

УДК 537.31

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПРОТЕКАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ДВУМЕРНОМ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ЭЛЕМЕНТЕ МАГНИТНОГО СЕНСОРА

© 2024 г. В. С. Шевцов^{1,*}, П. А. Поляков¹

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»,
физический факультет, Москва, Россия

* E-mail: vs.shevtcov@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 23.05.2024

После доработки 25.06.2024

Принята к публикации 31.07.2024

Представлено решение нестандартной краевой задачи для уравнения Лапласа со смешанными граничными условиями Дирихле – Неймана в двумерном элементе с периодически чередующимися средами с различными проводимостями. Найдено распределение линий тока и эквипотенциалей для различных соотношений проводимостей сред в структуре barber-pole, используемой в анизотропных магниторезистивных датчиках магнитного поля.

DOI: 10.31857/S0367676524110084, EDN: FLOJUV

ВВЕДЕНИЕ

Наноразмерные металлические пленки с близким к однородному распределению намагниченности активно используются в различных элементах спинтроники [1]. К ним можно отнести многослойные структуры, электрическое сопротивление которых зависит от взаимной ориентации намагниченности в соседних ферромагнитных слоях [2, 3]. В случае анизотропного магниторезистивного (АМР) эффекта величина удельного сопротивления материала зависит от взаимной ориентации векторов плотности тока и намагниченности [4]. Ввиду этого факта в электротехнике, чтобы добиться линейной характеристики сенсоров, используются разнообразные особенности архитектуры проводников. Среди них можно выделить зигзагообразные схемы [5] и структуру barber-pole [6].

Для датчиков типа barber-pole решающее значение имеет оптимальное соотношение ширины низкорезистивных шунтов, расположенных поверх магниторезистивной полосы, и расстояния между ними. Высокопроводящие шунты не только уменьшают общее сопротивление, они также уменьшают активную часть поверхности, где изменения сопротивления влияют на сигнал датчика [7]. Ввиду того, что магниторезистивная полоска не может быть слишком широкой, чтобы образец не разбивался на домены [8, 9], ширина шунтов должны быть еще на порядок меньше для достижения более однородного протекания тока.

В известных статьях при теоретическом расчете характеристик датчиков со структурой barber-pole зачастую не учитываются особенности неоднородного протекания тока и считается, что ток течет под прямым углом к границе шунтов [10, 11]. Целью же данной работы является определение реального распределения плотности тока в таком элементе в зависимости от соотношения удельных сопротивлений материалов.

СТРУКТУРА BARBER-POLE

В настоящее время очень широко распространены датчики магнитного поля, основанные на анизотропном магниторезистивном (АМР) эффекте, выполненные в виде тонкой прямоугольной полоски магниторезистивного материала с одноосной анизотропией, причем ось легкой намагниченности (ОЛН) направлена вдоль длинной стороны полоски, т.е. вдоль оси x на рис. 1а. Поверх данного элемента, обозначенного цифрой 1 на рис. 1а, по краям нанесены электроды 2 под углом 45° к ОЛН из проводящего немагнитного материала, проводимость которого на порядок выше, чем у магниторезистивной пленки. Между электродами на равном расстоянии друг от друга на магниторезистивном элементе расположены полоски 3 (шунты) из того же материала, что и электроды 2, также под углом 45° к ОЛН. Такая структура носит название barber-pole.

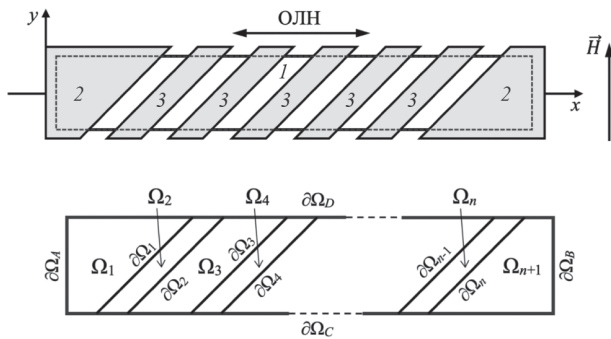


Рис. 1. Эскиз магниторезистивного датчика со структурой barber-pole (а); Иллюстрация разбиения элемента Ω на области $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{n+1}$ с однородной проводимостью (б).

При приложении разности потенциалов между электродами 2 в элементе начинает течь ток, при этом распределение плотности тока \vec{j} и электрического потенциала φ зависит от геометрических параметров элемента и проводимостей материалов. Наличие магнитного поля \vec{H} вдоль оси y на рис. 1а приводит к изменению распределения намагниченности \vec{M} в магниторезистивной пленке [12, 13] и, как следствие, к изменению сопротивления ΔR по известной формуле:

$$\Delta R \propto \cos^2 \theta, \quad (1)$$

где θ — это угол между векторами \vec{j} и \vec{M} .

В связи с этим расчет распределения плотности тока в таком элементе имеет большое значение, так как это необходимо для точного расчета выходных характеристик датчика barber-pole в зависимости от внешнего магнитного поля.

Следует отметить, что анизотропный магниторезистивный эффект предполагает различное удельное сопротивление магниторезистивного материала в зависимости от направления протекания тока относительно распределения намагниченности. Таким образом распределение тока зависит не только от геометрических параметров элементов схемы, но и от распределения намагниченности, которое в свою очередь также претерпевает изменение под действием внешнего магнитного поля. Связь напряженности электрического поля \vec{E} и плотности тока \vec{j} в векторном виде может быть задана следующим образом [4]:

$$\vec{E} = \rho_{\perp} \vec{j} + (\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}) (\vec{j} \cdot \vec{m}) \vec{m} + \rho_H [\vec{m} \times \vec{j}], \quad (2)$$

где \vec{m} — единичный вектор, совпадающий по направлению с вектором намагниченности \vec{M} в среде; ρ_{\perp} и ρ_{\parallel} — удельные сопротивления при протекании тока в направлениях, перпендикулярном вектору \vec{m} и параллельном ему соответственно; ρ_H — удельное холловское сопротивление.

Используя соотношение (2) можно получить обобщенное уравнение Лапласа [14] для потенциала φ электрического поля внутри магниторезистивного элемента при наличии в данном элементе неоднородного стационарного распределения плотности электрического тока:

$$\begin{aligned} & (1 - \beta m_x^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - 2\beta m_x m_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + (1 - \beta m_y^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \\ & - \beta \left(2m_x \frac{\partial m_x}{\partial x} + m_x \frac{\partial m_y}{\partial y} + m_y \frac{\partial m_x}{\partial y} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \\ & - \beta \left(2m_y \frac{\partial m_y}{\partial y} + m_y \frac{\partial m_x}{\partial x} + m_x \frac{\partial m_y}{\partial x} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где параметр

$$\beta = \frac{\Delta \rho}{\rho_{\parallel}} = \frac{\rho_{\perp} - \rho_{\parallel}}{\rho_{\parallel}}. \quad (4)$$

Данный параметр β при $\rho_{\parallel} - \rho_{\perp} \ll \rho_{\parallel}$ близок к величине анизотропного магниторезистивного эффекта.

В общем случае обобщенное уравнение Лапласа является нелинейным, так как \vec{m} является функцией $\vec{m}(\varphi, \vec{H}, x, y)$, где x и y — координаты точек в плоскости магниторезистивного элемента.

Ввиду малого влияния распределения потенциала φ на \vec{m} в случае малых токов, протекающих через образец, далее в работе будем считать, что \vec{m} зависит только от величины и ориентации внешнего магнитного поля, т.е. $\vec{m} = \vec{m}(\vec{H}, x, y)$. Кроме того, величина АМР-эффекта образцов, известных на данный момент, в редких случаях превышает 5% [15], поэтому обобщенное уравнение Лапласа дает лишь поправку в обыкновенное уравнение Лапласа. Действительно, при отсутствии АМР-эффекта параметр $\beta = 0$, а обобщенное уравнение Лапласа (3) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad (5)$$

что соответствует уравнению Лапласа в рассматриваемом двумерном случае для тонкой магниторезистивной структуры barber-pole.

Однако при некоторых условиях указанная поправка может приводить к существенному вкладу в общее сопротивление элемента. Тем не менее в данном случае для расчета особенностей протекания тока в периодической среде особенности, связанные с анизотропией удельного сопротивления, не учитывались и использовалось обыкновенное уравнение Лапласа.

ЗАДАЧА О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ТОКА В СТРУКТУРЕ BARBER-POLE

Ввиду малой толщины магниторезистивной полоски, электродов и шунтов по сравнению

с размерами элемента в плоскости Oxy на рис. 1а, будем считать распределение электрического потенциала двумерным. Разобьем весь элемент Ω на области $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_{n+1}$ с однородной проводимостью (рис. 1б).

Для нахождения распределения электрического потенциала в элементе необходимо для каждой такой области $\Omega_1, \dots, \Omega_{n+1}$ решить уравнение Лапласа $\Delta\varphi = 0$ с граничными условиями Дирихле – Неймана. Они соответствуют постоянному потенциалу на левой $\partial\Omega_A$ и правой $\partial\Omega_B$ границах элемента, а также отсутствию тока через нижнюю $\partial\Omega_C$ и верхнюю $\partial\Omega_D$ границы. С учетом

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\text{grad}\varphi, \\ \vec{j} &= \sigma\vec{E},\end{aligned}\quad (6)$$

где \vec{E} – напряженность электрического поля и σ – удельная проводимость, граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned}\varphi|_{(x,y)\in\partial\Omega_A} &= \varphi_A, \\ \varphi|_{(x,y)\in\partial\Omega_B} &= \varphi_B, \\ \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}}|_{(x,y)\in\partial\Omega_C, \partial\Omega_D} &= 0,\end{aligned}\quad (7)$$

где \vec{n} – внешняя единичная нормаль к границе области Ω .

На границах $\partial\Omega_1, \dots, \partial\Omega_n$ раздела сред будет выполняться равенство между нормальными составляющими векторов плотности электрического тока. Пусть σ_1 – удельная проводимость магниторезистивного материала, а σ_2 – удельная проводимость материала электродов и шунтов. Тогда

$$\begin{aligned}\sigma_2 \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}_1} &= -\sigma_1 \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}_2} \Big|_{(x,y)\in\partial\Omega_1, \partial\Omega_3, \dots}, \\ \sigma_1 \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}_2} &= -\sigma_2 \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}_3} \Big|_{(x,y)\in\partial\Omega_2, \partial\Omega_4, \dots},\end{aligned}\quad (8)$$

где $\vec{n}_1, \dots, \vec{n}_{n+1}$ – внешние единичные нормали к границам областей $\Omega_1, \dots, \Omega_{n+1}$. Таким образом, требуется решить уравнение Лапласа $\Delta\varphi = 0$ с набором граничных условий (7 – 8).

УПРОЩЕННЫЙ СЛУЧАЙ ИДЕАЛЬНЫХ КОНТАКТОВ

При проектировании датчиков barber-pole материалы подбираются таким образом, чтобы удельная проводимость материала шунтов β была на порядок выше, чем у материала магниторезистивной полоски I . Тогда задачу можно упростить и рассматривать шунты как «идеальные» контакты, потенциал на всей поверхности которых постоянен. На рис. 2а изображена область магниторезистивного материала, заключенная между двумя низкорезистивными шунтами и эквивалентная областям Ω_2, Ω_4 и т.д. на рис. 1б.

Для нахождения распределения потенциала в области Ω на рис. 2а требуется решить уравнение Лапласа с граничными условиями, аналогичными (7).

$$\begin{cases} \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0, \\ \varphi|_{(x,y)\in\partial\Omega_1} = \varphi_1, \\ \varphi|_{(x,y)\in\partial\Omega_2} = \varphi_2, \\ \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}}|_{(x,y)\in\partial\Omega_3, \partial\Omega_4} = 0. \end{cases}\quad (9)$$

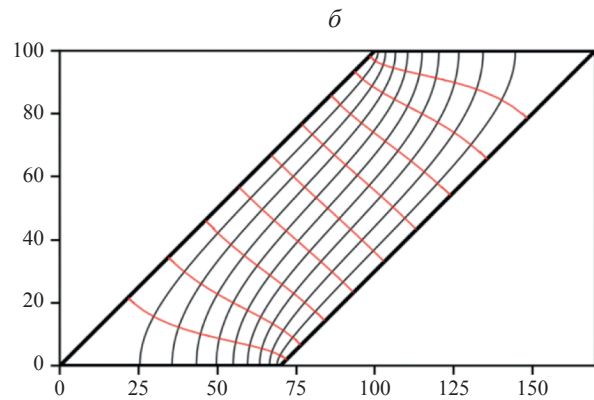
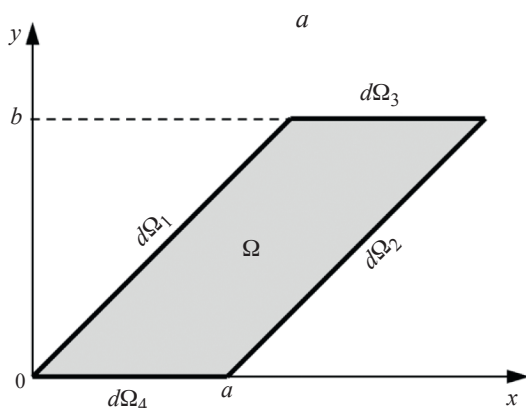


Рис. 2. Четырехугольный проводник в форме косоугольной пластины (а); Картина линий тока и эквипотенциалей для проводника в форме косоугольной пластины (б).

Для этого введем в области Ω равномерную сетку с шагом δh по координатам x и y . Данная задача была решена в [14] методом конечно-разностной аппроксимации, а полученное решение в виде эквипотенциалов и линий тока показано на рис. 2б.

Аналогичную задачу можно решить и аналитически, используя метод конформных преобразований [16]. Сравнивая результаты, представленные на рис. 2б, с аналитическим решением было отмечено хорошее сходство. Данное обстоятельство говорит о корректном выборе разностной аппроксимации для указанной задачи.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

Как было сказано выше, шунты не являются идеальными, поэтому в общем случае распределение потенциала в элементе barber-pole будет зависеть от проводимости материала шунтов, а также от их размера. Выделим в элементе секцию, состоящую из расположенных рядом областей Ω_2 и Ω_3 (рис. 1б). Так как при производстве элементов barber-pole зачастую используют большое количество шунтов (от 10 и выше), можно пренебречь краевыми эффектами и считать, что распределение потенциала периодически. То есть плотность тока в соответствующих точках повторяющихся периодически секций будет одинакова. Данное условие позволяет сформулировать периодические граничные условия для потенциала на границах $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_3$ на рис. 3.

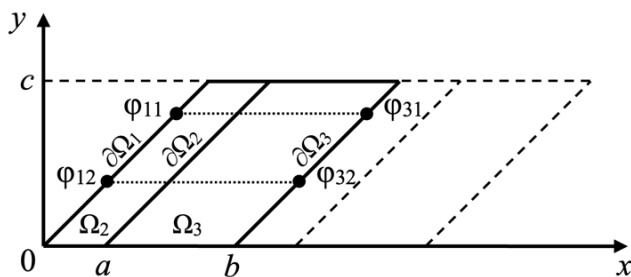


Рис. 3. Периодическая структура секций в элементе barber-pole.

Очевидно, что в таком случае разность потенциалов между любыми двумя точками в пределах одной секции будет такой же, как и разность потенциалов между теми же точками в любой другой секции. Например, для потенциалов Φ_{11} и Φ_{12} на границе $\partial\Omega_1$, а также для аналогичных по расположению потенциалов соседней секции Φ_{31} и Φ_{32} на границе $\partial\Omega_3$, можно записать (см. рис. 3):

$$\Phi_{11} - \Phi_{12} = \Phi_{31} - \Phi_{32}. \quad (10)$$

Это означает, что разность потенциалов между двумя эквивалентными точками в соседних секциях будет одинакова для любой точки, выбранной в пределах этих секций, т.е.

$$\Phi_{11} - \Phi_{31} = \Phi_{12} - \Phi_{32} = \Phi_0. \quad (11)$$

Задача о нахождении распределения потенциала в такой секции, состоящей из областей Ω_2 и Ω_3 , с учетом периодических граничных условий для $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_3$, условий на нижней $\partial\Omega_C$ и верхней $\partial\Omega_D$ границах и границе раздела $\partial\Omega_2$ будет иметь вид

$$\begin{cases} \Delta\varphi = 0 \big|_{(x,y) \in \Omega_2, \Omega_3} \\ \varphi_1(x_1, y_0) \big|_{(x,y) \in \partial\Omega_1} - \varphi_3(x_3, y_0) \big|_{(x,y) \in \partial\Omega_3} = \Phi_0, \\ \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}} \big|_{(x,y) \in \partial\Omega_C, \partial\Omega_D} = 0, \\ \sigma_1 \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}_2} = -\sigma_2 \frac{\partial\varphi}{\partial\vec{n}_3} \big|_{(x,y) \in \partial\Omega_2}. \end{cases} \quad (12)$$

Решение задачи (12) было получено с помощью метода конечно-разностной аппроксимации аналогично тому, как это было описано в предыдущем разделе. Введем параметр $\alpha = \sigma_2 / \sigma_1$. Ниже на рис. 4 показаны решения в виде распределения эквипотенциалов (черные линии) и линий тока (красные линии) для параметров $a = 40$, $b = 110$ и $c = 100$ (рис. 3) при различных значениях α .

Сравнение решение на рис. 4 с решением для упрощенного случая (рис. 2б) можно сделать вывод, что картина существенно отличается и параметр α влияет на распределение тока. Отметим,

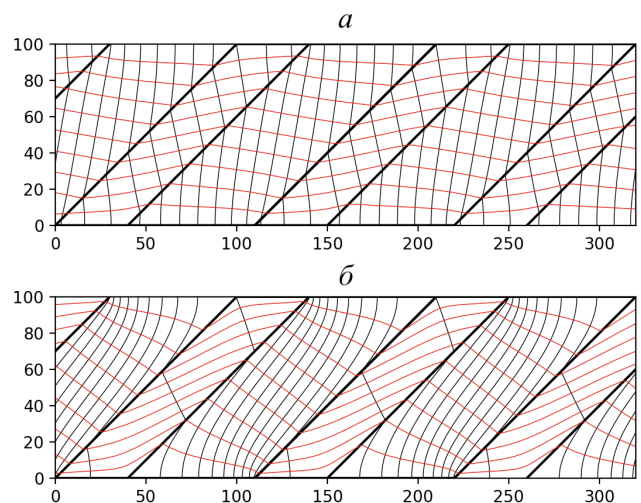


Рис. 4. Распределение линий тока (красные) и эквипотенциалов (черные) в элементе barber-pole при $\alpha = 2$ (a) и $\alpha = 20$ (б).

что при $\alpha \rightarrow \infty$ решения задач (9) и (12) становятся эквивалентными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты демонстрируют тот факт, что распределение тока в определенных конфигурациях элемента barber-pole нельзя считать однородным. Оно зависит не только от геометрических параметров элемента, но и от проводимостей материалов, из которых изготовлен магниторезистивный датчик.

Расчет полного сопротивления и выходных характеристик магниторезистивного элемента со структурой barber-pole таким образом определяется не только геометрическими параметрами, но и особенностями проводящих свойств материалов шунтов. Данная работа может быть важна для увеличения эффективного диапазона работы датчика и/или для эффективной его оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hirohata A., Yamada K., Nakatani Y. et al. // JMMM. 2020. V. 509. Art. No. 166711.
2. Ennen I., Kappe D., Rempel T. et al. // Sensors. 2016. V. 16. No. 6. Art. No. 904.
3. Юсипова Ю.А., Скиданов В.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 3. С. 359; Iusipova Ju.A., Skidanov V.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 3. P. 310.
4. McGuire T., Potter R. // IEEE Trans. Magn. 1975. V. MAG-11. No. 4. P. 1018.
5. Manago T., Kanazawa K., Kera T. // JMMM. 2009. V. 321. P. 2327.
6. Wang C., Su W., Hu Z. et al. // IEEE Trans. Magn. 2018. V. 54. No. 11. Art. No. 2301103.
7. Su W., Wang Z., Wen T. et al. // IEEE Electr. Dev. Lett. V. 40. No. 6. P. 969.
8. Шевцов В.С., Каминская Т.П., Поляков П.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 11. С. 1564; Shevtsov V.S., Kaminskaya T.P., Polyakov P.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 11. P. 1226.
9. Мехоношин Д.С., Памятных Л.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 3. С. 310; Mekhonoshin D.S., Pamyatnykh L.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 3. P. 267.
10. Wang Z., Wang X., Li M. et al. // Adv. Mater. 2016. V. 28. P. 9370.
11. Sreevidya P.V., Khan J., Barshilia H.C. et al. // JMMM. 2018. V. 448. P. 298.
12. Шевцов В.С., Поляков О.П., Амеличев В.В. и др. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2019. № 5. С. 40; Shevtsov V.S., Polyakov O.P., Amelichev V.V. et al. // Mosc. Univ. Phys. Bull. 2019. V. 74. No 5. P. 459.
13. Шевцов В.С., Поляков О.П., Амеличев В.В. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 5. С. 726; Shevtsov V.S., Polyakov O.P., Amelichev V.V. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 5. P. 599.
14. Shevtsov V.S., Polyakov P.A. // Int. J. Mod. Phys. B. 2022. V. 36. No. 25. Art. No. 250167.
15. Kokado S., Tsunoda M., Harigaya K., Sakuma A. // J. Phys. Soc. Japan. 2012. V. 81. Art. No. 024705.
16. Поляков П.А., Шевцов В.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 9. С. 1292; Polyakov P.A., Shevtsov V.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 9. P. 1070.

Study of the electric current flow characteristics in a two-dimensional periodic element of a magnetic sensor

V. S. Shevtsov^{1,*}, P. A. Polyakov¹

¹ Chair of General Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russia

* e-mail: vs.shevtcov@physics.msu.ru

A solution to a non-standard boundary value problem for the Laplace's equation with mixed Dirichlet–Neumann boundary conditions in a two-dimensional element with periodically alternating media with different conductivities is presented. The distribution of current lines and equipotentials has been found for various ratios of media conductivities in the barber-pole structure used in anisotropic magnetoresistive magnetic field sensors.