

ГИБРИДИЗАЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ТАММОВСКИХ СОСТОЯНИЙ С ДЕФЕКТНЫМИ МОДАМИ ОДНОМЕРНОГО ФОНОННОГО КРИСТАЛЛА

© 2025 г. А. С. Зуев, С. Я. Ветров, Д. П. Федченко, И. В. Тимофеев*

*Институт физики имени Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук —
обособленное подразделение Федерального исследовательского центра
«Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук», Красноярск, Россия
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский федеральный университет», Красноярск, Россия
E-mail: Ivan-V-Timofeev@ya.ru

Поступила в редакцию 14.11.2024 г.
После доработки 03.12.2024 г.
Принята к публикации 30.12.2024 г.

Изучены спектральные свойства одномерного фононного кристалла, ограниченного отражателем в виде слоя воздуха. Наличие дефекта в фононном кристалле с отражателем на краю, приводит к связи дефектной моды и акустического таммовского состояния. Данная связь мод разной природы проявляется в виде гибридизации мод, а расталкивание провалов в спектре отражения объясняется квазипересечением мод.

Ключевые слова: фононный кристалл, акустическое таммовское состояние, дефектная мода.

DOI: 10.31857/S0367676525040249, **EDN:** GUPKIP

ВВЕДЕНИЕ

Распространение волн в слоистых средах начали рассматривать более пятидесяти лет назад [1], применяя различные математические методы для описания упругих и электромагнитных волн. В настоящее время сформировалась новая область науки по изучению свойств фотонных кристаллов (ФК) и устройств, базирующихся на их основе [2, 3]. С общей точки зрения ФК является сверхрешеткой, в которой искусственно создан дополнительный период с характерным масштабом периодичности диэлектрической проницаемости порядка длины световой волны. Через несколько лет концепцию ФК перенесли на случай рассмотрения упругих волн [4, 5] для различных исследований и появилась концепция фононного кристалла (ФнК). Целью этих исследований было изучение акустических свойств двумерной и трехмерной периодической среды, для поиска так называемых полных запрещенных зон. Подобно любой периодической структуре, распространение акустических волн в фононном кристалле описывается теоремой Блоха, пользуясь которой можно рассчитать зонную структуру. Периодичность структур, определяющая зону Бриллюэна, может быть в одном (1D), двух (2D) или трех измерениях (3D). Дисперсионные кривые показывают запрещенные зоны (ЗЗ), на ча-

стотах которых в периодической структуре распространение волн запрещено. Такие промежуточные волновые векторы, но они также могут охватывать всю 2D [6] или 3D [7] зону Бриллюэна, где распространение упругих волн становится запрещенным для любой поляризации и любого угла падения. Такая структура ведет себя как идеальное зеркало при любом угле падения, тем самым запрещая передачу звуковых волн.

Применение ФнК, так же, как и ФК [8], не ограничивается использованием его в качестве идеального зеркала. По аналогии с локализацией электронного состояния вблизи поверхности твердого тела, возможна локализация световой волны на границе ФК и металла или другого ФК [9–11]. Такую локализацию называют оптическим таммовским состоянием (ОТС). По аналогии с ОТС возможна и локализация упругой волны в ФнК с дефектом или в ФнК с нарушением периодичности структуры [12–14].

Следует также отметить недавние работы по акустооптическим эффектам в композитных материалах, простейшим примером которых являются слоистые среды. Данные результаты находят применение в радиочастотном диапазоне [15].

В данной работе изучается распространение продольных акустических волн в фононном

кристалле, состоящем из чередующихся слоев эпоксидно-диановой смолы ЭД-10 и воды. Обсуждается эффект, обусловленный особенностями структуры: ФНК с воздушным отражателем и дефектом структуры в виде слоя воды с толщиной, отличной от толщины слоя воды в объеме ФНК.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ И МЕТОД РАСЧЕТА

В качестве ФНК выступала периодическая структура, состоящая из слоев смолы и слоев воды между ними, количество периодов равно 5 (рис. 1а). Толщина слоя воды между соседними слоями смолы d_{water} равна 1 см, толщина смолы $d_{\text{эпоху}}$ равна 0.3 см.

Акустический импеданс (акустическое сопротивление, волновое сопротивление) материала, нормированный на скорость звука и плотность воды, вычисляется по следующей формуле:

$$Z = \frac{\rho c}{c_0 \rho_0}, \quad (1)$$

где c_0 — скорость звука в воде 1500 м/с, c — скорость звука материала, ρ_0 — плотность воды 1000 кг/м³, ρ — плотность материала.

Показатель преломления звука вычислялся по аналогии с показателем преломления в оптике, нормировка производилась на скорость звука в воде:

$$n = \frac{c}{c_0}. \quad (2)$$

Для нарушения периодичности структуры с правой стороны добавляется отражатель в виде

слоя воздуха. Этот слой отражает излучение в широком интервале длин волн, поэтому проявление резонансов в спектре пропускания малозаметно. Для проявления резонансов в спектре отражения между ФНК и отражателем добавляется слой звукопоглотителя (водного раствора глицерина) с показателем преломления $n_{\text{abs}} = 1.27 + 0.057i$, и толщиной $d_{\text{abs}} = 0.4$ см (рис. 1б). N_1 — количество периодов между границей и дефектом, то есть расстояние между ними.

Для расчета прохождения акустической волны использовался метод матрицы переноса [16, 17]. Акустическое поле в однородном плоскопараллельном слое определяется двумя комплексными амплитудами векторов смещения и давления в виде плоских волн:

$$U(z) = U_r \cdot e^{ikz} + U_l \cdot e^{-ikz}; \quad (3)$$

$$p(z) = \frac{C}{ik} \frac{dU}{dz}; \quad (4)$$

Подставляя (3) в (4), получаем:

$$p(z) = C \cdot U_r \cdot e^{ikz} - C \cdot U_l \cdot e^{-ikz}, \quad (5)$$

где $U(z)$ — смещение, $p(z)$ — акустическое давление, C имеет размерность Па/м.

Изменение акустического поля при прохождении через каждый слой структуры определяется трансфер-матрицей второго порядка (размерностью 2×2). Трансфер-матрица всей структуры связывает комплексные амплитуды на правой и левой границах структуры. Она определяется произведением матриц смежных слоев:

$$\hat{M} = \hat{D}_{\text{outN}} \cdot \hat{P}_N \cdot \hat{D}_{N(N-1)} \cdot \hat{P}_{(N-1)} \dots \hat{P}_1 \cdot \hat{D}_{\text{in}}. \quad (6)$$

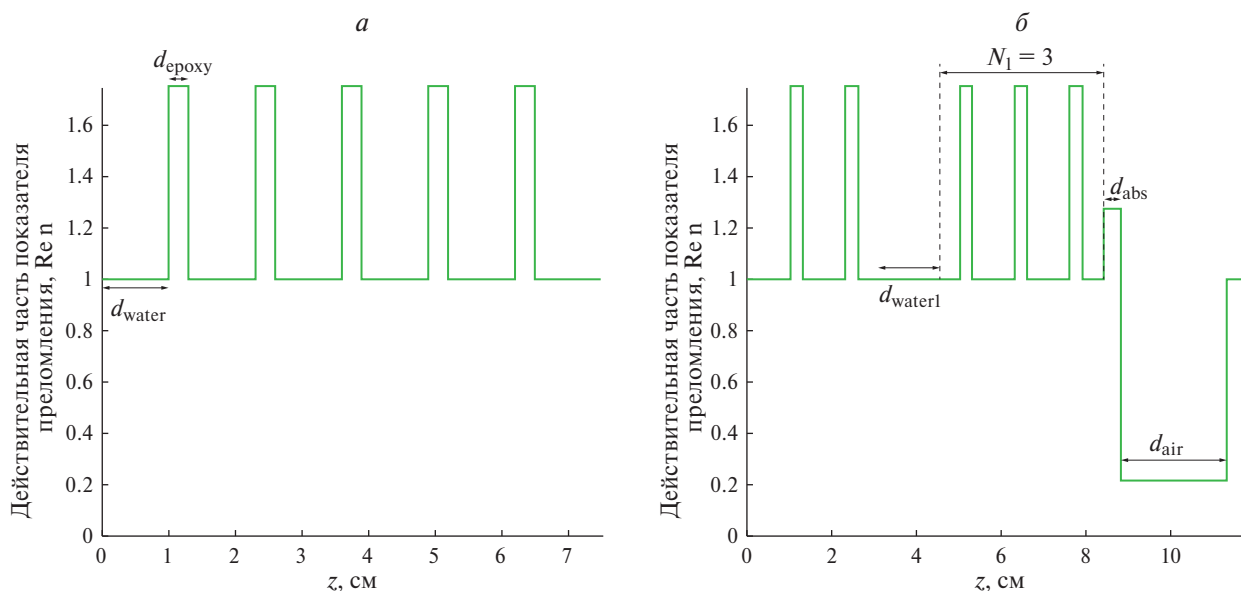


Рис. 1. Структура ФНК (а) и ФНК с дефектом и отражателем (б). Зеленая линия — зависимость действительной части показателя преломления материала от глубины ФНК. Параметры системы: $d_{\text{water}} = 1$ см, $n_{\text{water}} = 1$; $d_{\text{эпоху}} = 0.3$ см, $n_{\text{эпоху}} = 1.75$; $d_{\text{water1}} = 1$ см, $n_{\text{water1}} = 1$; $d_{\text{air}} = 2.5$ см, $n_{\text{air}} = 0.2$; $d_{\text{abs}} = 0.4$ см, $n_{\text{abs}} = 1.27 + 0.057i$.

Здесь $\hat{D}_{ji}$ — матрица, которая показывает изменение амплитуд при пересечении волной границы i -го и j -го слоев, $j = i + 1$:

$$\hat{D}_{ij} = \frac{1}{t_{ij}} \begin{bmatrix} 1 & r_{ij} \\ r_{ij} & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где r_{ji} и t_{ji} — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания на границе между j -ым и i -ым слоями:

$$r_{ji} = \frac{Z_i - Z_j}{Z_i + Z_j}; \quad t_{ji} = \frac{2Z_i}{Z_i + Z_j} \quad (8)$$

где Z_i и Z_j — акустический импеданс i -го и j -го слоя, соответственно.

Матрица $\hat{P}_i$ называется матрицей распространения, она показывает изменение амплитуд при распространении волны в слое i :

$$\hat{P}_i = \begin{bmatrix} e^{ik_{iz}d_i} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{iz}d_i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

где d_i и k_{iz} — толщина и волновой вектор i -го слоя.

Энергетические коэффициенты отражения, пропускания и поглощения всей структуры определяются соответственно выражениями:

$$R = \left| \frac{\hat{M}_{21}}{\hat{M}_{11}} \right|^2, \quad T = \left| \frac{1}{\hat{M}_{11}} \right|^2, \quad A = 1 - R - T, \quad (10)$$

где $\hat{M}_{21}$, $\hat{M}_{11}$ — элементы матрицы $\hat{M}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Локализация на дефекте ФнК ранее рассматривалась в работе [17]. В данном пункте исследуется гибридизация дефектной моды и АТС.

Параметры системы подобраны таким образом, чтобы обе моды (состояния, соответствующие собственным решениям волнового уравнения) проявлялись на частотах в первой запрещенной зоне. Построим спектр отражения данной системы для определения частот локализованных состояний (рис. 2). Как видно из спектра отражения, в ЗЗ существует две резонансные частоты, которые проявляются в виде провалов отражения.

Из рис. 3 видно, что резонансные частоты соответствуют двум локализованным модам. При этом локализация может происходить как на границе между ФнК и отражателем, так и на дефекте. Локализация поля в большей степени на границе ФнК-отражателя соответствует рис. 3б, тогда как локализация поля в дефекте больше соответствует рис. 3а. Гибридизация мод — это связывание и пространственная суперпозиция двух мод различной природы. Гибридизация проявляется в пространственном распределении поля в двух видах локализации, что обнаруживается

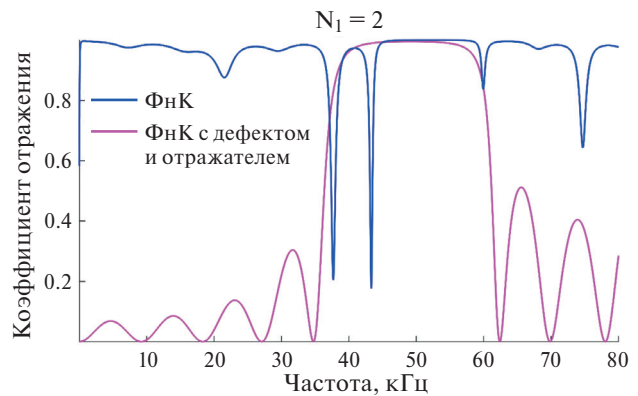


Рис. 2. Спектр отражения ФнК с дефектом в середине структуры и отражателем на границе (синяя линия) и затравочного ФнК (малиновая линия). Запрещенная зона затравочного ФнК соответствует области частот, где коэффициент отражения близок к единице. Провалы отражения — частоты на спектре ФнК с дефектом и отражателем, где коэффициенты отражения минимальны в ЗЗ. Провалам отражения соответствуют резонансные частоты на частотах 36.78 и 43.32 кГц.

на рис. 3а и 3б. Поскольку парциальные моды, то есть нормальные моды подсистем [19], имеют различную природу, их суперпозиция имеет гибридную природу, а связь называется гибридизацией.

Исследуем гибридизацию мод в зависимости от расстояния между дефектом и отражателем (рис. 4). Построим спектр отражения, изменяя N_1 в интервале частот от 35 кГц до 60 кГц, то есть рассматривая первую ЗЗ.

Из рис. 4 видно, что при увеличении N_1 , то есть увеличении расстояния между дефектом и отражателем, происходит сближение двух резонансных частот. При этом мода с меньшей частотой, соответствующая в большей степени локализации на дефекте ФнК, начиная с расстояния $N_1 = 4$, перестает проявляться в спектре отражения. В то же время мода с большей частотой, соответствующая в большей степени АТС, сохраняется.

Зафиксируем положение дефекта на середине ФнК ($N_1 = 2$) и будем изменять толщину прилегающего к отражателю слоя звукопоглотителя. Построим спектр отражения для данного случая (рис. 5).

Анализируя получившийся спектр, можно заметить, что при изменении толщины дефектного слоя изменяются частоты двух мод. Областям провалов отражения, синий цвет, можно сопоставить две кривые, имеющие гиперболический вид в области их сближения. Данная картина подобна квазипересечению (avoided crossing) дефектной и таммовской мод в фотонном кристалле [18]. Явление квазипересечения объясняется на языке нормальных и парциальных мод, введенном в обсуждении рис. 3. На рис. 5 два провала отражения соответствуют нормальным мо-

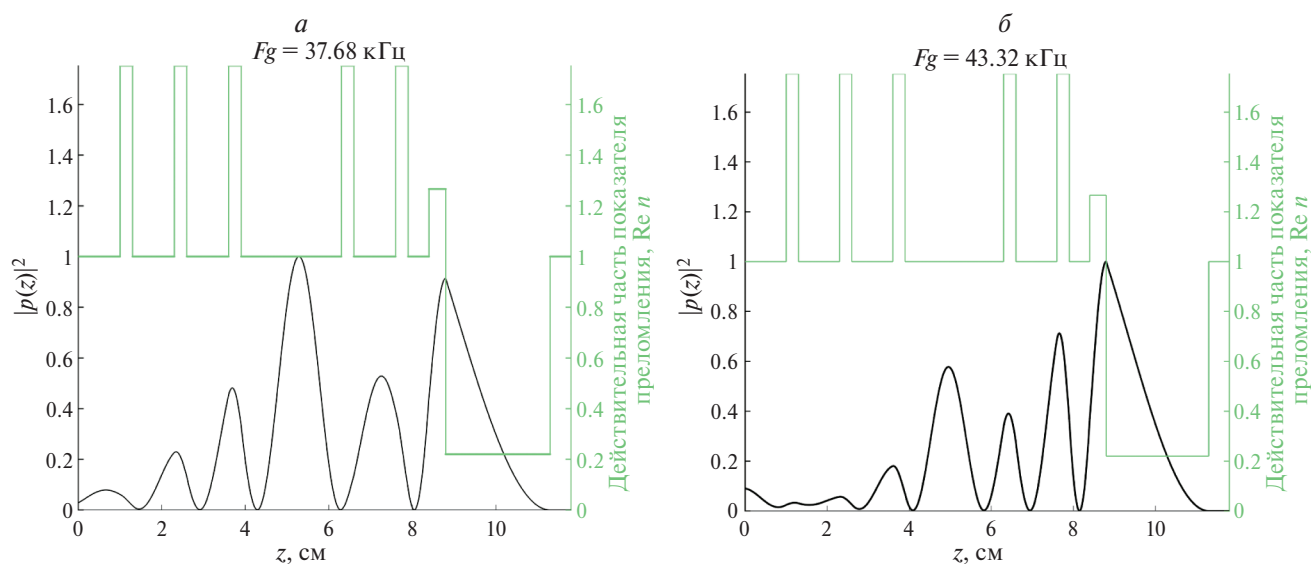


Рис. 3. Гибридизация дефектной и таммовской мод в пространственном распределении поля для меньшей (а) и большей (б) из двух резонансных частот. Черная линия — зависимость квадрата модуля акустического давления p от глубины ФНК. Зеленая линия — зависимость действительной части показателя преломления от глубины ФНК. F_g — частота падающей акустической волны. Максимум дефектной моды проявляется вблизи максимум АТС — вблизи .

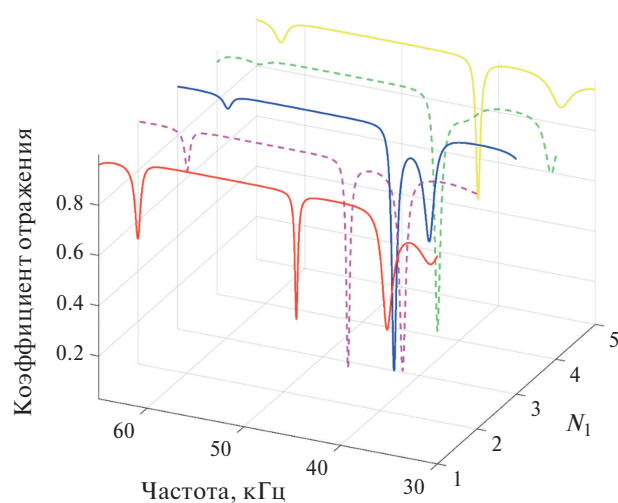


Рис. 4. Снятие вырождения мод в спектре отражения ФНК с дефектом и отражателем при вариации расстояния между ними. Ось x — частота падающей волны. Ось y — расстояние между дефектом и отражателем, выраженное в количестве периодов N_1 . Ось z — коэффициент отражения.

дам, изображенным на рис. 3. Каждая из этих мод является суперпозицией двух парциальных мод: АТС справа и дефектной моды слева. Поскольку парциальные моды, то есть нормальные моды подсистем [19], имеют различную природу, их суперпозиция имеет гибридную природу, а связь называется гибридизацией. Зависимости частот нормальных мод от толщины слоя звукопоглотителя d_{abs} пересекаются, однако этого не видно в спектре отражения всей структуры. Вместо

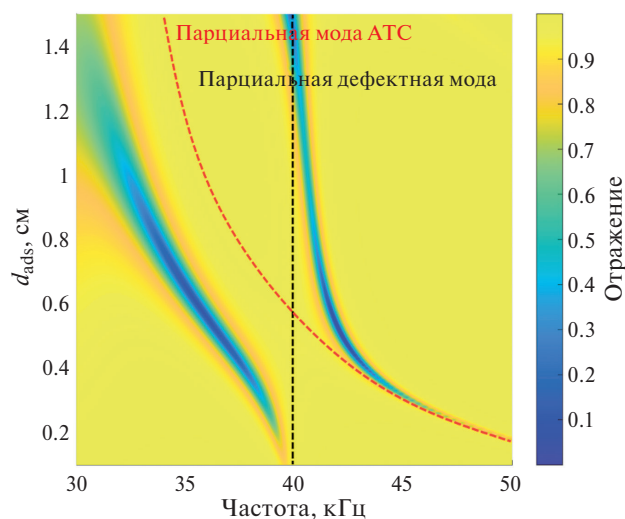


Рис. 5. Квазипересечение провалов в спектре отражения ФНК с дефектом и отражателем при вариации толщины слоя звукопоглотителя d_{abs} . Ось x — частота падающей волны. Ось y — толщина слоя звукопоглотителя d_{abs} . Ось z — коэффициент отражения.

этого видно две характерные кривые нормальных мод, общими асимптотами которых являются пунктирные линии парциальных мод. Чем сильнее связаны парциальные моды, тем больше расталкивание, то есть частотное расстояние между кривыми нормальных мод. Так же можно заметить, что в области частот 30–35 кГц добротность моды падает. Это связано с тем, что частота моды ушла за границы 3З, нарушена связь ФНК-АТС.

Таким образом, управление спектральным положением мод возможно при помощи варьирования толщины прилегающего к отражателю слоя воды и при помощи изменения расстояния между этими двумя рассматриваемыми слоями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнены исследования спектральных свойств одномерного, ограниченного, с одной стороны, отражателем, ФнК с дефектом. Результаты получены с помощью метода матрицы переноса. Явление связи мод общее для различных колебательных систем, начиная со связанных маятников. В то же время представляют интерес особенности проявления этой связи в дефекте и на границе фононного кристалла. Насколько нам известно из литературы, такое проявление связи мод в фононных кристаллах до сих пор никем не рассматривалось. Нами обнаружено характерное и для маятников расталкивание нормальных частот, которое объясняется их квазипересечением. Описано изменение в пространственном профиле гибридных мод (рис. 3). Кроме того, выявлены зависимости расталкивания от расстояния между дефектом и отражателем (рис. 4), а также от толщины слоя звукопоглотителя (рис. 5). Данный эффект под-сказывает принцип работы нового акустического фильтра с перестраиваемой частотой.

Работа выполняется при поддержке Российского научного фонда (проект № 24-12-00236, <https://rscf.ru/project/24-12-00236>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.

2. Joannopoulos J.D., Johnson S.G., Winn J.N., Meade R.D. Photonic Crystals: Molding the Flow of light. Princeton Univ., 1995. P. 137.
3. Yablonovitch E. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2058.
4. Kushwaha M.S., Halevi P., Dobrzynski L. et al. // Phys. Rev. 1993. V. 71. P. 2022.
5. Vasseur J.O., Djafari-Rouhani B., Halevi P. et al. // Phys. Cond. Matter. 1994. V. 6. P. 8759.
6. Sigalas M.M., Economou E.N. // Solid State Commun. 1993. V. 86. P. 141.
7. Sigalas M.M., Economou J. // Sound Vibrat. 1992. V. 158. P. 377.
8. Шабанов В.Ф., Ветров С.Я., Шабанов А.В. Оптика реальных фотонных кристаллов. Жидкокристаллические дефекты, неоднородности. Новосибирск: Изд. СО РАН, 2005. С. 209.
9. Ветров С.Я., Бикбаев Р.Г., Тимофеев И.В. // ЖЭТФ. 2013. Т. 144. № 6. С. 1129; Vetrov S.Ya., Bikbaev R.G., Timofeev I.V. // JETP. 2013. V. 117. No. 6. P. 988.
10. Тимофеев И.В., Ветров С.Я. // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 104. № 6. P. 393; Timofeev I.V., Vetrov S.Y. // JETP Lett. 2016. V. 104. No. 6. C. 380.
11. Pankin, P.S., Vetrov S.Y., Timofeev I.V. // PIERS. IEEE. 2016. P. 4571.
12. Camley R.E., Djafari-Rouhani B., Dobrzynski L. et al. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. No. 12. P. 7318.
13. Mei X., Ke M., He Z. et al. // Science & Education. 2012. V. 27. No. 2. P. 374.
14. Korozlu N., Kaya O.A., Cicek A. et al. // JASA. 2018. V. 143. No. 2. P. 756.
15. Smith M., de Sterke C.M., Wolff C. et al. // Phys. Rev. B. 2017. V. 96. No. 6. Art. No. 064114.
16. Pochi Y., Amnon Y., Chi-Shain H. // California Institute of Technology. 1976. P. 91125.
17. Torres M., Montero de Espinosa F.R., Garcia-Pablos D. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. No. 15. P. 3054.
18. Timofeev I.V., Lin Y-T., Ganyakov V.A. et al. // Phys. Rev. E. 2012. V. 85. No. 1. Art. No. 011705.
19. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. 560 с.

Hybridization of acoustic Tamm states and defective modes of one-dimensional phonon crystal

A. S. Zuev, S. Y. Vetrov, D. P. Fedchenko, I. V. Timofeev*

Kirensky Institute of Physics, Federal Research Center "Krasnoyarsk Scientific Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences", Krasnoyarsk, 660036, Russia
Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660074, Russia

*e-mail: Ivan-V-Timofeev@ya.ru

The spectral properties of a one-dimensional phonon crystal bounded by a reflector in the form of an air layer are studied. The presence of a defect in a phonon crystal with a reflector at the edge leads to a connection between the defective mode and the acoustic Tamm state. This connection of modes of different nature manifests itself in the form of hybridization of modes, and the pushing apart of dips in the reflection spectrum is explained by avoided crossing of modes.

Keywords: phonon crystal, acoustic Tamm state, defect mode