

УДК 535.2

О СВЕРХСВЕТОВЫХ ОБЪЕКТАХ В НЕРАВНОВЕСНЫХ СРЕДАХ

© 2025 г. С. В. Сазонов*

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва, Россия

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Москва, Россия

*e-mail: sazonov.sergey@gmail.com

Поступила в редакцию 06.09.2024 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята в печать 30.09.2024 г.

Представлен анализ сверхсветового распространения резонансных и квазирезонансных солитоноподобных лазерных импульсов в неравновесных средах. Показано, что такие импульсы неустойчивы. Однако на начальной стадии развития неустойчивости возможно наблюдение сверхсветового распространения профилей импульсов за счет механизма переформирования.

Ключевые слова: неравновесная среда, инверсная населенность, сверхсветовое распространение, механизма переформирования

DOI: 10.31857/S0367676525010064, **EDN:** DBWQEP

ВВЕДЕНИЕ

В связи с постоянным усовершенствованием лазерной техники появилась возможность генерации очень коротких оптических импульсов [1–4]. Длительность таких импульсов порядка нескольких фемтосекунд, что значительно короче типичных времен релаксации населенностей квантовых уровней различных сред. В таких условиях появляются уникальные возможности исследования неравновесных состояний вещества, соответствующих инверсным населенностям квантовых состояний. В таких средах с необходимостью присутствуют сверхсветовые режимы распространения лазерных импульсов. На эту тему известно много работ, начиная с 1960-х годов [5–8]. В экспериментальной работе [5] зарегистрированная групповая скорость превышала скорость света в вакууме в 6–9 раз. В методических обзорах [6–8] детально исследованы механизмы сверхсветового (superluminal) распространения.

Настоящая работа посвящена анализу сверхсветового распространения импульсов в резонансных и квазирезонансных двухуровневых средах с инверсной населенностью квантовых состояний.

РЕЗОНАНСНЫЕ СВЕРХСВЕТОВЫЕ ИМПУЛЬСЫ

Распространение вдоль оси z квазимохроматического лазерного импульса в двухуровневой

среде описывается самосогласованной системой уравнений Максвелла–Блоха (МБ)

$$\frac{\partial r}{\partial t} = i\Delta r + i\psi w, \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{i}{2} (\psi^* r - \psi r^*), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\alpha r - i\frac{c}{2\omega} \nabla_{\perp}^2 \psi. \quad (3)$$

Здесь $\psi = d\varepsilon/\hbar$ — комплексная частота Раби, ε и r — комплексные огибающие электрического поля импульса и атомного дипольного момента соответственно, w — разность населенностей (инверсия) квантовых состояний, d — вещественный матричный элемент дипольного момента рассматриваемого квантового перехода, \hbar — постоянная Планка, c — скорость света в вакууме, $\Delta = \omega_0 - \omega$ — отстройка несущей частоты ω импульса от резонансной частоты ω_0 квантового перехода, $\alpha = 4\pi d^2 n\omega/\hbar c$, n — концентрация двухуровневых атомов, ∇_{\perp}^2 — поперечный лапласиан.

В системе (1)–(3) мы пренебрегли диссипативными процессами, так как считаем, что длительность τ_p импульса и время наблюдения за процессом распространения значительно короче всех времен релаксации.

Система материальных уравнений (1), (2) обладает хорошо известным интегралом движения [9]

$$w^2 + |r|^2 = w_{in}^2, \quad (4)$$

где w_{in} — начальная разность населенностей квантовых состояний.

Учитывая (4), легко видеть, что в случае точного резонанса ($\Delta = 0$) система (1), (2) имеет следующие решения

$$r = iw_{in} \sin \theta, \quad w = w_{in} \cos \theta, \quad (5)$$

где

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \psi dt', \quad (6)$$

а ψ является вещественной динамической переменной.

Подставляя (5) в (3) с учетом (6), получим в одномерном случае ($\nabla_{\perp}^2 = \psi$) уравнение синус—Гордона (СГ)

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z \partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \alpha w_{in} \sin \theta, \quad (7)$$

которое обладает «кинковым» решением вида [10]

$$\theta = \sigma \arctan e^{(t-z/\nu)/\tau_p}, \quad (8)$$

где

$$\sigma = 4, \quad \frac{1}{\nu} = \frac{1}{c} - \alpha w_{in} \tau_p^2, \quad (9)$$

а временная длительность τ_p выступает в качестве свободного параметра.

Из (5), (6) и (8) находим

$$w = w_{in} \left[1 - 2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{t-z/\nu}{\tau_p} \right) \right], \quad (10)$$

$$\psi = \psi_m \operatorname{sech} \left(\frac{t-z/\nu}{\tau_p} \right), \quad \psi_m = \frac{2}{\tau_p}. \quad (11)$$

Из (11) видно, что огибающая лазерного импульса имеет вид солитона, временная длительность которого равна τ_p . Как следует из (10), после прохождения солитона (при $t \rightarrow +\infty$) разность населенностей w возвращается к своему начальному значению w_{in} , которому оно было равно при $t \rightarrow -\infty$.

Скорость ν солитона определяется вторым выражением (9). При равновесной начальной заселенности квантовых состояний $w_{in} < 0$. Тогда, как видно из (9), имеем досветовой режим распространения, при котором $\nu < c$. Данный режим соответствует эффекту самоиндцированной прозрачности (СИП) [9, 10]. Передним фронтом лазерный импульс индуцировано переводит атомы из основного состояния в возбужденное, а задним фронтом также индуцировано возвращает их к исходному состоянию. Этим обусловлено замедленное по сравнению со скоростью света распространение солитона.

В случае неравновесной начальной заселенности ($w_{in} > 0$), как следует из второго выражения (9), рассматриваемое решение формально описывает сверхсветовой (superluminal) режим распространения солитона: $\nu > c$. В этом случае оптический им-

пульс передним фронтом индуцировано переводит атомы из возбужденного состояния в основное, а задним фронтом возвращает атомы в исходное возбужденное состояние (см. (10)). На первый взгляд, здесь скорость также должна быть меньше скорости света, так как затрачивается время на перекачку энергии из атомов в импульс и на ее возвращение обратно в атомы. Но такое рассуждение явно не согласуется со второй формулой (9), из которой следует, что в этом случае скорость солитона превосходит скорость света в пустоте. Дело в том, что индуцированное излучение при неравновесной заселенности квантовых уровней вызывает находящаяся далеко впереди от центрального пика его практически незаметная «хвостовая» часть. В результате она порождает новый пик импульса, переводя среду к моменту прихода в нее старого пика в равновесное состояние. При этом старый пик поглощается, и создается впечатление сверхсветового распространения максимума импульса. Таким образом, со сверхсветовой скоростью распространяется не энергия импульса, а его форма [6]. Такой механизм распространения называется переформированием (reshaping) [11]. Очевидно, при таком механизме импульс также не переносит информацию.

В экспериментальной работе [5] зарегистрированная групповая скорость светового импульса превышала скорость света в вакууме в 6–9 раз. Детальный теоретический анализ механизма переформирования с интерпретацией результатов работы [5] содержится в работе [6].

Согласно теореме площадей Мак-Колла—Хана [9, 12], в равновесной среде устойчивы импульсы, суммарная площадь $A = \theta|_{t \rightarrow +\infty} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi dt$ которых кратна значению 2π . В средах же с неравновесной начальной заселенностью, для которых $w_{in} > 0$, устойчивостью обладают импульсы, для которых $A = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ [12]. Из (8) и первого выражения (9) следует, что в нашем случае $A = \pi\sigma/2 = 2\pi$. Таким образом, в равновесной среде ($w_{in} < 0$) 2π -солитон СИП (11), для которого $\nu < c$, является устойчивым. В неравновесной же среде ($w_{in} > 0$) сверхсветовой рассматриваемый 2π -солитон неустойчив. Здесь сразу же возникают два вопроса. 1) С какой скоростью распространяется в неравновесной среде устойчивый π -импульс? 2) Почему, все-таки, неустойчивый сверхсветовой 2π -солитон наблюдался в эксперименте?

АВТОМОДЕЛЬНЫЙ π -ИМПУЛЬС

Следуя [12], введем автомодельную переменную

$$\xi = z \left(t - \frac{z}{c} \right). \quad (12)$$

Тогда (7) примет вид обыкновенного дифференциального уравнения

$$\xi \theta'' + \theta' = \alpha w_{in} \sin \theta, \quad (13)$$

где «штрих» обозначает производную по переменной ξ .

Численный анализ показывает, что уравнение (13) обладает решением, при котором огибающая ψ имеет выделяющийся главный максимум в точке $\xi = 0$ [12]. По бокам главного максимума имеются малоамплитудные осцилляции. При этом площадь такого импульса равна π , что соответствует условию его устойчивости в неравновесной среде.

В точке главного максимума $\frac{\partial\psi}{\partial t} \propto \theta'' = 0$. К тому же здесь $\xi = 0$. Поэтому, задавшись целью поиска решения в окрестности главного максимума, можно пренебречь первым слагаемым в правой части уравнения (13). Тогда имеем приближенное решение вида (8), где

$$\sigma = 2, \quad v = c, \quad (14)$$

$$\frac{1}{\tau_p} = \alpha w_{in} z. \quad (15)$$

Таким образом, площадь импульса определяется площадью его главного максимума в окрестности $\xi = 0$ и равна π . Используя также (5), найдем

$$w = -w_{in} \tanh\left(\frac{t - z/c}{\tau_p}\right). \quad (16)$$

Если вначале (при $t = -\infty$) возбуждены все атомы, то $w_{in} = 1/2$. Тогда, как видно из (16), по прошествии импульса (при $t = +\infty$) имеем $w_{in} = -1/2$. Т. е., все атомы переходят в основное состояние. Таким образом, по мере распространения автомодельный π -импульс индуцированно переводит атомы из возбужденного состояния в основное.

Для огибающей электрического поля из (6) и (8) при учете (14) будем иметь первое выражение (11), где

$$\psi_m = \frac{1}{\tau_p}, \quad (17)$$

а скорость и длительность определяются соответственно формулами (14) и (15).

Итак, автомодельный π -импульс в неравновесной среде распространяется со скоростью, равной скорости света в вакууме. Это есть ответ на первый вопрос, поставленный в конце предыдущего раздела.

По мере распространения π -импульс испытывает усиление, сопровождаемое его самосжатием. При этом временная длительность импульса уменьшается обратно пропорционально пройденной дистанции, а амплитуда растет пропорционально данной дистанции.

Дистанцию l_{inst} , на которой развивается неустойчивость рассмотренного в предыдущем разделе сверхсветового 2π -импульса, можно, исходя из теоремы площадей [9], оценить по формуле $l_{inst} \sim \pi/\alpha T_2^*$, где T_2^* — время, характеризующее неоднородное уширение квантового перехода. При

параметрах кристаллического рубина, использованного в [5], имеем $l_{inst} \approx 30$ см. В то же время в экспериментальной работе [5] использовались рубиновые образцы размерами от 7 до 24 см. Таким образом, обсуждаемая неустойчивость не успевала развиться. Поэтому наблюдался сверхсветовой 2π -импульс, распространяющийся в режиме переформирования. Так выглядит ответ на второй вопрос, поставленный в конце предыдущего раздела.

Время жизни среды в неравновесном состоянии $\sim 10^{-8}$ с. За это время сверхсветовой импульс проходит дистанцию $\sim 1-10$ м, что значительно превосходит размеры использованных в [5] образцов. Поэтому спонтанной релаксацией неравновесной среды к равновесному состоянию можно было с хорошей точностью пренебречь.

КВАРИЗОНАНСНЫЕ СВЕРХСВЕТОВЫЕ ИМПУЛЬСЫ

Рассмотрим теперь оптические импульсы, распространяющиеся в условиях квазирезонанса [13–15]

$$\delta = (\Delta\tau_p)^{-1} \ll 1. \quad (18)$$

Понятно, что при столь большой отстройке Δ от резонанса возбуждение атомов является слабым, т. е., w должно незначительно отличаться от w_{in} . Проводя в (1) разложение по малому параметру δ [13–15], будем иметь

$$r = -\frac{\psi}{\Delta} w + i \frac{w_{in}}{\Delta^2} \frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{w_{in}}{\Delta^3} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}. \quad (19)$$

Из (4) с точностью до членов $\sim |r^2|$ найдем

$$w = w_{in} \left(1 - \frac{|r^2|}{2w_{in}^2} \right). \quad (20)$$

Из (19) и (20) придем к выражению

$$r = -w_{in} \frac{\psi}{\Delta} \left(1 - \frac{|\psi|^2}{2\Delta^2} \right) + i \frac{w_{in}}{\Delta^2} \frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{w_{in}}{\Delta^3} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}. \quad (21)$$

После подстановки (21) в (3) и простых преобразований будем иметь

$$i \frac{\partial\Phi}{\partial z} = g|\Phi|^2\Phi + \frac{\beta}{2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} + \frac{c}{2\omega} \nabla_\perp^2 \Phi, \quad (22)$$

где

$$\Phi = \psi e^{-i\alpha w_{in} z/\Delta}, \quad (23)$$

$g = \alpha w_{in}/2\Delta^3$, $\beta = 2\alpha w_{in}/\Delta^3$, $\tau = t - z/v_g$, а линейная групповая скорость v_g определяется выражением

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} - w_{in} \frac{\alpha}{\Delta^2}. \quad (24)$$

Если в правой части (22) пренебречь третьим слагаемым, то получим одномерное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ). Коэффициенты g и β в этом уравнении обладают одинаковыми знаками. В этом случае НУШ обладает устойчивыми решениями в виде «светлых» солитонов,

распространяющихся с линейной групповой скоростью v_g [16]. Из (24) видно, что в неравновесной ($w_g > 0$) среде $v_g > c$. В этом случае, как и при точном резонансе, сверхсветовое распространение происходит в режиме переформирования. Поэтому не возникает противоречий с принципами теории относительности.

Одномерные сверхсветовые солитоны НУШ можно наблюдать на дистанциях распространения, меньших, чем длина дифракционного уширения данных солитонов. Поэтому важно рассмотреть вопрос устойчивости квазирезонансных трехмерных локализованных импульсов — пространственно-временных солитонов или световых пуль [17–20]. Для иллюстрации рассмотрим случай $g, \beta > 0$.

Следуя [19, 20], совершим преобразование Маделунга

$$\psi_1 = \sqrt{\rho} \exp(-i\omega\varphi/c), \quad (25)$$

где ρ и φ — подлежащие определению функции. Подставляя (25) в (22), придем к системе уравнений, формально описывающей течение воображаемой квантовой жидкости:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + \nabla(\rho \nabla \varphi) = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{(\nabla \varphi)^2}{2} - \frac{c}{\omega} g \rho = \left(\frac{c}{\omega}\right)^2 \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho}}{2\sqrt{\rho}}, \quad (27)$$

где $\nabla^2 = \nabla_{\perp}^2 + \partial^2 / \partial \eta^2$ — эффективный трехмерный лапласиан,

$$\eta = \sqrt{\frac{c}{\omega \beta}} \tau, \quad (28)$$

∇ — оператор эффективного трехмерного градиента в переменных \vec{r}_{\perp} и η , \vec{r}_{\perp} — поперечный к направлению распространения импульса радиус-вектор.

Гидродинамический подход, основанный на системе типа (26), (27), является очень эффективным в теории самофокусировки и формирования световых пуль [17–23].

Уравнение непрерывности (10) обладает автомодельным «сферически-симметричным» в системе координат (\vec{r}_{\perp}, η) решением [21]

$$\rho = \psi_m^3 \frac{R_0^2}{R^3} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{R^2}\right), \quad \varphi = f(z) + \frac{\zeta^2 R^2}{2} \frac{R}{R}, \quad (29)$$

где $\zeta = \sqrt{r_{\perp}^2 + \eta^2}$, $R = R(z)$ — характерный размер рассматриваемого сгустка световой энергии, ψ_m — амплитуда поля, R_0 — равновесное значение параметра R , $f(z)$ — некоторая функция, штрих над переменной R здесь и ниже обозначает производную по переменной z .

Следуя [22], используем в левой уравнения (27) приосевое приближение (near-axis approximation), т. е., запишем $e^{-r^2/R^2} \approx 1 - r^2/R^2$. Приравнивая после этого в левой и правой частях выражения при r^0 и r^2 , придем к уравнениям

$$f' = \frac{c}{\omega} g \psi_m^2 \frac{R_0^3}{R^3} - \frac{3}{2} \left(\frac{c}{n\omega}\right)^2 \frac{1}{R^2}, \quad (30)$$

$$R'' = -\frac{\partial U}{\partial R} = \left(\frac{c}{n\omega}\right)^2 \frac{1}{R^3} - \frac{2c}{\omega} g \psi_m^2 \frac{R_0^3}{R^4}. \quad (31)$$

Уравнение (31) представляет собой уравнение движения ньютонаской частицы единичной массы во внешнем поле с «потенциальной энергией» $U(R)$, где R и z играют роли координаты частицы и времени соответственно.

Первое слагаемое в правой части (31) соответствует эффектам дифракции. В свою очередь, второе слагаемое описывает влияние кубической (керровской) нелинейности.

Условия формирования устойчивого пространственно-временного солитона имеют вид $(\partial U / \partial R)_{R=R_0} = 0$, $(\partial^2 U / \partial R^2)_{R=R_0} > 0$, что соответствует наличию локального минимума в зависимости $U(R)$ при равновесном значении радиуса пули. Из (31) легко видеть, что данным условиям удовлетворить невозможно, так как зависимость $U(R)$ не обладает локальным минимумом. Напротив, в данной зависимости имеется локальный максимум. Этот вывод согласуется с известным фактом: при одной только керровской нелинейности трехмерные пространственно-временные солитоны неустойчивы [24].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в настоящей работе методическое рассмотрение показывает, что сверхсветовые оптические импульсы в неравновесных (усиливающих) средах неустойчивы, как и сами неравновесные среды. Данный вывод согласуется с выводами предыдущих работ, включая [6] и [8], хотя вопросы устойчивости здесь исследованы другими способами. С другой стороны, не противоречащий фундаментальным физическим принципам механизм переформирования позволяет наблюдать сверхсветовые импульсы на дистанциях, меньших характерных длин развития неустойчивостей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Täschler P., Bertrand M., Schneider B. et al. // Nature Photon. 2021. V. 15. P. 919.
2. Стремоухов С.Ю. // Изв. РАН. Сер. физ. 2024. Т. 88. № 1. С. 48; Stremoukhov S.Yu. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2024. V. 88. No. 1. P. 38.
3. Конобеева Н.Н., Белоненко М.Б. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 12. С. 1749; Konobeeva N.N., Belonenko M.B. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 12. P. 1829.
4. Кошкин К.В., Сазонов С.В., Калинович А.А., Комиссарова М.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2024. Т. 88. № 1. С. 68; Koshkin K.V., Sazonov S.V., Kalinovich A.A., Komissarova M.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2024. V. 88. No. 1. P. 56.

5. Басов Н.Г., Амбарцумян Р.В., Зуев В.С. и др. // ЖЭТФ. 1966. Т. 50. № 1. С. 23; Basov N.G., Ambartsumyan R.V., Zuev V.S. et al. // JETP. 1966. V. 23. No. 1. P. 16.
6. Ораевский А.Н. // УФН. 1998. Т. 168. № 12. С. 1311; Oraevskii A.N. // Phys. Usp. 1998. V. 41. No. 12. P. 1199.
7. Сазонов С.В. // УФН. 2001. Т. 171. № 6. С. 663; Sazonov S.V. // Phys. Usp. 2001. V. 44. No. 6. P. 631.
8. Розанов Н.Н. // УФН. 2005. Т. 175. № 2. С. 181; Rozanov N.N. // Phys. Usp. 2001. V. 48. No. 2. P. 167.
9. Allen L., Eberly J.H. Optical resonance and two-level atoms. N.Y.: John Wiley & Sons, 1975.
10. Полуэктов И.А., Попов Ю.М., Ройтберг В.С. // УФН. 1974. Т. 114. № 1. С. 97.
11. Blaauboer M., Kofman A.G., Kozhekin A.E. et al. // Phys. Rev. A. 1998. V. 57. P. 4905.
12. Lamb J.L. Elements of soliton theory. N.Y.: John Wiley & Sons, 1980.
13. Crisp M.D. // Phys. Rev. A. 1973. V. 8. P. 2128.
14. Башаров А.М., Маймистов А.И. // Опт. и спектроск. 2000. Т. 88. № 3. С. 428; Basharov A.M., Maimistov A.I. // Opt. Spectrosc. 2000. V. 88. No. 3. P. 380.
15. Sazonov S.V. // Roman. Rep. Phys. 2018. V. 70. No. 1. P. 401.
16. Agrawal G.P. Nonlinear fiber optics. Boston: Academic Press, 1989.
17. Двужилова Ю.В., Двужилов И.С., Белоненко М.Б. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 1. С. 68; Dvuzhilova Y.V., Dvuzhilov I.S., Belonenko M.B. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 1. P. 46.
18. Двужилова Ю.В., Двужилов И.С., Белоненко М.Б. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 12. С. 1701; Dvuzhilova Y.V., Dvuzhilov I.S., Belonenko M.B. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 85. No. 12. P. 1354.
19. Silberberg Ya. // Opt. Lett. 1990. V. 15. P. 1282.
20. Kivshar Yu.S., Agrawal G.P. Optical solitons. N.Y.: Academic Press, 2003.
21. Карлов Н.В., Кириченко Н.А. Колебания, волны, структуры. М.: Наука, 2001.
22. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. // УФН. 1967. Т. 93. № 9. С. 19.
23. Конобеева Н.Н., Трофимов Р.Р., Белоненко М.Б. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 12. С. 1763; Konobeeva N.N., Trofimov R.R., Belonenko M.B. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 12. P. 1841.
24. Skarka V., Berezhiani V.I., Miklaszewski R. // Phys. Rev. A. 1997. V. 56. No 1. P. 1080.

On the superluminal objects in non-equilibrium media

S. V. Sazonov*

National Research Centre «Kurchatov Institute»,
Moscow, 123182 Russia
Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, 125993 Russia

* e-mail: sazonov.sergey@gmail.com

An analysis of superluminal propagation of resonant and quasi-resonant soliton-like laser pulses in non-equilibrium media is presented. It is shown that such pulses are unstable. However, at the initial stage of instability development, it is possible to observe superluminal propagation of these pulse profiles due to the reshaping mechanism.

Keywords: non-equilibrium medium, inversion population, superluminal propagation, reshaping mechanism