

УДК 537.87:537.9

# РАДИОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В СВЕРХРЕШЕТКЕ НА ОСНОВЕ ТРЕХМЕРНОГО ДИРАКОВСКОГО КРИСТАЛЛА

© 2025 г. А. В. Вальков<sup>1</sup>, С. В. Крючков<sup>1, 2</sup>, Е. И. Кухарь<sup>1, \*</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный технический университет», Волгоград, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный социально-педагогический университет», Волгоград, Россия

\*e-mail: eikuhar@yandex.ru

Поступила в редакцию 06.09.2024 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята в печать 30.09.2024 г.

Построена кинетическая теория радиоэлектрического эффекта в сверхрешетке на основе трехмерного дираковского кристалла, помещенной в постоянное электрическое поле. Показано, что в случае, когда блоховская частота кратна частоте электромагнитной волны, плотность тока испытывает резонанс. Последний может приводить к изменению направления плотности тока. Изучена амплитудная зависимость плотности радиоэлектрического тока.

**Ключевые слова:** радиоэлектрический эффект, сверхрешетка, дираковский кристалл, блоховская частота

**DOI:** 10.31857/S0367676525010037, **EDN:** DCFZFW

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно изучаются электронные свойства трехмерных (3D) структур на основе дираковских или графеноподобных кристаллов [1, 2], имеющих широкий диапазон применения [2–5]. С одной стороны, для носителей заряда 3D дираковских материалов характерно наличие трех степеней свободы движения, а с другой — релятивистской формы закона дисперсии [6, 7]. Существуют различные способы изготовления таких структур [8, 9]. В [10] предложена 3D структура, представляющая собой сверхрешетку (СР), вдоль оси роста которой располагаются графеновые листы, разделенные полупроводниковыми прокладками. В [11] рассмотрена гетероструктура, состоящая из периодически чередующихся слоев топологического изолятора и диэлектрика, играющего роль квантового барьера. Внимание к СР на основе дираковских кристаллов обусловлено, в частности, возможностью использования последних в качестве рабочей среды для генерации уединенных электромагнитных (ЭМ) волн нового типа, предсказанных в [12] и привлекающих в последнее время внимание исследователей, в том числе, за рубежом [13–15].

За основу методов диагностики полупроводниковых структур, а также детектирования распространяющихся в них ЭМ волн может быть взят так

называемый радиоэлектрический эффект, заключающийся в увлечении свободных носителей заряда ЭМ излучением в направлении своего распространения [16]. Данный эффект применительно к стандартным 3D полупроводниковым СР теоретически изучен в [16, 17] для различных поляризаций волны. Увлечение электронов проводимости уединенной волной в графеновой СР рассматривалось в [18]. Однако наблюдение данного явления в последнем случае требует достаточно точной ориентации плоскости поляризации волны вдоль графеновой плоскости, что является сложной экспериментальной задачей. Кроме того, создание свободного графенового листа затруднено неизбежным возникновением дефектов и деформаций поверхности [19], с целью устранения которых используют специальные подложки. Нетрудно видеть, что 3D материалы лишены такой необходимости.

В настоящей работе построена кинетическая теория радиоэлектрического эффекта в СР на основе 3D дираковского кристалла, а также влияния данного эффекта на продольную вольтамперную характеристику (ВАХ) рассматриваемой структуры. Отметим, что ВАХ СР в режиме поглощения ЭМ излучения изучалась в [20], где возникающие участки ВАХ с абсолютной отрицательной проводимостью (АОП) интерпретировались

как результат резонансного поглощения электронами квантов ЭМ поля и оптических фононов, приводящего к соответствующим квантовым переходам по штарковской лестнице. Ниже показана возможность АОП в иной ситуации, а именно в режиме увлечения носителей заряда ЭМ волной, поляризованной по кругу. Причем в отличие от [20] здесь не потребуется условия для штарковского квантования, и участки АОП удастся описать в рамках квазиклассического подхода, основанного на приближении времени релаксации.

### ЭЛЕКТРОННЫЙ СПЕКТР СР

Рассматриваемая далее СР представляет собой многослойную гетероструктуру, состоящую из чередующихся слоев 3D дираковского кристалла и обычного изолятора, выступающего в качестве прокладочного материала (рис. 1). На данный момент такая структура вполне может быть изготовлена с использованием доступных технологий [21, 22]. Гамильтониан, описывающий данную структуру, можно записать следующим образом:  $\hat{H}_{\text{SL}} = v_F \tau_x \otimes \vec{\sigma} \cdot \vec{p} + \tau_z V(z)$ . Здесь матрицы Палли и  $\vec{\sigma}$  и  $\vec{\tau}$  отвечают соответственно за спиновые и псевдоспиновые степени свободы [7],  $\otimes$  — операция кронекеровского произведения,  $v_F$  — скорость на поверхности Ферми,  $\vec{p}$  — трехмерный оператор импульса,  $V(z) = V(z + d)$  — дополнительный скалярный потенциал, обусловленный чередованием квантовых ям и барьеров вдоль оси  $Oz$ ,  $d$  — период СР. В низкоэнергетическом одноминизонном приближении закон дисперсии для электронов в минизоне проводимости можно записать в следующем виде ( $\hbar = 1$ ):

$$\varepsilon(\vec{p}) = \varepsilon_{\perp}(p_{\perp}) + \Delta(1 - \cos p_z d), \quad (1)$$

где  $\vec{p}_{\perp}$  — поперечная по отношению к оси СР компонента импульса электрона,  $\varepsilon_{\perp}(\vec{p}_{\perp}) = \sqrt{\Delta_g^2 + v_F^2 p_{\perp}^2}$ ,  $\Delta_g$  — полуширина энергетической щели между зоной проводимости и валентной зоной,  $\Delta$  — структурный параметр, выражющийся через интегралы перекрытия волновых функций из соседних квантовых ям и имеющий смысл полуширины мини-

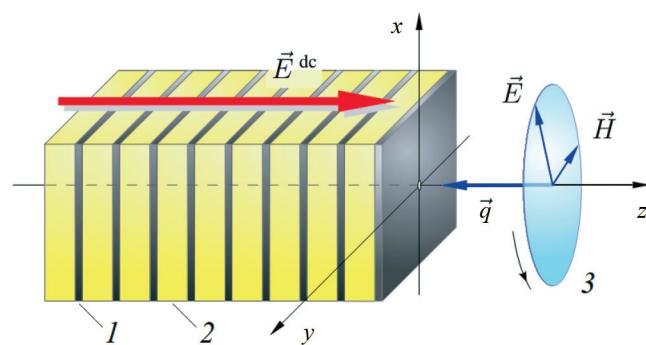


Рис. 1. Схема СР и конфигурация ЭМ полей: 1 — слой 3D дираковского кристалла, 2 — прокладочный слой изолятора, 3 — ЭМ волна, поляризованная по кругу.

зоны проводимости. Считается, что выполняется неравенство:  $\Delta \ll \Delta_g$ .

### ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА УВЛЕЧЕНИЯ НА ПРОДОЛЬНУЮ ВАХ

Поместим рассмотренную выше СР в поле ЭМ волны, поляризованной по кругу и распространяющейся против оси  $Oz$  так, как показано на рис. 1. Проекции векторов напряженности ЭМ поля волны на координатные оси имеют вид:

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \cos(\omega t + qz), & E_y &= E_0 \sin(\omega t + qz), \\ H_x &= E_y, & H_y &= -E_x, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $E_0$ ,  $q$  и  $\omega$  — амплитуда, волновое число и частота волны соответственно. Считаем, что структура обладает электронной проводимостью. Согласно выбранной ориентации векторов напряженности, поле волны передает импульс электронам, увлекая их против оси  $Oz$ . Следовательно плотность тока увлечения в отсутствие постоянного поля направлена вдоль оси  $Oz$ . Вычислим продольную по отношению к оси СР компоненту плотности тока  $j_z$  при условии одновременного действия как поля волны, так и постоянного электрического поля с напряженностью  $\vec{E}^{\text{dc}}$ , направленной вдоль оси  $Oz$ . Для этого воспользуемся следующей формулой:

$$j_z = -e \sum_{\vec{p}} v_z(\vec{p}) f(\vec{p}, t), \quad (3)$$

где  $\vec{v} = \partial_{\vec{p}} \varepsilon$ ,  $f(\vec{p}, t)$  — неравновесная функция распределения, учитывающая действие силовых полей и являющаяся решением кинетического уравнения Больцмана:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} - e \left( \vec{E}^{\text{dc}} + \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{H}] \right) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} &= \\ = -\frac{f(\vec{p}, t) - f_0(\vec{p})}{\tau}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $f_0(\vec{p})$  — равновесная функция распределения,  $\tau$  — время релаксации. Как и в [16, 17] предполагается, что длина ЭМ волны значительно превышает длину свободного пробега носителей заряда. Поэтому в (4) слагаемое с пространственной производной  $\partial_{\vec{p}} f$  опущено. Последнее позволяет также пренебречь координатной зависимостью напряженности поля волны (2). Введем обозначение:  $\gamma = d\Delta_g c^{-1}$ . Параметр  $\gamma$  имеет порядок  $\gamma \approx vc^{-1}$ , где  $v$  — характерная скорость носителей заряда, причем  $v \ll c$ . В нулевом приближении по малому параметру  $vc^{-1}$  можно пренебречь действием магнитного поля так, что решение (4) имеет вид:

$$f^{(0)}(\vec{p}, t) = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} f_0 \left( \vec{p} + \frac{e}{c} (\vec{A}_1 - \vec{A}) \right), \quad (5)$$

где  $\vec{A}(t)$  — векторный потенциал ЭМ поля,  $\vec{A}_1 = \vec{A}(t_1)$ . Подставим (5) в (3) и учтем четность

равновесной функции распределения. В результате приходим к классическому выражению, описывающему продольную ВАХ СР [23]:  $j_z^{(0)} = j_0 \Omega_B \tau (1 + \Omega_B^2 \tau^2)^{-1}$ . Здесь обозначено:  $j_0 = n_0 e d \Delta$ ,  $\Omega_B = e E_z^{\text{dc}} d$  — блоховская частота,  $n_0$  — концентрация свободных носителей заряда в зоне проводимости. Поправка для функции распределения в следующем приближении имеет вид:

$$f^{(1)}(\vec{p}, t) = \frac{e}{c} \int_{-\infty}^t dt_2 e^{-\frac{t-t_2}{\tau}} \left[ \vec{v} \left( \vec{p} + \frac{e}{c} (\vec{A}_1 - \vec{A}) \right), \vec{H}(t_2) \right] \times \times \frac{\partial}{\partial \vec{p}} f_0 \left( \vec{p} + \frac{e}{c} (\vec{A}_1 - \vec{A}) \right). \quad (6)$$

После подстановки (6) в (3) и некоторых преобразований приходим к следующему выражению для поправки к плотности тока:

$$j_z^{(1)} = \frac{e}{c} \int_0^\infty e^{-\xi} \cos(\Omega_B \tau \xi) d\xi \cdot \sum_{\vec{p}} \left( -\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right) \times \times \left( \epsilon_{\perp} \left( \vec{p}_{\perp} + \frac{e}{c} \vec{A}(t - \tau \xi) - \frac{e}{c} \vec{A}(t) \right) - \epsilon_{\perp}(\vec{p}_{\perp}) \right) v_z^2(p_z). \quad (7)$$

Далее вычисления проведем для случая предельно низких температур таких, что можно сделать замену:  $(-\partial_{\epsilon} f_0) \rightarrow \delta(\epsilon - \epsilon_F)$ , где  $\delta(\xi)$  — дельта-функция,  $\epsilon_F$  — энергия, отвечающая уровню Ферми. Считаем, что последний располагается внутри зоны проводимости вблизи его дна так, что выполняется неравенство:  $0 < \epsilon_F - \Delta_g \ll \Delta_g$ . Если принять следующее характерное для дираковских и графеноподобных материалов численное значение энергетической щели  $\Delta_g \approx 50$  мэВ, то концентрации свободных электронов в зоне проводимости  $n_0 \approx 10^{14}$  см<sup>-3</sup> соответствует энергия Ферми, равная  $\epsilon_F \approx 51$  мэВ, что вполне удовлетворяет указанному выше неравенству. Согласно последнему в электронном переносе при низких температурах будут участвовать только те электроны, которые находятся вблизи дна минизоны, т. е. электроны с малыми значениями импульсов:  $p_{\perp} v_F \ll \Delta_g$ ,  $p_{\perp} \omega \ll e E_0$ . В результате вычислений в (7), выполненных с учетом перечисленных условий, приходим к следующему результату:

$$\frac{j_z^{(1)}}{j_0} = \frac{\gamma \Delta}{\epsilon_F - \Delta_g} \left[ \frac{S_0}{1 + \Omega_B^2 \tau^2} + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \times \times \left( \frac{1}{1 + (\Omega_B - n\omega)^2 \tau^2} + \frac{1}{1 + (\Omega_B + n\omega)^2 \tau^2} \right) \right], \quad (8)$$

где обозначен

$$S_n(a_0) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + a_0^2 \sin^2 \xi} \cos(2n\xi) d\xi, \quad (9)$$

$$S_0(a_0) = \frac{2}{\pi} E(-a_0^2) - 1,$$

$E(\xi)$  — полный эллиптический интеграл 2-го рода,  $a_0 = 2\omega^{-1} \Delta_g^{-1} v_F e E_0$  — безразмерная амплитуда

напряженности электрического поля волны. Зависимость результирующей плотности тока, равной  $j_z = j_z^{(0)} + j_z^{(1)}$ , от напряженности  $E_z^{\text{dc}}$  показана на рис. 2 сплошной линией. Здесь же пунктирной линией показана продольная ВАХ СР в отсутствие ЭМ волны. Видно, что области отрицательной дифференциальной проводимости в обоих случаях практически совпадают за исключением резонансных ситуаций, когда блоховская частота кратна частоте ЭМ волны:  $\Omega_B = n\omega$ . В последнем случае плотность тока резко уходит в область отрицательных значений, что соответствует АОП. Аналогичная ситуация имела место и для СР с параболическим поперечным спектром [17], где также вычислялся ток увлечения в линейном приближении по параметру  $uc^{-1} \sim \gamma$ . Однако в [17] резонанс, соответствующий АОП, возникал только в одном случае:  $\Omega_B = \omega$ . Появление других областей АОП явилось в [17] эффектом более высокого порядка по  $\gamma$  и требовало достаточно больших интенсивностей волны, при которых ВАХ существенно искажалась по сравнению с ВАХ в отсутствие эффекта увлечения. Согласно (8), в случае СР на основе дираковских кристаллов уже в первом приближении по  $\gamma$  имеет место серия резонансов, что является следствием непарabolicности поперечного спектра рассмотренной здесь СР.

Вычислим плотность тока в  $k$ -м резонансе. Для этого положим в (8)  $\Omega_B = k\omega$  и оставим в силу неравенства  $\omega\tau \gg 1$  только слагаемое с  $n = k$ . В результате имеем:  $j_z^{\text{res}} \sim -\gamma j_0 |S_k(a_0)|$ . Графики зависимости плотности тока от амплитуды волны в первых двух резонансах показаны на рис. 3. Нетрудно показать, что в случае малых амплитуд волны ( $a_0 \ll 1$ ) плотность тока в  $k$ -м резонансе пропорциональна  $a_0^{2k}$ . В случае же больших амплитуд ( $a_0 \gg 1$ ) резонансное значение линейно по амплитуде. Последний результат отличает рассматриваемый здесь эффект от аналогичного в [17], где в линейном по  $\gamma$  приближении резонансное значение квадратично по ам-

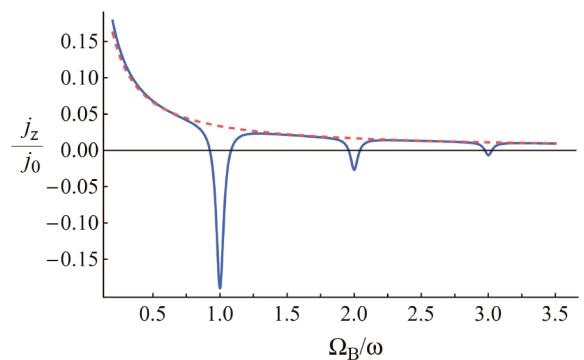


Рис. 2. Продольная ВАХ СР, модифицированная за счет радиоэлектрического эффекта (сплошная линия,  $\omega\tau = 30$ ,  $a_0 = 20$ ) и ВАХ СР в отсутствие ЭМ волны (пунктирная линия).

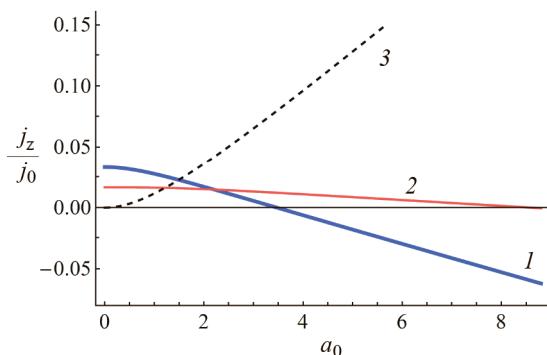


Рис. 3. Зависимость плотности радиоэлектрического тока от безразмерной амплитуды волны  $a_0$ :  $\omega t = 30$ , 1 —  $\Omega_B = \omega$ , 2 —  $\Omega_B = 2\omega$ , 3 —  $E^{dc} = 0$ .

плитуде волны. Линейная по амплитуде плотность тока при  $a_0 \gg 1$  является прямым следствием релятивистского характера поперечного спектра носителей заряда.

### ЭФФЕКТ УВЛЕЧЕНИЯ В ОТСУТСТВИЕ ПОСТОЯННОГО ПОЛЯ

В отсутствие постоянного поля электрический ток вдоль оси СР существует только за счет увлечения электронов ЭМ волной. Поскольку импульс ЭМ волны, передаваемый электронам проводимости, направлен против оси  $Oz$ , соответствующая плотность тока имеет положительную проекцию  $j_z$ . Подставляя в (8)  $\vec{E}^{dc} = 0$ , и учитывая неравенство  $\omega t \gg 1$ , запишем:

$$j_z = \frac{\gamma j_0 \Delta S_0(a_0)}{\epsilon_F - \Delta_g}. \quad (10)$$

График зависимости плотности тока увлечения от безразмерной амплитуды волны  $a_0$ , построенный по формуле (10), показан на рис. 3 пунктирной линией. Как и ожидалось, график для плотности тока при  $\vec{E}^{dc} = 0$  лежит в положительной области. Из (10) следует, что для малых амплитуд плотность тока увлечения квадратична по амплитуде:  $j_z \propto \gamma j_0 a_0^2$ , а для больших амплитуд — линейна:  $j_z \propto \gamma j_0 a_0$ . Заметим, что амплитудная зависимость радиоэлектрического тока аналогична соответствующей зависимости для поглощаемой графеноподобным материалом мощности ЭМ излучения [24]. Эта особенность может служить дополнительным указанием на правильность результатов вычислений. Действительно, за счет поглощения носителями заряда энергии излучения импульс ЭМ поля волны передается электронам, что и обеспечивает увлечение последних вдоль направления распространения излучения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования эффекта увлечения в СР на основе дираковских кристаллов получены следующие результаты. Во-первых, эффект увлечения электронов ЭМ модифицирует продольную ВАХ СР так, что появляется серия резонансов: плотность тока испытывает резкое изменение всякий раз, когда блоховская частота кратна частоте волны ( $\Omega_B = n\omega$ ). Следует обратить внимание на следующую особенность в поведении плотности тока увлечения при включении постоянного электрического поля с резонансным значением напряженности. Как показано выше, несмотря на положительное значение напряженности постоянного поля ( $E^{dc} > 0$ ), проекция плотности тока  $j_z$  в резонансе, согласно графикам на рис. 3, не увеличивается, а, напротив, уменьшается вплоть до смены своего знака. Причем данный эффект тем заметнее, чем выше интенсивность ЭМ излучения.

Во-вторых, каждый из таких резонансов является эффектом первого порядка по малому параметру  $\gamma$  в отличие от [17], где для СР на основе материалов с квадратичным законом дисперсии их носителей в соответствующем приближении появлялся только один резонанс. В-третьих, для больших амплитуд волны плотность тока увлечения растет линейно с амплитудой, что является прямым следствием релятивистского характера поперечного спектра рассмотренной здесь СР. Последнее может быть использовано в качестве основы методов лабораторной диагностики поперечного спектра носителей заряда СР на базе дираковских кристаллов.

Работа поддержана ФГБОУ ВО ВолгГТУ в рамках текущего финансирования и внутривузовского гранта ФГБОУ ВО ВГСПУ. Никаких дополнительных источников финансирования или грантов со стороны других организаций не привлекалось.

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yang B.-J., Nagaosa N. // Nature Commun. 2014. V. 5. Art. No. 4898.
2. Umar E., Ikram M., Haider J. et al. // J. Environ. Chem. Eng. 2023. V. 11. Art. No. 110339.
3. Zhong Ch., Zhang W., Ding G. et al. // Carbon. 2019. V. 154. P. 478.
4. Ding Y., Li Ch., Tian M. et al. // Front. Phys. 2023. V. 18. Art. No. 53301.
5. Macili A., Vlaminis Y., Pfusterschmid G. et al. // Appl. Surf. Sci. 2023. V. 615. Art. No. 156375.
6. Liu Z.K., Zhou B., Wang Z.J. et al. // Science. 2014. V. 343. P. 864.
7. Armitage N.P., Mele E.J., Vishwanath A. // Rev. Mod. Phys. 2018. V. 90. Art. No. 15001.
8. Ameri S.K., Singh P.K., Sonkusale S.R. // Analyt. Chim. Acta. 2016. V. 934. P. 212.
9. Sun Zh., Fang S., Hu Y.H. // Chem. Rev. 2020. V. 120. Art. No. 10336.
10. Bolmatov D., Mou Ch.-Yu // JETP. 2011. V. 112. P. 102.

11. *Burkov A.A., Balents L.* // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. Art. No. 127205.
12. *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I.* // Physica B. 2013. V. 408. P. 188.
13. *Martin-Vergara F., Rus F., Villatoro F.R.* // Chaos Solit. Fractals. 2021. V. 151. Art. No. 111281.
14. *Martin-Vergara F., Rus F., Villatoro F.R.* // Chaos Solit. Fractals. 2022. V. 162. Art. No. 112530.
15. *Бадикова П.В., Завьялов Д.В., Конченков В.И. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 38; *Badikova P.V., Zav'yalov D.V., Konchenkov V.I. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 1. P. 30.
16. *Эпштейн Э.М.* // Изв. вузов. Радиофиз. 1981. Т. 24. № 4. С. 514.
17. *Крючков С.В., Кухарь Е.И., Сивашова Е.С.* // ФТТ. 2008. Т. 50. № 6. С. 1102; *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I., Sivashova E.S.* // Phys. Solid State. 2008. V. 50. No. 6. P. 1150.
18. *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I.* // Physica E. 2013. V. 48. P. 96.
19. *Meyer J.C., Geim A.K., Katsnelson M.I. et al.* // Nature. 2007. V. 446. P. 60.
20. *Крючков С.В., Кухарь Е.И., Ионкина Е.С.* // ФТТ. 2016. Т. 58. № 7. С. 1254; *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I., Ionkina E.S.* // Phys. Solid State. 2016. V. 58. No. 7. P. 1295.
21. *Zhang G., Qin H., Teng J. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 95. Art. No. 053114.
22. *Koo S., Park I., Watanabe K. et al.* // Nano Lett. 2021. V. 21. No. 15. P. 6600.
23. *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Темервов А.П.* Высоко-частотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука, 1989.
24. *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I., Zav'yalov D.V.* // Phys. Wave Phenom. 2013. V. 21. No. 3. P. 207.

## Radioelectric effect in a superlattice based on a 3D Dirac crystal

A. V. Valkov<sup>a</sup>, S. V. Kryuchkov<sup>a, b</sup>, E. I. Kukhar<sup>a, \*</sup>

<sup>a</sup>Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005 Russia

<sup>b</sup>Volgograd State Socio-Pedagogical University, Volgograd, 400066 Russia

\*e-mail: eikuhar@yandex.ru

A kinetic theory for the radioelectric effect in a superlattice based on a 3D Dirac crystal in a constant electric field has been constructed. The current density has been shown to get the resonance in the case where the Bloch frequency is a multiple of the frequency of the electromagnetic wave. The latter can lead to a change in the direction of the current density. The amplitude dependence of the radioelectric current density has been studied.

*Keywords:* radioelectric effect, superlattice, Dirac crystal, Bloch frequency