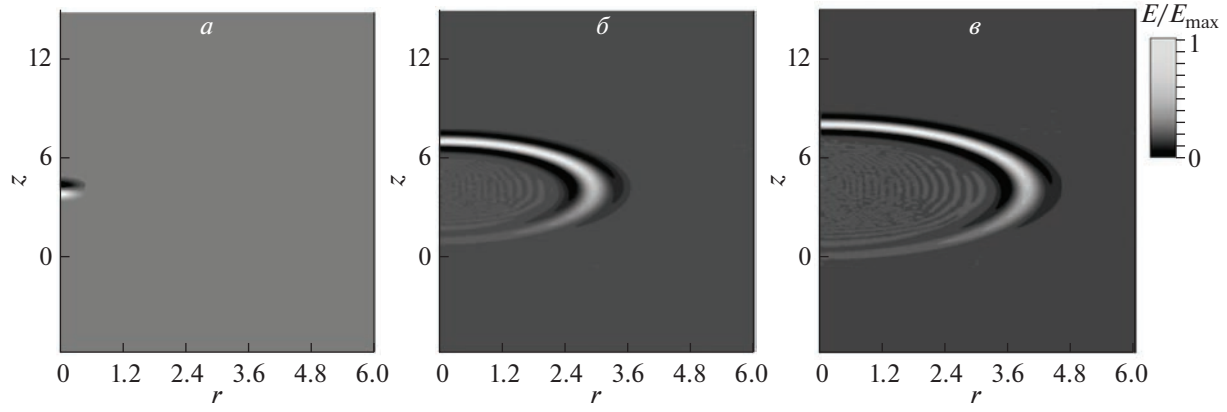

Рис. 2. Зависимость напряженности компоненты электрического поля E_1 от координат в различные моменты времени ($\sigma = 0.001$) $t = 0$ (*а*); 3 (*б*); 4 (*в*). Единица по осям r, z соответствует $2 \cdot 10^{-5}$ м. E_{max} – максимум напряженности электрического поля для каждого момента времени.

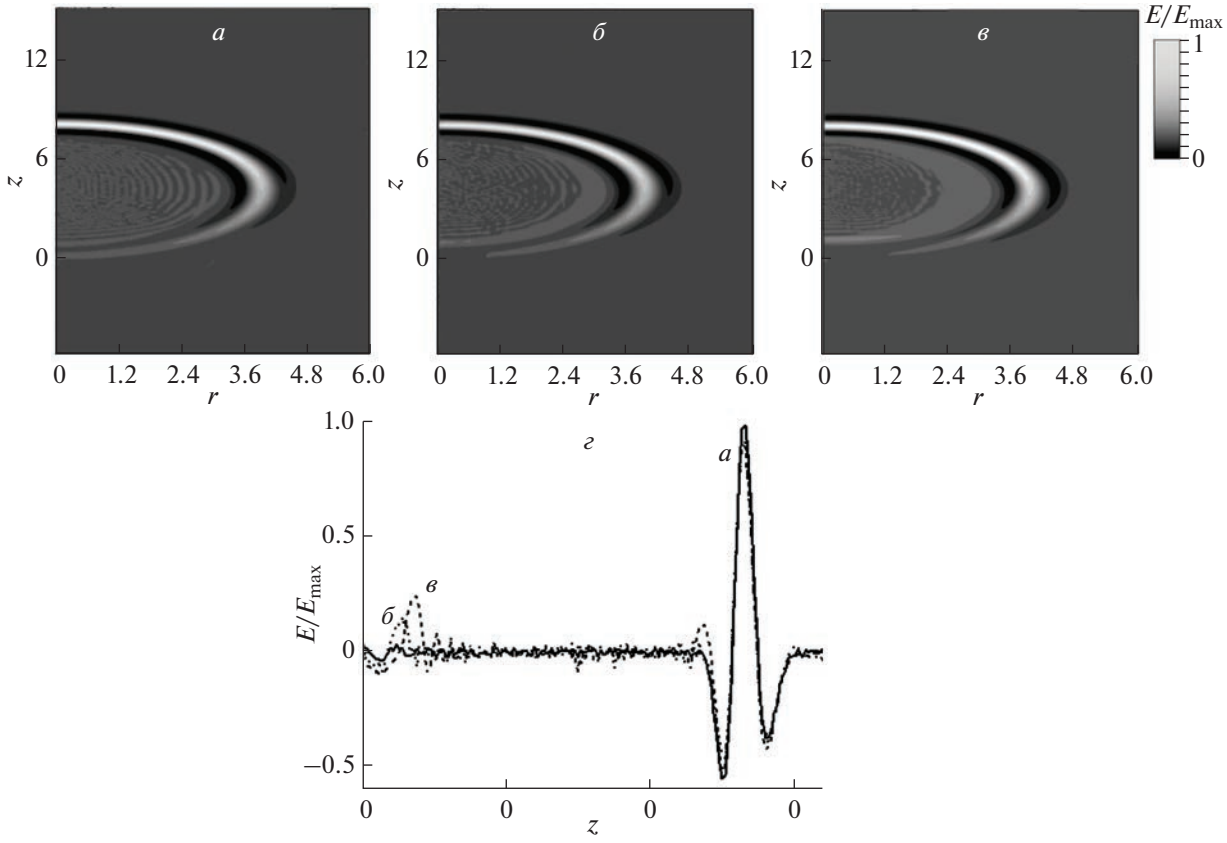

Рис. 3. Зависимость напряженности компоненты электрического поля E_1 от координат при $t = 3$ для разных значений $\sigma = 0.001$ (*а*); 0.005 (*б*); 0.01 (*в*). Срезы для рисунков (*а*–*в*) (*г*).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, построена модель и выведена система эффективных уравнений, описывающих распространения предельно короткого оптического импульса в среде с углеродными нанотрубками с учетом их случайного наклона. Установлено, что качественно поведение компоненты поля E_2 аналогично поведению компоненты E_1. Выявлено сильное влияние дисперсии распределения наклона углеродных нанотрубок на характеристики электромагнитного импульса при его распространении в такой среде. Наблюдаемые осцил-

ляции поля в среде с углеродными нанотрубками со случайным наклоном являются проявлением переходов по штарковской лестнице.

Авторы выражают благодарность Министерству науки и высшего образования РФ за поддержку исследования в рамках государственного задания (тема FZUU-2023-0001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Avouris P., Freitag M., Perebeinos V.* // Nature Photonics. 2008. V. 2. P. 341.
2. *Uda T., Ishii A., Kato Y.K.* // ACS Photonics. 2018. V. 5. No. 2. P. 559.
3. *He X., Htoon H., Doorn S.K. et al.* // Nature Mater. 2018. V. 17. P. 663.
4. *Gaufres E., Izard N., Le Roux X. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 96. No. 23. Art. No. 231105.
5. *Iijima S.* // Nature. 1991. V. 354. P. 56.
6. *Konobeeva N.N., Fedorov E.G., Rosanov N.N. et al.* // J. Appl. Phys. 2019. V. 126. Art. No. 203103.
7. *Розанов Н.Н.* // УФН. 2000. Т. 170. № 4. С. 462; *Rosanov N.N.* // Phys. Usp. 2000. V. 43. No. 4. P. 421.
8. *Розанов Н.Н.* Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто. М.: Физматлит, 2011.
9. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. М.: Физматлит, 2005.
10. *Сазонов С.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 6. С. 766; *Sazonov S.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 6. P. 643.
11. *Сазонов С.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2022. Т. 115. № 4. С. 207; *Sazonov S.V.* // JETP Lett. 2022. V. 115. No. 4. P. 181.
12. *Konobeeva N.N., Belonenko M.B.* // Int. J. Mod. Phys. B. 2021. V. 35. No. 19. Art. No. 2150197.
13. *Zhou J., Lan Y., Zhang K. et al.* // Nanoscale. 2016. V. 8. P. 4903.
14. *Sarasini F., Tirillò J., Lilli M. et al.* // Compos. B. Eng. 2022. V. 243. Art. No. 110136.
15. *Islam S., Saleh T., Asyraf M.R.M. et al.* // Mater. Res. Express. 2019. V. 6. Art. No. 025019.
16. *Конобеева Н.Н., Белоненко М.Б.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 12. С. 1706; *Konobeeva N.N. Belonenko M.B.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 12. P. 1359.
17. *Матвеев А.Н.* Оптика. М.: Высшая школа, 1985.

Propagation of extremely short optical pulses in carbon nanotubes with a random tilt

N. N. Konobeeva[a], *, M. B. Belonenko[a]

[a] *Volgograd State University, Volgograd, 400062 Russia*

**e-mail: yana_nn@volsu.ru*

We studied the propagation of electromagnetic waves in a medium with carbon nanotubes. An approximation that the random tilt of the tubes relative to the axis perpendicular to the wave vector of the momentum obeys a normal distribution and is sufficiently small was used. Effective equations for the vector potential of the electromagnetic field are derived. The dependence of the momentum field components on the dispersion of the distribution of the slope of carbon nanotubes was analyzed.

Keywords: carbon nanotubes, random tilt, extremely short optical pulse