

УДК 535.3:538.9

ВЛИЯНИЕ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК НА ОБРАЗОВАНИЕ УДАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

© 2023 г. С. В. Белибихин¹, Н. Н. Конобеева¹, *, М. Б. Белоненко¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
“Волгоградский государственный университет”, Волгоград, Россия

*E-mail: yana_nn@volsu.ru

Поступила в редакцию 24.07.2023 г.

После доработки 14.08.2023 г.

Принята к публикации 28.08.2023 г.

На основании укороченных уравнений Максвелла для нелинейной среды, содержащей углеродные нанотрубки полупроводникового типа, изучено образование ударных волн. Рассматривается классическая нелинейная среда с кубической нелинейностью и дисперсией. Установлено, что введение углеродных нанотрубок стабилизирует ультракороткий оптический импульс и препятствует образованию ударных волн. Вместе с тем импульс остается локализованным.

DOI: 10.31857/S0367676523703039, EDN: QKLSHQ

ВВЕДЕНИЕ

Под ударными электромагнитными волнами понимают волны, у которых групповая скорость зависит от интенсивности [1]. В этом случае происходит изменение формы импульса, которое сводится к большей крутизне его переднего или заднего фронта, что определяется знаком нелинейности. Образование таких волн достаточно широко освещено в литературе, см. например, [2–5]. Отметим также важные практические применения таких волн. Так при входе электромагнитного импульса в усиливающую среду (создающую, например, при помощи инверсии заселенности) важно, чтобы перед передним фронтом импульса не было дополнительных локальных максимумов, которые снимут инверсию и ослабят усиление максимума импульса. Избавиться от таких локальных максимумов помогают ударные волны на переднем фронте импульса, что не требует применения дополнительных обрезавших устройств. Это позволяет реализовать совместное усиление и временное сжатие мощных электромагнитных импульсов в активной среде. Таким образом, упомянутые выше волны находят значительное практическое применение. Важно отметить, что ранее образование ударных электромагнитных волн рассматривалось подробно в средах с нелинейностью Керра и не затрагивало нелинейности другого типа [6, 7].

Вместе с тем достаточно полно было проведено исследование распространения ультракоротких импульсов (или пучков света при другом выборе бегущей координаты) в среде углеродных

нанотрубок (УНТ). Динамика таких структур была рассмотрена в [8–10]. В этих же работах приведен подробный вывод укороченных уравнений. Несмотря на то, что нелинейность в среде углеродных нанотрубок отличается от классической, в ней возможно образование солитонов. Такие солитоны оказались устойчивыми как при допировании углеродных нанотрубок примесями, так и при воздействии на них внешних полей [11–13]. Естественным образом возникает вопрос, как скажется введение УНТ в нелинейную среду на образовании ударных электромагнитных волн. Кроме того, возникает вопрос и об устойчивости аналогов солитонных решений. Решению этих задач и посвящена настоящая работа.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Запишем уравнение для электромагнитного поля в нелинейной среде с зигзагообразными углеродными нанотрубками. Будем рассматривать одномерные ультракороткие электромагнитные импульсы, которые распространяются перпендикулярно оси нанотрубок (оси Oz). При этом вектор электрического поля параллелен оси Oy , и, следовательно, $\vec{E} = (0, E(z, t), 0)$.

Волновое уравнение на векторный потенциал электрического поля импульса при учете, что $\vec{E} = -c^{-1} \partial \vec{A} / \partial t$, имеет следующий вид:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} + 4\pi \vec{j}(\vec{A}) - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \quad (1)$$

где c — скорость света, $\vec{j} = (0, j(z, t), 0)$ — плотность электрического тока. Третье слагаемое в правой части уравнения (1) учитывает свойства среды $\vec{P} = (0, P(z, t), 0)$ — поляризация.

Выражение для поляризации можно записать в виде:

$$\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL}, \quad (2)$$

где $\vec{P}_L$ — линейная часть поляризации, а $\vec{P}_{NL}$ — керровская нелинейная часть.

Плотность электрического тока может быть определена согласно формуле [14]:

$$j = 2e \sum_{s=1}^m \int_{\text{BZ}} v_s(p) f(p, s) dp, \quad (3)$$

где e — электрический заряд, p — компонента квазиимпульса электрона вдоль оси нанотрубок, $v_s(p) = \partial \varepsilon_s(p) / \partial p$ — скорость электронов, $f(p, s)$ — функция Ферми, $\varepsilon_s(p)$ — закон дисперсии электронов УНТ типа $(m, 0)$ [15]:

$$\varepsilon_s(p) = \pm \gamma_0 \sqrt{1 + 4 \cos(ap) \cos\left(\frac{\pi s}{m}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\pi s}{m}\right)}, \quad (4)$$

где $s = 1, \dots, m$, $\gamma_0 \approx 2.7$ эВ, $a = 3b/2\hbar$, $b = 0.142 \cdot 10^{-7}$ см.

В этом случае получаем уравнение на ненулевую компоненту векторного потенциала:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{4\pi a e n_0 \gamma_0}{c} \sum_{q=1}^{\infty} b_q \sin\left(\frac{q a e A}{c}\right) - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \quad (5)$$

n_0 — концентрация электронов,

$$b_q = \sum_s a_{sq} \int_{\text{1BZ}} dp \cos(pq) \frac{\exp(-\varepsilon_s(p)/k_B T)}{1 + \exp(-\varepsilon_s(p)/k_B T)}, \quad (6)$$

k_B — постоянная Больцмана, T — температура, 1BZ обозначает первую зону Бриллюэна, a_{sq} — коэффициенты в разложении $\varepsilon_s(p)$ в ряд Фурье:

$$\varepsilon_s(p) = \frac{1}{2\pi} \sum_{s=1}^m \sum_{q=1}^{\infty} a_{sq} \cos(pq), \quad (7)$$

$$a_{sq} = \int_{\text{1BZ}} dp \cos(pq) \varepsilon_s(p). \quad (8)$$

Отметим, что коэффициенты b_q быстро уменьшаются с ростом q , что позволяет нам оставить в рассмотрении только первые несколько слагаемых [8].

Учитывая принятые выше ограничения, приведем уравнение (5) к эффективному виду. Поле импульса в среде будем считать квазимонохроматическим и опишем в рамках приближения мед-

ленно меняющихся амплитуд и фаз [17, 18] с помощью замены векторного потенциала $A(z, t)$ в виде:

$$A(z, t) = \text{Re}\{B(z, t) \exp(i(kz - \omega t))\}. \quad (9)$$

Медленное изменение величины во времени подразумевает, что характерное время t_{slow} , за которое происходит существенное изменение данной величины, много больше временного периода изменения поля падающей электромагнитной волны, т.е. $t_{\text{slow}} \gg 2\pi/\omega$. Частота излучения $\omega \approx 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $t_{\text{slow}} \approx 5 \cdot 10^{-13} \text{ с}$, что соответствует данному условию. Медленное изменение величины в пространстве означает, что характерные расстояния z_{slow} , на которых имеют место значительные относительные изменения данной величины, существенно превосходят пространственный период (длину волны) падающего излучения, т.е. $z_{\text{slow}} \gg 2\pi/k$ ($2 \cdot 10^{-5} \text{ м} \gg 10^{-6} \text{ м}$).

Задав пространственно-временную зависимость поля волны в форме (9), применяя условия приближения медленно меняющихся амплитуд и фаз, а также производя усреднение по периоду $2\pi/\omega$ падающей волны, преобразуем уравнение (5) к следующему виду:

$$i \frac{\partial B}{\partial \zeta} + \frac{D}{2} \frac{\partial^2 B}{\partial \tau^2} - R |B|^2 B + i\mu \frac{\partial(|B|^2 B)}{\partial \tau} - \frac{\omega_0^2}{c^2} B \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} b_q \frac{(-1)^l q^{2l+1} |B|^{2l}}{l!(l+1)! 2^{2l}} = 0 \quad (10)$$

здесь $\omega_0 = 2ea\sqrt{\pi n_0 \gamma_0}$ — характеристическая частота, $\zeta = z\omega_0/c$, $\tau = \omega_0 t$ — время в сопутствующей системе координат, $B = eaA/c$, D — дисперсия групповых скоростей, R — коэффициент нелинейности, μ — параметр самообострения [19].

Более подробный вывод приведен в [20]. Данное уравнение решалось численно при помощи разностной схемы Дюфорта—Франкеля [21].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Уравнение (10) решалось со следующими начальными условиями:

$$B(\tau, 0) = Q \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_0)^2}{l_\tau^2}\right), \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} B(\tau, 0) = \frac{2Q\mu(\tau - \tau_0)}{l_\tau^2} \exp\left(-\frac{(\tau - \tau_0)^2}{l_\tau^2}\right),$$

где Q — амплитуда волны на входе в среду с УНТ, l_τ определяет ее ширину, τ_0 — координата максимальной интенсивности поля пучка, μ — начальная скорость импульса.

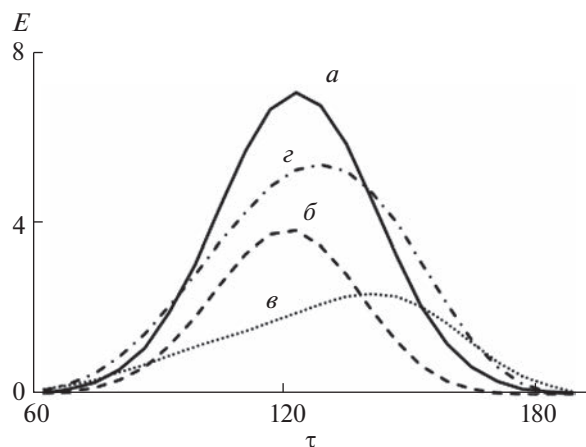


Рис. 1. Зависимость напряженности электрического поля импульса от координаты τ в различных точках пространства $z = 0$ (а); 4 (б); 8 (е); 10 (з). Единица по E соответствует 10^7 В/м.

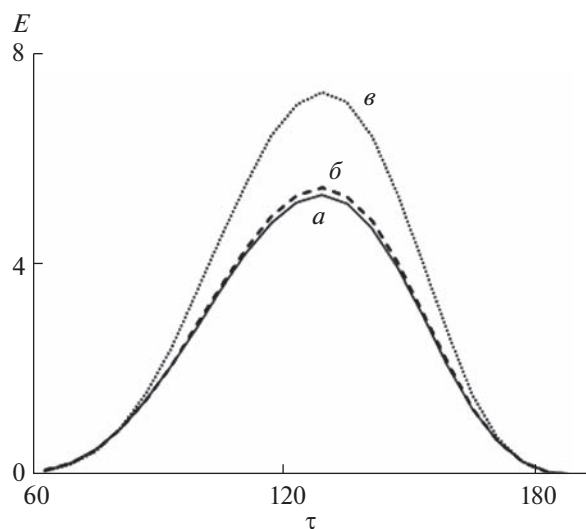


Рис. 2. Зависимость напряженности электрического поля импульса от координаты τ для разных значений параметра $\mu = (z = 10, D = 0.01, R = 0.01)$ 0.001 (а); 0.01 (б); 0.1 (е). Единица по E соответствует 10^7 В/м, единица по $D - 5 \cdot 10^{-23}$ с²/м, единица по $R - 3$ Вт⁻¹ · м⁻¹, единица по $\mu - 10^{-12}$ Вт⁻¹ · м⁻¹ с.

Эволюция импульса представлена на рис. 1. Видно, что импульс с течением времени испытывает не только затухание, но и укручение фронта. Затем процессы нелинейности усиливаются и наступает баланс с дисперсией, что приводит к стабилизации импульса (рис. 1з).

Зависимость электрического поля импульса от коэффициента μ показана на рис. 2. Влияние параметра самообострения проявляется в измене-

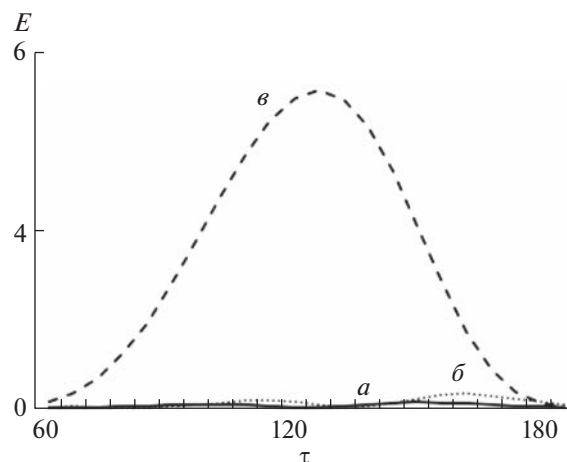


Рис. 3. Зависимость напряженности электрического поля импульса от координаты τ для разных значений параметра $D = (z = 10, \mu = 0.1, R = 0.01)$ 0.001 (а); 0.01 (б); 0.005 (е). Единица по E соответствует 10^7 В/м, единица по $D - 5 \cdot 10^{-23}$ с²/м, единица по $R - 3$ Вт⁻¹ · м⁻¹, единица по $\mu - 10^{-12}$ Вт⁻¹ · м⁻¹ с.

нии амплитуды импульса, но при этом не меняется крутизна импульса. Данный параметр отвечает за образование ударных волн, которые при наличии в среде УНТ не наблюдаются.

Зависимость поля импульса от дисперсии групповых скоростей D показана на рис. 3. Приведенные графики показывают, что с ростом дисперсии групповых скоростей D наблюдается не только увеличение амплитуды импульса, но и уменьшение крутизны его переднего фронта. Сильное влияние дисперсии групповых скоростей прежде всего объясняется изменением баланса между дисперсией и нелинейностью, что и ведет к изменению формы и амплитуды импульса.

Также нами были проведены исследования пространственно-энергетических характеристик импульса от коэффициента нелинейности R , которые показали, отсутствие такой зависимости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена модель распространения электромагнитных волн в среде с углеродными нанотрубками, в которой возможно образование ударных волн. Установлено, что введение углеродных нанотрубок стабилизирует ультракороткий оптический импульс и препятствует образованию ударных волн. При этом импульс сохраняет свою область локализации. Выявлено наибольшее влияние дисперсии групповых скоростей на процесс распространения импульса.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-71-00016, <https://rscf.ru/project/23-71-00016/>). Работа выпол-

нена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Островский Л.А.* // ЖТФ. 1963. Т. 33. С. 1080.
2. *Wan W., Jia S., Fleischer J.* // Nature Physics. 2007. V. 3. P. 46.
3. *Золотовский И.О., Семенцов Д.И.* // Квант. электрон. 2005. Т. 35. С. 419; *Zolotovskii I.O., Sementsov D.I.* // Quantum Electron. 2005. V. 35. No. 5. P. 419.
4. *Nuño J., Finot C., Xu G. et al.* // Commun. Phys. 2019. V. 2. Art. No. 138.
5. *Isoard M., Kamchatnov A.M., Pavloff N.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 99. Art. No. 053819.
6. *Wan W., Jia S., Fleischer J.W.* // Nature Physics. 2007. V. 3. P. 46.
7. *Xu G., Mussot A., Kudlinski A.* // Opt. Lett. 2016. V. 41. P. 2656.
8. *Belonenko M.B., Demushkina E.V., Lebedev N.G.* // J. Russ. Laser Res. 2006. V. 27. P. 457.
9. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Malomed B.A. et al.* // Phys. Rev. A. 2016. V. 94. Art. No. 053823.
10. *Белоненко М.Б., Конобеева Н.Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 6. С. 792; *Belonenko M.B., Konobeeva N.N.* Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 6. P. 665.
11. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Konobeeva N.N. et al.* // EPL. 2014. V. 106. No. 3. Art. No. 37005.
12. *Янюшкина Н.Н., Белоненко М.Б., Лебедев Н.Г.* // Опт. и спектроск. 2010. Т. 108. № 4. С. 658; *Yanushkina N.N., Lebedev N.G., Belonenko M.B.* // Opt. Spectrosc. 2010. V. 108. No. 4. P. 618.
13. *Белоненко М.Б., Конобеева Н.Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 12. С. 1739; *Belonenko M.B., Konobeeva N.N.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 12. P. 1479.
14. *Елецкий А.В.* // УФН. 1997. Т. 167. № 9. С. 945; *Eletskii A.V.* // Phys. Usp. 1997. V. 40. No. 9. P. 899.
15. *Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Saito R.* // Carbon. 1995. V. 33. No. 7. P. 883.
16. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Fedorov E.G. et al.* // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. No. 14. Art. No. 143106.
17. *Ахмедиев Н.Н., Анкевич А.* Солитоны. Нелинейные импульсы и пучки. М.: Физматлит, 2003.
18. *Sazonov S.V.* // J. Phys. Conf. Ser. 2017. V. 859. Art. No. 012015.
19. *Золотовский И.О., Коробко Д.А., Минвалиев Р.Н. и др.* // Изв. СамНЦ РАН. 2013. Т. 15. № 4(3). С. 739.
20. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B. et al.* // Modern Phys. Lett. B. 2013. V. 27. No. 07. Art. No. 1350045.
21. *Liang Z., Yan Y., Cai G.* // Discrete Dyn. Nat. Soc. 2014. V. 2014. Art. No. 784387.

Influence of carbon nanotubes on the formation of shock electromagnetic waves

S. V. Belibikhin^a, N. N. Konobeeva^a, *, M. B. Belonenko^a

^aVolgograd State University, Volgograd, 400062 Russia

*e-mail: yana_nn@volsu.ru

Based on the shortened Maxwell equations, for a nonlinear medium containing carbon nanotube of the semiconductor type, the formation of shock waves is studied. A classical nonlinear medium with cubic nonlinearity and dispersion is considered. It has been established that the introduction of carbon nanotubes stabilizes an ultrashort optical pulse and prevents the formation of shock waves. However, the pulse remains localized.

Keywords: shock waves, carbon nanotubes, nonlinear medium