

ТРИ-ЭЙРИ ПУЧКИ И ПЛОСКОСТЬ ИХ АВТОФОКУСИРОВКИ

© 2024 г. Д. В. Прокопова¹, *, Е. Г. Абрамочкин¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт имени П.Н. Лебедева
Российской академии наук, Самарский филиал, Самара, Россия

*e-mail: prokopovadv@lebedev.ru

Поступила в редакцию 15.12.2023

После доработки 29.01.2024

Принята к публикации 26.02.2024

Теоретически и экспериментально изучено положение плоскости автофокусировки три-Эйри пучка в зависимости от параметра смещения. Показано, что при различных значениях этого параметра три-Эйри пучок может иметь или не иметь плоскость автофокусировки. При наличии плоскости автофокусировки установлено, что с ростом абсолютной величины параметра смещения плоскость автофокусировки монотонно удаляется от начальной.

Ключевые слова: плоскость автофокусировки, интегралы дифракционных катастроф, функция Эйри, три-Эйри пучки, голографический метод, структурированные световые поля

DOI: 10.31857/S0367676524060096, EDN: PHFPLG

ВВЕДЕНИЕ

Световые поля, построенные на основе интегралов дифракционных катастроф (ИДК), стали в последние годы предметом интенсивных исследований в оптике. При этом в качестве базисных рассматриваются как хорошо известные функции — функции Эйри, Пирси, ласточкин хвост [1], так и новые, для которых изучающие их авторы вводят собственные обозначения. Начиная с 2007 года, когда были получены пучки Эйри, обладающие конечной энергией [2], наблюдается устойчивый интерес к изучению свойств ИДК-пучков (и теоретических, и экспериментальных, и прикладных), что можно заметить по росту объема публикаций, связанных с такими пучками. Упомянем только несколько работ обзорного плана [3–5], содержащих большие списки цитируемой литературы.

Как правило, свойства ИДК-пучков, привлекающие внимание исследователей, связаны с негауссовой природой этих пучков (автофокусировка, самовосстановление и т. д.). Если для стандартного гауссова пучка порядок роста равен 2 (см. определение и примеры в [6]) и остается неизменным при распространении в зоне Френеля от исходной плоскости до плоскости Фурье, то для ИДК-пучков это уже не так. Функция Эйри, например, имеет порядок роста, равный $3/2$, а ее Фурье-образ — порядок роста, равный 3.

Сильно осциллирующий характер ИДК-пучков и изменяющийся порядок роста, отличный от гауссова, порождает не только трудности, связанные с теоретическим исследованием их распространения в зоне Френеля, но и является источником новых

возможностей. Так резкая локализация поля в эксперименте может быть полезной для создания условий возникновения нелинейных эффектов, таких как вынужденное комбинационное рассеяние, многофотонное поглощение, филаментация [3, 7, 8]. Также такие свойства оказались полезными в микроскопии [3, 9–13], для расширения возможностей оптических пинцетов [3, 14–19], для обработки материалов [20, 21]. Интенсивно исследуется распространение структурированных импульсов [22, 23] и распространение структурированных полей в нелинейных средах [24].

Для параксиальных световых полей свойство автофокусировки (т. е. когда световой пучок, распространяющийся в зоне Френеля и имеющий широкий профиль интенсивности перед фокальной плоскостью, внезапно резко изменяется и принимает вид одиночного сильно локализованного пика большой амплитуды) наиболее известно на примере круговых пучков Эйри [3, 25, 26]. А именно, для полей вида $e^{i\alpha(r_0-r)}\text{Ai}(r_0-r)$ были найдены местоположение плоскости фокусировки и размеры локального пика интенсивности.

Три-Эйри пучки — еще один пример световых полей, демонстрирующий свойство автофокусировки при распространении. Эти пучки, зависящие от некоторого вещественного параметра (параметр смещения), были получены в [27] и исследованы в [28–31]. Первоначально свойство автофокусировки было выявлено в численных и оптических экспериментах, поскольку найти преобразование Френеля три-Эйри пучка в обзорном виде, пригодном для теоретического исследования, до сих пор не удалось. В данной работе мы рассматриваем задачу определения местоположения

плоскости автофокусировки (АФ-плоскости) в зависимости от параметра смещения как вопрос нахождения каустики соответствующего быстроосциллирующего интеграла. Такая постановка задачи не требует явного вычисления преобразования Френеля, но полученная формула имеет асимптотический характер и насколько точно она соответствует реальной АФ-плоскости, зарегистрированной экспериментально, приходится проверять численно.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Функция Эйри — это вещественная функция, определяемая как Фурье-образ чисто фазовой экспоненты с показателем кубического вида:

$$\begin{aligned} \text{Ai}(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{t^3}{3} + xt\right) dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \exp\left(\frac{it^3}{3} + ixt\right) dt. \end{aligned} \quad (1)$$

Она стремится к нулю при $x \rightarrow \pm\infty$, однако характер этого убывания различен для положительных и отрицательных значений. Если $x \rightarrow +\infty$, то убывание происходит по экспоненте,

$$\text{Ai}(x) \sim \frac{1}{2\sqrt{\pi}x^{1/4}} \exp\left(-\frac{2}{3}x^{3/2}\right).$$

Если же $x \rightarrow -\infty$, то убывание происходит медленно и сопровождается все более учащающимися осцилляциями,

$$\text{Ai}(x) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi}x^{1/4}} \sin\left(\frac{2}{3}|x|^{3/2} + \frac{\pi}{4}\right).$$

В частности, все нули функции Эйри расположены на отрицательной полуоси.

Три-Эйри пучок — это двумерное световое поле с конечной энергией, зависящее от вещественного параметра a (параметр смещения), которое в исходной плоскости имеет вид

$$\begin{aligned} \text{Ai}_3(x, y, a) &= \\ &= \text{Ai}\left(\frac{x\sqrt{3}-y}{2} + a\right) \text{Ai}\left(\frac{-x\sqrt{3}-y}{2} + a\right) \text{Ai}(y+a). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь и далее мы используем безразмерные переменные. Для задач параксиальной оптики переход от размерных переменных к безразмерным и обратно осуществляется с помощью формул перехода $(x, y, z) \leftrightarrow \left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{2z}{kw^2}\right)$, где w — характерный размер поля и k — волновое число.

В своих теоретических и экспериментальных исследованиях мы обычно выбираем параметр смещения a на основе нулей функции $\text{Ai}(x)$ или ее производной. Традиционно эти нули обозначаются как a_n

и a'_n , соответственно. Для них известны асимптотические формулы

$$a_n \approx -\left(\frac{3\pi}{8}(4n-1)\right)^{2/3}, \quad a'_n \approx -\left(\frac{3\pi}{8}(4n-3)\right)^{2/3},$$

которые дают очень хорошее приближение даже при малых n .

Известно [27], что Фурье-образ поля (2) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\text{Ai}_3(\vec{\rho}, a)](\vec{r}) &= \frac{1}{3^{5/6}\pi} \exp\left(-\frac{2i}{27}(3x^2y - y^3)\right) \times \\ &\times \text{Ai}\left(3^{2/3}a + \frac{2|\vec{r}|^2}{3^{4/3}}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\vec{r} = (x, y)$, $\vec{\rho} = (\xi, \eta)$ — векторы и

$$\mathcal{F}[f(\vec{\rho})](\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} e^{-i\langle \vec{r}, \vec{\rho} \rangle} f(\vec{\rho}) d^2\vec{\rho} \quad (4)$$

— двумерное преобразование Фурье.

Известно также [32], что преобразование Френеля любого светового поля с конечной энергией, заданного своей комплексной амплитудой в исходной плоскости,

$$\begin{aligned} F(\vec{r}, z) &= \text{FR}_z[f(\vec{\rho})](\vec{r}) = \\ &= \frac{1}{\pi iz} \iint_{\mathbb{R}^2} \exp\left(\frac{i}{z}|\vec{r} - \vec{\rho}|^2\right) f(\vec{\rho}) d^2\vec{\rho}, \end{aligned} \quad (5)$$

можно представить как интегральное преобразование его Фурье-образа:

$$\begin{aligned} F(\vec{r}, z) &= \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} \exp\left(i\langle \vec{r}, \vec{\rho} \rangle - \frac{iz}{4}|\vec{\rho}|^2\right) \times \\ &\times \mathcal{F}[f](\vec{\rho}) d^2\vec{\rho}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим вместо $\mathcal{F}[f](\vec{\rho})$ Фурье-образ три-Эйри пучка:

$$\begin{aligned} \text{FR}_z[\text{Ai}_3(\vec{\rho}, a)](\vec{r}) &= \frac{1}{3^{5/6}2\pi^2} \times \\ &\times \iint_{\mathbb{R}^2} \exp\left(i\langle \vec{r}, \vec{\rho} \rangle - \frac{iz}{4}|\vec{\rho}|^2 - \frac{2i}{27}(3\xi^2\eta - \eta^3)\right) \times \\ &\times \text{Ai}\left(3^{2/3}a + \frac{2}{3^{4/3}}|\vec{\rho}|^2\right) d^2\vec{\rho}. \end{aligned} \quad (7)$$

Если заменить функцию Эйри ее интегральным представлением (1), то получится преобразование Френеля три-Эйри пучка в виде тройного интеграла от чисто фазовой экспоненты,

$$\begin{aligned} \text{FR}_z[\text{Ai}_3(\vec{\rho}, a)](\vec{r}) &= \\ &= \frac{1}{3^{5/6}4\pi^3} \iiint_{\mathbb{R}^3} \exp(iP(\xi, \eta, t)) d\xi d\eta dt, \end{aligned} \quad (8)$$

с показателем полиномиального вида

$$P(\xi, \eta, t) = (x\xi + y\eta) - \frac{z}{4}(\xi^2 + \eta^2) - \frac{2i}{27}(3\xi^2\eta - \eta^3) + \frac{1}{3}t^3 + 3^{2/3}t \left(a + \frac{2}{9}(\xi^2 + \eta^2) \right). \quad (9)$$

Приравнявая к нулю градиент $(\partial_\xi, \partial_\eta, \partial_t)$ этой функции

$$\begin{aligned} \xi\eta + (Z - t)\xi &= X, \\ (1/2)(\xi^2 - \eta^2) + (Z - t)\eta &= Y, \\ (\xi^2 + \eta^2) + (1/2)t^2 &= 2A, \end{aligned} \quad (10)$$

и ее гессиан (определитель матрицы вторых производных)

$$\begin{aligned} (t^3 - 6\xi^2\eta + 2\eta^3) + 2Z(\xi^2 + \eta^2 - t^2) + \\ + t(Z^2 - 3\xi^2 - 3\eta^2) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

мы получаем уравнения для нахождения каустики. Здесь для сокращения записи была сделана замена масштаба и переход к новым переменным: $(x, y, z, a) = (4/9)(X, Y, 2Z, -A)$.

Как видно из последнего уравнения системы (10), только при $A > 0$ возможно существование вещественного набора решений (ξ, η, t) . Численные построения показывают, что АФ-плоскость отсутствует не только при отрицательных, но и при малых положительных значениях A . Лишь, начиная с $A \approx 0.5$, становится заметной тенденция распределения интенсивности принять пикообразную форму в какой-то плоскости при распространении поля, причем доминирование этого пика по амплитуде над остальными точками нарастает по мере роста A .

Чтобы решить уравнения (10)–(11), сделаем переход к сферическим координатам:

$$\begin{aligned} \xi &= \sqrt{2A} \cos \varphi \cos \theta, \\ \eta &= \sqrt{2A} \sin \varphi \cos \theta, \\ t &= 2\sqrt{A} \sin \theta, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\varphi \in [0, 2\pi)$ и $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$. Тогда последнее уравнение системы (10) выполняется автоматически, первые два задают параметрическое представление каустической поверхности, $X = X(\varphi, \theta, Z, A)$, $Y = Y(\varphi, \theta, Z, A)$, а уравнение (11) позволяет получить явную зависимость $\varphi = \varphi(\theta, Z, A)$. Более того, в переменных

$(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}) = \left(\frac{X}{A}, \frac{Y}{A}, \frac{Z}{\sqrt{A}} \right)$ зависимость от A становится неявной (тем самым, применение метода стационарной фазы при $4\pi^3$ становится оправданным):

$$\begin{aligned} \tilde{X} &= \cos^2 \theta \sin 2\varphi + \sqrt{2}(\tilde{Z} - 2 \sin \theta) \cos \theta \cos \varphi, \\ \tilde{Y} &= \cos^2 \theta \cos 2\varphi + \sqrt{2}(\tilde{Z} - 2 \sin \theta) \cos \theta \sin \varphi, \\ 2\sqrt{2} \cos^3 \theta \sin 3\varphi &= (\tilde{Z} - 2 \sin \theta)^2 \sin \theta + \\ &+ 2(\tilde{Z} - 3 \sin \theta) \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (13)$$

Случай $\cos \theta = 0$ наиболее интересен. Если $\theta = -\pi/2$, то решений нет из-за ограничения $z \geq 0$. Если $\theta = \pi/2$, то мы получаем решение $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}) = (0, 0, 2)$ — это каустическая точка, которая находится на оптической оси. Именно она определяет местоположение АФ-плоскости:

$$z_s = (8/3)\sqrt{-a}. \quad (14)$$

Как видно из этой формулы, если параметр смещения, оставаясь отрицательным, увеличивается по абсолютной величине, то плоскость автофокусировки удаляется от начальной плоскости.

Если $\cos \theta \neq 0$, то из последнего уравнения системы (13) при фиксированном значении $\tilde{Z}$ мы найдем зависимость $\varphi = \varphi(\theta)$, $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, которую подставляем в первые два.

Рассмотрим пример. Пусть $\tilde{Z} = 2$, т. е. выбрана АФ-плоскость. Найдем форму каустической кривой в плоскости переменных $(\tilde{X}, \tilde{Y})$. Для этого перепишем последнее уравнение системы (13) в виде

$$\sin 3\varphi = \frac{(2 - 2 \sin \theta)^2 \sin \theta + 2(2 - 3 \sin \theta) \cos^2 \theta}{2\sqrt{2} \cos^3 \theta}. \quad (15)$$

График функции от θ , находящейся в правой части этого уравнения, показан на рис. 1. Как видно из рисунка, только на двух интервалах, $[-0.651; -0.418]$ и $[0.339; 1.123]$, существует решение. Обозначим его как $\varphi_0 = (1/3) \arcsin \{ \tau(\theta) \}$. Тогда общее решение — это объединение трех значений $\{ \varphi_0, \varphi_0 + 2\pi/3, \varphi_0 + 4\pi/3 \}$ и трех значений $\{ \pi/3 - \varphi_0, \pi - \varphi_0, 5\pi/3 - \varphi_0 \}$. Если использовать эти шесть зависимостей $\varphi(\theta)$ при построении параметрической кривой, задаваемой первыми двумя уравнениями системы (13), то получится каустика, состоящая из двух частей: внутри — «трехлопастная» кривая с острыми вершинами, снаружи — гипоциклоида треугольного вида (см. рис. 1 справа). Отметим хорошее совпадение формы каустики, построенной на основе теории, с той, что будет получена далее в оптических экспериментах (рис. 4).

Для проверки формулы (14) были выполнены численные эксперименты. Поскольку вершина пика интенсивности в АФ-плоскости всегда находится на оптической оси (т. е. при $x = y = 0$), то достаточно было выбрать значение параметра смещения a и построить график зависимости интенсивности поля $\text{FR}_z [\text{Ai}_3(\xi, \eta, a)](0, 0)$ от переменной z , начиная с $z = 0$ и заканчивая некоторой величиной, превышающей значение z_s . Один из полученных результатов показан на рис. 2. Как видно, для параметра смещения $a = -28.9$ значение z_s , полученное численно, оказывается достаточно близким к величине, полученной из асимптотических соображений.

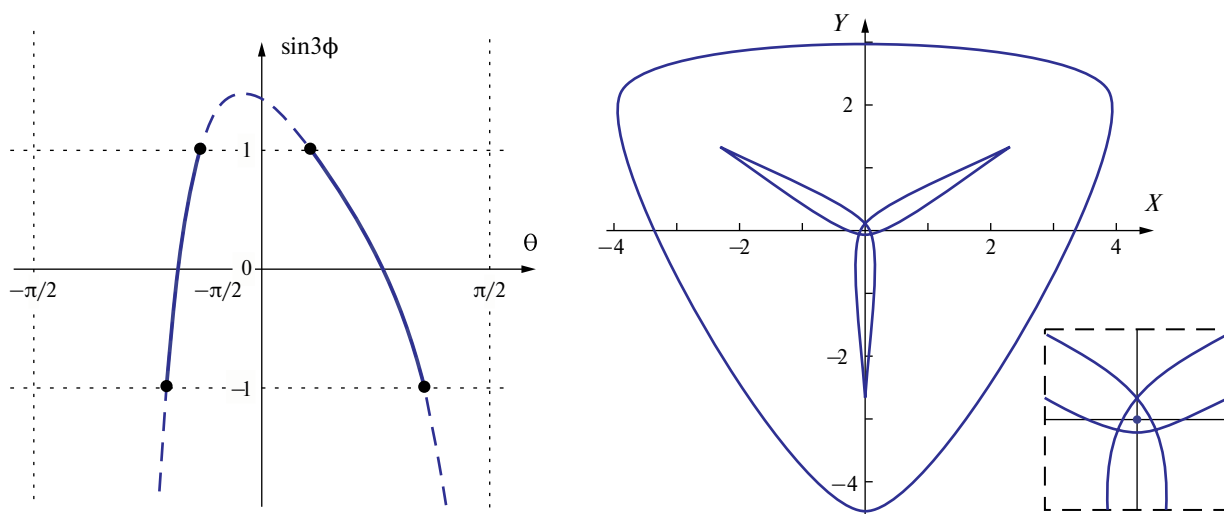


Рис. 1. Слева: интервалы по θ , для которых существует решение $\phi(\theta)$ уравнения (15), справа: каустика $\tilde{X} = \tilde{X}(\phi, \theta)$, $\tilde{Y} = \tilde{Y}(\phi, \theta)$, которая получается из формул (13) при $\tilde{Z} = 2$. Увеличенный фрагмент центральной части показывает наличие каустической точки, которая присутствует только в плоскости автофокусировки.

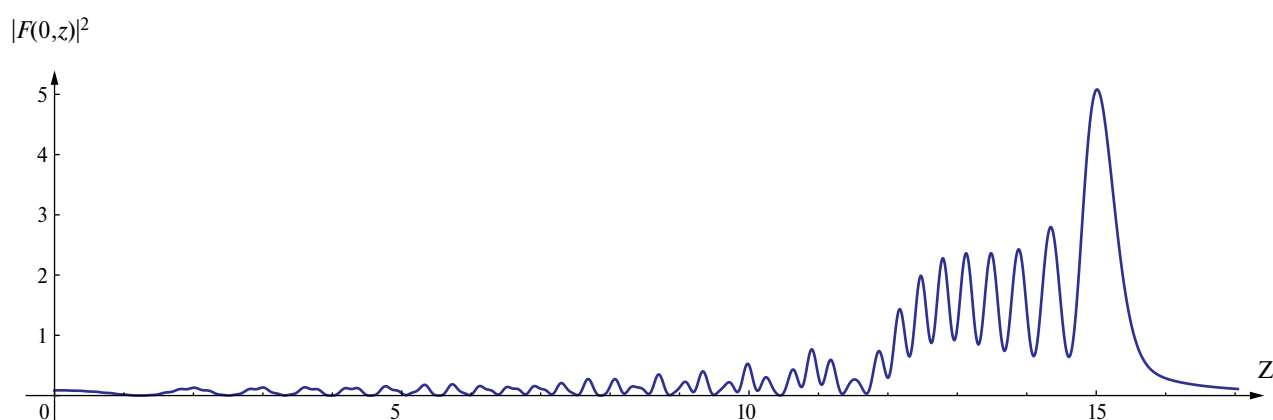


Рис. 2. График зависимости интенсивности пучка $Ai_3(x, y, q)$ на оси z (т. е. при $x = y = 0$) при распространении в зоне Френеля для случая, когда параметр смещения равен $a = 3^{-2/3} a'_{100} = -28.966$. Асимптотическая формула (14) дает значение $z_s = 14.35$, из численного эксперимента получается $z_s = 15.012$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Для экспериментальной проверки выполнения установленной закономерности местоположения плоскости автофокусировки три-Эйри пучков была создана экспериментальная установка. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 3. В качестве источника когерентного излучения выступает твердотельный лазер с диодной накачкой на длине волны $\lambda = 532$ нм и максимальной мощностью $P_{max} = 50$ мВт. Пучок лазера коллимируется при помощи микрообъектива и линзы и попадает на фазовый жидкокристаллический пространственный модулятор света (ЖК ПМС) HoloEye НЕО 1080Р (разрешение 1920×1080 пк., размер пикселя 8 мкм, режим работы: отражение, глубина модуляции фазы: 2π). Далее происходит дифракция на структуре, сформированной

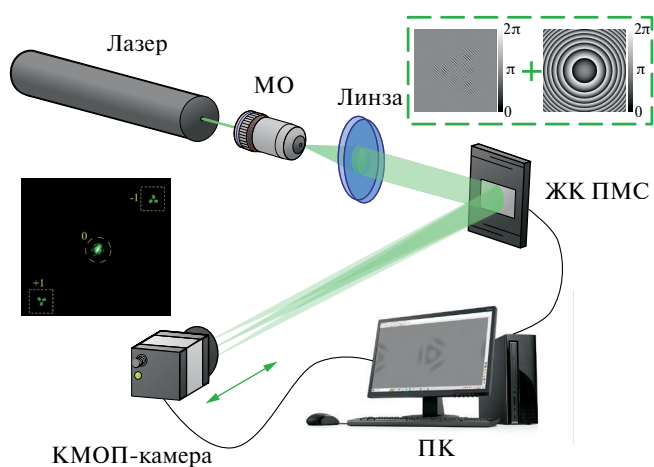


Рис. 3. Схема экспериментальной установки.

на ЖК ПМС, и происходит регистрация сформированных три-Эйри пучков на различных расстояниях от плоскости фокусировки вписанной линзы (Фурье плоскости).

В качестве метода для формирования три-Эйри пучков был выбран голографический, хорошо зарекомендовавший себя для физической реализации структурированных световых полей. Нами был использован подход, ранее успешно примененный для формирования спиральных пучков света [33]. Голограмма, формируемая с помощью ЖК ПМС, представляет собой результат интерференции

опорной плоской волны и объектной (восстанавливаемой) волны. В нашем случае объектная волна является три-Эйри пучком. Выражение, описывающее голограмму:

$$Holo = A_r A_{tAi} \frac{\pi}{2} \cos(\varphi_r - \varphi_{tAi}), \quad (16)$$

где A — амплитуда световой волны, φ — фаза, индексы r и tAi соответствуют опорной плоской волне и три-Эйри пучку соответственно.

Полученные в ходе проведенных экспериментов распределения интенсивности три-Эйри пучков

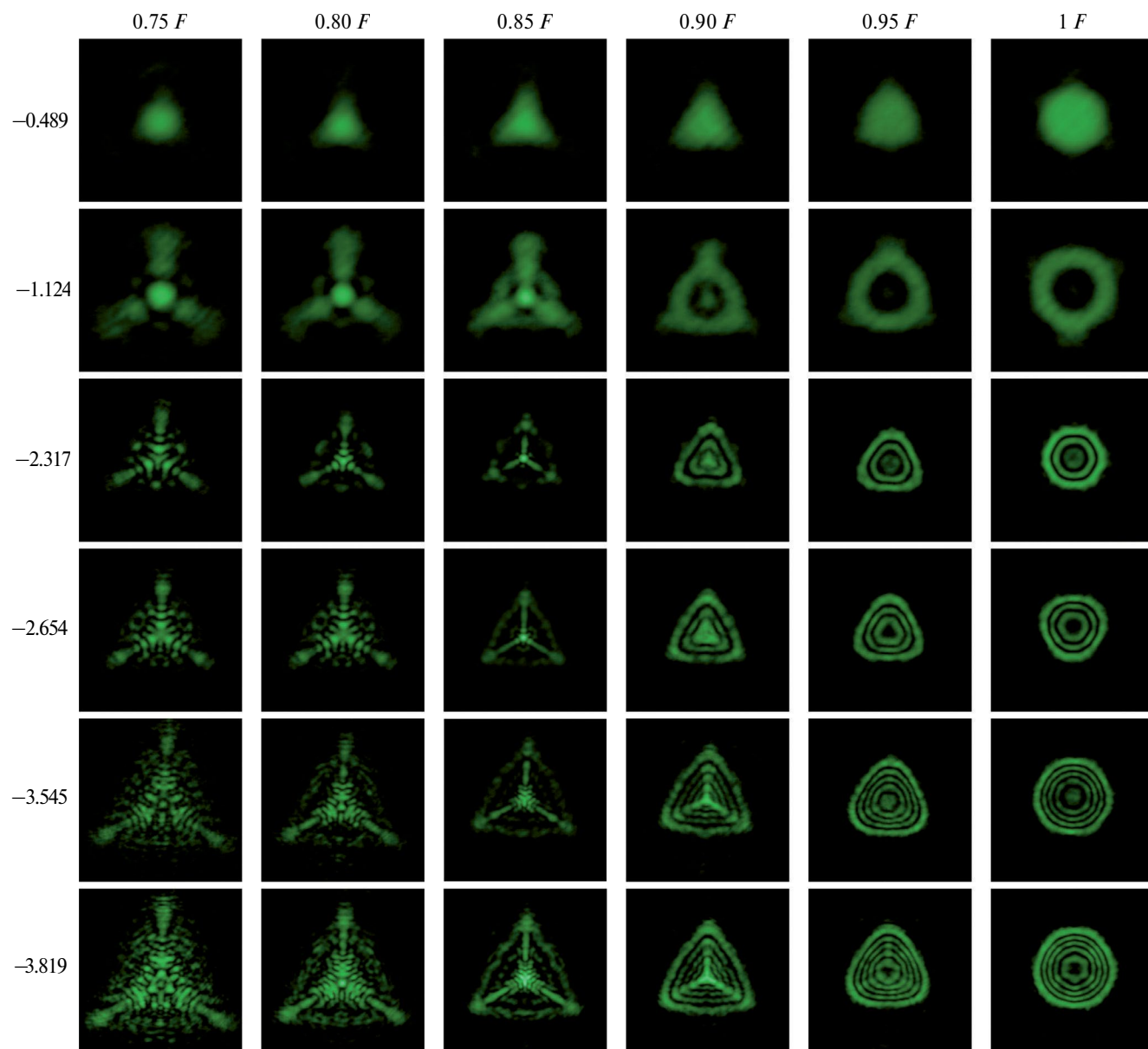


Рис. 4. Экспериментально полученные распределения интенсивности три-Эйри пучков с различными значениями параметра смещения на различных расстояниях, выраженных в единицах фокусного расстояния $F = 500$ мм. Размер стороны кадра равен 1 мм для $a'_1 \cdot 3^{-2/3} = -0.489$ и $a_1 \cdot 3^{-2/3} = -1.124$, и равен 2 мм для $a'_3 \cdot 3^{-2/3} = -2.317$, $a_3 \cdot 3^{-2/3} = -2.654$, $a'_5 \cdot 3^{-2/3} = -3.545$ и $a_5 \cdot 3^{-2/3} = -3.819$.

с различным значением параметра смещения a представлены на рис. 4. Наблюдаются характерные изменения в структуре распределения интенсивности три-Эйри пучков при распространении. Можно выделить две большие области, разделенные АФ-плоскостью, отличающиеся типом структуры распределения интенсивности формируемого поля. Между начальной плоскостью (плоскостью ЖК ПМС в эксперименте) и АФ-плоскостью интенсивность имеет вид набора пятен, собранных в область треугольной формы. Между плоскостями автофокусировки и Фурье распределение интенсивности имеет вид концентрических фигур: ближе к АФ-плоскости треугольных, в плоскости Фурье (фокальной) — набор колец, очень похожий внешне на моду Лагерра–Гаусса, но с супергауссовым убыванием по интенсивности. Наиболее ярко описанные изменения наблюдаются в структуре интенсивности три-Эйри полей с большим абсолютным значением параметра смещения a ($a_3 \cdot 3^{-2/3}$, $a'_3 \cdot 3^{-2/3}$, $a_5 \cdot 3^{-2/3}$ и $a'_5 \cdot 3^{-2/3}$; см. 3–6 строки на рис. 4). При $a = a'_1 \cdot 3^{-2/3} = -0.489$ плоскости автофокусировки нет (верхний ряд на рис. 4). С ростом $|a|$ и появлением АФ-плоскости ее положение начинает смещаться в сторону Фурье-плоскости. Для $a = a_1 \cdot 3^{-2/3} = -1.124$ наблюдается довольно протяженная область локализации поля на оси, с наиболее ярким пятном в плоскости $0.8 F$. Для $a = a_3 \cdot 3^{-2/3} = -2.654$ АФ-плоскость находится на расстоянии $0.85 F$, для $a = a_5 \cdot 3^{-2/3} = -3.819$ — на расстоянии $0.88 F$. Отмеченная закономерность согласуется с предсказанием теории (14). Плоскость автофокусировки с увеличением $|a|$ стремится приблизиться к Фурье плоскости (плоскости $1 F$ на рис. 4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически изучено наличие и местоположение плоскости автофокусировки (АФ-плоскости) три-Эйри пучка в зависимости от параметра смещения a .

Показано, что при всех положительных и малых отрицательных значениях этого параметра три-Эйри пучок не имеет АФ-плоскости. Начиная со значения $a \approx -0.5$ в распределении интенсивности три-Эйри пучка при распространении в зоне Френеля появляется плоскость, в которой энергия поля все более локализуется, а интенсивность принимает колоколообразный вид. Более сильное проявление локализации поля происходит при дальнейшем смещении параметра a в область отрицательных значений. Плоскость автофокусировки разбивает зону Френеля на две области: от исходной плоскости до АФ-плоскости интенсивность три-Эйри пучка трансформируется из треугольной формы в колоколообразную, а от АФ-плоскости до плоскости Фурье становится все более круговой (радиально симметричной), приобретая в итоге вид набора концентрических колец. Характерные изменения в структуре интенсивности поля наблюдаются в экспериментальных данных.

Получена зависимость между положением АФ-плоскости три-Эйри пучка и его параметром смещения через нахождение каустики — формула (14). Результаты компьютерных экспериментов по нахождению АФ-плоскости показали хорошее согласие с полученной формулой для больших значений абсолютной величины параметра смещения a . Подход, использованный при нахождении АФ-плоскости, можно перенести на более сложные световые поля (например, связанные с функцией Пирси). Эти результаты служат развитию теории интегралов дифракционных катастроф и дают более точное понимание о структуре и эволюции световых полей, построенных на их основе. Наблюдаемое в эксперименте положение плоскости автофокусировки три-Эйри пучка с увеличением абсолютного значения параметра смещения сдвигается в сторону Фурье плоскости, что также демонстрирует согласие с аналитически найденной зависимостью (14).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-22-00314 «Интегралы дифракционных катастроф для задач современной фотоники»; <https://rscf.ru/project/23-22-00314/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nye J.F. Natural focusing and fine structure of light. Bristol: IOP, 1999. 328 p.
2. Siviloglou G.A., Christodoulides D.N. // Opt. Lett. 2007. V. 32. No. 8. P. 979.
3. Efremidis N.K., Chen Z., Segev M., Christodoulides D.N. // Optica. 2019. V. 6. No. 5. P. 686.
4. Hu Y., Siviloglou G.A., Peng P. et al. // In: Springer Series in Optical Sciences: Nonlinear Photonics and Novel Optical Phenomena. Springer, 2012. P. 1.
5. Zhang Y., Zhong H., Belić M.R. et al. // Appl. Sci. 2017. V. 7. No. 4. P. 341.
6. Тумчарш Э.Ч. Теория функций. М.: Наука, 1980. 463 с.
7. Polynkin P., Kolesik M., Moloney J.V. et al. // Science. 2009. V. 324. P. 229.
8. Polynkin P., Kolesik M., Moloney J. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103. No. 12. Art. No. 123902.
9. Vettenburg T., Dalgarno H., Nylk J. et al. // Nature Meth. 2014. V. 11. P. 541.
10. Nylk J., McCluskey K., Aggarwal S. et al. // Biomed. Opt. Express. 2016. V. 7. No. 10. P. 4021.
11. Nylk J., McCluskey K., Preciado M.A. et al. // Sci. Advances. 2018. V. 4. Art. No. eaar4817.
12. Jia S., Vaughan J.C., Zhuang X. // Nature Photonics. 2014. V. 8. P. 302.
13. Котова С.П., Лосевский Н.Н., Майорова А.М. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 12. С. 1685; Kotova S.P., Losevsky N.N., Mayorova A.M.

- et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 12. P. 1434.
14. Baumgartl J., Mazilu M., Dholakia K. // Nature Photonics. 2008. V. 2. P. 675.
 15. Suarez R.A.B., Neves A.A.R., Gesualdi M.R.R. // Opt. Laser Techn. 2021. V. 135. Art. No. 106678.
 16. Baumgartl J., Hannappel G.M., Stevenson D.J. *et al.* // Lab Chip. 2009. V. 9. P. 1334.
 17. Cheng H., Zang W., Zhou W., Tian J. // Opt. Express. 2010. V. 18. No. 19. P. 20384.
 18. Zhao J., Chremmos I., Song D. *et al.* // Sci. Reports. 2015. V. 5. Art. No. 12086.
 19. Zheng Z., Zhang B., Chen H. *et al.* // Appl. Opt. 2011. V. 50. No. 1. P. 43.
 20. Mathis A., Courvoisier F., Froehly L. *et al.* // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 101. No. 7. Art. No. 071110.
 21. Manousidaki M., Papazoglou D.G., Farsari M., Tzortzakakis S. // Optica. 2016. V. 3. P. 525.
 22. Белоненко М.Б., Конобеева Н.Н. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 1. С. 63; Belonenko M.B., Konobeeva N.N. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 1. P. 42.
 23. Двужилова Ю.В., Двужилов И.С., Челныцев И.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 6. С. 797; Dvuzhilova Y.V., Dvuzhilov I.S., Chelnyntsev I.A. *et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 6. P. 669.
 24. Брянецев Б.С., Калинович А.А., Захарова И.Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 1. С. 28; Bryantsev B.S., Kalinovich A.A., Zakharova I.G. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 1. P. 669.
 25. Efremidis N.K., Christodoulides D.N. // Opt. Lett. 2010. V. 35. No. 23. P. 4045.
 26. Mansour D., Christodoulides D.N. // OSA Continuum. 2018. V. 1. No. 1. P. 104.
 27. Abramochkin E., Razuvaeva E. // Opt. Lett. 2011. V. 36. No. 19. P. 3732.
 28. Liang Y., Ye Z., Song D. *et al.* // Opt. Express. 2013. V. 21. No. 2. P. 1615.
 29. Liang Y., Chen Y., Wan L. // Opt. Commun. 2017. V. 40. P. 120.
 30. Izdebskaya Y.V., Lu T.H., Neshev D.N., Desyatnikov A.S. // Appl. Opt. 2014. V. 53. No. 10. Art. No. B248.
 31. Прокопова Д.В., Абрамочкин Е.Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 12. С. 1688; Prokopova D.V., Abramochkin E.G. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 12. P. 1773.
 32. Гудмен Дж.В. Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 362 с.
 33. Афанасьев К.Н., Кишкин С.А. // Изв. Самар. научн. центра РАН. 2012. Т. 14. № 4. С. 184.

Three-Airy beams and their autofocusing plane

D. V. Prokopova^{1,*}, E. G. Abramochkin¹

¹Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Samara Branch, Samara, 443011, Russia

*e-mail: prokopovadv@lebedev.ru

The position of the autofocusing plane of three-Airy beams is studied theoretically and experimentally depending on the shift parameter. It is shown that for different values of this parameter, the three-Airy beam may or may not have an autofocusing plane. If the beam has an autofocusing plane, then with increasing absolute value of the shift parameter, the autofocusing plane monotonically moves away from the initial plane.

Keywords: autofocusing plane, diffraction catastrophe integral, Airy function, three-Airy beam, holographic method, structural light field