

УДК 535.03:519.06

# ВЛИЯНИЕ РАССТРОЙКИ ГРУППОВЫХ СКОРОСТЕЙ ОПТИЧЕСКИХ ГАРМОНИК НА ОТРАЖЕНИЕ И ПРОХОЖДЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В АКТИВНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

© 2024 г. А. А. Калинович<sup>1,\*</sup>, И. Г. Захарова<sup>1,2</sup>, Т. М. Лысак<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», Москва, Россия

<sup>2</sup> Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, Шэньчжэнь, Китайская Народная Республика

\*E-mail: kalinovich@gmail.com

Поступила в редакцию 15.07.2024

После доработки 19.08.2024

Принята к публикации 30.08.2024

Изучено влияние расстройки групповых скоростей волн основной частоты и второй гармоники на отражение и прохождение излучения сквозь слоистую активную нелинейную среду. С использованием численного моделирования найдены и проанализированы коэффициенты отражения и пропускания на основной и удвоенной частотах. Показан солитонный характер переноса энергии внутри среды.

DOI: 10.31857/S0367676524120053, EDN: EXENVO

## ВВЕДЕНИЕ

Новые возможности использования взаимодействия между усилением, потерями и силами, связывающими различные оптические компоненты, постоянно обсуждаются исследователями в области фотоники [1, 2]. Такие возможности появляются для генерации, управления и передачи света в связи с открытием действительных собственных частот неэрмитовых гамильтонианов, для которых характерна симметрия четности и времени (РТ-симметрия).

В сложных фотонных структурах с усилением и потерями нарушается консервативность. При этом появляются новые возможности применения РТ-симметрии для формирования оптических сигналов со свойствами, выходящими за рамки консервативных структур [3].

РТ-симметрией могут обладать слоистые среды, в которых чередуются поглощающие и генерирующие элементы. Ранее мы теоретически изучали распространение оптического излучения в активной слоистой среде с квадратичной нелинейностью. Мы использовали подход, развитый в работах [4, 5], где были получены результаты, показывающие возможность генерации устойчивых пространственных щелевых солитонов в средах с квадратичной нелинейностью. На основе численного моделирования системы связанных уравнений Шредингера для огибающих прямых и обратных

волн на основной и удвоенной частотах мы получили солитоны такого типа, в том числе, в активных брэгговских структурах [6–8]. При этом, мы полагали величины физических параметров (коэффициенты брэгговской связи, отстройка от брэгговского резонанса и т. п.) в том же диапазоне, что и в работах [4, 5].

В работе [9], также используя численное моделирование, мы получили результаты, описывающие отражающие свойства периодической среды в зависимости от знака асимметричной связи.

В настоящей работе, продолжая наше исследование, мы изучаем влияние расстройки групповых скоростей волн на процесс генерации второй оптической гармоники в слоистых активных средах.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Запишем систему связанных уравнений для нормированных медленно меняющихся амплитуд прямой и обратной волн на основной частоте ( $E_{1\pm}$ ) (FF) и на частоте второй гармоники ( $E_{2\pm}$ ) (SH) [8–9]:

$$i \left( \frac{\partial E_{1+}}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial E_{1+}}{\partial z} \right) + D_{x,1} \frac{\partial^2 E_{1+}}{\partial x^2} + \delta_1 E_{1+} + (\kappa_1 + g_1) E_{1-} + \gamma_1 E_{1+}^* E_{2+} = 0, \quad (1)$$

$$i \left( \frac{\partial E_{1-}}{\partial \tau} - v_1 \frac{\partial E_{1-}}{\partial z} \right) + D_{x,1} \frac{\partial^2 E_{1-}}{\partial x^2} + \delta_1 E_{1-} + (\kappa_1 - g_1) E_{1+} + \gamma_1 E_{1-}^* E_{2-} = 0, \quad (2)$$

$$i \left( \frac{\partial E_{2+}}{\partial \tau} + v_2 \frac{\partial E_{2+}}{\partial z} \right) + D_{x,2} \frac{\partial^2 E_{2+}}{\partial x^2} + \delta_2 E_{2+} + (\kappa_2 + g_2) E_{2-} + \gamma_2 E_{1+}^2 = 0, \quad (3)$$

$$i \left( \frac{\partial E_{2-}}{\partial \tau} - v_2 \frac{\partial E_{2-}}{\partial z} \right) + D_{x,2} \frac{\partial^2 E_{2-}}{\partial x^2} + \delta_2 E_{2-} + (\kappa_2 - g_2) E_{2+} + \gamma_2 E_{1-}^2 = 0. \quad (4)$$

Здесь  $E_{1\pm} = \frac{E_1^\pm}{\sqrt{I_{10}}}$ ,  $E_{2\pm} = \frac{E_2^\pm}{\sqrt{I_{10}}}$  — безразмерные

медленно меняющиеся амплитуды взаимодействующих волн, нормированные на корень квадратный из пиковой интенсивности падающего излучения  $I_{10}$ . Эволюционная координата  $\tau$  — безразмерное время, распространение происходит по продольной координате  $z$  с групповыми скоростями  $v_{1,2}$  для основной и удвоенной частоты,  $x$  — поперечная координата.

Параметры  $\delta_1 = \left( k_1 - \frac{\pi}{d} \right) \frac{1}{|k|}$ ,  $\delta_2 = \left( k_2 - \frac{2\pi}{d} \right) \frac{1}{|k|}$  — нормированные отстройки от брэгговского резонанса на основной и удвоенной частотах, где

$\kappa = \frac{\omega_0}{c\sqrt{\epsilon_0(\omega_0)}} \frac{\Delta\epsilon_R}{4}$  — параметр брэгговской связи между встречными волнами на основной частоте,  $\omega_0$  — несущая частота излучения основной гармоники,  $k_1, k_2$  — волновые числа излучения на основной и удвоенной частотах, соответственно;  $d$  — период слоистой структуры. Безразмерные параметры

$\kappa_1 = \frac{\kappa}{|k|}$ ,  $\kappa_2 = \frac{2\omega_0}{c\sqrt{\epsilon_0(2\omega_0)}} \frac{\Delta\epsilon_{R2}}{4|k|}$  описывают брэгговскую связь между встречными волнами на основной частоте и на частоте второй гармоники, соответственно:  $g_1 = \frac{\omega_0}{c\sqrt{\epsilon_0}} \frac{\Delta\epsilon_1}{4} \frac{1}{|k|}$  и  $g_2 = \frac{2\omega_0}{c\sqrt{\epsilon_0(2\omega_0)}} \frac{\Delta\epsilon_{12}}{4} \frac{1}{|k|}$

соответствующие безразмерные параметры несимметричной связи между встречными волнами, при  $g_1 = g_2 = 0$  среда пассивная, иначе активная. Параметры  $\gamma_1 = \frac{4\pi}{c^2 k_1} \omega_0^2 \chi^{(2)}(-\omega_0, 2\omega_0) \frac{\sqrt{I_{10}}}{|k|}$

и  $\gamma_2 = \frac{2\pi}{c^2 k_2} 4\omega_0^2 \chi^{(2)}(\omega_0, \omega_0) \frac{\sqrt{I_{10}}}{|k|}$  характеризуют квадратичную нелинейность, где  $\chi^{(2)}$  — нелинейная восприимчивость среды. Ограничимся в нашем рассмотрении случаем широких пучков, при этом в (1)–(4) положим  $D_{x,1} = D_{x,2} = 0$  и не будем учитывать поперечное распределение интенсивности,

рассматривая только профиль по продольной координате  $z$ .

Пусть данная нелинейная периодическая структура ограничена по  $z$ , ее левая граница  $z = L_{\text{left}}$  и правая —  $z = L_{\text{right}}$ , вокруг нее линейная среда. Внутри нелинейной среды динамика прямых и обратных волн описывается системой (1)–(4), вне — уравнениями переноса  $\frac{\partial E_{1,2\pm}}{\partial \tau} \pm v_{1,2} \frac{\partial E_{1,2\pm}}{\partial z} = 0$ . На среду падает пучок основной частоты слева, он задается в начальный момент  $\tau = 0$  на прямой волне основной частоты с центром  $L_0$  левее левой границы среды ( $L_0 < L_{\text{left}}$ ) в виде солитонного профиля характерной ширины  $h_z$

$$E_{1+}(z, \tau = 0) = \text{ch}^{-1}((z - L_0)/h_z).$$

На остальных волнах в начальный момент сигналы отсутствуют  $E_{1-}(z, \tau = 0) = E_{2+}(z, \tau = 0) = E_{2-}(z, \tau = 0) = 0$ .

Распространение двуцветного излучения в бесконечной активной квадратичной слоистой среде, описываемое уравнениями (1)–(4) удовлетворяет закону изменения энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \gamma_2 (|E_{1+}|^2 + |E_{1-}|^2) + \gamma_1 (|E_{2+}|^2 + |E_{2-}|^2) \right) dz + \\ + 4g\gamma_2 \int_{L_{\text{left}}}^{L_{\text{right}}} \text{Im}(E_{1+}^* E_{1-}) dz + \\ + 4g_2\gamma_1 \int_{L_{\text{left}}}^{L_{\text{right}}} \text{Im}(E_{2-} E_{2+}^*) dz = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Данный закон (5) в пассивной среде ( $g_1 = g_2 = 0$ ) переходит в закон сохранения энергии [4].

Уравнения (1)–(4) решаются численно с использованием консервативной нелинейной разностной схемы с помощью матричной прогонки и итерационного алгоритма. Расчет ведется в области  $0 \leq z \leq L_z$ ,  $0 \leq \tau \leq L_\tau$ , при этом на левой границе по  $z$  прямых волн и правой границе обратных волн заданы нулевые граничные условия

$$E_{1+}(z = 0, \tau) = E_{2+}(z = 0, \tau) = E_{1-}(z = L_z, \tau) = E_{2-}(z = L_z, \tau) = 0.$$

Тем самым обеспечивается условие того, что в систему с течением времени не поступает дополнительная энергия. На противоположных границах расчетной области дополнительных условий не задается, так как там решается уравнение переноса, и энергия свободно выходит из системы без отражений. Так как (5) был получен в условии бесконечного пространства, внесем в него изменения, соответствующие рассматриваемой ограниченной расчетной области:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^{L_z} \left( \gamma_2 (|E_{1+}|^2 + |E_{1-}|^2) + \gamma_1 (|E_{2+}|^2 + |E_{2-}|^2) \right) dz + \\
& + 4g\gamma_2 \int_{L_{\text{left}}}^{L_{\text{right}}} \text{Im}(E_{1+}^* E_{1-}) dz + 4g_2\gamma_1 \int_{L_{\text{left}}}^{L_{\text{right}}} \text{Im}(E_{2-} E_{2+}^*) dz \\
& + \gamma_2 v_1 [ |E_{1+}(L_z, \tau)|^2 + |E_{1-}(0, \tau)|^2 ] + \\
& + \gamma_1 v_2 [ |E_{2+}(L_z, \tau)|^2 + |E_{2-}(0, \tau)|^2 ] = 0.
\end{aligned} \quad (6)$$

Последние четыре слагаемых соответствуют уходу энергии из системы каждой из прямой и обратной волн основной и удвоенной частоты. Их раздельный учет позволяет отследить то, какой волной уносится энергия.

Для оценки свойств отражения и прохождения излучения сквозь активную слоистую среду будем рассчитывать коэффициенты отражения и прохождения на основной и удвоенной частотах для момента времени  $L_\tau$  в виде интеграла прошедших сквозь среду интенсивностей с учетом вышедшей за границу расчетной области энергии:

$$R_1 = \frac{\int_0^{L_{\text{left}}} |E_{1-}(z, L_\tau)|^2 dz + v_1 \int_0^{L_\tau} |E_{1-}(0, \tau)|^2 d\tau}{\int_0^{L_{\text{left}}} |E_{10}(z)|^2 dz}, \quad (7)$$

$$T_1 = \frac{\int_{L_{\text{right}}}^{L_z} |E_{1+}(z, L_\tau)|^2 dz + v_1 \int_0^{L_\tau} |E_{1+}(L_z, \tau)|^2 d\tau}{\int_0^{L_{\text{left}}} |E_{10}(z)|^2 dz}, \quad (8)$$

$$R_2 = \frac{\int_0^{L_{\text{left}}} |E_{2-}(z, L_\tau)|^2 dz + v_2 \int_0^{L_\tau} |E_{2-}(0, \tau)|^2 d\tau}{\int_0^{L_{\text{left}}} |E_{10}(z)|^2 dz}, \quad (9)$$

$$T_2 = \frac{\int_{L_{\text{right}}}^{L_z} |E_{2+}(z, L_\tau)|^2 dz + v_2 \int_0^{L_\tau} |E_{2+}(L_z, \tau)|^2 d\tau}{\int_0^{L_{\text{left}}} |E_{10}(z)|^2 dz}. \quad (10)$$

Данные коэффициенты характеризуют как отражающие и пропускающие свойства активной слоистой среды на основной частоте, так и способность генерировать вторую гармонику в направлении как падения накачки, так и в противоположную сторону. В линейном случае ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ) при точном

брегговском резонансе ( $\delta_1 = 0$ ) и пассивной среде ( $g_1 = 0$ ) бесконечной длины ( $L_{\text{left}} = \infty$ ) происходит полное отражение падающей волны,  $R_{1,\infty} = 1$ ,  $T_{1,\infty} = 0$ , вторая гармоника при этом не возникает. Если среда активная, то в зависимости от знака  $g_1$  возможно как усиление падающего сигнала ( $R_{1,\infty} > 1$  при  $g_1 < 0$ ), так и его ослабление ( $R_{1,\infty} < 1$  при  $g_1 > 0$ ), прошедшая волна при этом также отсутствует ( $T_{1,\infty} = 0$ ) [9]. При отстройке от брегговского резонанса ( $\delta_1 \neq 0$ ) появляется ненулевая прошедшая волна ( $T_1 > 0$ ), также изменяется и коэффициент отражения. Наличие квадратичной нелинейности приводит к тому, что падающая волна генерирует в среде вторую гармонику, для которой условия брегговского резонанса отличаются от основной частоты, что сильно усложняет картину, появляются ненулевые  $T_2$ ,  $R_2$ . При определенных условиях вошедший сигнал и сгенерированная вторая гармоника формируют двцветный солитон [4, 5, 8], который распространяется в слоистой нелинейной среде до ее правой границы, где происходит отражение от нее и частичный выход энергии из среды. Отраженный сигнал движется обратно к левой границе среды солитоноподобным образом.

На формирование солитона влияет расстройка групповых скоростей. Если скорости волн основной и удвоенной частоты существенно отличаются, солитон не формируется. Этот процесс значительно влияет на отражающие и пропускающие свойства слоистой нелинейной среды.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Проведено численное моделирование уравнений (1)–(4) с помощью которого исследована зависимость коэффициентов отражения и прохождения от расстройки групповых скоростей. Рассматривался случай, когда основная частота находится вблизи брегговского резонанса,  $\delta_1 = -0.9$ , а вторая гармоника — вдали от брегговского резонанса,  $\delta_2 = 5$ . Параметры расчетов  $\kappa_1 = 1$ ,  $\kappa_2 = 0$ ,  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = 0.5$ , начальная ширина пучка  $h_z = 5$ , что соответствует пиковой интенсивности падающей волны  $I_{10} = 500 \text{ MW/cm}^2$ ,  $\kappa = 0.5 \text{ мм}^{-1}$  и  $\frac{4\pi}{c^2 k_1} \omega_0^2 \chi^{(2)}(-\omega_0, 2\omega_0) \approx 10^{-3} \text{ W}^{-1/2}$  [4, 5].

Размеры расчетной области  $L_z = 120$ ,  $L_\tau = 120$ , границы слоистой среды  $L_{\text{left}} = 60$ ,  $L_{\text{right}} = 90$ , начальное положение пучка  $L_0 = 30$ . Групповая скорость второй гармоники фиксирована  $v_2 = 1$ , а групповая скорость основной частоты менялась в пределах  $0.5 \leq v_1 \leq 2$ .

Сначала рассматривался случай пассивной среды  $g_1 = 0$ ,  $g_2 = 0$ . На рис. 1а приведены зависимости коэффициентов отражения и пропускания от групповой скорости основной частоты. Коэффициент пропускания основной частоты имеет выраженный максимум вблизи  $v_1 = 1$ , что свидетельствует о том, что более выраженное пропускание происходит

при равенстве групповых скоростей. Также можно заметить, что коэффициент отражения на второй гармонике растет с уменьшением  $v_1$ , следовательно такую среду целесообразно использовать в качестве источника волны второй гармоники при групповых скоростях основной частоты заметно меньших, чем на удвоенной частоте. На рис. 1б приведены зависимости пиковых интенсивностей и ширины пучков от времени в случае  $v_1 = 1$ . Первоначальный пучок распространяется практически без изменений примерно до момента  $\tau = 30$ , после чего часть его попадает в среду, а часть отражается. При этом его интенсивность возрастает, а ширина уменьшается, кроме того генерируется вторая гармоника. Профиль пучка при  $\tau = 60$  представлен на рис. 1в, в максимуме основной частоты находится также пик второй гармоники, что показывает, что это именно двухцветный солитон, который с некоторыми осцилляциями движется в среде примерно до момента  $\tau = 100$ , после чего интенсивность резко падает, что объясняется выходом основной части энергии из среды. На рис. 1г приведен профиль пучка при  $\tau = 120$ , часть энергии еще находится в среде, а часть уже вышла.

На рис. 1д представлен профиль пучка при  $v_1 = 2$  в момент  $\tau = 60$ , когда часть энергии уже вышла из среды, а часть еще находится внутри. Вышедшая часть похожа на двухцветный солитон, но ширина его существенно больше, а центры пучков первой и второй гармоник заметно смещены. Это объясняется различными скоростями движения излучения на основной и удвоенной частоте в линейной среде. На рис. 1е показаны профили при  $v_1 = 0.5$  в момент  $\tau = 120$ . Видна часть энергии отраженная слева от среды, в самой среде наблюдается солитон. Все это показывает, что солитонный характер передачи энергии внутри среды является распространенным при различных параметрах. И, кроме того, скорость движения солитона зависит от скорости  $v_1$ : чем больше скорость движения излучения на основной частоте в линейной среде, тем больше скорость солитона в нелинейной среде.

На рис. 2 показан случай активной среды  $g_1 = 0.5$ , аналогично рассмотренному выше. Интенсивность основной частоты при этом снижается. Коэффициент отражения также имеет максимум вблизи  $v_1 = 1$ , его величина близка к приведенному случаю пассивной среды. Остальные коэффициенты в несколько раз меньше, чем в пассивной среде. Зависимость пиковых интенсивностей от времени при  $v_1 = 1$  и профили пучков в различные моменты также свидетельствуют, что перенос энергии в среде носит солитонный характер. При этом, в отличие от пассивной среды, отражение энергии на основной частоте оказывается существенно меньше, чем прохождение этой энергии через нелинейную среду. В то же время коэффициенты отражения и прохождение энергии второй гармоники близки к соответствующим значениям для пассивной среды.

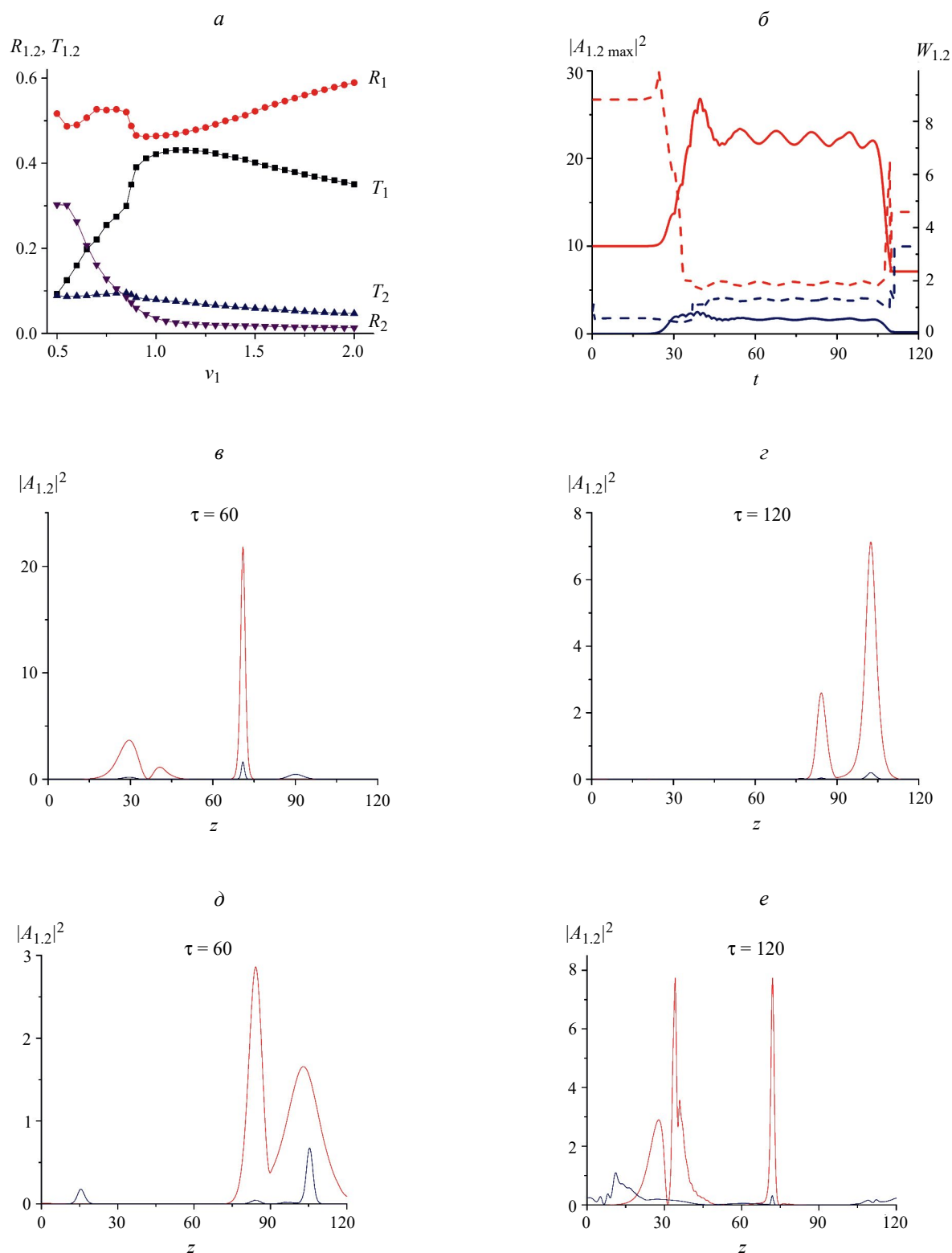
На рис. 3 представлен случай активной среды при  $g_1 = -0.5$ , интенсивность волн при этом возрастает. Коэффициент отражения второй гармоники резко растет с уменьшением  $v_1$ . Профили пучков показывают, что формируется несколько осциллирующих солитонов, энергия между ними перекачивается. За счет этого картина достаточно сложная, что видно по графикам пиковых интенсивностей. В целом можно говорить о том, что такую среду можно использовать для генерации излучения второй гармоники, направленного навстречу падающему излучению в случае, когда групповая скорость излучения на основной частоте заметно меньше скорости излучения на удвоенной частоте.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

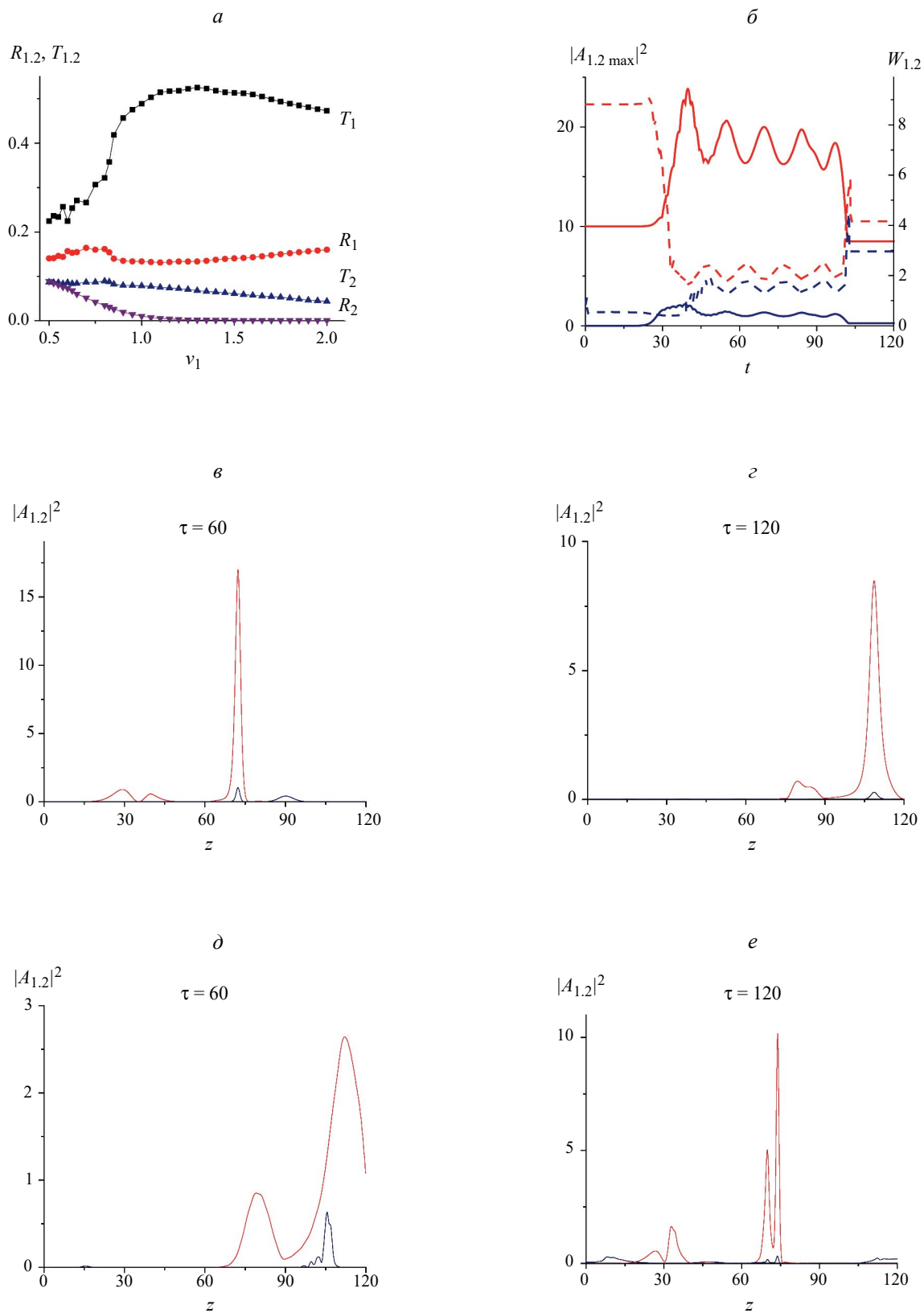
Исследованы зависимости отражательных свойств нелинейных активных слоистых сред от расстройки групповых скоростей между волнами основной частоты и второй гармоники. Найдены коэффициенты отражения и пропускания. Показан солитонный характер переноса энергии внутри такой среды. На основе этого возможен выбор материалов для конкретных частот с целью создания активных фильтров, а также генерации сигналов удвоенной частоты.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

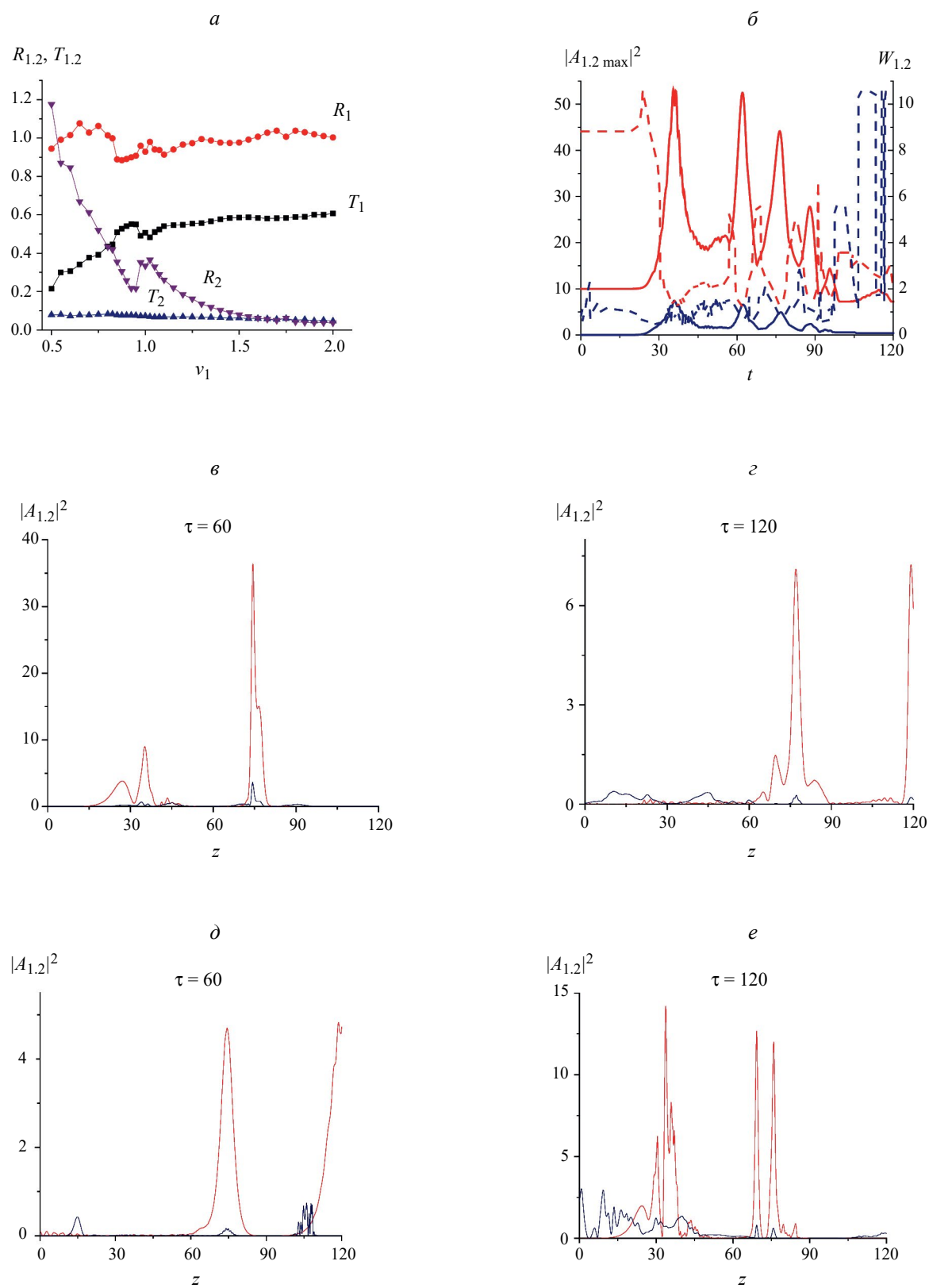
1. Ruter C.E., Makris G., El-Ganainy R. et al. // *Nature Phys.* 2010. V. 10. P. 192.
2. Özdemir Ş.K., Rotter S., Nori F. et al. // *Nature Mater.* 2019. V. 18. P. 783.
3. Jianming Wen, Xiaoshun Jiang, Liang Jiang, Min Xiao // *J. Phys. B. Atom. Mol. Opt. Phys.* 2018. V. 51. Art. No. 222001.
4. Conti C., Assanto G., Trillo S. // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 78. P. 2341.
5. Conti C., Assanto G., Trillo S. // *Opt. Lett.* 1997. V. 22. No. 17. P. 1350.
6. Комиссарова М.В., Захарова И.Г., Лысак Т.М., Калинович А.А. // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2021. Т. 85. № 12. С. 1720; Komissarova M.V., Zakharova I.G., Lysak T.M., Kalinovich A.A. // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2021. V. 85. No. 12. P. 1370.
7. Komissarova M.V., Lysak T.M., Zakharova I.G., Kalinovich A.A. // *J. Phys. Conf. Ser.* 2022. V. 2249. Art. No. 012008.
8. Lysak T., Zakharova I., Kalinovich A., Chaikovskii D. // *Proc. SPIE.* 2023. V. 12775. Art. No. 1277513.
9. Захарова И.Г., Лысак Т.М., Калинович А.А., Чайковский Д.А. // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2023. Т. 87. № 12. С. 1707; Zakharova I.G., Lysak T.M., Kalinovich A.A., Chaikovskii D.A. // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2023. V. 87. No. 12. P. 1791.



**Рис. 1.** Отражение и прохождение волн в пассивной среде  $\kappa_1 = 1$ ,  $\kappa_2 = 0$ ,  $g_1 = 0$ ,  $g_2 = 0$ ,  $\delta_1 = -0.9$ ,  $\delta_2 = 5$ ,  $v_2 = 1$ . Коэффициенты отражения ( $R_{1,2}$ ) и прохождения ( $T_{1,2}$ ) основной частоты и второй гармоники в зависимости от групповой скорости волны основной частоты  $v_1$  (*a*). Максимальные интенсивности (сплошная линия) и ширины (штриховая линия) основной частоты (красный цвет) и второй гармоники (синий цвет) в случае  $v_1 = 1$  (*б*). Профили пучка основной частоты (красный цвет) и второй гармоники (синий цвет) при  $v_1 = 1$  (*в*, *г*), 2 (*д*) и 0.5 (*е*) в разные моменты времени  $\tau$ .



**Рис. 2.** Отражение и прохождение волн в активной среде. Аналогично рис. 1, кроме  $g_1 = 0.5$ .



**Рис. 3.** Отражение и прохождение волн в активной среде. Аналогично рис. 1, кроме  $g_1 = -0.5$ .

## **Influence of group velocity detuning of optical harmonics on reflection and transmission of radiation in an active periodic medium**

**A. A. Kalinovich<sup>1</sup>, I. G. Zakharova<sup>1,2</sup>, T. M. Lysak<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>*Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

<sup>2</sup>*MSU-BIT University, Shenzhen, 518172 China*

*\*e-mail: kalinovich@gmail.com*

We studied how the detuning between the group velocities of two optical harmonics affects the reflection and passage of radiation through a layered active quadratically nonlinear medium. The reflection and transmission coefficients at the fundamental and doubled frequencies are found using numerical modeling. The soliton nature of energy transfer inside the medium is shown.