

УДК 621.3.014.4

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ВБЛИЗИ ДЕФЕКТОВ, РЕГИСТРИРУЕМЫХ МЕТОДАМИ МАГНИТООПТИЧЕСКОЙ ДЕФЕКТОСКОПИИ

© 2024 г. Д. М. Филиппов^{1,*}, Н. В. Луговской¹, А. А. Шуйский¹, В. Н. Бержанский¹

¹ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского», Симферополь, Россия

* E-mail: filippov.dm@cfuv.ru

Поступила в редакцию 23.05.2024

После доработки 25.06.2024

Принята к публикации 31.07.2024

Рассмотрена математическая модель трехмерного квазистационарного электромагнитного поля вторичных источников, индуцируемых внешним несинусоидальным периодическим полем в проводящем объекте контроля, содержащем замкнутый дефект. С использованием программной реализации разработанной математической модели проведено численное моделирование электромагнитного поля вблизи такого объекта и осуществлено сопоставление полученных результатов с наблюдаемыми на эксперименте магнитооптическими образами исследуемых дефектов.

DOI: 10.31857/S0367676524110141, EDN: FKIXTV

ВВЕДЕНИЕ

Магнитооптическая дефектоскопия является эффективным методом обнаружения дефектов как в магнитных, так и немагнитных металлических изделиях [1–3]. В основе метода лежит реакция доменной структуры магнитооптического сенсора на распределение вихревых магнитных полей в объекте контроля. При этом методы визуализации, моделирования и анализа вихретоковых изображений постоянно развиваются и совершенствуются [4–8]. Возбуждение вихревых токов в проводящих объектах может быть осуществлено переменными полями различной ориентации относительно поверхности объекта контроля. Использование возбуждающих полей различной ориентации предоставляет дополнительные возможности при работе магнитооптических дефектоскопов. Математическое моделирование условий возбуждения магнитных полей вихревых токов наряду с разработкой чувствительных сенсорных элементов является важным для построения МО дефектоскопов и повышения их чувствительности. В работе [9] приведена математическая модель квазистационарного электромагнитного поля вблизи неферромагнитного проводящего объекта контроля, содержащего дефекты малых размеров. Модель основана на методе вторичных источников, возбуждаемых переменным полем, основной поток которого имеет нормальную ориентацию, и сводится к численной процедуре по отысканию плотности таких вторичных источников как электрические заряды на поверхности проводника

и вихревые токи, замыкающиеся в его объеме. Рассмотрены также особенности численной реализации модели и предложен метод, позволяющий существенно повысить точность решения исходной системы интегро-дифференциальных уравнений посредством уточнения дискретных аналогов граничных условий для векторов электромагнитного поля.

Целью данной работы является построение более общей математической модели для исследования распределения магнитных полей вихревых токов в окрестности дефектов, возбуждаемых переменным полем продольной ориентации. Это поле создается планарным индуктором с магнитным сердечником специальной формы. Наличие у индуктора магнитопровода обеспечивает магнитооптическому дефектоскопу более высокую энергоэффективность. Проведено сравнение результатов моделирования с полученными реальными МО-изображениями ряда малых дефектов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СИСТЕМЕ «ИНДУКТОР – ОБЪЕКТ КОНТРОЛЯ» С УЧЕТОМ МАГНИТОПРОВОДА

Для учета намагниченности магнитопровода наиболее рационально использовать метод двойного слоя фиктивных магнитных зарядов, поскольку

данного тип вторичных источников описывается скалярной функцией, а выражение для векторного потенциала имеет наиболее простой вид.

В работе [10] приведен вывод системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно плотности двойного слоя фиктивных магнитных зарядов. Этот метод в отличие от классического метода двойного слоя [11] предполагает полное отсутствие необходимости введения условных не-проницаемых перегородок, вследствие чего он более прост при компьютерной реализации. В настоящей работе предлагается альтернативный метод получения СЛАУ, которая после объединения с соответствующими уравнениями из статьи [9], позволяет получить итоговую вычислительную модель для системы «индуктор – объект контроля» с учетом магнитопровода.

Представим магнитопровод индуктора в виде трехмерного тела (рис. 1б), ограниченного поверхностью S . Разобьем ее на N треугольных элементов. Выберем контуры интегрирования также, как это сделано в [10] (каждый контур проходит через центры двух соседних треугольников и середину стороны между ними). Обозначим часть контура Δl_k^{I+} через Δl_I , а Δl_k^{II+} через Δl_{II} . При этом необходимо указать, что направление интегрирования выбирается от центра k -го элемента к центру i -го (примем, что данное направление в любой точке интегрирования задается единичным вектором $\vec{\tau}_Q^g$). Направление интегрирования в части полного контура, обозначенной как $\Delta l_k^{II+} + \Delta l_k^{I+}$, в общем случае может либо совпадать с направлением $\vec{\tau}_Q^g$, либо быть противоположным, то есть $\vec{\tau}_Q^+ = \vec{\tau}_Q^g = \pm \vec{\tau}_Q^g$ (в зависимости от направления полного контура по отношению к $\vec{\tau}_Q^g$). Положим, что $\vec{\tau}_Q = -\vec{\tau}_Q^g$ и покажем, что с помощью теории обобщенных функций мы приходим к СЛАУ (18) из [10].

Криволинейный интеграл от проекции вектора магнитной индукции B на направление $\vec{\tau}_Q^g$ по контуру интегрирования $\Delta l_{II} + \Delta l_I$ равен

$$\int_{\Delta l_{II} + \Delta l_I} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q = \int_{\Delta l_{II}} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q + \int_{\Delta l_I} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q \quad (1)$$

Получим выражение для вычисления данного интеграла. Предельное значение скалярного магнитного потенциала двойного слоя при стремлении точки Q к поверхности ферромагнитного индуктора с внешней стороны согласно [11] имеет вид

$$\phi_{vQ}^+(Q_k) = \frac{v_k}{2}, Q_k \in \Delta S_k. \quad (2)$$

Учтем также, что:

$$\vec{B}_{vQ}^+ = -\text{grad} \phi_{vQ}^+. \quad (3)$$

С учетом (2) а также того, что в рамках разработанного метода применяется кусочно-постоянная

аппроксимация плотности двойного слоя, введем скалярный потенциал ϕ_{vQ}^+ как функцию следующего вида:

$$\begin{aligned} \phi_{vQ}^+(x', y', 0) = & \frac{v_k}{2} \theta(y' + \Delta y') - \\ & - \frac{v_k}{2} \theta(y') + \frac{v_i}{2} \theta(y') - \frac{v_i}{2} \theta(y' - \Delta y'), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\theta(y')$ функция Хевисайда

Так как точка Q располагается на поверхности, в формуле (4) приведено распределение потенциала при $z' = 0$.

Таким образом, функция $\phi_{vQ}^+(x', y', 0)$ есть двумерная «ступенька», скачок происходит при движении в направлении, перпендикулярном относительно границы между треугольниками, при движении в направлении, параллельном границе между треугольниками, значение функции не меняется. Функция $\theta(y')$ доопределяется следующим образом: $\theta(0) = \frac{1}{2}$.

Очевидно, что $\frac{\partial \phi_{vQ}^+}{\partial x'} = 0$. Учитывая то, что значение потенциала двойного слоя вблизи поверхности при приближении к поверхности с внешней стороны не зависит от расстояния до поверхности, получаем $\frac{\partial \phi_{vQ}^+}{\partial z'} = 0$. Поэтому, из (3) следует:

$$\vec{B}_{vQ}^+ = -\frac{\partial \phi_{vQ}^+}{\partial y'} \vec{e}_y. \quad (5)$$

Из (4) в свою очередь следует, что:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{vQ}^+}{\partial y'} = & \frac{v_k}{2} \delta(y' + \Delta y') - \\ & - \frac{v_k}{2} \delta(y') + \frac{v_i}{2} \delta(y') - \frac{v_i}{2} \delta(y' - \Delta y'), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\delta(y')$ – дельта-функция Дирака.

Так как точка Q расположена на отрезке интегрирования, то $y' = y \cos \psi_{II}$. Поэтому из (6) получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{vQ}^+}{\partial y'} = & \left(\frac{v_i}{2} - \frac{v_k}{2} \right) \delta(y \cos \psi_{II}) + \frac{v_k}{2} \delta(y \cos \psi_{II} + \\ & + \Delta y') - \frac{v_i}{2} \delta(y \cos \psi_{II} - \Delta y') \end{aligned} \quad (7)$$

Поскольку промежуток интегрирования не содержит особых точек двух дельта-функций из (7) то их можно исключить из выражения, так как это не повлияет на интеграл от данного выражения. Учитывая это, а также свойства дельта-функции, получим:

$$\frac{\partial \phi_{vQ}^+}{\partial y'} = \left(\frac{v_i}{2} - \frac{v_k}{2} \right) \frac{1}{|\cos \psi_{II}|} \delta(y). \quad (8)$$

Учитывая (5) и (8), получим (обозначая длину отрезка Δl_{II} через L_{II}):

$$\int_{\Delta_{II}} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q = \int_0^{L_{II}} \left(\frac{v_k}{2} - \frac{v_i}{2} \right) \frac{1}{|\cos \psi_{II}|} \delta(y) \vec{e}_y \cdot \vec{e}_y dy = \\ = \left(\frac{v_k}{2} - \frac{v_i}{2} \right) \frac{\cos \psi_{II}}{|\cos \psi_{II}|} \int_0^{L_{II}} \delta(y) dy \quad (9)$$

Как было сказано ранее, треугольники ΔS_k и ΔS_i имеют ненулевые площади и не накладываются друг на друга. Это означает, что всегда выполняется условие $\psi_{II} < \frac{\pi}{2}$. Из этого следует, что $\frac{\cos \psi_{II}}{|\cos \psi_{II}|} = 1$. Таким образом, получим значение интеграла:

$$\int_{\Delta_{II}} B_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q = \left(\frac{v_k}{4} - \frac{v_i}{4} \right). \quad (10)$$

Аналогичным образом находится интеграл:

$$\int_{\Delta_I} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q = \left(\frac{v_k}{4} - \frac{v_i}{4} \right). \quad (11)$$

Учитывая (10) и (11), получим интеграл по всей области интегрирования:

$$\int_{\Delta_{II} + \Delta_I} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q = \int_{\Delta_{II}} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q + \\ + \int_{\Delta_I} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q^g dl_Q = \left(\frac{v_k}{2} - \frac{v_i}{2} \right). \quad (12)$$

Как было сказано ранее, $\vec{\tau}_Q = -\vec{\tau}_Q^g$, поэтому:

$$\int_{\Delta_{II} + \Delta_I} \vec{B}_{vQ}^+ \vec{\tau}_Q dl_Q = \left(\frac{v_i}{2} - \frac{v_k}{2} \right). \quad (13)$$

Таким образом, формула (13) сводится к формуле (16) в работе [9], полученной из закона полного тока для вектора B , а значит, формула (13) приводит к СЛАУ (18) из [9]. Приведем данную СЛАУ

$$v_i - v_k - \frac{\lambda}{2\pi} \left\{ \sum_{m=1}^N \sum_{m \neq k}^N v_m \int_{\Delta_k^J} \vec{\tau}_Q \int_{\Delta S_m} \vec{K}(P, Q) dS_P dl_Q + \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^N v_m \int_{\Delta_k^U} \vec{\tau}_Q \int_{\Delta S_m} \vec{K}(P, Q) dS_P dl_Q \right\} = \\ = 2\lambda \int_{\Delta_k^J + \Delta_k^U} B_0 \vec{\tau}_Q dl_Q, \quad (14)$$

$$\text{где } \vec{K}(P, Q) = \frac{3(\vec{r}_{PQ}, \vec{n}_P) \vec{r}_{PQ} - r_{PQ}^2 \vec{n}_P}{r_{PQ}^5}, \quad \lambda = \frac{(\mu - \mu_0)}{(\mu + \mu_0)},$$

$i = i_1, i_2, i_3; J = I, III, V; U = II, IV, VI; k = 1, 2, \dots, N$. Обозначения в (14) аналогичны введенным в работе [10].

После решения СЛАУ (14) по найденному распределению двойного слоя фиктивных

магнитных зарядов с поверхностью плотностью v_k ($k = 1, 2, \dots, N$) могут быть вычислены любые интегральные характеристики электромагнитного поля в любой точке пространства, в частности векторный потенциал по следующей формуле:

$$\vec{A}(M, t) = \frac{i(t)}{4\pi} \sum_{k=1}^N v_k \int_{\Delta S_k} \frac{[\vec{r}_{MQ}, \vec{n}_Q]}{r_{MQ}^3} dS_Q, \\ k = 1, 2, \dots, N. \quad (15)$$

В условиях рассматриваемой в настоящей статье задачи влиянием вихревых токов на намагниченность магнитопровода индуктора можно пренебречь. По этой причине моделирование поля от индуктора и поля вихревых токов в объекте контроля можно разделить на две последовательно решаемых задачи: в начале решается стационарная задача, результатом которой является найденное распределение плотности двойного слоя фиктивных магнитных зарядов (решается СЛАУ для построения которой в качестве расчетной области задается поверхность индуктора). Затем по формуле (15) для заданного закона изменения во времени тока в обмотке индуктора $i(t)$ вычисляется векторный потенциал в точках объекта контроля. Данный векторный потенциал входит в правую часть следующей системы интегро-дифференциальных уравнений

$$\sigma_{k,i}^{(s)} - \frac{1}{2\pi\Delta S_k} \sum_{j=1}^{N_S} \sigma_{j,i}^{(s)} \int_{\Delta S_k} \int_{\Delta S_j} \frac{(\vec{r}_{PQ}, \vec{n}_Q)}{r_{PQ}^3} dS_P dS_Q = \\ = - \frac{\epsilon_0 \mu_0}{2\pi\Delta S_k} \sum_{m=1}^{N_V} \frac{\partial \vec{\delta}_{m,i}^{(s-1)}}{\partial t} \vec{n}_Q \int_{\Delta S_k} \int_{\Delta V_m} \frac{dV_N dS_Q}{r_{QN}} - \\ - \frac{2\epsilon_0}{\Delta S_k} \int_{\Delta S_k} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{A}_0(Q, t_i), \vec{n}_Q) dS_Q, \quad k = 1, 2, \dots, N_S, \\ i = 1, 2, \dots, N_T, \quad (16)$$

$$\vec{\delta}_{k,i}^{(s)} = - \frac{\gamma \mu_0}{4\pi} \sum_{m=1}^{N_V} \frac{\partial \vec{\delta}_{m,i}^{(s-1)}}{\partial t} \int_{\Delta V_m} \frac{dV_N}{r_{MN}} + \\ + \frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0} \sum_{m=1}^{N_S} \sigma_{m,i}^{(s)} \int_{\Delta S_m} \frac{\vec{r}_{PM}}{r_{PM}^3} dS_P - \\ - \gamma \vec{A}_0(M_k, t_i) / \partial t, \quad k = 1, 2, \dots, N_V, \quad i = 1, 2, \dots, N_T, \quad (17)$$

$$\sum_{k=1}^{N_S} \sigma_{k,i} \Delta S_k = q(t_i), \quad i = 1, 2, \dots, N_T, \quad (18)$$

где $\sigma_{k,i}$ — значение коэффициента кусочно-постоянной аппроксимации $\sigma(Q, t)$ на k -м элементе разбиения поверхности проводника S в i -й момент t_i , N_S — количество элементов разбиения S ,

ΔS_k – k -й элемент разбиения S (а также значение его площади), N_V – количество элементов разбиения объема проводника V , $\delta_{k,i}$ – значение коэффициента кусочно-постоянной аппроксимации $\vec{\delta}(M, t)$ на k -м элементе разбиения V в момент t_i , M_k – точка, находящаяся в геометрическом центре элемента ΔV_k объема V , N_T – количество моментов времени, на которые делятся рассматриваемый период, (s) – номер итерации в методе последовательных приближений, $q(t_i)$ – значение полного электрического заряда проводника в момент t_i .

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В ОКРЕСТНОСТИ ДЕФЕКТА

Приведем результаты моделирования трехмерного квазистационарного поля вихревых токов, наводимых в проводящем объекте контроля с квадратным отверстием (модель замкнутого дефекта), полученные на основании численного решения СЛАУ (14) и системы интегро-дифференциальных уравнений (16)–(18). Пример построения расчетных сеток области проводника и полной области, включающей проводник и магнитопровод индуктора планарного потока, показан на рис. 1.

Основные параметры моделирования: размер стороны квадрата проводника 14 мм; размер стороны квадратного отверстия, представляющего замкнутый дефект 2 мм; толщина проводника 0.3 мм; материал проводника – техническая медь с удельной проводимостью 56.6 МСм/м; амплитуда тока индуктора 1 А; частота тока индуктора $f_1 = 30$ кГц и $f_2 = 60$ кГц; предполагалось, что магнитопровод изготовлен из магнитодиэлектрика. Проанализируем распределение вихревых токов и магнитного поля для двух моментов времени: $\pm T/4$, где T – период тока индуктора. На рис. 2а и 2б показано распределение вектора направления вихревых токов в окрестности дефекта на частоте 30 кГц.

Видно, что вихревые токи огибают дефект и в момент времени $T/4$ текут в противоположных направлениях, что приводит к знакопеременной зависимости z -компоненты напряженности переменного магнитного поля. На рис. 2в и 2г приведено распределение z -компоненты напряженности магнитного поля вдоль центральной линии дефекта. На краях квадратного дефекта возникают максимумы z -компоненты напряженности магнитного поля вихревых токов равной величины, но противоположного направления. Увеличение частоты поля индуктора вдвое приводит к увеличению максимумов магнитного поля вихревых токов на 25%.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Замкнутые дефекты квадратной, круглой и треугольной формы были исследованы методом магнитооптической вихретоковой дефектоскопии. При проведении измерений в качестве магнитооптических сенсоров использовались монокристаллические эпитаксиальные пленки ферритов. Доменная структура в пленках существенно зависит от состава и влияния таких внешних факторов как магнитное поле, его интенсивности и частоты [4–8]. Для магнитооптической дефектоскопии важна также величина эффекта Фарадея, который максимальен у ферритов гранатов на основе висмута. Поэтому методом жидкого-фазной эпитаксии на подложках $Gd_3Ga_5O_{12}$ ориентации [111] были синтезированы пленки на основе замещенного феррита-граната висмута $(Re, Bi)_3(Fe, Me)_5O_{12}$, где $Re = Y, Lu, Sm, Me = Ga, Al$. Пленки обладали магнитной анизотропией типа «легкая ось» [1]. Для регистрации дефектов в магнитооптическом дефектоскопе использовался планарный индуктор. Ферритовый магнитопровод индуктора дефектоскопа имел вид, представленный на рис. 1б. Частота переменного магнитного поля дефектоскопа могла варьироваться от 8 до 80 кГц, амплитуда тока в индукторе от 0 до 2 А. Магнитооптическое изображение квадратного

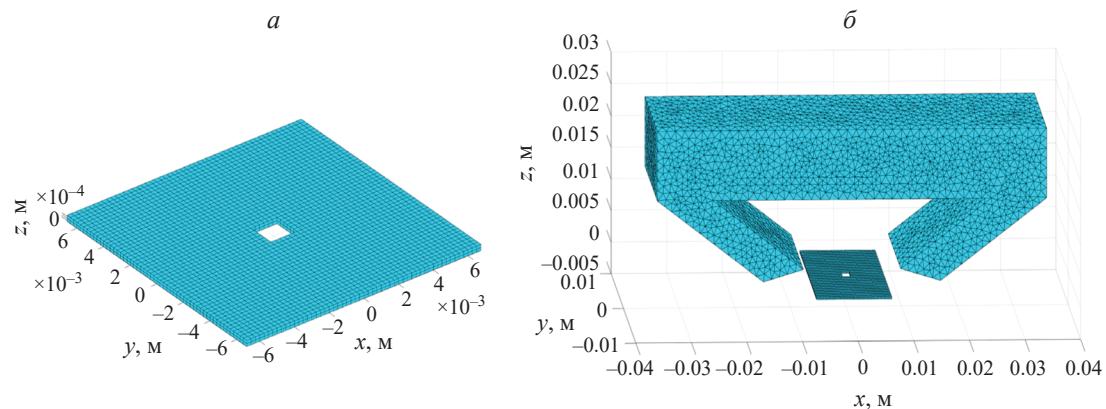


Рис. 1. Пример построения расчетной сетки объекта контроля с дефектом (а) и полной расчетной сетки магнитопровода индуктора планарного потока (б).

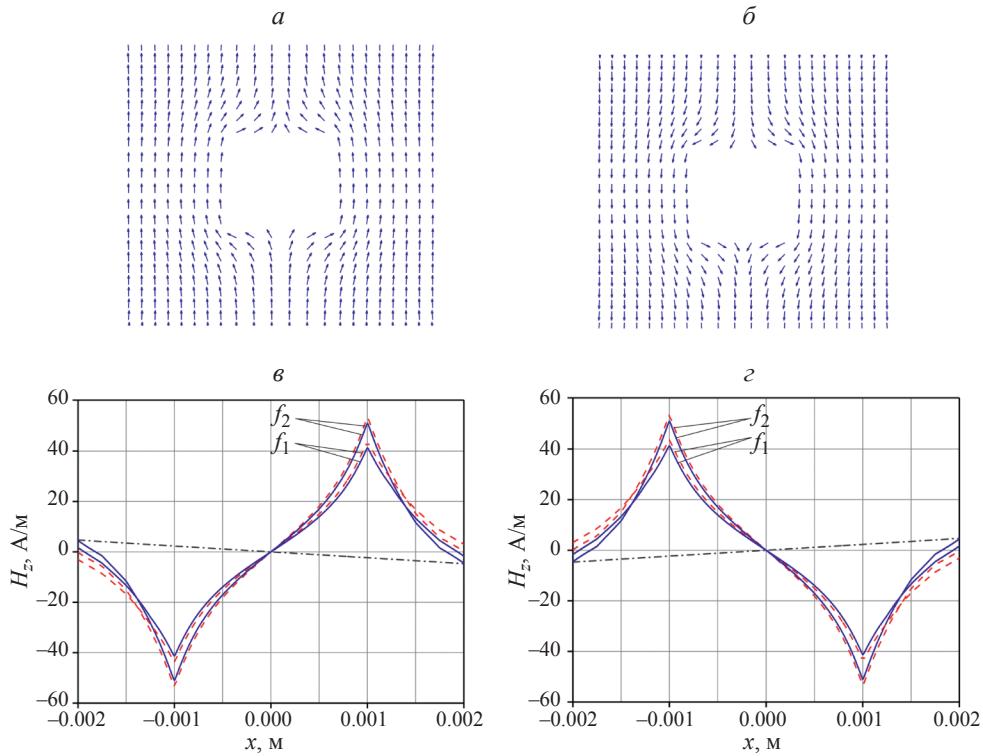


Рис. 2. Распределение направлений вихревого тока в окрестности замкнутого дефекта (*a*, *b*) и z -компоненты напряженности переменного магнитного поля ($f_1 = 30$ кГц, $f_2 = 60$ кГц) вдоль центральной линии дефекта в моменты времени $-T/4$ (*a*, *c*) и $T/4$ (*b*, *d*); пунктир — поле вихревых токов, пунктир с точкой — поле индуктора, сплошная линия — полное поле.

дефекта в модельном образце, медной пластине толщиной 0.3 мм, определялось величиной z -компоненты магнитного поля вихревых токов.

На рис. 3 представлены расчетные топограммы z -компоненты напряженности полного магнитного поля вблизи квадратного дефекта в момент времени $-T/4$ на частоте тока индуктора 30 и 60 кГц и полученные в тех же условиях магнитооптические изображения этих дефектов методом магнитооптической вихревоковой дефектоскопии.

Видно, что вид и конфигурация магнитооптического изображения дефекта полностью совпадают

с расчетной топологией, отражая величину и знак z -компоненты напряженности полного магнитного поля. В соответствии с расчетами, рост частоты поля индуктора приводит к росту величины максимума магнитного поля вихревых токов и к уширению области поля фиксированной величины вблизи максимума поля на частоте 30 кГц (рис. 3). Это обстоятельство приводит к уширению области магнитной пленки, намагниченной в определенном направлении, и соответственному уширению области магнитооптического изображения определенного цвета (рис. 4б и 4г).

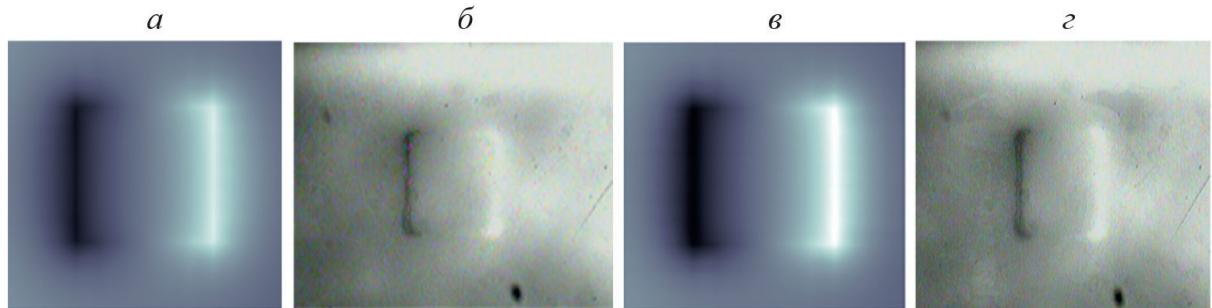


Рис. 3. Расчетные топограммы z -компоненты напряженности полного магнитного поля (*a*, *c*) и магнитооптические изображения (*b*, *d*) квадратного дефекта в момент времени $-T/4$ на частоте 30 (а, б) и 60 кГц (в, г).

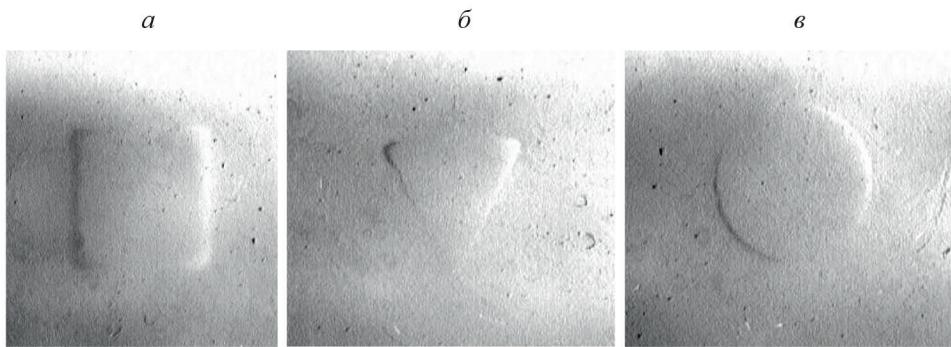


Рис. 4. Магнитооптические образы квадратного (a), треугольного (б) и круглого (в) дефектов в момент $-T/4$ на частоте 30 кГц.

Дополнительно были исследованы дефекты других форм. В медной пластине толщиной 35 мкм были изготовлены замкнутые дефекты в виде квадрата, треугольника и отверстия. МО образы этих дефектов представлены на рис. 4. Они были получены в тех же условиях, что и образы на рис. 3.

Из рисунка 4 видно, что несмотря на уменьшение толщины объекта контроля в 10 раз общий характер МО отображения квадратного дефекта не меняется. МО образы дефектов всех типов имеют одну общую особенность: с одной стороны темную область, с другой светлую, визуализирующую противоположный знак z -компоненты напряженности полного магнитного поля вблизи дефекта в момент времени $-T/4$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена математическая модель трехмерного квазистационарного электромагнитного поля вторичных источников, возбуждаемых планарным несинусоидальным периодическим полем в проводящем объекте контроля. С использованием программной реализации математической модели проведено численное моделирование распределения магнитного поля вихревых токов, возбуждаемого планарным индуктором с магнитным сердечником в окрестности замкнутого дефекта. Показано, что на противоположных сторонах дефекта z -компоненты вихревого магнитного поля меняет знак, что должно приводить к резкому повышению контраста в изображении дефектов, получаемых магнитооптическим методом. Экспериментально показано соответствие полученных изображений предсказаниям теории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Berzhansky V.N., Filippov D.M., Lugovskoy N.V. // Phys. Procedia. 2016. V. 82C. P. 27.
2. Xiangdong G., Yanfeng L., Xiaohu Z. et al. // Opt. Lasers Eng. 2020. V. 124. Art. No. 105812.
3. Berzhansky V.N., Karavainikov A.V., Mikhailova T.V. et al. // J. Magn. Magn. Mater. 2017. V. 440C. P. 175.
4. Шевцов В.С., Каминская Т.П., Поляков П.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 11. С. 1564; Shevtsov V.S., Kaminskaya T.P., Polyakov P.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Ser. Phys. 2021. V. 85. No. 11. P. 1226.
5. Николадзе Г.М., Матюнин А.В., Поляков П.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 11. С. 1559; Nikoladze G.M., Matyunin A.V., Polyakov P.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Ser.: Phys. 2021. V. 85. No. 11. P. 1222.
6. Семенова Е.М., Иванов Д.В., Ляхова М.Б. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 9. С. 1245; Semenova E.M., Ivanov D.V., Lyakhova M.B. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Ser.: Phys. 2021. V. 85. No. 9. P. 955.
7. Зигерт А.Д., Кузьмин Н.Б., Сдобняков Н.Ю. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 10. С. 1385; Zigert A.D., Kuz'min N.B., Sdobnyakov N.Yu. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Ser. Phys. 2023. V. 87. No. 10. P. 1421.
8. Байкенов Е.Ж., Измажеров И.М., Зверев В.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 7. С. 891; Baykenov E.Z., Izmazherov I.M., Zverev V.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Ser. Phys. 2019. V. 83. No. 7. P. 809.
9. Filippov D.M., Shuyskyy A.A. // Prog. Electromagn. Res. M. 2019. V. 78. P. 19.
10. Filippov D.M., Shuyskyy A.A., Kozik G.P. et al. // Prog. Electromagn. Res. B. 2020. V. 89. P. 195.
11. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. Киев: Техника, 1974. 352 с.

Mathematical model of electromagnetic fields near defects registered by magneto-optical defectoscopy methods

D. M. Filippov^{1,*}, N. V. Lugovskoy¹, A. A. Shuyskyy¹, V. N. Berzhansky¹

¹ V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, 295007, Russia

* e-mail: filippov.dm@cfuv.ru

We presented a mathematical model of a three-dimensional quasi-stationary electromagnetic field of secondary sources induced by an external non-sinusoidal periodic field in a conducting control object containing a closed defect. Using the software implementation of the developed mathematical model, numerical modeling of the electromagnetic field near such an object was carried out and the results obtained were compared with the magneto-optical images of the studied defects observed in the experiment.