

УДК 624.124

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБНО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В ЛЕДЯНОМ ПОКРОВЕ НА УПРУГИХ ПЛЕНКАХ

© 2024 г. В. М. Козин^{а,*}

^а*Институт машиноведения и металлургии Хабаровского Федерального
исследовательского центра Дальневосточного отделения Российской
академии наук, Комсомольск-на-Амуре, Россия*

**e-mail: kozinvictor@rambler.ru*

Поступила в редакцию 20.01.2023 г.

После доработки 31.03.2023 г.

Принята к публикации 02.04.2023 г.

Отмечено, что на основании наблюдений за колебаниями ледяного покрова в натуральных условиях под действием движущихся нагрузок, т.е. при возбуждении изгибно-гравитационных волн (ИГВ), последний ведет себя аналогично упругой изотропной пластине. На этом основании предложено новое направление в моделировании некоторых задач деформирования ледяного покрова ИГВ на упругих пленках в обычных опытовых бассейнах. Возможность такой технологии подтверждена результатами сопоставления записей деформирования движущимися нагрузками упругого модельного слоя и натурального ледяного покрова. На основании теории подобия и размерностей получены зависимости для пересчета данных модельных испытаний на натуру. Отмечается, что затраты на проведение подобных модельных экспериментов несоизмеримо меньше с затратами при проведении опытов в ледовых бассейнах. Перечисляются ледотехнические задачи, при решении которых может быть использована разработанная методика моделирования ИГВ.

Ключевые слова: ледяной покров; упругие пленки; критерии подобия; моделирование; изгибно-гравитационные волны

DOI: 10.31857/S1026351924010017, EDN: WBBHFY

1. Введение. Теоретические исследования динамики ледяного покрова пока еще не позволяют ответить на многие практические задачи ледотехники. Опыты в ледовых бассейнах и тем более исследования поведения ледяного покрова в натуральных условиях под действием различных динамических нагрузок весьма трудоемки и энергозатратны. Нестабильность во времени и многообразие свойств ледяного покрова, зависимость их от погодных и ледовых условий, влияние на них различных факторов, таких как: наличие снежного покрова и подледного течения; глубина акватории, ее переменность и рельеф дна; внутренняя напряженность льда, возникающая вследствие колебаний

уровня воды в водоеме, ветро-волновых нагрузок, дрейфа и подвижек ледяных полей; история ледостава и пр. создают дополнительные трудности в получении достоверных результатов. Уменьшить трудоемкость подобных экспериментальных исследований в полевых условиях на естественном льду вышеперечисленных и других задач, обеспечить стабильность свойств объекта исследований, получить устойчивые результаты и, тем самым, существенно облегчить достижение стоящих перед экспериментаторами целей, а также повысить энергоэффективность исследований, оценить целесообразность и уровень перспективности полученных решений некоторых ледотехнических задач предлагается с помощью разработанной методики проведения модельного эксперимента в обычных (неледовых) опытовых бассейнах.

2. Краткий обзор известных методик моделирования ледяного покрова в ледовых бассейнах. Метод модельных испытаний для изучения ледовой ходкости судов впервые был предложен Л.М. Ногидом [1]. В.В. Лавров разработал способ получения в лабораторных условиях однородного льда пониженной прочности [2]. Выполненные на его основании И.И. Позняком и В.В. Лавровым испытания моделей судов в моделированном льду показали перспективность нового метода исследования ледовой ходкости судов, а с учетом теоретических обоснований Ю.А. Шиманского была доказана необходимость создания теоретических основ модельного эксперимента и специальной лабораторной базы. На этом основании в 1955 г. в СССР в Ленинграде (на Фонтанке) в институте Арктики и Антарктики (ААНИИ) был создан первый в мире опытовый ледовый бассейн. Положительный опыт его создания и эксплуатации привел к строительству подобных бассейнов во многих странах (Германии, США, Финляндии, Японии, Канаде, Великобритании, Норвегии, Китае и др.). В настоящее время в мире построено и функционирует около 30 ледовых бассейнов, характеристики наиболее крупных из них приведены в работах [2, 3].

Заслуживает внимания и опыт создания ледовых бассейнов в зимние периоды на поверхности естественных водоемов (рек и озер), когда для намораживания льда на их поверхности использовались отрицательные атмосферные температуры. Впервые подобная технология была использована при выполнении научно-исследовательских работ в Институте машиноведения и металлургии ДВО РАН (г. Комсомольск-на-Амуре) и Приамурском государственном университете им. Шолом-Алейхема (г. Биробиджан) [4, 5]. Они представляли собой ледовые каналы размерами $L \times B = 8.0 \times 3.0$ м, выпиливаемые в ледяном покрове толщиной 1.1 м озера Хорпи при глубине 2.8 м в районе г. Комсомольск-на-Амуре (рис. 1) [6] и во льду толщиной 0.8 м при глубине 2.2 м озера Клименкино (ЕАО) в районе п. Бира (рис. 2) [5].

Эксперименты с использованием природного холода также проводились в ледовых бассейнах Комсомольского-на-Амуре политехнического института (рис. 3) [4], Горьковского политехнического института (рис. 4) [4], а также в ледовом бассейне Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема (рис. 5) [7], созданного на площадях его учебных аудиторий [8] и поэтому являющимся уникальным среди известных подобных объектов. При использовании естественных низких температур для намораживания модельного слоя льда в подобных ледовых бассейнах пересчет моделируемых параметров на натуру проводился по методикам работ [2, 9].



Рис. 1. Ледовый бассейн на льду оз. Хорпи в районе г. Комсомольск-на-Амуре [6].

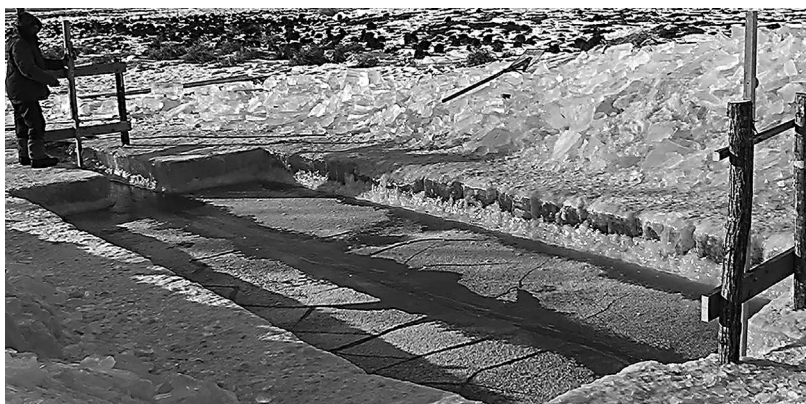


Рис. 2. Опыты по разрушению ледяного покрова с разрывом от движения модели подводного судна с резонансной скоростью [5].

В первом в мире ледовом бассейне (бассейне ААНИИ) использовалась методика приготовления модельного эксперимента, разработанная Ю.А. Шиманским, Л.М. Ногидом, И.И. Позняком и В.И. Каштеляном. Ее суть заключалась в получении модельного льда за счет изменения концентрации соли в водном растворе и температуры намораживания льда [10]. Е. Enkvist для обеспечения равенства коэффициентов трения льда в модельных и натуральных условиях предложил наносить на корпус модели судна соответствующее покрытие [11]. J. Schwarz для выполнения условия Коши предложил использовать “подогрев” модельного льда за счет повышения температуры воздуха над его поверхностью [12]. Более



Рис. 3. Приготовление модельного льда в ледовом бассейне.

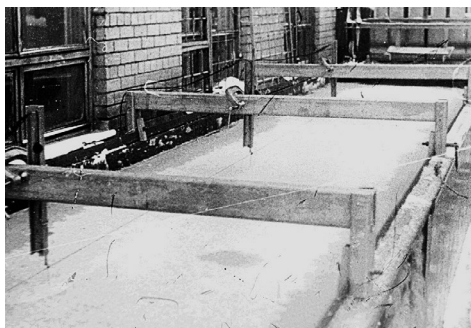


Рис. 4. Приготовление композитной модели льда.



Рис. 5. Фрагмент разрушения сплошного ледяного покрова при движении модели подводного судна со скоростью $Fg = 0.42$ [7].

лучший результат в этом направлении был достигнут Н. Kaitagawa в результате быстрого нагрева воздуха в бассейне и усиленной вентиляции [13]. G.W. Timco рекомендовал для получения в ледовом бассейне лабораторного льда использовать водный раствор карбамида, а прочность льда на изгиб менять путем изменения температуры воздуха над поверхностью льда, а не концентрации вещества в бассейне [14, 15]. Его исследования, направленные на дальнейшее совершенствование физико-механических характеристик лабораторного льда, привели к разработке карбамидного льда нового состава, получившего название EG/AD/S-ice [16]. Его свойства были всесторонне исследованы в Iwate Universiti (Япония) [17], Institute for Marin Dynamics (Канада) [18], US Army CRREL (США) [19], Technical Research Centre (Финляндия) [20] и Ship Research Institute (Япония) [21]. Такая технология приготовления модельного льда или ее модификации используются в ряде ледовых бассейнов мира [2]. Е. Enkvist [22] и А. Nortala-Ноикканен [23] разработали новый способ приготовления высокозернистого льда, основанного на создании слоев льда с различными свойствами за счет варьирования количества компонентов в распыляемом над поверхностью

льда водном растворе. Такая технология применяется при исследованиях взаимодействия судов и инженерных сооружений со льдом в ледовом бассейне Крыловского государственного научного центра (Санкт-Петербург) [2]. В начале 80-х годов в Горьковском политехническом институте (ныне Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева) под руководством проф. В.А. Зуева возникло новое направление в теории и практике модельного эксперимента в ледовом бассейне, которое развивали Е.М. Грамузов, Б.П. Ионов, Ю.А. Двойченко, В.Б. Беляков и др. [24–26]. В его основе в качестве базовой характеристики льда, отвечающей ряду требований [2], была принята работа на его разрушение. С учетом этого были разработаны критерии подобия и технология приготовления лабораторного льда. Метод показал хорошую сходимость результатов модельного эксперимента с натурными данными и его независимость от масштаба модели [2]. Аналогичный результат был получен при сопоставлении данных экспериментов с моделями подводных судов, полученных в ледовых бассейнах [5–7], с результатами теоретических расчетов для соответствующих ледовых условий. Следует отметить, что толщина намораживаемого льда в этих опытах составляла 1.5–2.0 мм, поэтому в последующих расчетах размеры зеркала в месте замеров деформаций и глубину бассейнов позволяли считать их бесконечными.

Наряду с методами моделирования взаимодействия судов и инженерных сооружений со льдом в ледовых бассейнах выполнены работы по созданию синтетического льда. Так, В. Michel разработал синтетический лед [28], технология приготовления которого состоит в поочередном нанесении на поверхность воды смеси из пяти элементов: пластикового полиэтиленового порошка; пластиковых полиэтиленовых шариков; тяжелого растительного масла; легкого растительного масла и стеариновой кислоты с последующим затвердеванием этой смеси. Такой лабораторный лед обеспечивал моделирование его плотности, прочности на изгиб и модуля деформации при обеспечении стабильности физико-механических свойств в течение трех суток и возможность его использовать при комнатной температуре. В 1970–1989 гг. в Канаде было построено четыре бассейна, в которых этот лед использовался для моделирования исследований взаимодействия инженерных сооружений с ледяным покровом. В 90-х годах в компании “Fleet Technoplogi Ltd. of Canada” был разработан новый тип гибридного льда [29], который производится путем внедрения пластиковых шариков на поверхность EG/AD/S раствора и последующего замораживания полученного состава. Отмечается, что использование этого типа льда в большом бассейне требует применения сложного и дорогостоящего оборудования для внесения и распределения по поверхности раствора пластиковых шариков перед замораживанием, что ставит под вопрос перспективность использования такой технологии [2]. Для облегчения процесса равномерного распределения шариков может использоваться разработанный автором статьи способ приготовления подобного модельного льда [30].

3. Целесообразность разработки методики моделирования ИГВ в ледяном покрове на упругих пленках. Проведенный обзор известных методик моделирования ледяного покрова в ледовых бассейнах и выполненные на их основе исследования показывают актуальность, практическую значимость и все

возрастающий интерес к этой проблеме. Объяснить это довольно просто: более 70% мировых запасов углеводородов находятся на дне замерзающих акваторий, для разработки и добычи которых придется ее решать. Использование традиционных технологий в этом направлении (строительство дорогостоящих опытовых ледовых бассейнов с использованием непростых способов получения модельного льда и пр.) требует значительных затрат на их реализацию. Такой подход в большинстве случаев вполне оправдан, т.к. процесс механического разрушения ледяного покрова любым известным ледоразрушающим средством довольно сложный и энергоемкий. Так, при прокладке ледоколом канала в сплошном льду его энергия затрачивается на: изгиб бесконечной ледяной пластины; сопротивление ломке, обусловленное разрушением льда форштевнем и бортами судна; интенсивное трещинообразование во льду; преодоление сопротивления, обусловленного потерями энергии при соударениях корпуса ледокола со льдом; раскрытие магистральных трещин с последующим образованием обломков льда; поворот и притапливание обломков, сопровождающиеся возникновением присоединенных масс воды, что требует дополнительных энергозатрат; раздвигание обломков льда; преодоление сил трения между корпусом судна, обломками льда и снежным покровом; смятие острых и неровных кромок канала; преодоление сопротивления воды; дробление обломков льда бортами судна; фрезерование льда, попадающего в диски гребных винтов; изменение посадки судна (возникновение крена и дифферента) при его напоздании на кромку льда; преодоление сил трения, возникающих из-за налипания на смоченную судовую поверхность раздробленного льда и мокрого снега; буксировку носовой оконечностью обломков льда при работе ледокола “набегами” и пр.

Вместе с тем существует ряд практически важных ледотехнических задач, при решении которых можно не учитывать большинство вышеперечисленных энергозатрат, например, когда ставятся задачи по сохранению несущей способности ледяного покрова, его упругого деформирования (в области работы закона Гука), когда нет механического контакта технических средств со льдом и пр. К ним можно отнести: разрушение ледяного покрова и заторов резонансными изгибно-гравитационными волнами (ИГВ); определение безопасных режимов эксплуатации ледяных переправ; рекомендации по использованию ледяного покрова в качестве взлетно-посадочных полос; оптимизация технологии проведения взрывных работ с использованием энергии ИГВ, возбуждаемых при их выполнении; всплытие подводных судов в сплошном льду при его разрушении резонансными ИГВ (бесконтактным методом) [32, 33] и пр.

К аналогичным задачам можно отнести исследования возможностей начинающегося использоваться открытого сравнительно недавно резонансного метода разрушения льда, реализуемого судами на воздушной подушке (СВП) (рис. 6) [34–36]. Для этого следует изучить влияние на них различных факторов, таких как: ширина акватории; близость береговой кромки к месту выполнения ледокольных работ и ее форма; наличие во льду локальных неоднородностей в виде майн, свободных кромок льда или сквозных раскрытых трещин и разводий; затороженность льда и ориентация гряды торосов по отношению к направлению движения судна; наличие подводных островов, приводящих

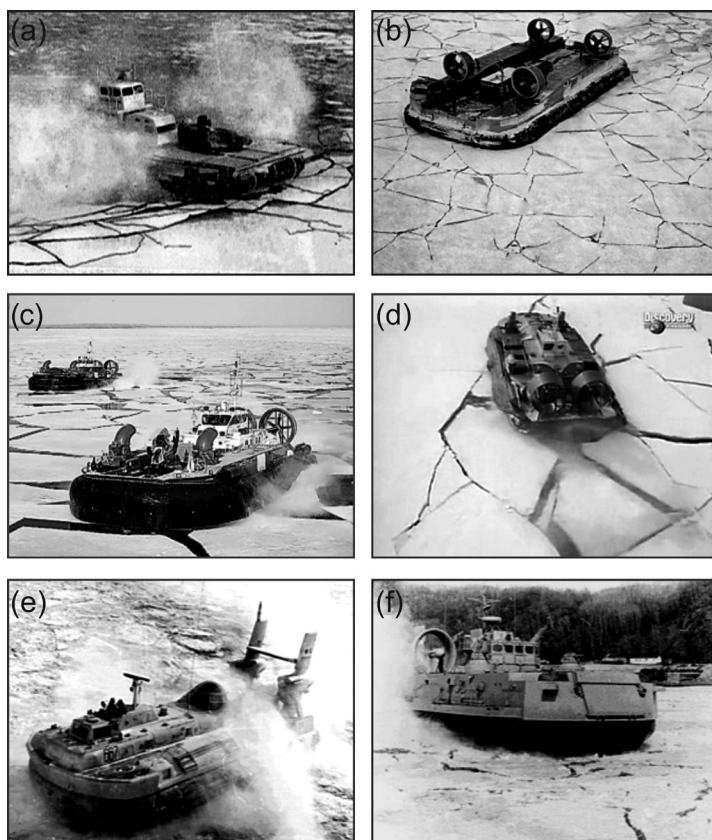


Рис. 6. Примеры использования резонансного метода разрушения ледяного покрова СВП: (a) – “Вояжер”; (b) – “Ларус”; (c) – “ВНТ”; (d) – каналскими судами; (e) – “Скат”; (f) – “Мурена”.

к возникновению гидроударов при разрушении льда гидродинамическими нагрузками; интерференция и дифракция возбуждаемых ИГВ при разрушении ледяного покрова резонансным методом; режимы нагружения льда динамическими нагрузками; трансформация параметров ИГВ, возбуждаемых движущимися нагрузками с их выходом со льда на берег и последующим сходом с него; гидрология русла водоема и пр.

Очевидно, что при решении подобных задач, когда не обязательно использовать модель разрушаемого льда, т.е. при деформировании льда в пределах работы закона Гука, можно использовать модель неразрушаемого льда в виде упругих пленок. Такое заключение было сделано нами на основании результатов наблюдений за поведением ледяного покрова в натурных условиях А.Д. Сытинского, В.П. Трипольникова [37] и В.Н. Смирнова [38, 39]. В своих работах авторы отмечали, что при воздействии на лед движущихся нагрузок, т.е. при возбуждении ИГВ, а также при ветро-волновых и кратковременных нагрузках, последний ведет себя аналогично упругой изотропной пластине. На этом

основании и было предложено новое направление в моделировании некоторых задач деформирования ледяного покрова, например ИГВ, на упругих пленках в обычных опытовых бассейнах. Очевидно, что затраты на проведение подобных модельных экспериментов несоизмеримо меньше с затратами при проведении опытов в ледовых бассейнах, представляющих собой огромные морозильные камеры с использованием сложных технологий приготовления лабораторного льда.

В некоторых более сложных случаях, когда моделирование деформирования ледяного покрова на упругих пленках не позволяет полностью ответить на все вопросы, а также, например, при исследовании перспективности новых решений в области ледотехники, полученные на упругих пленках результаты могут рассматриваться как предварительные, а затем при необходимости — более детально анализироваться в ледовых бассейнах с использованием известных моделей разрушаемого льда. Очевидно, что такой комбинированный подход также уменьшит трудоемкость исследований.

4. Обоснование возможности моделирования ИГВ в ледяном покрове на упругих пленках. Для подтверждения возможности моделирования ИГВ в ледяном покрове на упругих пленках было проведено сопоставление картин деформаций натурального льда и модельного слоя в виде упругой пленки от движущихся нагрузок. С этой целью в опытовом бассейне Комсомольского-на-Амуре государственного университета размерами $L \times B \times T = 45.0 \times 4.2 \times 3.1$ м было изготовлено модельное поле из упругого полимерного материала размерами $L \times B = 10.5 \times 3.5$ м и толщиной 1 мм (рис. 7). В качестве движущейся нагрузки использовалась модель подводного судна, изготовленная в масштабе 1 : 200 на основе теоретического чертежа обобщенного типа современной атомной

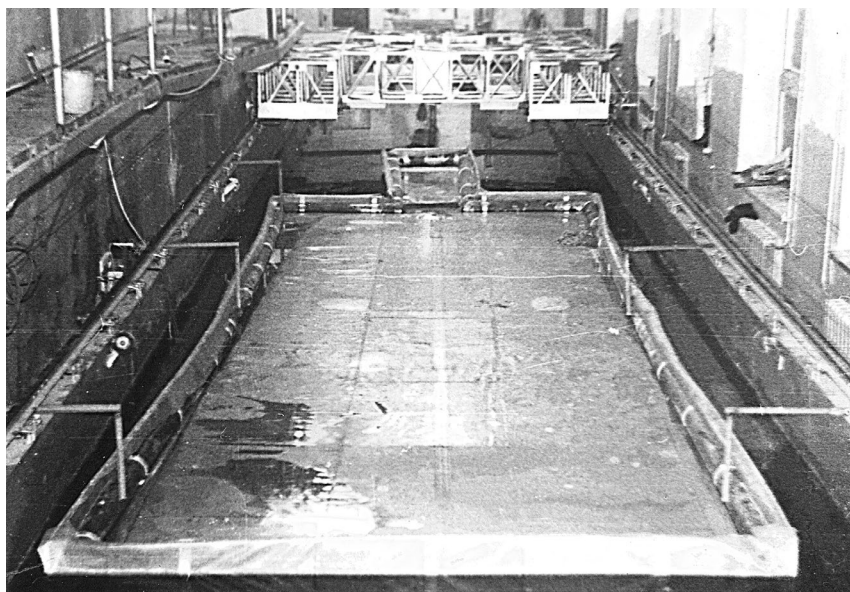


Рис. 7. Общий вид модели сплошного ледяного покрова из упругого полимерного материала [4].

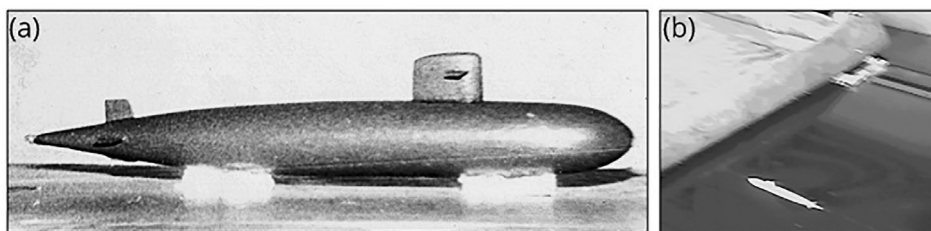


Рис. 8. (a) — общий вид использованной модели; (b) — момент “заныривания” модели подводного судна под кромку модельного льда.

подводной лодки, разработанного в соответствии с рекомендациями работы [49] (при водоизмещении натурального судна 6000 т длина модели составила 60.0 см) (рис. 8).

Записи деформаций модельного льда при движении модели подводного судна (рис. 9, б,с) осуществлялись с помощью бесконтактных датчиков (рис. 12, б), которые затем сравнивались с результатами известных натурных экспериментов (рис. 9, а), полученных в [41] при стационарном движении снегохода массой 335 кг по ледяному покрову толщиной 16 см с различными скоростями. При этом автор выделил и охарактеризовал следующие режимы: 1 — $v < 0.6 c_{\min}$ (где $c_{\min}$ — минимальная скорость распространения ИГВ, соответствующая минимуму фазовой скорости на дисперсионной кривой и являющаяся резонансной скоростью ИГВ в сплошном льду V_p [45]), когда деформации льда подобны квазистатическим; 2 — при $0.6 c_{\min} < v < 0.85 c_{\min}$ наступает ранний переходный режим, в течение которого кривизна прогиба льда увеличивается; 3 — позднему переходному режиму соответствуют скорости движения нагрузки $0.85 c_{\min} < v < c_{\min}$, когда появляются две волновые системы впереди и позади источника, при этом максимум впадины отстает от источника; 4 — при $c_{\min} < v < (gH)^{1/2}$ (где H — глубина воды) имеет место двухволновой режим с относительно короткими впереди идущими волнами (изгибными) и более длинными волнами позади источника (гравитационными); 5 — когда скорость источника соответствует $v > (gH)^{1/2}$, наступает “псевдобезнагрузочный” режим, позади идущая волна исчезает, а остается только более короткая впереди бегущая волна.

Для сопоставления этих данных с результатами выполненных модельных экспериментов при разных масштабах моделирования [3, 6] были выбраны наиболее близкие к указанным режимам случаи буксировки модели.

В этом разделе также уместно привести результаты крупной серии полевых испытаний по проекту Kiwi 131 [50], который был реализован на морском льду вблизи острова Тент-Айленд в проливе Макмердо (Канада). Глубина акватории составляла от 350 до 450 м при толщине льда 1.6 м. В качестве движущейся нагрузки использовался грузовой автомобиль массой 2100 кг. Вдоль ледяной дороги протяженностью 6 км с помощью блоков тензодатчиков измерялись максимальные нормальные изгибные напряжения во льду при изменении скорости автомобиля в диапазоне от 4.5 до 27.0 м/с. Очевидно, что характер изменения напряжений соответствует профилю возбуждаемых ИГВ. Примеры записей тензодатчиков приведены на рис. 10.

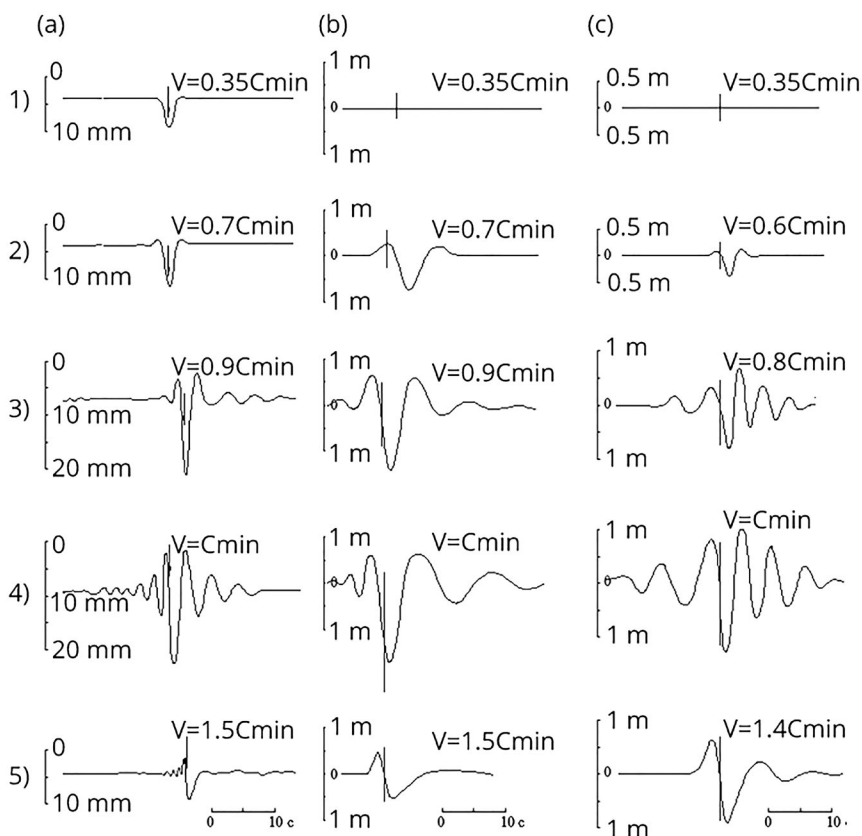


Рис. 9. Профили ИГВ от движения нагрузок: (а) – данные натурных экспериментов [41]; (б) – модельные данные по работе [6]; (с) – модельные данные по работе [3].

В результате, как видно из рис. 9, рис. 10 и рис. 11, с наблюдается качественное соответствие результатов натурных наблюдений модельным данным. Следует отметить, что на это соответствие не влияют масштабы моделирования (кривые на рис. 9, б получены при масштабе 1 : 200, а кривые на рис. 9, с – при масштабе 1 : 500) и место расположения движущейся нагрузки относительно поверхности льда (надо льдом или под ним).

На основании этого сделано заключение, что для моделирования ИГВ в ледяном покрове могут быть использованы упругие пленки. После чего встал вопрос о получении критериев подобия при моделировании ИГВ в ледяном покрове на упругих пленках, т.е. обеспечения условий, выполнение которых позволяет пересчитать моделируемые параметры с модели на натуру.

5. Условия моделирования параметров ИГВ. Способы проведения модельного эксперимента и условия подобия при моделировании ИГВ в ледяном покрове на упругих пленках пока не рассматривались [4]. Для их получения рассмотрим упругие колебания ледяного покрова от действия движущейся с постоянной

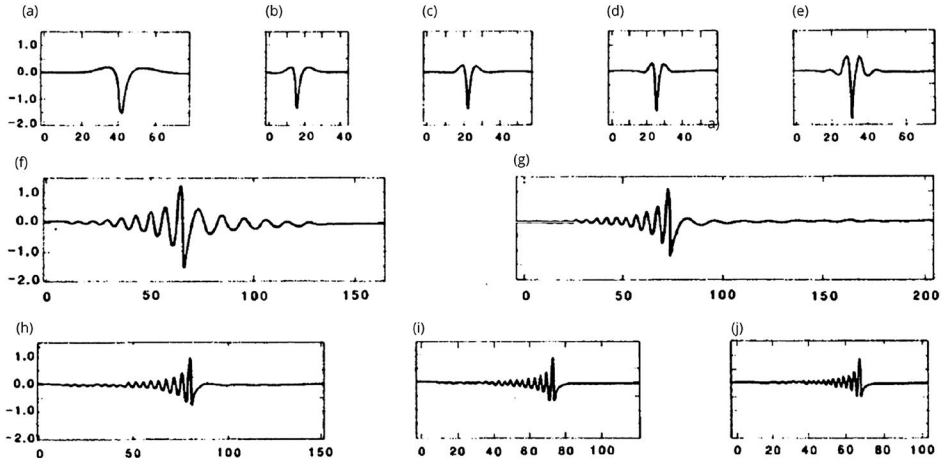


Рис. 10. Показания тензодатчиков для различной скорости (м/с) движения нагрузки: (a) – 4.5; (b) – 8.9; (c) – 13.8; (d) – 15.7; (e) – 17.5; (f) – 18.4; (g) – 20.8; (h) – 23.2; (i) – 25.8; (j) – 27.0 [50].

скоростью v сосредоточенной силы P . Ограничиваясь малыми изгибными колебаниями ледяного покрова, дифференциальное уравнение изгиба ледяной пластины можно записать в виде [42]:

$$D\nabla^4 w + \rho_L h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho_v g w + \rho_v \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{z=0} = P \delta(x - vt; y - 0), \quad (5.1)$$

где $D = Eh^3 / 12(1 - \mu^2)$ – цилиндрическая жесткость ледяной пластины; E – модуль упругости льда; μ – коэффициент Пуассона; Φ – потенциал движения жидкости, удовлетворяющий уравнению Лапласа во всем объеме воды и условиям непроницаемости на дне бассейна; g – ускорение силы тяжести; h – толщина ледяного покрова; P – внешняя нагрузка; w – прогиб льда; ∇ – дифференциальный оператор набла; δ – дельта-функция Дирака; ρ_v, ρ_l – плотность воды и льда.

Приводя уравнение (5.1) к безразмерному виду и используя известные теоремы подобия [43, 44, 45], получаем для моделирования следующие условия:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_L}{\rho_v} = idem \quad \frac{\sigma}{E} = idem \quad \mu = idem \\ T \left(\frac{\rho_v g^5}{D} \right)^{1/8} = idem \quad \frac{P}{w \sqrt{\rho_v g D}} = idem \\ \frac{v}{\sqrt{gH}} = idem \quad \frac{\rho_v v^2}{E} = idem, \end{aligned} \quad (5.2)$$

где *idem* означает соответствие (выполнение) соотношений для модельных и натуральных условий, σ — напряжения в ледяном покрове; T — характерный промежуток времени; H — глубина воды.

Поскольку модельный материал, имитирующий ледяную пластину упругими пленками, по физико-механическим свойствам может существенно отличаться от свойств естественного натурального льда и их нельзя изменить, введем обозначения:

$$\beta = \frac{E_n}{E_m}, \quad \gamma = \frac{\rho_n}{\rho_m}. \quad (5.3)$$

Для большинства материалов $\mu < 0,5$ т.е. μ^2 значительно меньше единицы. Поэтому изменение μ сравнительно слабо сказывается на величине D и даже значительные отклонения от равенства $\mu_n = \mu_m$ не могут существенно отразиться на подобии элементов изгиба [45]. Таким образом, строгое выполнение равенства коэффициентов Пуассона при моделировании необязательно.

Из условий (5.2) следует, что в качестве временного масштаба следует принимать величину $(D/\rho_v g^5)^{1/8}$, а в качестве линейного — $(D/\rho_v g)^{1/4}$, которая совпадает с параметром упругого основания плавающей ледяной пластины и характеризует поперечный размер чаши статического прогиба льда. Действие нагрузки, движущейся со скоростью v , будет характеризоваться отношением $X = v/\sqrt{gH}$, — формально совпадающим с критерием Фруда, моделирующим постоянство отношения инерционных сил к силам тяжести. Условие $\rho_L v^2 / E = Ch$ (критерий Коши) характеризует динамические явления в изотропных упругих телах и с физической точки зрения выражает постоянство отношения сил динамического характера (сил инерции) к восстанавливающим силам упругости [45].

Поскольку в формировании ИГВ участвуют силы тяжести, упругости и инерционные силы, то при моделировании процесса распространения волн необходимо одновременно выполнение условий F_r и Ch [45]. Это требование выполняется при $\beta = L_H/L_M$ (где L — характерный линейный размер; индексы “н” и “м” соответствуют натуре и модели), т.е. выбранный для моделирования ледяной пластины материал однозначно определяет модуль геометрического подобия, что исключает возможность его изменения. Данное заключение принципиально отличает возможность моделирования поведения льда на упругих пленках от его моделирования в ледовых бассейнах.

Учитывая введенные обозначения и безразмерные соотношения (5.2), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{P_N}{P_M} &= \beta^3 & \frac{V_N}{V_M} &= \beta^{1/2} \gamma^{-1/2} & \frac{T_N}{T_M} &= \beta^{1/2} \\ \frac{H_N}{H_M} &= \beta \gamma^{-1} & \frac{h_N}{h_M} &= \frac{w_N}{w_M} = \frac{L_N}{L_M} = \frac{\lambda_N}{\lambda_M} = \beta. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Полученные зависимости и являются формулами пересчета моделируемых параметров на натуру, т.е. основой методики моделирования ИГВ на упругих пленках.

6. Проверка работоспособности разработанной методики моделирования ИГВ.

С этой целью модельные эксперименты по моделированию ИГВ на упругих пленках также проводились в опытовом бассейне Амурского гуманитарно-педагогического государственного университета, размеры которого составляли $L \times B \times H = 5.0 \times 1.8 \times 0.6$ м [32]. В качестве модельного льда использовалась листовая резина толщиной 2 мм и плотностью 2300 кг/м^3 . Значение ее модуля упругости определялось из испытаний на растяжение на специально изготовленном стенде [4] при скоростях нагружения, соответствующих скоростям распространения резонансных ИГВ. Его среднее значение составило $E_m = 10 \text{ МПа}$, что, в соответствии с (3), обеспечивало проведение модельных экспериментов в масштабе $1 : 500$, т.к. наиболее вероятное значение модуля упругости для льда было принято $E_N = 5 \text{ ГПа}$ и $\rho_L = 920 \text{ кг/м}^3$ [47]. Таким образом, моделировался ледяной покров толщиной 1 м.

Для обеспечения положительной плавучести пластины (плотность резины больше плотности воды) под нее укладывалась тонкая полиэтиленовая пленка толщиной 15 мкм, при этом края пластины по всему периметру оставались свободными (рис. 11,а). В качестве движущихся нагрузок (источников ИГВ) использовались катящийся ролик массой 110 г (рис. 12) и модель подводного судна, длина которой в соответствии с масштабом моделирования ($1 : 500$) составила 24 см (рис. 11,д). По результатам опытов с катящимся роликом сравнивался общий характер деформаций модельного и натурального льда.

Запись профиля возбуждаемых ИГВ осуществлялась с помощью программы SCRViewer (V 1.0.4), которая позволяет конвертировать полученные данные в пакет Excel для более удобной и простой обработки результатов. Результаты этих записей для модели судна представлены на рис. 9,с, а фрагмент такой записи для ролика – на рис. 11,с.

Для записи колебаний модельного слоя использовался инфракрасный бесконтактный преобразователь линейных перемещений SG732, принцип действия которого основан на оптической триангуляции с цифровой обработкой с помощью микроконтроллера и передачей величины перемещения по последовательному каналу RS-485 на компьютер через USB-порт (рис. 11,с). В качестве оптического модуля использовался инфракрасный излучающий диод и позиционно-чувствительный детектор (рис. 11,б).

Интересующий диапазон изменения скоростей, определяемый толщиной слоя воды, выбирался с учетом размеров бассейна так, чтобы сделать минимальным влияние отраженных волн на волновую систему около движущегося груза.

По результатам опытов с катящимся роликом сравнивался общий характер деформаций модельного и натурального льда. Поскольку моделирование величины действующей на лед нагрузки в упругой зоне нагружения не представляло интереса (амплитуда ИГВ была на порядки меньше их длины, что обеспечивало моделирование в пределах работы линейной теории волн, т.е. прогибы льда были пропорциональны величине нагрузки), то сравнивались относительные деформации $\bar{w} = w / w_{\max}$ натурального (по работе [48]) и модельного льда. Сравнение проводилось в зависимости от $\bar{S} = S / \lambda$, (где S – расстояние, проходимое ИГВ; λ – длина ИГВ), т.к. при выбранном b толщина натурального льда и глубина воды, определяющие λ , не были смоделированы. Результаты сравнения приведены на

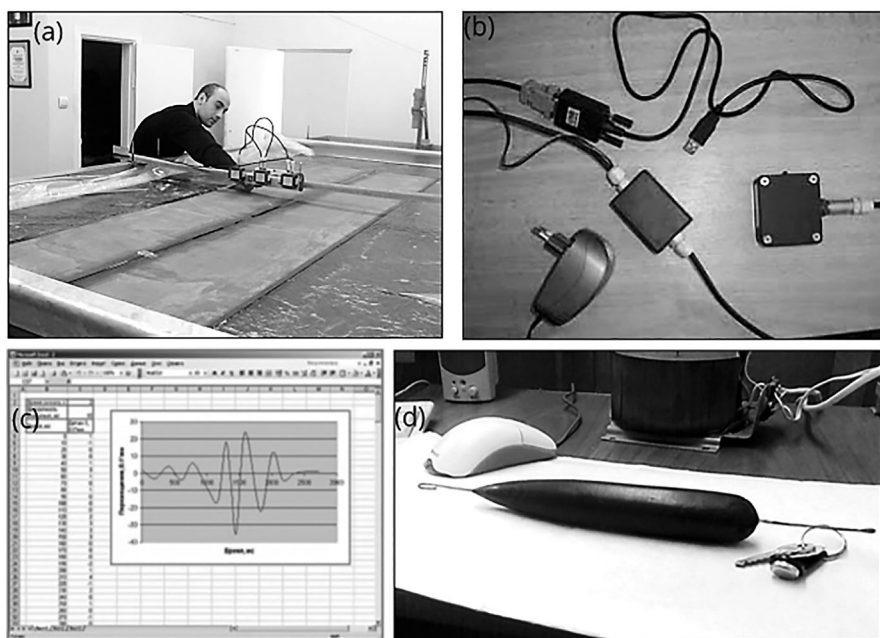


Рис. 11. Техническое обеспечение модельных экспериментов: (а) — общий вид модели неразрушаемого льда; (б) — бесконтактный преобразователь линейных перемещений; (с) — типовая запись показаний датчика (д) — модель подводного судна [5].

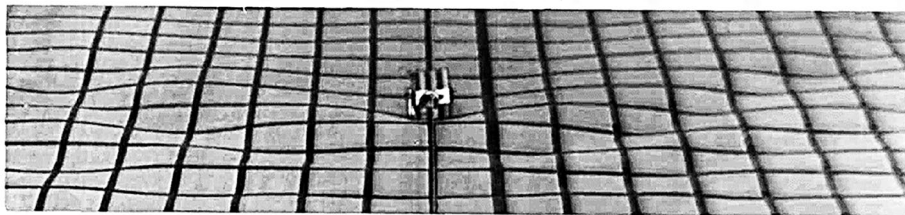


Рис. 12. Общий вид движущейся нагрузки и деформаций модельного поля [40].

рис. 13 и в табл. 1. На их основании можно сделать вывод, что в рамках упругой модели льда поведение ледяного покрова под действием рассмотренных динамических нагрузок можно исследовать с помощью подобных модельных экспериментов.

7. Заключение. На основе полученных результатов можно сделать вывод, что качественно, а некоторые параметры колебаний ледяного покрова и количественно моделируются по разработанной методике вполне удовлетворительно. Это позволяет в лабораторных условиях предварительно исследовать вопросы, теоретическое исследование которых затруднительно, а в натуральных ледовых условиях — практически невыполнимо [52], а также решать обратные задачи — проверять достоверность соответствующих условий моделирования полученных теоретических решений. Следует отметить особенность разработанной методики моделирования льда: выбранный для моделирования ледяной пластины

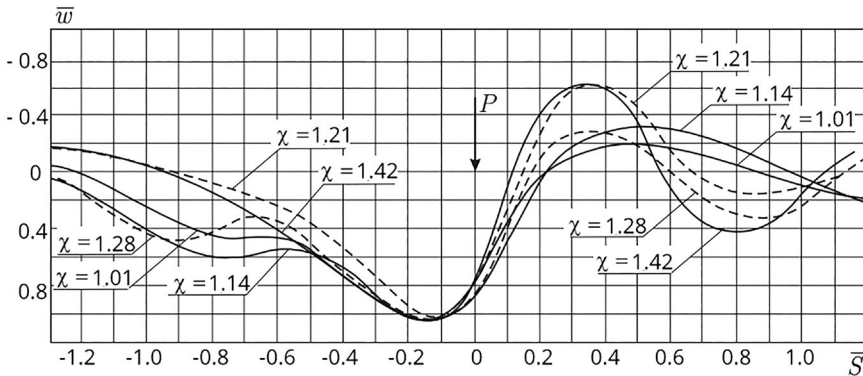


Рис. 13. Сопоставление кривых относительных деформаций натурального льда (—) и модельного слоя (---) при движении сосредоточенной нагрузки при различных относительных скоростях χ .

Таблица 1. Сопоставление натуральных данных с результатами модельных экспериментов

Источники данных	Параметры льда, ИГВ и глубины акватории						
	h, м	E, МПа	$\rho_{\text{л}}, \text{кг/м}^3$	H, м	λ , м	V, м/с	V_p , м/с
Модельный эксперимент	$5 \cdot 10^{-4}$	5	2300	0.02	0.23	0.50	0.44 ($\chi = 1.14$)
Пересчет по формулам (4)	0.5	$5 \cdot 10^3$	920	3	230	8.86	8.86 ($\chi = 1.0$)
Теоретический расчет (по зависимостям работы [2])	0.5	$5 \cdot 10^3$	920	8	260	8.86	8.86 ($\chi = 1.60$)
Данные натуральных наблюдений (по работе [49])	0.6	—	—	5	200	8.72	7.00 ($\chi = 1.39$)

материал однозначно определяет модуль геометрического подобия. Данное заключение принципиально отличает возможность моделирования поведения льда на упругих пленках от его моделирования в ледовых бассейнах. Из этого следует, что используя модельный материал с разными модулями упругости можно менять масштаб моделирования в широких диапазонах, т.е. исследовать влияние масштабного эффекта на результаты экспериментов. Кроме этого, выбирая соответствующий масштаб моделирования, можно устранить влияние ограничения размеров зеркала бассейна на измеряемые параметры, т.е. моделировать бесконечное ледяное поле. С помощью опытов в обычных (неледовых) бассейнах

можно относительно несложно исследовать целесообразность и перспективность предлагаемых подходов при решении реальных ледотехнических задач. Не только качественно, но и количественно получить информацию о деформированном состоянии ледяного покрова на основании простого и недорогого модельного эксперимента на стадии упругого деформирования льда, т.е. до достижения его предельных (разрушающих) изгибных напряжений. Таким образом, в пределах работы упругой модели льда основные закономерности поведения ледяного покрова под действием выше отмеченных динамических нагрузок можно исследовать с помощью подобных модельных экспериментов.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института машиноведения и металлургии Хабаровского Федерального исследовательского центра ДВО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ногид Л.М.* Моделирование движения судна в сплошном ледяном поле и битых льдах. 1959. Л.: ЛКИ, Вып. 28. С. 179–185.
2. *Ионов Б.П., Грамузов Е.М.* Ледовая ходкость судов. СПб.: Судостроение, 2013. 504 с.
3. *Козин В.М., Земляк В.Л., Баурин Н.О., Ипатов К.И.* Экспериментальные исследования влияния ледовых условий на эффективность разрушения ледяного покрова изгибно-гравитационными волнами от движения подводных судов: монография. Новосибирск: СО РАН, 2017. 141 с.
4. *Козин В.М.* Резонансный метод разрушения ледяного покрова. Изобретения и эксперименты. М.: Акад. Естествознания, 2007. 355 с.
5. *Козин В.М., Земляк В.Л.* Всплытие подводных судов в ледовых условиях. Комсомольск-на-Амуре: ИМиМ ДВО РАН, 2012. 195 с.
6. *Козин В.М., Онищук А.В., Марьин Б.Н.* Ледоразрушающая способность изгибно-гравитационных волн от движения объектов. Владивосток: Дальнаука, 2005. 191 с. 3
7. *Земляк В.Л., Козин В.М., Погорелова А.В., Васильев А.С.* Движение погруженного тела в приповерхностной водной среде покрытой ледяным покровом. Новосибирск: СО РАН, 2020. 136 с.
8. *Земляк В.Л., Баурин Н.О., Курбацкий Д.А.* Лаборатория “Ледотехники” // Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. Биробиджан: ПГУ им. Шолом-Алейхема, 2013. № 1 (12). С. 68–77.
9. *Беляков В.Б.* Новая модель льда // Вопросы теории, прочности и проектирования судов, плавающих во льдах. Горький: ГПИ, 1984. С. 48–52.
10. *Каштелян В.И., Позняк И.И., Рывлин А.Я.* Соппротивление льда движению судна. Л.: Судостроение, 1968. 238 с.
11. *Enkvist E.* On the ice resistance encountered by ships operating in the continuous mode ice breaking. Finland: Swedish Academy of Engineering Sciences, 1972. 181 p.
12. *Schwarz J.* On the Flexural Strength and Elasticity of Saline Ice // Proc. IAHR Int. Symp. on Ice. Hanover. 1975. P. 373–386.
13. *Kitagawa H.* Experimentation at the ice tank and Ship performance in ice (in Japanese). D. Thesis, University of Tokyo. 1984.
14. *Timco G.W.* Invited commentary: on the test methods for model ice // Cold Reg. Sci. Technol. V. 4. 1981. P. 269–274. <https://doi.org/10.1016/0165-232X8190009-4>
15. *Timco G.W.* Second report of the IAHR Working Group in ice modeling materials // Proceedings of the IAHR Symposium on ice. 1992. V. 3. P. 1527–1530.
16. *Timco G.W.* EG/AD/S: A new type of model ice for refrigerated towing tanks // Cold Reg. Sci. Technol. V. 12. № 2. 1986. P. 175–195. <https://doi.org/10.1016/0165-232X8690032-7>

17. *Hirayama K., Sakamoto N.* Some investigation for EG/AD model ice // Proc. 9th POAC Conference. 1987. V. 1. P. 299–306.
18. *Vaughan H.* Ice-breaking ships and operational loads. Ice Technol. // Proc. Ist Int. Conf., Berlin e.a. 1986. P. 313–322.
19. *Borland S.L.* The growth of EG/AD/S model ice in a small tank // OMAE. 1988. V. 4. P. 47–51.
20. *Lehmus E.* The properties of EG/AD model ice in VTT ice basin. // Proc. POLARTECH, 1988. Trondheim. Norway.
21. *Koyama K., Yoshida M., Izumiyama K., Uto S., Kanada N., Shimoda H., Tabuchi Y., Kitagawa H.* Mechanical properties of ethylene glycol ice // Annual meeting of the Ship Research Institute. 1988. № 52.
22. *Enkvist E.* Ice model tests as a ship design tool // Proceedings of the IAHR Ice Symposium. 1990. V. 1. P. 15–42.
23. *Nortala-Hoikkanen A.* FGX model ice the Massa-Yards Arctic Research Centre // Proceedings of the IAHR Ice Symposium. 1990. V. 3. P. 247–259.
24. *Зуев В.А., Грамузов Е.М., Двойченко Ю.А.* Экспериментальные исследования разрушения ледяного покрова // Вопросы теории, прочности и проектирования судов, плавающих во льдах. Горький: ГПИ, 1984. С. 4–13.
25. *Ионов Б.П.* Ледовое сопротивление и его составляющие. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 80 с.
26. *Зуев В.А., Грамузов Е.М., Двойченко Ю.А.* Разрушение ледяного покрова. Горький: Б.и., 1989. 86 с.
27. *Michel B.* Nouvelle technique de simulation des glaces flottantes // L'ingénieur. 1969. V. 248. P. 16–20.
28. *Abdelnour R.* Recent development in modeling of offshore structures and vessels in ice covered waters // 9 colloque Genie Nordique, 56 Congres de LACFAC. Canada, 1988.
29. *Timco G.W.* Second report of the IAHR Working Group in ice modeling materials // Proceedings of the IAHR Symposium on ice. 1992. V. 3. P. 1527–1539.
30. *Козин В.М.* Способ моделирования ледяного покрова. Патент. 2715331 РФ. В63В. 9/02. 2020.
31. *Козин В.М. и др.* Экспериментально-теоретические исследования зависимости параметров распространяющихся в плавающей пластине изгибно-гравитационных волн от условий их возбуждения. Новосибирск: СО РАН, 2016. 222 с.
32. *Земляк В.Л., Козин В.М., Погорелова А.В., Васильев А.С.* Движение погруженного тела в приповерхностной водной среде, покрытой ледяным покровом. Новосибирск: СО РАН, 2020. 136 с.
33. *Козин В.М., Земляк В.Л., Розожникова Е.Г., Погорелова А.В.* Влияние ледовых условий на деформированное состояние ледяного покрова от движения нагрузки. Новосибирск: СО РАН, 2020. 126 с.
34. *Dutfield D.O., Dickins D.E.* Icebreaking trials with Bell Aerospace Voyageur ACV // Can. Aeronaut. Space J. 1974. V. 20. № 10. P. 471–474.
35. Amphibious ice-breaking craft // Ship Boat International. Dec. 1974. 20 p.
36. *Честнов Е.И.* Использование судов на воздушной подушке для взламывания льда // Передовой опыт и новая техника. Л. 1979. Вып.2 (62). С. 69–73.
37. *Сытинский А.Д., Трипольников В.П.* Некоторые результаты исследований естественных колебаний ледяных полей Центральной Арктики // Изв. АН СССР. Сер. Геофизическая. 1964. № 4. С. 615–621.
38. *Смирнов В.Н.* Исследование изгибных колебаний дрейфующего льда // Проблемы Арктики и Антарктики. 1966. Вып.23. С. 47–49.
39. *Смирнов В.Н.* Упругие изгибные волны в ледяном покрове // Труды ААНИИ. 1976. Т. 331. С. 117–123.
40. *Козин В.М., Земляк В.Л.* Физические основы разрушения ледяного покрова резонансным методом. Комсомольск-на-Амуре: ИМиМ ДВО РАН, 2013. 250 с.
41. *Takizawa T.* Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load // Cold Reg. Sci. Technol. 1985. V. 11. № 5. P. 123–139. <https://doi.org/10.16/0165-232X8590015-1>
42. *Хейсин Д.Е.* Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1967. 216 с.

43. Седов Л.И. Методы подобия и размерностей в механике. М.: Наука, 1977. 438 с.
44. Эпштейн Л.А. Методы теории размерностей и подобия в задачах гидромеханики судов. Л.: Судостроение, 1970. 207 с.
45. Каשתели В.И., Позняк И.И., Рывлин А.Я. Сопротивление льда движению судна. Л.: Судостроение, 1968. 240 с.
46. Иванов К.Е., Кобеко П.П., Шульман А.Р. Деформация ледового покрова при движении грузов // Журнал технической физики. 1946. Т. 16. С. 257–262.
47. Петров И.Г. Выбор наиболее вероятных значений механических характеристик льда // Труды ААНИИ. 1976. Т. 331. С. 4–41.
48. Песчанский И.С. Ледоведение и ледотехника. Л.: Гидрометеониздат, 1967. 467 с.
49. Быховский И.А. Атомные суда. Л.: Судпромгиз, 1961. 311 с.
50. Squire V.A., Robinson W.H., Langhorne P.J. and Haskell T.G. Vehicles and aircraft on floating ice // Nature (London). 1988. V. 333. P. 159–161.
51. Козин В.М. Результаты экспериментально-теоретических исследований возможностей резонансного метода разрушения ледяного покрова. // Изв. РАН. МТТ. 2023. № 3. С. 3–20. <https://doi.org/10.31857/S0572329922600396>

MODELING OF FLEXURAL-GRAVITY WAVES IN ICE COVER ON ELASTIC FILMS

© 2024 г. V. M. Kozin^{a,*}

^a *Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy of the Far East Branch of the Russian Academy of Sciences, Komsomolsk-na-Amure, 681005 Russia*

^{*}*e-mail: kozinvictor@rambler.ru*

Received 20.01.2023

Revised 31.03.2023

Accepted 02.04.2023

Abstract — It is noted that, based on observations of fluctuations of the ice cover in natural conditions under the influence of moving loads, i.e., when excitation of flexural gravity waves (FGW), the latter behaves similarly to an elastic isotropic plate. On this basis, a new direction has been proposed in modeling some problems of deformation of the FGW ice cover on elastic films in conventional experimental basins. The possibility of this technology is confirmed by the results of comparing records of deformation by moving loads of an elastic model layer and a natural ice cover. Based on the theory of similarity and dimensions, dependencies were obtained for converting model test data to full scale. It is noted that the costs of conducting such model experiments are disproportionately less than the costs of conducting experiments in ice basins. Ice engineering problems are listed, in solving which the developed FGW modeling technique can be used.

Keywords: ice cover; elastic films; similarity criteria; modeling; flexural gravity waves

REFERENCES

1. L.M. Nogid, “Simulation of vessel movement in a solid ice field and in broken ice,” *Trudy LKI*, **28**, 179–185 (1959).

2. B.P. Ionov and E.M. Gramuzov, Ice Propulsive Quality of Ships (Saint-Petersburg: Sudostroenie, St. Petersburg, 2013) [in Russian].
3. A. Nortala-Hoikkanen, "FGX model ice the Massa-Yards Arctic Research Centre," in *Proc. of the 9th IAHR Ice Symposium 1990* (IAHR, Espoo, 1990), Vol. 3, pp. 247–259.
4. V.A. Zuev, E.M. Gramuzov, and Yu.A. Dvoichenko, "Experimental studies of the destruction of the ice cover," in *Questions of Theory, Strength and Design of Ships Floating in Ice* (GPI, Gorkii, 1984), pp. 4–13.
5. B.P. Ionov, *Ice Resistance and its Components* (Gidrometeoizdat, Leningrad, 1988) [in Russian].
27. V.A. Zuev, E.M. Gramuzov, and Yu.A. Dvoichenko, *Destruction of the Ice Sheet* (NTO im. Ak. Krylova, Gorkii, 1989) [in Russian].
6. B. Michel, "Nouvelle technique de simulation des glaces flottantes," *L'ingénieur* **248**, 16–20 (1969).
7. R. Abdelnour, "Recent development in modeling of offshore structures and vessels in ice covered waters," in *9 Colloque Génie Nordique, 56 Congrès de LACFAC, 1988, Mai, Moncton, NB, Canada* (1988).
8. G.W. Timco, "Second report of the IAHR Working Group in ice modeling materials," in *Proc. of the 11th IAHR Symposium on Ice* (IAHR, Banff, Alberta, Canada, 1992), Vol. 3, pp. 1527–1539.
9. V.M. Kozin, RF Patent No. 2715 331, Bull. Izobret. No. 9/02 (2020).
10. V.M. Kozin, et al., *Experimental and Theoretical Studies of the Dependence of the Parameters of Flexural-Gravitational Waves Propagating in a Floating Plate on the Conditions of their Excitation* (SO RAN, Novosibirsk, 2016) [in Russian].
11. V.L. Zemlyak, V.M. Kozin, A.V. Pogorelova, and A.S. Vasilyev, *Motion of a Submerged Body in a Near-Surface Aquatic Environment Covered with Ice Cover* (SO RAN, Novosibirsk, 2020) [in Russian].
12. D.O. Dufild and D.E. Dickins, "Icebreaking trials with Bell Aerospace Voyageur ACV," *Can. Aeronaut. Space J.* **20** (10), 471–474 (1974).
13. *Amphibious Ice-Breaking Craft* (Ship Boat International, 1974).
14. E.I. Chestnov, "Use of hovercraft for breaking ice," in *Advanced Experience and New Technology* (Leningrad, 1979), Iss. 2 (62), pp. 69–73.
15. A.D. Sytinsky and V.P. Tripolnikov, "Some results of studies of natural fluctuations of ice floes in the Central Arctic," *Izv. AN SSSR. Ser. Geofiz.*, No. 4, 615–621 (1964).
16. V.N. Smirnov, "Flexural oscillations of drift ice," *Probl. Arktiki Antarkt.*, No. 23, 47–49 (1966).
17. V.N. Smirnov, "Elastic bending waves in the ice sheet," *Tr. AANII* **331**, 117–123 (1976).
18. V.M. Kozin and V.L. Zemlyak, *Physical Basis of the Destruction of the Ice Cover by the Resonance Method* (IMiM FEB RAS, Komsomolsk-na-Amure, 2013) [in Russian].
19. T. Takizawa, "Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load," *Cold Reg. Sci. Technol.* **11** (5), 123–139 (1985). [https://doi.org/10.1016/0165-232X\(85\)90015-1](https://doi.org/10.1016/0165-232X(85)90015-1)
20. D.E. Kheisin, *Ice Cover Dynamics* (Gidrometeoizdat, Leningrad, 1967) [in Russian].
21. L.I. Sedov, *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics* (Nauka, Moscow, 1977; CRC Press, Boca Raton, 1993).
22. L.A. Epshtein, *Methods of the Dimensional Analysis and Similarity Theory in Problems of Ship Hydromechanics* (Sudostroenie, Leningrad, 1970) [in Russian].
23. V.I. Kashtelyan, I.I. Poznyak, and A. Ya. Ryvlin, *Ice Resistance to Ship Movement* (Sudostroenie, Moscow, 1968) [in Russian].
24. K.E. Ivanov, P.P. Kobeko, and A.R. Shul'man, "Ice sheet deformation under load movement," *Zh. Tekh. Fiz.*, 16, 257–262 (1946).
25. I.G. Petrov, "The choice of the most probable values of the mechanical characteristics of ice," *Tr. AANII* **331**, 4–41 (1976).
26. I.S. Peschansky, *Glaciology and Ice Engineering* (Gidrometeoizdat, Leningrad, 1967) [in Russian].
27. I.A. Bykhovskiy, *Atomic Ships* (Sudpromgiz, Leningrad, 1961) [in Russian].

28. V.M. Kozin, V.L. Zemlyak, N.O. Baurin, and K.I. Ipatov, *Experimental Studies of the Influence of Ice Conditions on the Efficiency of Ice Cover Destruction by Flexural-Gravitational Waves from the Movement of Submarines* (SO RAN, Novosibirsk, 2017) [in Russian].
29. V.M. Kozin, *Resonance Method of Breaking of Ice Cover. Inventions and Experiments* (Akad. Estestvoznaniya, Moscow, 2007) [in Russian].
30. V.M. Kozin and V.L. Zemlyak, *Surfacing of Submarines in Ice Conditions* (ImiM DVO RAN, Komsomolsk-na-Amure, 2012) [in Russian].
31. V.M. Kozin, A.V. Onischuk, and B.N. Marin, *Ice-Breaking Ability Of Bending-Gravitational Waves From The Motion Of Objects* (Dal'nauka, Vladivostok, 2005) [in Russian].
32. V.L. Zemlyak, V.M. Kozin, A.V. Pogorelova, and A.S. Vasilyev, *Motion of a Submerged Body in a Near-Surface Aquatic Environment Covered with Ice Cover* (SO RAN, Novosibirsk, 2020) [in Russian].
33. V.L. Zemlyak, N.O. Baurin, and D.A. Kurbatskiy, "Laboratory Ice technology," *Vestn. Priamur. Gos. Univ. im. Sholom-Aleykhema*, No. 1(12), 68–77 (2013).
34. V.B. Belyakov, "The new model ice," in *Questions of Theory, Strength and Design of Ships Floating in Ice* (Gorkii Polytekh. Inst., Gorkii, 1984), pp. 48–52.
35. V.I. Kashtelyan, I.I. Poznyak, and A. Ya. Ryvlin, *Ice Resistance to Vessel Movement* (Sudostroenie, Leningrad, 1968) [in Russian].
36. E. Enkvist, *On the Ice Resistance Encountered by Ships Operating in the Continuous Mode Ice Breaking* (Swedish Acad. Eng. Sci., 1972).
37. J. Schwarz, "On the flexural strength and elasticity of saline ice," in *Proc. IAHR Int. Symp. on Ice* (IAHR, Hanover, 1975), pp. 373–386.
38. H. Kitagawa, Ph D. Thesis (University of Tokyo, Tokio, 1984).
39. G.W. Timco, "Invited commentary: on the test methods for model ice," *Cold Reg. Sci. Technol.* **4**, 269–274 (1981). <https://doi.org/10.1016/0165-232X8190009-4>
40. G.W. Timco, "Second report of the IAHR Working Group in ice modeling materials," in *Proc. of the 11th IAHR Symposium on Ice* (IAHR, Banff, 1992), Vol. 3, pp. 1527–1530.
41. G.W. Timco, "EG/AD/S: A new type of model ice for refrigerated towing tanks," *Cold Reg. Sci. Technol.* **12** (2), 175–195 (1986). <https://doi.org/10.1016/0165-232X8690032-7>
42. K. Hirayama and N. Sakamoto, "Some investigation for EG/AD model ice," in *Proc. 9th POAC Conference* (1987), Vol. 1, pp. 299–306.
43. H. Vaughan, "Ice-breaking ships and operational loads. Ice Technol," in *Proc. of the 1st International Conference on Ice Technology* (Cambridge, MA, 1986), pp. 313–322.
44. S.L. Borland, "The growth of EG/AD/S model ice in a small tank," in *Proceedings OMAE* (Houston, TX, 1988), Vol.4, pp. 47–53.
45. E. Lehmus, "The properties of EG/AD model ice in VTT ice basin," in *Proc. of the International Conference on Technology for Polar Areas*, Ed. by A. Hansen and Just Fr. Storm (Tapir Akad. Forlag, Trondheim, 1988), Vol. 2, pp. 661–668.
46. K. Koyama, M. Yoshida, K. Izumiyama, et al., "Mechanical properties of ethylene glycol ice," in *Annual Meeting of the Ship Research Institute*, Vol. 52 (1988).
47. E. Enkvist, "Ice model tests as a ship design tool," in *Proc. of the 9th IAHR Ice Symposium 1990* (IAHR, Espoo, 1990), Vol. 1, pp. 15–42.
48. V.A. Squire, W.H. Robinson, P.J. Langhorne, and T.G. Haskell, "Vehicles and aircraft on floating ice," *Nature* **333**, 159–161 (1988).
49. V.M. Kozin, "Results of experimental and theoretical studies of the possibilities of the resonance method of ice cover destruction," *Mech. Solids* **58**, 671–684 (2023).
<https://doi.org/10.3103/S0025654423600101>