

УДК 534.2:517.9

ПРОЕКТИРОВАНИЕ НАСТРАИВАЕМЫХ АКУСТИЧЕСКИХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДОВ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

© 2025 г. К. В. Дмитриев*, Д. В. Смирных

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»,
физический факультет, кафедра акустики, Москва, Россия*

**E-mail: presentatio@mail.ru*

Поступила в редакцию 14.11.2024 г.

После доработки 03.12.2024 г.

Принята к публикации 30.12.2024 г.

Предложен двухшаговый метод проектирования акустических метаматериалов и расчета волновых полей в них. На первом шаге определяются коэффициенты рассеяния, а на втором шаге определяется конкретная конструкция элементов метаматериала. Представлены результаты моделирования неотражающей изолирующей оболочки и линзы с перестраиваемым фокусом.

Ключевые слова: активные метаматериалы, теория рассеяния, неотражающая оболочка, уравнение Липпмана–Швингера.

DOI: 10.31857/S0367676525040236, EDN: GUNZON

ВВЕДЕНИЕ

Акустические метаматериалы — это искусственно созданные среды, состоящие из периодически или хаотически расположенных элементов с характерным размером, значительно меньшим длины волны. Поскольку конструкция каждого такого элемента может быть выбрана специальным образом, это открывает возможности для проектирования сред со многими необычными свойствами, как правило, не встречающимися у «обычных» сплошных материалов. К таковым относятся, например, среды с отрицательным коэффициентом преломления [1, 2], ауксетики [3], скрывающие конструкции [4–7]. Метаматериалы нашли свое применение во многих задачах, связанных с управлением волновыми полями и созданием поглощающих покрытий [8, 9].

Представляет интерес введение в структуру метаматериала активных элементов [9]. В одном случае они могут представлять собой комбинацию датчиков и источников акустического поля [10], соединенных с помощью электронных схем. Это позволяет еще больше расширить допустимый диапазон волновых свойств среды, поскольку снимаются ограничения на поглощение волн. Кроме того, электронные схемы могут осуществлять обработку сигналов, в том числе, нелинейную. В другом случае активные элементы используются не для создания акустического поля, а для динамического изменения струк-

туры метаматериала, а значит, и его волновых свойств [11].

Основные вопросы, которые возникают при изучении метаматериалов, касаются, с одной стороны, моделирования волновых процессов и поиска новых интересных эффектов в этих средах, а с другой стороны — принципов их создания на практике. Для решения обеих задач можно моделировать волновые процессы в среде в целом, разбивая ее на участки достаточно малого размера (например, методом конечных элементов, МКЭ). Однако, как правило, размер элемента метаматериала должен быть существенно меньше эффективной длины волны в метаматериале. С другой стороны, такой элемент часто представляет собой конструкцию, детали которой имеют еще меньший размер. Это приводит к тому, что шаг выбранной сетки дискретизации оказывается в среднем на порядок меньше, чем в задачах, связанных с моделированием сплошных сред, и объем вычислений при таких расчетах резко возрастает.

Другим решением является введение эффективных параметров метаматериала (плотности, сжимаемости, скорости звука), что позволяет рассматривать его как сплошную среду. Многие эффекты, обнаруженные в метаматериалах, изначально рассматривались именно с помощью такого подхода [1, 12]. Для определения пространственного распределения эффективных па-

раметров может использоваться метод трансформационной акустики [13], активно применяющийся при проектировании различных скрывающих конфигураций. Трудность такого подхода состоит в поиске практической конструкции среды с заданными эффективными параметрами. Прежде всего, сложно дать корректное определение таких параметров для дискретной среды, особенно если на длине волны укладывается лишь небольшое число ее элементов или они расположены неравномерно. Часто с этой целью вводится бесконечная периодическая решетка элементов, совпадающая в некоторой области пространства с исследуемой. Моделирование единственного элемента такой решетки с наложенными периодическими граничными условиями позволяет построить дисперсионные характеристики и определить эффективную скорость звука в этой области. Однако эффективный импеданс среды остается неизвестным, что в итоге не исключает необходимость применения методов типа МКЭ. Также следует отметить, что реализация получаемых параметров оказывается затруднительной в связи с их высокой анизотропией [14, 15].

Еще одно решение связано с применением к метаматериалам методов теории рассеяния [16–22]. Еще до активного обсуждения метаматериалов в литературе данные подходы активно применялись для анализа распространения волн в регулярных и случайно-неоднородных средах [23, 24]. В данном подходе каждая точка среды рассматривается как рассеиватель, излучающий вторичные волны в ответ на поле исходной падающей волны и поля, рассеянные другими элементами. Математически результат расчета оказывается эквивалентен решению исходных уравнений акустики. В случае, когда метаматериал представляется в виде отдельных элементов, помещенных в фоновую среду, каждый из них можно рассматривать как одиночный рассеиватель, характеризующийся коэффициентами рассеяния [25, 26]. Поскольку число таких рассеивателей намного меньше числа элементов при дискретизации среды, метод оказывается эффективным с точки зрения объема вычислений.

В настоящей работе предлагается использовать этот подход и проводить расчеты в два шага, раздельно рассматривая процессы многократного рассеяния поля внутри одного элемента метаматериала и внутри решетки дискретных рассеивателей. В зависимости от порядка шагов это дает возможность либо рассчитать поле внутри метаматериала с заданной структурой его элементов, либо решить обратную задачу поиска такой структуры.

ДИСКРЕТНОЕ УРАВНЕНИЕ ТИПА ЛИППМАНА–ШВИНГЕРА

Пусть метаматериал представляет собой систему из конечного числа дискретных элементов ма-

лого размера, помещенных в жидкую однородную фоновую среду. Акустическое поле с временной зависимостью $\sim \exp(-i\omega t)$ создается первичными источниками, расположенными в области X вне метаматериала. Для каждого q -го элемента строится содержащий его круг (в двумерном случае, размерность пространства $d = 2$) или шар (в трехмерном случае, $d = 3$) Γ_q минимально возможного радиуса с центром в точке \vec{r}_q . Рассматривается достаточно широкий класс метаматериалов, для которых эти круги (или шары) не имеют общих точек. При этом отсутствуют требования к тому, чтобы элементы метаматериала располагались периодически или были одинаковы. Дальнейшие рассуждения проводятся только для двумерного случая; для трехмерного случая получаются аналогичные результаты.

Рассматривается произвольный фиксированный элемент метаматериала с индексом q . Область пространства

$$\bar{\Gamma} \equiv (R^d \setminus X) \setminus \bigcup_q \Gamma_q$$

занята однородной фоновой средой с волновым числом k_0 и не содержит источников. Поле акустического давления $p(\vec{r})$ в этой области можно представить в виде

$$p(\vec{r}) = p_0(\vec{r}) + \sum_{t \neq q} p_{sc}^{(t)}(\vec{r}) + p_{sc}^{(q)}(\vec{r}); \quad \vec{r} \in \bar{\Gamma}. \quad (1)$$

Здесь $p_0(\vec{r})$ – поле первичных источников; $\sum_{t \neq q} p_{sc}^{(t)}(\vec{r})$ – сумма полей, рассеянных на всех элементах метаматериала, за исключением q -го, и $p_{sc}^{(q)}(\vec{r})$ – поле, рассеянное на q -м элементе метаматериала. Величина

$$p_{inc}^{(q)}(\vec{r}) \equiv p_0(\vec{r}) + \sum_{t \neq q} p_{sc}^{(t)}(\vec{r})$$

представляет собой поле, падающее на q -й элемент метаматериала. С учетом того, что его источники расположены вне Γ_q , а источники $p_{sc}^{(q)}(\vec{r})$ – внутри Γ_q , вводя цилиндрическую систему координат с началом в точке \vec{r}_q и некоторым фиксированным направлением полярной оси, можно записать разложение этих полей в ряды по цилиндрическим функциям:

$$\begin{aligned} p_{inc}^{(q)}(\vec{r}) &= -\frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[in\theta_q(\vec{r})] \times \\ &\quad \times A_n^{(q)} \cdot J_n(k_0 |\vec{r} - \vec{r}_q|); \\ p_{sc}^{(q)}(\vec{r}) &= -\frac{1}{16} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[in\theta_q(\vec{r})] \times \\ &\quad \times B_n^{(q)} \cdot H_n^{(1)}(k_0 |\vec{r} - \vec{r}_q|). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь n – порядок мультипольности; $\theta_q(\vec{r})$ – угол, который составляет вектор $\vec{r} - \vec{r}_q$ с полярной осью системы координат; $J_n(\cdot)$ и $H_n^{(1)}(\cdot)$ – функции Бесселя и функции Ханкеля первого рода n -го порядка, соответственно. Коэффициенты $A_n^{(q)}$ и $B_n^{(q)}$ образуют векторы $\vec{A}^{(q)}$ и $\vec{B}^{(q)}$, которые связаны между собой линейным образом. Для описания этой связи вводится матрица $\hat{T}^{(q)}$ [25–29]:

$$\vec{B}^{(q)} = 4i \cdot \hat{T}^{(q)} \cdot \vec{A}^{(q)}. \quad (3)$$

Она полностью характеризует свойства элемента метаматериала как рассеивателя акустического поля. Расчет матрицы $\hat{T}^{(q)}$ может представлять существенную сложность, поскольку, строго говоря, она (так же, как и векторы $\vec{A}^{(q)}$ и $\vec{B}^{(q)}$) содержит бесконечное число элементов. Однако для рассеивателей малого волнового размера в большинстве случаев достаточно учитывать только монопольный и дипольный порядок рассеяния [25]. Если, кроме того, рассеянное поле не изменяется при повороте элемента метаматериала, то матрица $\hat{T}^{(q)}$ приобретает диагональный вид:

$$\hat{T}^{(q)} = -\frac{i}{4} \text{diag} (\beta_1^{(q)} \quad \beta_0^{(q)} \quad \beta_1^{(q)}), \quad (4)$$

где $\beta_0^{(q)}$ и $\beta_1^{(q)}$ – монопольный и дипольный коэффициенты рассеяния, соответственно. С учетом тождества $J_{-n}(\cdot) = (-1)^n J_n(\cdot)$ и того, что Γ_q и Γ_t не имеют общих точек при $q \neq t$, с помощью теоремы сложения Графа для произвольной цилиндрической функции $\vartheta_n(\cdot)$ можно получить выражение

$$\begin{aligned} & \vartheta_n(k_0 |\vec{r} - \vec{r}_q|) \exp[in\theta_q(\vec{r})] = \\ & = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(k_0 |\vec{r} - \vec{r}_t|) \exp[im\theta_t(\vec{r})] (-1)^{n-m} \vartheta_{n-m} \times \\ & \quad \times (k_0 |\vec{r}_q - \vec{r}_t|) \exp[i(n-m)\theta_t(\vec{r})], \quad \vec{r} \in \bar{\Gamma}, \quad (5) \end{aligned}$$

Для поля $p_0(\vec{r})$ тогда справедливо разложение, аналогичное (2):

$$\begin{aligned} p_0^{(q)}(\vec{r}) = & -\frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[in\theta_q(\vec{r})] \times \\ & \times A_{n,0}^{(q)} \cdot J_n(k_0 |\vec{r} - \vec{r}_q|). \quad (6) \end{aligned}$$

Тогда, с учетом (5), выражения (1)–(3) и (6) сводятся к уравнению

$$\vec{A}^{(q)} = \vec{A}^{(q)} + 4i \sum_t \hat{G}(\vec{r}_q, \vec{r}_t) \hat{T}^{(t)} \vec{A}^{(t)}. \quad (7)$$

Здесь введена матрица $\hat{G}(\vec{r}_q, \vec{r}_t)$, элементы которой равны 0 при $q = t$ и равны

$$\begin{aligned} G_{mn}(\vec{r}_q, \vec{r}_t) = & -\frac{i}{4} (-1)^{n-m} H_{n-m}^{(1)}(k_0 |\vec{r}_q - \vec{r}_t|) \times \\ & \times \exp[i(n-m)\theta_t(\vec{r}_q)] \quad \text{при } q \neq t. \end{aligned}$$

Уравнение (7) представляет собой дискретное уравнение типа Липпмана–Швингера, описывающее процессы многократного рассеяния поля элементами метаматериала. Вектор $\vec{A}^{(q)}$ содержит набор коэффициентов мультипольного разложения поля в системе координат с началом в точке \vec{r}_q . Его умножение на матрицу $\hat{T}^{(q)}$ дает вектор $\vec{B}^{(q)}$ коэффициентов разложения рассеянного поля. Матрица $\hat{G}(\vec{r}_q, \vec{r}_t)$ играет роль функции Грина. Она равна нулю, если ее аргументы совпадают. Это иллюстрирует тот факт, что поле, рассеянное на элементе метаматериала, не оказывает на него непосредственного влияния; совокупность процессов многократного рассеяния внутри элемента учитывается с помощью матрицы $\hat{T}^{(q)}$.

Если матрицы $\hat{T}^{(q)}$ известны для каждого элемента метаматериала, уравнение (7) решается относительно вектора $\vec{A}^{(q)}$. После этого поле $p(\vec{r})$ определяется с помощью выражений (2) и (3). Наоборот, уравнение (7) можно рассматривать относительно неизвестных матриц $\hat{T}^{(q)}$, предполагая известным поле $p(\vec{r})$. В каждом случае задача разбивается на два шага: рассмотрение рассеяния акустического поля единственным элементом метаматериала и рассмотрение многократного рассеяния между отдельными элементами. При этом на втором шаге достаточно задания только нескольких коэффициентов рассеяния и координат рассеивателей. Число переменных в таком случае может оказаться значительно меньше, чем при решении задачи с помощью МКЭ.

Уравнение (7) остается справедливым независимо от конкретного устройства элементов метаматериала, поскольку рассматриваются только поля в области $\bar{\Gamma}$. Процессы внутри Γ_q могут не описываться уравнением Гельмгольца, или их природа может вовсе быть неакустической. При этом следует еще раз отметить, что возможность покрытия элементов метаматериала совокупностью кругов (или шаров) Γ_q является существенным ограничением предлагаемого метода.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИЗОЛИРУЮЩЕЙ НЕОТРАЖАЮЩЕЙ ОБОЛОЧКИ

В наиболее простом случае элемент метаматериала описывается единственным монопольным коэффициентом рассеяния $\beta_0 \equiv |\beta_0| \exp(i\psi_0)$. Для пассивной среды без поглощения его абсолютная величина $|\beta_0|$ и фаза ψ_0 не являются произвольными, а связаны соотношением $|\beta_0| = -4 \sin \psi_0$ [25, 26, 30–32]; для активных метаматериалов таких ограничений нет. В случае, когда все остальные элементы матриц $\hat{T}^{(q)}$ равны нулю, уравне-

ние (7) является скалярным:

$$A_n^{(q)} = A_{n,0}^{(q)} + \sum_{t \neq q} G_{00}(\vec{r}_q, \vec{r}_t) \beta_0^{(q)} A_n^{(q)} \text{ при } n = 0; \quad (8)$$

$$A_n^{(q)} = A_{n,0}^{(q)} \text{ при } n \neq 0.$$

Матричный элемент

$$G_{00}(\vec{r}_q, \vec{r}_t) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_0 |\vec{r}_q - \vec{r}_t|)$$

здесь представляет собой запаздывающую функцию Грина уравнения Гельмгольца.

В качестве иллюстрации рассматривается задача проектирования кольцевой оболочки из метаматериала (рис. 1а). Ее свойства таковы, что, если источник находится внутри оболочки, его поле внутри оболочки не искажается ею и не проходит при этом наружу. Поле источника, расположенного снаружи, не проходит внутрь и минимально рассеивается оболочкой. Последнее обстоятельство роднит поставленную задачу с задачей о сокрытии [4–7]. Описанные требования можно записать с помощью функции Грина $G(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ неоднородной среды:

$$G(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = G_{00}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \text{ при } |\vec{r}_1| < R_1, |\vec{r}_2| < R_1$$

$$\text{или } |\vec{r}_1| > R_2, |\vec{r}_2| > R_2;$$

$$G(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 0 \text{ при } |\vec{r}_1| < R_1, |\vec{r}_2| > R_1$$

$$\text{или } |\vec{r}_1| > R_2, |\vec{r}_2| < R_2. \quad (9)$$

Уравнение (8) при условиях (9) может решаться разными способами [33, 34]. В данном случае применялся метод, аналогичный описанному в [35]. Он заключается в использовании бор-

новского приближения и итерационном уточнении параметров среды внутри оболочки. Предполагалось, что она состоит из 30 кольцевых слоев с одинаковыми элементами в каждом слое.

После определения коэффициентов рассеяния элементов оболочки было проведено ее тестирование. На рис. 1б сплошными линиями представлено акустическое давление от источника, расположенного в точке S_1 (внутри оболочки) или от источника в точке S_2 (снаружи). Для сравнения пунктиром показаны аналогичные зависимости в отсутствие оболочки. Можно видеть, что поле источника S_1 не искажается оболочкой и равно нулю снаружи нее, т. е. первое требование выполнено с большой точностью. Поле источника S_2 не проникает внутрь оболочки, но при этом рассеивается ею. Особенно это заметно со стороны, противоположной источнику: здесь образуется зона «тени». Таким образом, условие сокрытия выполняется не полностью. Это связано с тем, что при построении оболочки, в отличие от работ [4, 5], элементы рассчитанной конструкции являются изотропными, а в отличие от работ [6, 7], внешнее поле не проникает внутрь оболочки.

На рис. 1в на комплексной плоскости представлены значения найденных коэффициентов β_0 для разных элементов оболочки. Окружность Ω с центром в точке $-2i$ и радиусом 2 обозначает множество рассеивателей, для которых выполняется закон сохранения энергии [31, 32]. Точки, лежащие внутри Ω , соответствуют рассеивателям с поглощением, а снаружи – содержащим дополнительный источник энергии. Хотя при итерационном решении уравнения (8), в принципе, возможно ограничиться случаем сохранения энергии при рассеянии, это приводит

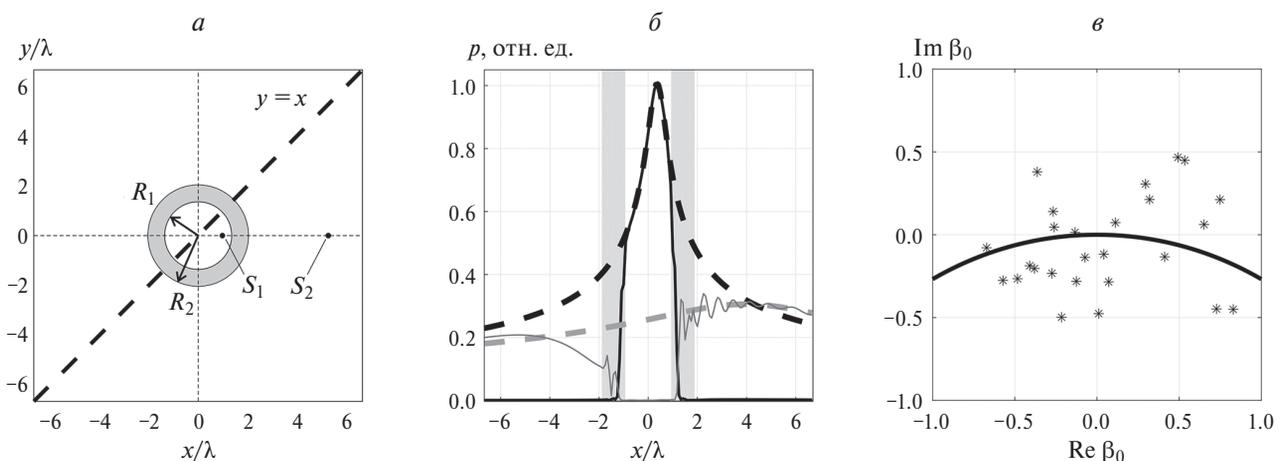


Рис. 1. Схема цилиндрической оболочки из метаматериала. В точках S_1 и S_2 располагаются источники (а). Вид профиля акустического давления вдоль прямой $y = x$, когда цилиндрическая оболочка присутствует (сплошные линии) или отсутствует (пунктирные линии). Черные линии соответствуют расположению источника в точке S_1 ; серые – в точке S_2 . Серыми полосами отмечены точки внутри оболочки (б). Рассчитанные значения коэффициента рассеяния β_0 на комплексной плоскости для различных элементов метаматериала внутри оболочки. Черной линией представлена окружность Ω (в).

к существенному ухудшению полученного решения. Таким образом, рассчитанную конструкцию целесообразно реализовывать именно в классе активных метаматериалов.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕРЕСТРАИВАЕМОЙ ЛИНЗЫ

Уравнения (7), (8) можно использовать для расчета метаматериалов, меняющих свои волновые свойства при внешнем воздействии. В качестве иллюстрации рассматривается задача проектирования плоской линзы с перестраиваемым фокусом. Такая линза (рис. 2а) представляет собой решетку из $N(2M + 1)$ элементов метаматериала, центры которых расположены в точках с координатами $\vec{r}_{nm} \equiv \{x_n; y_m\}$; $0 \leq n < N$; $-M \leq m \leq M$. Перестройка осуществляется за счет небольшого сжатия или растяжения решетки вдоль одной из осей координат.

Чтобы упростить практическую реализацию, все элементы выбираются одинаковыми. Их монополюсные и дипольные коэффициенты рассеяния равны β_0 и β_1 , соответственно. Вдоль оси Ox они располагаются равномерно с шагом $s_x a$, т.е. $x_n = s_x n a$. Шаг вдоль оси Oy , равный $s_y b_m = y_{m+1} - y_m$, является неравномерным. Здесь величины a и b_m представляют собой базовые расстояния между центрами соседних элементов, а коэффициенты s_x и s_y , близкие по величине к единице, определяют растяжение или сжатие линзы вдоль соответствующей оси.

Таким образом, при фиксированных N и M конструкция полностью описывается параметрами β_0 , β_1 , a и b_m . При определении их зна-

чений учитываются следующие соображения. Во-первых, фокусное расстояние проектируемой линзы должно существенно меняться при изменении коэффициентов s_x или s_y в пределах нескольких процентов, поскольку такое малое изменение может быть сравнительно легко реализовано на практике. Во-вторых, акустическое поле, отраженное от линзы, должно быть, по возможности, минимальным. В-третьих, свойства линзы должны оставаться стабильными в некоторой полосе частот. Чтобы учесть последнее обстоятельство, необходимо наряду с коэффициентами рассеяния также задать их частотные производные, что усложняет анализ. С другой стороны, из общих соображений можно исключить из рассмотрения коэффициенты рассеяния со значениями, близкими к $-4i$, поскольку эта точка соответствует резонансу [25, 31, 32]. В конечном итоге, такую проверку целесообразно выполнить после того, как на основании значений коэффициентов рассеяния определена внутренняя структура элемента метаматериала.

В результате решения описанной задачи при $M = N = 10$ были получены значения коэффициентов рассеяния $\beta_0 = 0.587 - 0.088i$ и $\beta_1 = -0.497 + 0.063i$; шаг a равен $0.257\lambda_0$, где $\lambda_0 \equiv 2\pi/k_0$ — длина волны в окружающей линзу однородной фоновой среде. Зависимость шагов b_m от индекса m близка к квадратичной: $b_m = 0.192\lambda_0 + 0.00019\lambda_0(m-1)^2$. Такая линза имеет толщину $2.57\lambda_0$ и поперечный размер $4\lambda_0$. При моделировании падающее акустическое поле излучалось плоским источником шириной $8\lambda_0$, расположенным на расстоянии $2\lambda_0$ от линзы. Данный источник создает в однородной фоно-

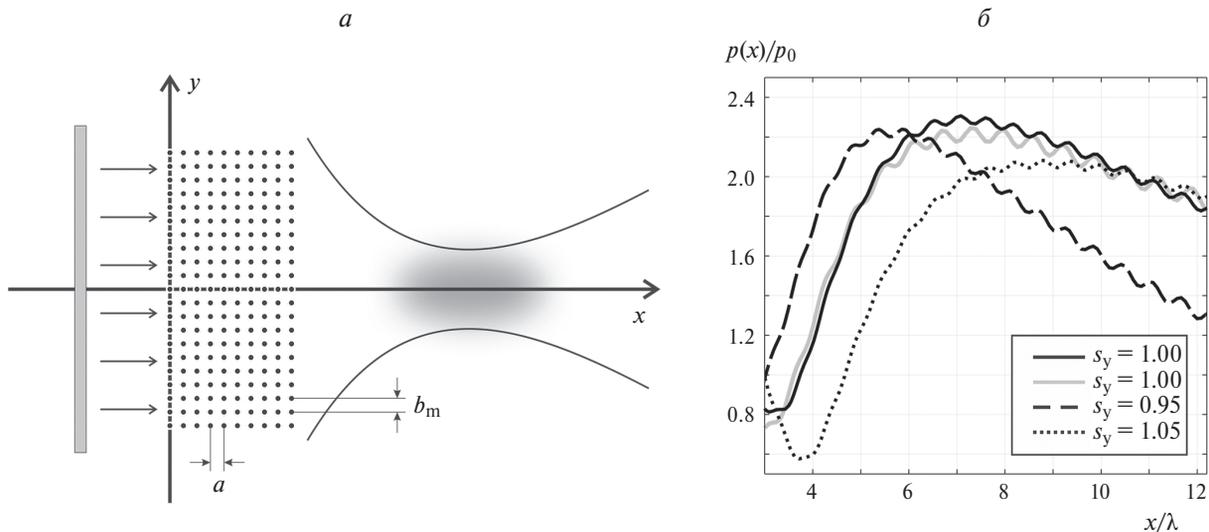


Рис. 2. Схематическое изображение линзы из метаматериала. Точками изображены центры его элементов. Акустическая волна создается плоским источником, расположенным слева от линзы (а). Пространственное распределение амплитуды акустического давления на оси линзы справа от нее при различных значениях коэффициента растяжения s_y . Черные линии соответствуют исходной частоте излучения; серая линия — частоте излучения, уменьшенной на 10% (б).

вой среде волновой пучок, амплитуда которого в начале координат равна p_0 .

На рис. 2б черными линиями представлены результаты расчета амплитуды поля акустического давления $p(x)$ на оси Ox справа от линзы, нормированные на p_0 . Можно видеть, что при поперечной деформации линзы, когда значение s_y изменяется в пределах $\pm 5\%$, область фокуса значительно перемещается и, таким образом, описанная конфигурация действительно решает поставленную задачу. При этом амплитуда поля в зоне фокальной перетяжки изменяется в пределах 10%, т. е. относительно слабо. Моделирование также показало, что изменение значения s_x слабо влияет на амплитуду и положение фокуса.

Для практической реализации линзы с описанными параметрами необходимо предложить конструкцию элемента метаматериала, обладающую найденными коэффициентами рассеяния. В общем случае это представляет отдельную непростую задачу. Одним из возможных методов ее решения является рассмотрение в качестве такого элемента многослойного упругого цилиндра. Толщины и материалы его слоев подбираются так, чтобы минимизировать отличие коэффициентов рассеяния от требуемых. Для полученных значений коэффициентов рассеяния, если в качестве фоновой среды используется вода, хорошее соответствие удастся получить, используя однородные стальные цилиндры с радиусом $0.077\lambda_0$. Это значение меньше, чем половина минимального расстояния между центрами элементов метаматериала, что позволяет реализовать ее на практике.

Для проверки работоспособности линзы в широкополосном режиме частота используемого излучения уменьшалась на 10% при фиксированных геометрических размерах всех элементов. Рассчитанная зависимость давления $p(x)$ на оси в этом случае при $s_y = 1$ представлена на рис. 2б серой линией. Можно видеть, что ее отличие от черной линии, проведенной при исходной частоте излучения, небольшое. Следовательно, рассчитанная линза может применяться и при работе с некогерентными сигналами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методы теории рассеяния могут быть с успехом использованы для рассмотрения метаматериалов, состоящих из помещенных в фоновую среду отдельных элементов. Они позволяют, вычислять акустическое поле внутри метаматериала с заданной структурой или, наоборот, определять эту структуру, если известно, как требуется преобразовывать поле. Предложенный двухшаговый метод позволяет разбить каждую из этих задач на две части, что может значительно ускорить нахождение решения. Такое разбиение возможно, поскольку элементы метаматериала имеют малый волновой размер, и для описания рас-

сеяния на них оказывается достаточно задать всего нескольких коэффициентов рассеяния.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-12-00098.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Veselago V.G. // УФН. 1967. Т. 92. № 3. С. 517; Veselago V.G. // Phys. Usp. 1968. V. 10. No. 4. P. 509.
2. Li J., Chan C.T. // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. No. 5. Art. No. 055602.
3. Ren X., Das R., Tran P. et al. // Smart Mater. Struct. 2018. V. 27. No. 2. Art. No. 023001.
4. Cummer S.A., Popa B.-I., Schurig D. et al. // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. Art. No. 24301.
5. Cummer S.A., Schurig D. // New J. Phys. 2007. V. 9. No. 3. P. 45.
6. Luo Y., Zhang J.-J., Chen H.-S. et al. // PIER. 2009. V. 95. P. 167.
7. Дмитриев К.В., Кортуннов И.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2011. Т. 75. № 1. С. 128; Dmitriev K.V., Kortunov I.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2011. V. 75. No. 1. P. 121.
8. Cui T.J., Smith D.R., Liu R. Metamaterials: Theory, Design, and Applications. Springer, 2010.
9. Tong X.C. Functional Metamaterials and Metadevices. Springer, 2018.
10. Popa B.-I., Shinde D., Konneker A. et al. // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. Art. No. 220303.
11. Langfeldt F., Riecken J., Gleine W. et al. // J. Sound Vibrat. 2016. V. 373. P. 1.
12. Notomi M. // Phys. Rev. B. 2000. V. 62. Art. No. 10696.
13. Pendry J.B., Schurig D., Smith D.R. // Science. 2006. V. 312. No. 5781. P. 1780.
14. Chen H., Chan C.T. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V. 43. No. 11. Art. No. 113001.
15. Chen P., Haberman M.R., Ghattas O. // J. Comput. Phys. 2021. V. 431. Art. No. 110114.
16. Lanoy M., Pierrat R., Lemoult F. et al. // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. Art. No. 224202.
17. Torrent D., Sanchez-Dehesa J. // New J. Phys. 2011. V. 13. Art. No. 093018.
18. Torrent D., Sanchez-Dehesa J. // Phys. Rev. B. 2006. V. 74. Art. No. 224305.
19. Torrent D., Sanchez-Dehesa J. // New J. Phys. 2008. V. 10. Art. No. 023004.
20. Torrent D., Hkansson A., Cervera F. // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. Art. No. 204302.
21. Foldy L.L. // Phys. Rev. 1945. V. 67. P. 107.
22. Henyey F.S. // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 105. P. 2149.
23. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 304 с.
24. Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering in Random Media. V. 2. Academic Press, 1978.
25. Дмитриев К.В. // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 1. С. 1.
26. Дмитриев К.В. // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 6. С. 656; Dmitriev K.V. // Acoust. Phys. 2015. V. 61. No. 6. P. 623.
27. Waterman P.C. // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 45. P. 1417.
28. Чабан И.А. // Акуст. журн. 1965. Т. 1. № 1. С. 1.
29. Waterman P.C. // Phys. Rev. D. 1971. V. 3. P. 825.
30. Буров В.А., Морозов С.А. // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 6. С. 736; Burov V.A., Morozov S.A. // Acoust. Phys. 2001. V. 47. No. 6. P. 659.

31. *Dmitriev K.V., Romyantseva O.D.* // J. Inverse ILL-Pose P. 2021. V. 29. P. 775.
32. *Дмитриев К.В., Фадеев Е.В., Румянцева О.Д.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 266; *Dmitriev K.V., Fadeev E.V., Romyantseva O.D.* // Bull. Russ. Acad. Sci. 2020. V. 84. No. 2. P. 210.
33. *Горюнов А.А., Сасковец А.В.* Обратные задачи рассеяния в акустике. М.: Изд-во МГУ, 1989.
34. *Буров В.А., Румянцева О.Д.* Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. II: Обратные задачи акустического рассеяния. М.: ЛЕНАНД, 2020.
35. *Дмитриев К.В.* // Акуст. журн. 2024. Т. 70. № 2. С. 143; *Dmitriev K.V.* // Acoust. Phys. 2024. V. 70. No. 2. P. 209.

The design of tunable acoustic metamaterials using scattering theory methods

K. V. Dmitriev*, D. V. Smirnykh

Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

**e-mail: presentatio@mail.ru*

A two-step method for designing acoustic metamaterials and calculating wave fields inside them is proposed. In the first step, the scattering coefficients are calculated, and in the second step, the specific design of the metamaterial elements is determined. The results of modeling a cloaking insulating shell and a lens with a tunable focus are presented.

Keywords: tunable metamaterials, scattering theory, cloaking shell, Lippmann-Schwinger equation.