

УДК 534.01

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ЭФФЕКТА “БИФУРКАЦИОННОЙ ПАМЯТИ” НА ДИНАМИКУ КОРАБЛЯ

© 2024 г. А. В. Чернышов^{а,*}, С. А. Чернышова^{а,**}

^аНижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,
Нижний Новгород, Россия

^{*}*e-mail: andrey.chernyshov5@gmail.com*

^{**}*e-mail: sofya.chernyshova99@gmail.com*

Поступила в редакцию 27.02.2023 г.

После доработки 24.03.2023 г.

Принята к публикации 27.04.2023 г.

Изучение эффекта “бифуркационной памяти” играет важную роль в исследовании динамических особенностей реальных систем. Практический интерес заключается в изучении возможности прогнозирования временного снижения реакции на управление, что может существенно повысить безопасность навигации. Эффект “бифуркационной памяти” заключается во временном снижении фазовой скорости изображающей точки при прохождении определенной области (“фазового пятна”) на фазовой плоскости. “Фазовое пятно” возникает вблизи исчезнувшего при бифуркации состояния равновесия. За почти полувековую историю изучения этой динамической особенности, предложено очень мало методов, позволяющих однозначно и с достаточной точностью идентифицировать эффект “бифуркационной памяти”. В данной работе предложен усовершенствованный метод фазовой плоскости, заключающийся в построении годографа фазовой скорости. Отличительной чертой предлагаемого метода является не только то, что он охватывает обе фазовые координаты, а также дает адекватный результат при любых начальных условиях. Метод вполне универсален и может использоваться для изучения эффекта “бифуркационной памяти” в различных динамических системах. Информация ограниченных значениях параметра — угла перекладки руля, при которых начинает (заканчивает) проявляться эффект “бифуркационной памяти” может быть использована, например, в задаче оптимизации конструкции корпуса и рулей или при создании алгоритмов управления.

Ключевые слова: бифуркационная память, фазовое пятно, метод фазовой плоскости, годограф фазовой скорости

DOI: 10.31857/S1026351924010036, EDN: WAXCQM

1. Введение. Для качественной оценки динамики нелинейных динамических систем широко применяется метод фазовой скорости. Суть метода заключается в исследовании всех возможных состояний системы на плоскости координат состояния при различных значениях параметров. Принципиальное практическое значение имеет тип устойчивости особых точек, поведение объекта вблизи границы устойчивости, наличие или отсутствие предельных циклов¹, бифуркации. Если среди значений параметра существует такое, при котором в системе наблюдается седло-узловая бифуркация и стационарная точка исчезает² (для судов такой параметр угол перекадки руля³), то, при определенных начальных условиях, проявляется эффект “бифуркационной памяти”⁴. Суть этого эффекта, по мнению Чирковой М.М. и Фейгина М.И., заключается в том, что на фазовой плоскости в окрестности исчезнувшего при бифуркации стационарного состояния образуется область, проходя через которую скорость изображающей точки⁵ снижается. При управлении судном такая ситуация характеризуется снижением реакции объекта на управляющее воздействие (перекадку руля)⁶. Практически важно определить значение угла перекадки руля, при котором фазовая траектория не попадает в область временно сниженных фазовых скоростей. Для рассматриваемой в данной работе динамической системы такая область располагается вблизи исчезнувшей при седло-узловой бифуркации полуустойчивой точки⁷. Подробный обзор о состоянии исследований бифуркационных феноменов памяти и запаздывания приведен в уже упоминавшейся работе [2], в которой, в частности, отмечается связь феноменов “запаздывания потери устойчивости” при бифуркационной ситуации с нарушением условий теоремы Тихонова А.Н.

¹ Наличие предельных циклов на фазовом портрете говорит о возникновении автоколебаний. Такой режим при управлении подвижным объектом крайне нежелателен и часто опасен.

² При седло-узловой бифуркации две стационарные точки с разным типом устойчивости, соответствующие грубым состояниям равновесия, сливаются в одну точку, которая потом исчезает [1].

³ Бифуркационное значение параметра, при котором происходит седло-узловая бифуркация, называется критическим углом перекадки руля.

⁴ Авторы не ставят целью заниматься анализом терминологии, тем более что такой анализ проведен в [2]. С точки зрения [2] наиболее удачным является термин “запаздывание”. Термин “бифуркационная память”, используемый для описания происходящих процессов, авторы [2] считают наиболее удобным по причине его краткости в сравнении с аналогичными. Авторство термина “бифуркационная память” принадлежит Фейгину М.И., который в соавторстве и индивидуально опубликовал ряд работ, связанных с изучением этого эффекта в динамике нелинейных систем [3–6].

⁵ Изображающая точка, принадлежащая фазовой плоскости, перемещение которой определяет изменение состояния динамической системы.

⁶ Это может приводить к возникновению аварийных ситуаций, например при расхождении судов в узком канале. Опытные судоводители, особенно на мелководных участках рек, управляют судном, выполняя кладки руля на углы, близкие к максимально возможным, с последующим одерживанием перекадкой на противоположный борт. Таким образом, судоводитель обеспечивает достаточную скорость реакции судна на изменение управления. Величина угла перекадки и время одерживания подбирается судоводителем на основании опыта и индивидуально для каждого судна и условий плавания: глубины и ширины фарватера, течений, ветра.

⁷ Здесь: полуустойчивая точка – сложное состояние равновесия, которое имеет характер седла.

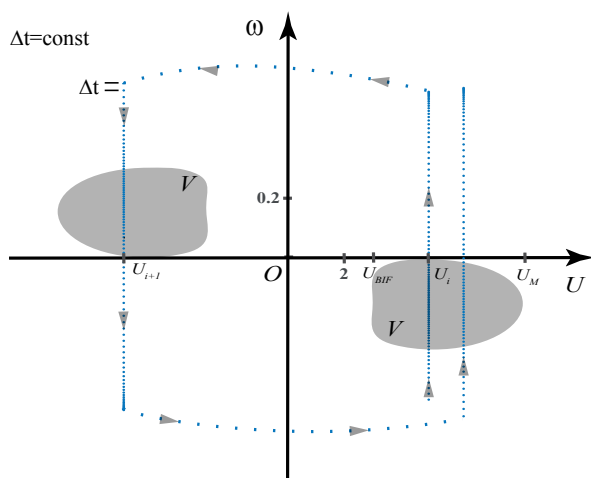


Рис. 1. “Фазовые пятна” (V) на статико-динамической плоскости $O\omega U$. Наличие “фазовых пятен” критерий проявления эффекта “бифуркационной памяти”; U_M — минимальное значение параметра, при котором изображающая точка уже не попадает в “фазовое пятно”, U_{BIF} — бифуркационное значение параметра.

Подобное поведение динамической системы, применительно к речным водоизмещающим судам, впервые было обнаружено Чирковой М.М. [3]. Она использовала особый алгоритм перекладки руля, обеспечивающий “сканирование”⁸ плоскости $O\omega U$ (рис. 1). Алгоритм идентификации областей, где скорость изображающей точки временно снижается, согласно [3], заключается в следующем: при фиксированном значении управляющего воздействия $U_i \in [U_{BIF}, U_{\max}]$ строится фазовая траектория; текущее состояние отображается дискретно, точками через промежуток времени Δt . При малом Δt расстоянии между точками фазовая скорость $v = \sqrt{\dot{\omega}^2 + \dot{U}^2}$. Учитывая, что $U_i = \text{const}$, то $v = |\dot{\omega}|$. При $v < \varepsilon$, где ε мало (изображающая точка приближается к стационарному состоянию), изменяем управляющее воздействие по закону $U_{i+1} = -(U_i + \Delta U)$. При определенных начальных условиях и для параметра (угла перекладки руля) $U_i \in [U_{BIF}, U_{\max}]$ (один из способов определения U_{BIF} приведен в [7]) на плоскости $O\omega U$ наблюдаются “сгущения” изображающих точек (рис. 1: области V). Эти области, в которых происходит временное снижение v , называют “фазовыми пятнами”. Увеличивая U с шагом ΔU , находим U_M — минимальное значение управляющего параметра, при котором траектория не попадает в “фазовое пятно”. Таким образом находим значение угла перекладки руля U_M , меньше которого штурману не рекомендуется использовать. Если корабль спроектирован так, что $U_M > U_{\max}$, то есть при любых допустимых углах перекладки руля траектория изображающей точки будет проходить сквозь “фазовое пятно”, такой объект будет больше подвержен

⁸ Плоскость $O\omega U$ с нанесенными фазовыми траекториями, полученными при “сканировании”, была названа “Статико-динамической плоскостью”. Фазовые траектории могут быть получены как в ходе математического моделирования, так и при натурном эксперименте.

риску навигационного инцидента в силу худшей послушливости рулю, чем корабль, у которого $U_M \ll U_{\max}$. Очевидные минусы метода Чирковой М.М. – это критическая зависимость идентифицируемости “фазового пятна” от Δt и ΔU , а также использование только плоскости $O\omega U$. Вторая координата состояния β_d остается в таком случае без внимания. Логичным развитием метода Чирковой М.М. является использование фазовой плоскости координат состояния $O\beta_d\omega$ взамен плоскости $O\omega U$. Такая методика была предложена в [7].

Основная идея [7] заключается в следующем: изображающая точка заменяется материальной точкой единичной массы, движущейся в плоскости $O\beta_d\omega$ под действием условных обобщенных сил. Далее рассматривается движение материальной точки к устойчивому состоянию равновесия m_0 вдоль криволинейной траектории l , совпадающей с траекторией изображающей точки (рис. 2).

Это движение может быть двух типов: ускоренное или замедленное. Тип движения зависит от угла ξ между вектором фазовой скорости $v = \sqrt{\dot{\omega}^2 + \dot{U}^2}$ и ускорения $\dot{v} = \sqrt{(d\dot{\omega}/dt)^2 + (d\dot{\beta}_d/dt)^2}$: если угол ξ тупой – движение замедленное, а если острый – ускоренное. Далее, согласно [7], для каждой пары фазовых координат вычисляется угол ξ и на фазовую плоскость наносятся изолинии $\xi < 90^\circ$ и $\xi > 90^\circ$. Таким образом выделяются области, соответствующие различным типам движения (рис. 2, 3). В [7] рассматриваются точки пересечения фазовой траекторией границы⁹ $A-D$ то есть, когда фазовая скорость начинает снижаться. Если такой переход осуществляется однократно (т. F_m , рис. 2), то эффект бифуркационной памяти не наблюдается, а снижение фазовой скорости объясняется приближением к стационарному состоянию m_0 , в котором $v = 0$. В том случае, когда траектория изображающей точки дважды пересекает границу $A-D$ (т. F_1 и т. F_m , рис. 3), имеет место временное снижение фазовой скорости на участке F_1-F_2 (рис. 3) траектории l , что свидетельствует о проявлении эффекта “бифуркационной памяти”¹⁰. Управление U_M – управление, при котором эффект “бифуркационной памяти” перестает проявляться.

Метод [7] имеет ряд преимуществ, по сравнению с методом Чирковой М.М.: отсутствует критическая зависимость идентифицируемости эффекта “бифуркационной памяти” от шага дискретизации Δt и ΔU , исследуются одновременно обе координаты состояния. Метод [7] существенно выигрывает в точности, по сравнению с методом Чирковой М.М. Однако метод [7] чувствителен к выбору начальных условий. Действительно, если в качестве начальных условий выбрана точка, не принадлежащая некоторой области C^{11} (например, (β'_{d0}, ω'_0) на рис. 3), то пересечение траекторией l' границы $A-D$ будет

⁹ Область A (от англ. accelerated) – область ускоренных движений, область D (от англ. decelerated) – область замедленных движений.

¹⁰ Очевидно, что для данной динамической системы термин “фазовое пятно” не в полной мере отражает топологические особенности области замедленных движений на плоскости $O\beta_d\omega$. Несмотря на это, авторы считают этот термин удачным и интуитивно понятным.

¹¹ Расположение и размер области C в конечном счете зависят от математической модели динамической системы.

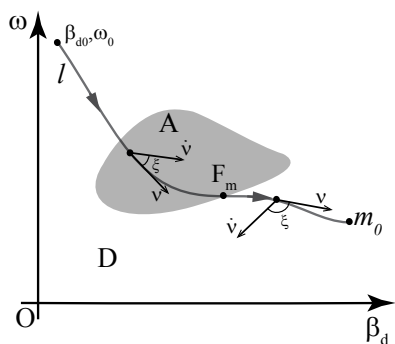


Рис. 2. Отсутствие эффекта “бифуркационной памяти”: т. F_m — точка пересечения траекторией l области ускоренных движений (A) в сторону области замедленных движений (D).

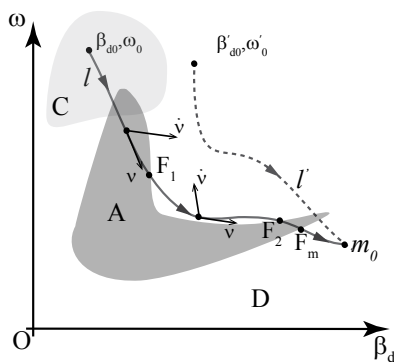


Рис. 3. Эффект “бифуркационной памяти”: т. F_1 и т. F_m — точки пересечения траекторией l границы области ускоренных движений (A) в сторону области замедленных движений (D); $U_i \in [U_{\text{BIF}}, U_{\text{max}}]$. Область C — область начальных условий, ограничивающих применение метода [7].

однократное, как при отсутствии эффекта “бифуркационной памяти”. Таким образом, применение метода [7] ограничено областью начальных условий C .

2. Годограф фазовой скорости. Применение метода [7] демонстрирует “неоднородность” фазового пространства динамических систем, позволяет прогнозировать динамику управляемого объекта, что, в конечном счете, сказывается на повышении безопасности навигации. Однако для задач оптимизации при проектировании корпусов судов или создания алгоритмов управления необходимо знать не только топологию областей A и D , но и иметь критерий, с помощью которого можно найти U_M . Другими словами, критерий, который бы позволил идентифицировать наличие или отсутствие эффекта “бифуркационной памяти” при движении изображающей точки вдоль фазовой траектории при любых начальных условиях.

В данной работе с целью идентификации эффекта “бифуркационной памяти” в динамике корабля предлагается усовершенствовать метод фазовой плоскости путем построения годографа фазовой скорости.

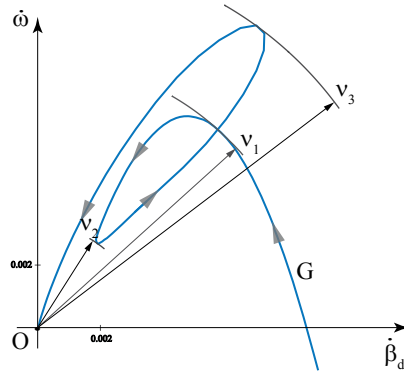


Рис. 4. Годограф фазовой скорости, построенный для судна “Волгонефть-71” при $U = 5^\circ$, $U \in [U_{BIF}, U_M]$. Стрелками показано направление движения радиус-вектора с течением времени. Начальные условия: точка $(\beta_{d0} = -0.4, \omega_0 = -0.5) \in C$.

Аналогично [7] будем использовать математическую модель [8]:

$$\begin{cases} \frac{d\beta_d}{dt} = A\beta_d + B\omega + S_\beta U + P(\beta_d) \\ \frac{d\omega}{dt} = C\beta_d + D\omega + S_\omega U, \end{cases} \quad (2.1)$$

где $P(\beta_d) = H\beta_d|\beta_d|$, $A, B, C, D, H, S_\beta, S_\omega \in R$ — гидродинамические коэффициенты, β_d, ω — фазовые координаты (β_d — угол дрейфа, ω — угловая скорость), U — угол поворота руля ($U \in [-U_{\max BIF}, U_{\max}]$), где $U_{\max} = 35^\circ$. Гидродинамические коэффициенты, как и в [7], вычислены для судна “Волгонефть-71”: $A = 0.048$, $B = -0.01$, $C = 0.155$, $D = 0.1$, $H = -0.118$, $S_\beta = 0.0009$, $S_\omega = 0.001$.

Перейдем к полярным координатам на плоскости $O\beta_d\omega$ ¹²:

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{\beta_d^2 + \omega^2} \\ \operatorname{tg}(\phi) &= \frac{\omega}{\beta_d} \\ \dot{\beta}_d &= v \sin(\phi) \\ \dot{\omega} &= v \cos(\phi). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Кривая G , вычерченная на плоскости $O\beta_d\omega$ концом радиус-вектора v — годограф фазовой скорости (рис. 4). Годограф G отражает изменение фазовой скорости при движении изображающей точки вдоль фазовой траектории. В точке O модуль радиус-вектора (фазовая скорость v) равен нулю — стационарное состояние динамической системы. Будем строить окружность с центром в т. O , постепенно увеличивая радиус. Отметим точки касания окружности и годографа

¹² Очевидно, модуль радиус-вектора ρ есть фазовая скорость v . Поэтому далее вместо ρ будем использовать v .

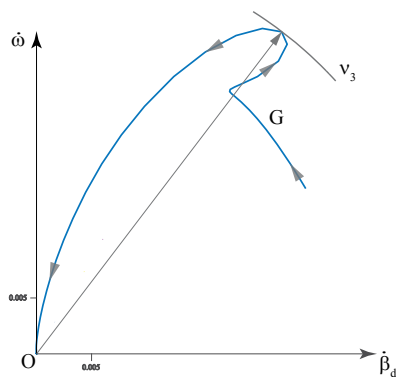


Рис. 5. Годограф фазовой скорости, построенный для судна “Волgoneфть-71” при $U = U_M$ ($U_M = 22^\circ$). Стрелками показано направление движения радиус-вектора с течением времени. Начальные условия соответствуют точке $(\beta_{d0} = -0.4, \omega_0 = -0.5) \in C$.

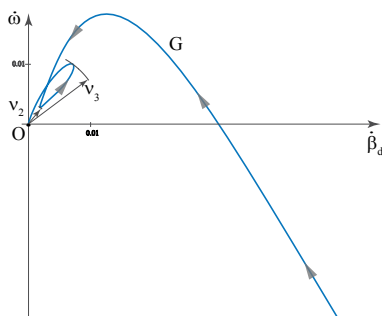


Рис. 6. Годограф фазовой скорости, построенный для судна “Волgoneфть-71” при $U = 5^\circ$, $U \in [U_{BIF}, U_M]$. Стрелками показано направление движения радиус-вектора с течением времени. Начальные условия: точка $(\beta'_{d0} = -0.8, \omega'_0 = -0.8) \in C$.

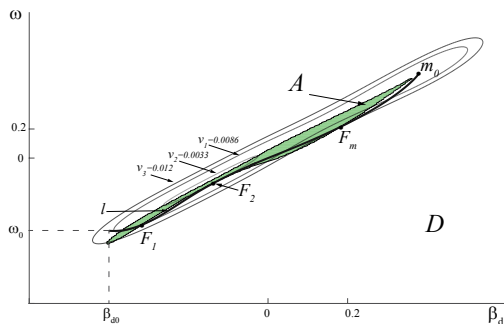


Рис. 7. Объект: “Волgoneфть-71”. Фазовая плоскость с областями (A) и (D) (метод [7]), изолиниями фазовых скоростей $v_1 = 0.0086, v_2 = 0.0033, v_3 = 0.012$ (метод годографа фазовой скорости); l — фазовая траектория. Начальные условия: точка $(\beta_{d0} = -0.4, \omega_0 = -0.5)$; $U = 5^\circ$, $U \in [U_{BIF}, U_M]$.

и затем проведем к этим точкам радиус-векторы. Радиус-вектор v_1 проведен к внешней точке касания окружности и годографа¹³ — начало временного снижения фазовой скорости. Радиус-вектор v_2 , проведенный к внутренней точке касания окружности и годографа, определяет минимальную (ненулевую) фазовую скорость при ее временном снижении. После преодоления минимума фазовая скорость вновь начинает расти. Рост продолжается до значения v_3 , после которого наблюдается снижение до $v_2 = 0$, вызванное приближением к стационарному состоянию. Временное снижение отчетливо прослеживается: фазовая скорость сначала растет до значения v_1 , затем снижается до значения v_2 , затем опять растет до v_1 и дальше до v_3 . Эффект “бифуркационной памяти” присутствует. При увеличении угла перекаладки руля до $U = U_M$ эффект “бифуркационной памяти” исчезает: скорость растет до v_3 и потом снижается до $v = 0$ (рис. 5). Очевидный критерий идентификации эффекта “бифуркационной памяти” — наличие радиус вектора v_2 .

Выберем начальные условия в точке $(\beta'_{d0} = -0.8, \omega'_0 = -0.8) \in C$, (рис. 3). Для этих начальных условий годограф будет иметь вид, представленный на рис. 6. Характерно, что фазовая скорость сразу начинает снижаться, то есть вектор v_1 построить невозможно. Однако, как было указано выше, критерием наличия эффекта “бифуркационной памяти” является существование радиус-вектора v_2 . На годографе фазовой скорости (рис. 6) этот критерий диагностируется. Постепенно увеличивая U , добиваемся исчезновения радиус-вектора v_2 и фиксируем U_M .

3. Заключение. Для идентификации эффекта “бифуркационной памяти” в динамике судов, с целью определения U_M разработаны различные методы: метод статико-динамической плоскости (автор Чиркова М.М.), метод [7] и предлагаемый в этой статье метод годографа фазовой скорости. Отличительной чертой предлагаемого метода является не только то, что он превосходит разработанные ранее методы в точности, но и охватывает обе фазовые координаты, а также дает адекватный результат при любых начальных условиях. Метод вполне универсален и может использоваться для исследования эффекта “бифуркационной памяти” в различных динамических системах. Отметим, что для начальных условий из области C (рис. 3) можно использовать или метод годографа фазовой скорости, или метод [7]. На рис. 7 представлена фазовая плоскость с нанесенными на нее по методу [7] областями замедленных (D) и ускоренных (A) движений изображающей точки. На эту же плоскость (рис. 7) нанесены изолинии, соответствующие v_1, v_2, v_3 , которые были определены на годографе фазовой скорости (рис. 4). Точки F_1 и F_m — точки пересечения фазовой траекторией l границы $A-D$ и, одновременно, внешние точки касания l и изолиний v_1 и v_3 . Точка F_2 — точка касания l и области (A) и, одновременно, внутренняя точка касания l и изолинии v_2 .

Исследуя динамику судов методом годографа фазовой скорости, мы убедились, что существует граница в пространстве значений параметра, при пересечении которой в динамике возникает (или исчезает) эффект “бифуркационной памяти”. Предложенный критерий — существование

¹³ Внешняя точка касания общая точка окружности, годографа и внешней общей касательной. Аналогично, внутренняя точка касания общая точка окружности, годографа и внутренней общей касательной.

радиус-вектора v_2 — нам кажется необходимым и достаточным. Вполне вероятно, что существование радиус-вектора v_2 можно доказать аналитически, однако в объем данной статьи решение данной задачи не входит. В заключение отметим, что эффект “бифуркационной памяти” может присутствовать в динамике не только механических систем. Например, в [9] указывается на существование подобного режима в динамике свертывания крови.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. 916 с.
2. Москаленко А.В., Тетуев Р.К., Махортых С.А. О состоянии исследований бифуркационных феноменов памяти и запаздывания // Препринты ИПМ им. Келдыша. 2019. Т. 109. С. 144. <https://doi.org/10.20948/prepr-2019-109>
3. Фейгин М.И., Чиркова М.М. О существовании области пониженной управляемости для судов, неустойчивых на прямом курсе // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 2. С. 7378.
4. Feigin M.I. Investigations of bifurcation memory effects in behaviour of nonlinear controlled systems // Proc. 1st Inter. Conf. Control of Oscillations and Chaos Proceedings. St. Petersburg, Russia: IEEE. 1997. V. 3. P. 474477. <https://doi.org/10.1109/COC.1997.626647>
5. Фейгин М.И., Преображенский А.В., Сатаев В.В. Эффект бифуркационной памяти в динамике судна // Пробл. машиностр. и надежн. машин. 2001. № 3. С. 104107.
6. Фейгин М.И., Каган М.А. К теории эффектов бифуркационной памяти // Изв. РАН. МТТ. 2002. № 6. С. 4351.
7. Chernyshov A.V., Chernyshova S.A. A method of investigating the phenomenon of bifurcation memory in the dynamics of river vessels // Russ. J. Nonlinear. Dyn. 2022. V 18. № 2. P. 171181. <https://doi.org/10.20537/nd220202>
8. Першиц Р.Я. Управляемость и управление судном. Л.: Судостроение. 1987. 274 с.
9. Атауллаханов Ф.И., Лобанова Е.С., Морозова О.Л. Сложные режимы распространения возбуждения и самоорганизации в модели свертывания крови // УФН. 2007. Т. 177. № 1. С. 87104. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0177.200701d.0087>

IMPROVING THE PHASE PLANE METHOD TO STUDY THE INFLUENCE OF THE “BIFURCATION MEMORY” EFFECT ON SHIP DYNAMICS

A. V. Chernyshov^{a,*}, and S. A. Chernyshova^{a,**}

^a Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, 603155 Russia

*e-mail: andrey.chernyshov5@gmail.com

**e-mail: sofya.chernyshova99@gmail.com

Received 27.02.2023

Revised 24.04.2023

Accepted 27.04.2023

Abstract — The study of the “bifurcation memory” effect plays an important role in the study of dynamic features of real systems. Practical interest lies in studying

the possibility of predicting a temporary decrease in response to control, which can significantly improve navigation safety. The effect of “bifurcation memory” is a temporary decrease in the phase velocity of the imaging point when passing through a certain area (“phase spot”) on the phase plane. A “phase spot” appears near the equilibrium state that disappeared during bifurcation. Over the almost half-century history of studying this dynamic feature, very few methods have been proposed that make it possible to unambiguously and with sufficient accuracy identify the “bifurcation memory” effect. This article proposes an improved phase plane method, which consists in constructing a phase velocity hodograph. A distinctive feature of the proposed method is not only that it surpasses previously developed methods in accuracy, but also covers both phase coordinates, and also gives an adequate result for any initial conditions. The method is quite universal and can be used to study the effect of “bifurcation memory” in various dynamic systems. Information about the boundary values of the parameter – the rudder angle, at which the effect of “bifurcation memory” begins (ends) to manifest itself can be used, for example, in the problem of optimizing the design of the hull and rudders or when creating control algorithms.

Keywords: bifurcation memory, phase spot, phase plane method, phase velocity hodograph

REFERENCES

1. *A.A. Andronov, A.A. Witt, and S.E. Khaykin*, Theory of Oscillations (Fizmatgiz, Moscow, 1959; Cambridge Univ. Press, 1966).
2. *A.V. Moskalenko, R.K. Tetuev, and S.A. Makhortykh*, Preprint No. 109, Keldysh Institute of Applied Mathematics (KIAM PAS, Moscow, 2019). <https://doi.org/10.20948/prepr-2019-109>
3. *M.I. Feigin and M.M. Chirkova*, “On the existence of a reduced controllability domain for ships unstable with respect to the course angle,” *Izv. AN. SSSR. Mekh. Tverd. Tela*, No. 2, 73–78 (1985).
4. *M.I. Feigin*, “Investigations of bifurcation memory effects in behaviour of nonlinear controlled systems,” in *Proc. 1st Inter. Conf. Control of Oscillations and Chaos Proceedings* (IEEE, St. Petersburg, 1997), Vol. 3, pp. 474–477. <https://doi.org/10.1109/COC.1997.626647>
5. *M.I. Feigin, A.V. Preobrazhensky, and V.V. Sataev*, “The effect of bifurcation memory in the dynamics of the vessel,” *Probl. Mashinostr. Nadezhn. Mashin*, No. 3, 104–107 (2001).
6. *M.A. Kagan and M.I. Feigin*, “To the theory of bifurcation memory effects,” *Mech. Solids* **37** (6), 34–41 (2002).
7. *A.V. Chernyshov and S.A. Chernyshova*, “A method of investigating the phenomenon of bifurcation memory in the dynamics of river ships,” *Russ. J. Nonlin. Dyn.* **18** (2), 171–181 (2022). <https://doi.org/10.20537/nd220202>
8. *R.Y. Pershits*, *Controllability and Control of the Ship* (Sudostroenie, Leningrad, 1987) [in Russian].
9. *E.I. Ataullakhov, E.S. Lobanova, O.L. Morozova*, et al., “Intricate regimes of propagation of an excitation and self-organization in the blood clotting model,” *Phys. Usp.* **50**, 79–94 (2007). <https://doi.org/10.1070/PU2007v050n01ABEH006156>