

УДК 621.01, 62-231.1, 531.1

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НОВОГО ПЯТИПОДВИЖНОГО РОБОТА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ТИПА “ДЕЛЬТА”

© 2024 г. А. В. Антонов^а *, П. А. Ларюшкин^б **, А. С. Фомин^а ***

^аИнститут машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва

^бМосковский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана, Москва

*e-mail: antonov.av@imash.ru, **e-mail: pav.and.lar@gmail.com,

***e-mail: alexey-nvkz@mail.ru

Поступила в редакцию 17.03.2024 г.

После доработки 03.04.2024 г.

Принята к публикации 07.04.2024 г.

В настоящее время различные роботы типа “Дельта” широко используются для решения многих технологических задач. В данной работе предлагается новый пятиподвижный робот параллельной структуры типа “Дельта” с четырьмя линейными и одним вращательным приводами. Основная часть статьи посвящена кинематическому анализу данного робота, а именно разработке алгоритмов решения обратной и прямой кинематических задач. Для демонстрации предлагаемых методик рассматриваются два численных примера. В первом примере решается задача обратной кинематики и определяются перемещения в приводных шарнирах, необходимые для реализации пространственной траектории выходного звена. Во втором примере показано решение прямой задачи кинематики и получены шесть различных конфигураций робота, соответствующих одному набору значений приводных координат. Предложенные алгоритмы являются основой для последующего определения скоростей и ускорений звеньев робота и его динамического анализа и могут быть адаптированы для других роботов параллельной структуры типа “Дельта”.

Ключевые слова: дельта-робот, параллельная структура, обратная кинематика, прямая кинематика, конфигурация робота

DOI: 10.31857/S1026351924040093, EDN: UCLGYF

1. Введение. Дельта-робот, разработанный Клавелем в середине 1980-х гг., является одним из самых известных и широко используемых роботов параллельной структуры. Предложенная Клавелем структура кинематических цепей в виде рычажных механизмов позволяет обеспечить поступательные движения выходного звена на достаточно больших скоростях. Конструкция дельта-робота была представлена в патенте [1] в виде устройства с четырьмя степенями свободы, в котором выходное звено реализует

движение Шёнфлиса: три кинематические цепи рычажной структуры были дополнены четвертой центральной цепью, обеспечивающей вращательную степень свободы.

Роботы типа “Дельта” имеют два типа приводов: линейные и вращательные. Системы с линейными приводами используют в качестве приводных звеньев ползуны [2, 3] с горизонтальными, вертикальными или наклонными направляющими [4]. Роботы типа “Дельта” с вращательными приводами также могут иметь наклонные оси приводных шарниров. Например, в работе [5] предложен робот NUWAR — робот типа “Дельта” с наклонными осями приводных шарниров; такая конструкция способствует увеличению размеров рабочей зоны по сравнению с обычным дельта-роботом. В патенте [6] представлена другая конструкция, в которой данные оси переориентированы и смещены. В статье [7] предложен оригинальный робот типа “Дельта”, использующий в каждой кинематической цепи тросовую систему вместо параллелограммного механизма.

Уникальная конструкция дельта-робота стала основой для множества похожих разработок. Среди них можно выделить четырехподвижный робот типа “Дельта” с одинаковыми симметрично расположенными кинематическими цепями [8]. Выходное звено данного робота исполнено в виде рычажного механизма в форме буквы Н. Для увеличения рабочей зоны робота и исключения особых положений был разработан другой вариант — робот I4 с линейными и вращательными приводами [9]. В этом роботе конструкция выходного звена была изменена путем замены вращательных шарниров и шестерен на поступательные шарниры и реечно-шестерную передачу. Продолжением данных исследований является работа [10], в которой предложен новый робот Par4 с выходным звеном в форме параллелограмма, которое может вращаться на $\pm 180^\circ$. По сравнению с оригинальной моделью дельта-робота [1], конструкция Par4 выглядит более надежной и перспективной для практических применений.

Существуют также модели роботов типа “Дельта” с другим числом степеней свободы, например двухподвижный плоский робот типа “Дельта”, обеспечивающий выходному звену два линейных перемещения [11]. В работе [12] предложен пятиподвижный робот типа “Дельта” с гибридной структурой, в котором к выходному звену прикреплен модуль, обеспечивающий ему две дополнительные вращательные степени свободы. В статье [13] представлено шестиподвижное задающее устройство Delthaptic, разработанное на основе двух дельта-роботов и используемое для дистанционного управления движением. Другое шестиподвижное устройство с конструкцией типа “Дельта” показано в работе [14]. В данном устройстве дельта-робот дополнен двухподвижным пятизвенным механизмом карданного подвеса и одноподвижным вращательным модулем.

Настоящая статья посвящена исследованию роботов типа “Дельта” с линейными приводами, в частности кинематическому анализу нового пятиподвижного робота параллельной структуры. Данный анализ заключается в формировании алгоритмов решения обратной и прямой задач кинематики. Обратная задача состоит в определении перемещений в приводных шарнирах (приводных координат), необходимых для реализации заданной траектории

движения выходного звена робота. Решение этой задачи является основой последующих этапов кинематического исследования робота, таких как анализ рабочих зон, скоростей и ускорений звеньев, а также последующего анализа динамики. Кроме того, решение обратной задачи кинематики закладывается непосредственно в систему управления роботом. В свою очередь, решение прямой задачи кинематики состоит в определении конфигурации выходного звена робота согласно заданным перемещениям в приводных шарнирах. Решение данной задачи может быть использовано при анализе рабочих зон робота, составлении уравнений его движения в пространстве приводных координат, а также для оценки конфигурации выходного звена на основе данных датчиков, которые обычно размещаются в приводных шарнирах. Это необходимо при разработке алгоритмов управления, отслеживающих траекторию движения выходного звена.

Статья имеет следующую структуру. Раздел 2 содержит описание структуры нового пятиподвижного робота типа “Дельта” и принципов его работы. В разделе 3 представлен алгоритм решения обратной задачи кинематики в аналитическом виде. Раздел 4 посвящен разработке алгоритма, позволяющего вычислить все возможные решения прямой задачи кинематики. В разделе 5 приведены примеры решения обратной и прямой задач кинематики согласно разработанному методикам. Раздел 6 содержит обсуждение некоторых особенностей предложенных алгоритмов. Раздел 7 подводит итоги проведенной работы и указывает направления будущих исследований.

2. Структура робота. Рассмотрим семейство роботов типа “Дельта” с линейными приводами, выходное звено которых имеет от трех до пяти степеней свободы. На рис. 1 показано развитие структуры этих роботов. Робот на рис. 1, а включает три одинаковые кинематические цепи I типа — $\underline{P}(SS)_2$; каждая цепь ограничивает вращение подвижной платформы вокруг оси, перпендикулярной плоскости соответствующего параллелограмма, оставляя платформе три поступательные степени свободы¹. Для получения четырех степеней свободы заменим одну $\underline{P}(SS)_2$ цепь на две цепи II типа — $\underline{PSS}$ (рис. 1, б). Данная замена исключает одно ограничение на вращение, и теперь подвижная платформа робота имеет четыре степени свободы: три поступательные и одну вращательную вокруг любой оси, параллельной линии пересечения плоскостей двух параллелограммов. Новая структура с пятью степенями свободы, предлагаемая и исследуемая в данной работе, имеет центральную цепь III типа — $\underline{RUPUR}$ (рис. 1, в). Эта цепь не накладывает связей на движение платформы и наделяет выходное звено дополнительной вращательной степенью свободы вокруг оси второго вращательного шарнира.

Настоящая статья посвящена исследованию пятиподвижного робота, поэтому рассмотрим его структуру более подробно. На рис. 2, а показана кинематическая схема робота с обозначением звеньев. Робот включает неподвижное звено (основание) 1 и подвижную платформу 10, соединенные пятью

¹ Обозначения P, R, U и S соответствуют поступательным, вращательным, универсальным и сферическим шарнирам; подчеркивание означает, что шарнир является приводным.

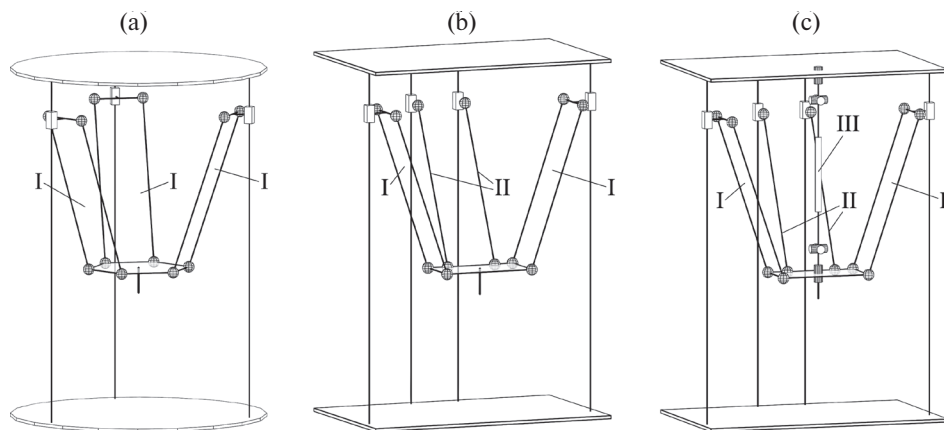


Рис. 1. Развитие роботов параллельной структуры типа “Дельта”: (а) исходная структура с тремя степенями свободы [15]; (б) измененная структура с четырьмя степенями свободы [16]; (с) новая структура с пятью степенями свободы.

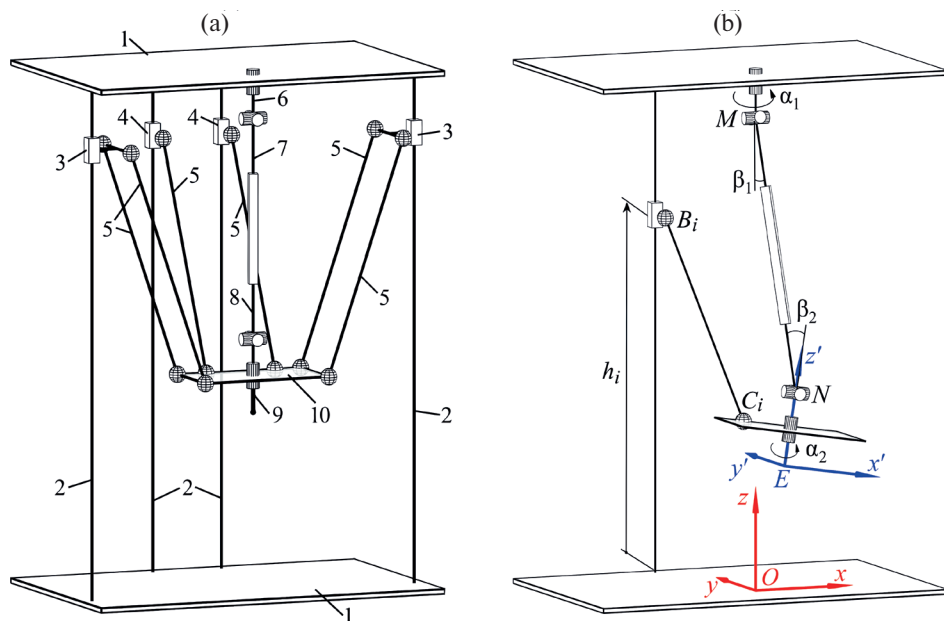


Рис. 2. Исследуемый пятиподвижный робот параллельной структуры типа “Дельта”: (а) обозначения звеньев; (б) системы координат и кинематические обозначения.

кинематическими цепями: четыре цепи расположены по периметру (две цепи I типа и две цепи II типа) и одна цепь III типа установлена в центре. Цепи I типа состоят из линейных направляющих 2, установленных на основании 1, ползунов 3 и штанг 5. Цепи II типа состоят из линейных направляющих 2, ползунов 4 и штанг 5. Центральная цепь III типа включает вилку 6, кулису 7,

камень 8 и выходное звено 9. Звенья 3, 4 и 6 являются приводными. Звенья 2 и 3, 2 и 4, 7 и 8 образуют поступательные шарниры; звенья 3 и 5, 4 и 5, 5 и 10 образуют сферические шарниры; звенья 1 и 6, 9 и 10 образуют вращательные шарниры; звенья 6 и 7, 8 и 9 образуют универсальные шарниры. Кроме того, звенья 3, 5 и 10 каждой цепи II типа образуют параллелограмм.

При такой структуре вращение выходного звена 9 развязано от движения платформы 10 с четырьмя степенями свободы. Две цепи I типа и две цепи II типа контролируют три поступательные степени свободы платформы и ее наклон, а центральная цепь III типа обеспечивает вращение выходного звена относительно платформы. Такая структура робота упрощает его управление, что может быть полезно на практике. Возможные применения робота включают аддитивные технологии, обработку деталей машин и другие операции, требующие пяти степеней свободы и значительных линейных перемещений в одном направлении.

3. Обратная кинематика. Решение обратной задачи кинематики состоит в определении относительных положений звеньев в приводных шарнирах при заданной конфигурации выходного звена. Первые включают перемещения h_i в линейных приводах и угол поворота α_i в приводе центральной цепи, где $i = 1, \dots, 4$ — порядковый номер кинематической цепи (рис. 2, б). Конфигурацию выходного звена можно описать при помощи декартовых координат x_E , y_E и z_E точки E , выраженных относительно неподвижной системы координат $Oxyz$, угла φ_y , определяющего ориентацию подвижной платформы, и угла α_2 , определяющего ориентацию выходного звена относительно платформы. Без потери общности предположим, что точка E находится на оси вращательного шарнира выходного звена. Алгоритм решения обратной задачи кинематики имеет следующий вид.

Введем систему координат $Ex'y'z'$, связанную с подвижной платформой в точке, которая совпадает с точкой E выходного звена (рис. 2, б), так что системы координат $Oxyz$ и $Ex'y'z'$ имеют одинаковую ориентацию при $\varphi_y = 0$. Обозначим x'_{Ci} , y'_{Ci} и z'_{Ci} координаты центра сферического шарнира платформы (точка C_i) в этой системе координат (для кинематических цепей с параллелограммами мы можем выбрать C_i как среднюю точку между смежными сферическими шарнирами). Мы можем вычислить координаты x_{Ci} , y_{Ci} и z_{Ci} той же точки относительно системы координат $Oxyz$ следующим образом:

$$\begin{bmatrix} x_{Ci} \\ y_{Ci} \\ z_{Ci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\varphi_y) & 0 & \sin(\varphi_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi_y) & 0 & \cos(\varphi_y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_{Ci} \\ y'_{Ci} \\ z'_{Ci} \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Далее запишем уравнение, связывающее координаты в выражении (3.1) с координатами x_{Bi} , y_{Bi} и z_{Bi} центра сферического шарнира ползуна (точка B_i) и постоянной длиной l_{BiCi} штанги B_iC_i :

$$l_{BiCi}^2 = (x_{Ci} - x_{Bi})^2 + (y_{Ci} - y_{Bi})^2 + (z_{Ci} - z_{Bi})^2. \quad (3.2)$$

Наконец, полагая $z_{Bi} = h_i$ и учитывая то, что координаты x_{Bi} и y_{Bi} известны из геометрии робота, мы можем найти приводную координату i -й цепи:

$$h_i = \pm \sqrt{l_{BiCi}^2 - (x_{Ci} - x_{Bi})^2 - (y_{Ci} - y_{Bi})^2} + z_{Ci}. \quad (3.3)$$

В приведенном выше выражении знак “–” соответствует конфигурации с ползуном ниже подвижной платформы, а знак “+” означает, что ползун находится над ней.

Остается определить угол поворота α_1 привода, который передает свое вращение выходному звену через центральную кинематическую цепь с универсальными шарнирами. Пусть β_1 — угол между осью поступательной пары и валом привода, а β_2 — угол между этой осью и осью вращательного шарнира выходного звена (рис. 2, б). Данные углы связаны следующим образом [17]:

$$\operatorname{tg}(\alpha_2) = \frac{\cos(\beta_2)}{\cos(\beta_1)} \operatorname{tg}(\alpha_1). \quad (3.4)$$

Для нахождения углов β_1 и β_2 сначала вычислим координаты точки N (центра универсального шарнира, установленного на подвижной платформе), используя соотношение, аналогичное выражению (3.1). После этого угол β_1 можно посчитать как угол между осью Oz и прямой NM , а угол β_1 — как угол между прямыми NM и EN , где точка M — центр универсального шарнира, установленного на основании. Стоит отметить, что угол β_2 зависит от значения угла φ_y . На практике центральная цепь может быть изготовлена с применением шарниров равных угловых скоростей, так что угол α_1 будет всегда равен углу α_2 .

4. Прямая кинематика. Решение прямой задачи кинематики состоит в определении конфигурации выходного звена при заданных перемещениях в приводных шарнирах, то есть в нахождении параметров x_E, y_E, z_E, φ_y и α_2 при известных значениях $h_i, i = 1, \dots, 4$, и α_1 . В п. 2 было показано, что движение центральной цепи не влияет на движение платформы. Поэтому сначала рассмотрим решение прямой задачи кинематики для подвижной платформы при заданных значениях h_i .

Рассмотрим соотношение (3.2). Данное выражение представляет собой систему четырех нелинейных и взаимосвязанных уравнений относительно четырех переменных: x_E, y_E, z_E и φ_y . Без потери общности мы можем выбрать координаты точки C_4 в качестве переменных вместо координат точки E : это позволит упростить последующие расчеты. Обозначая эти переменные x, y и z , мы можем переписать уравнение (3.2) следующим образом:

$$x^2 + y^2 + z^2 + a_i x + b_i y + c_i z + d_i = 0, \quad (4.1)$$

где коэффициенты a_i, c_i и d_i при $i = 1, 2, 3$ линейно зависят от $\cos(\varphi_y)$ и $\sin(\varphi_y)$; коэффициенты a_4, c_4 и d_4 постоянны и не зависят от φ_y ; коэффициенты b_i постоянны для всех $i = 1, \dots, 4$.

Далее вычтем уравнение (4.1) для $i = 4$ из трех оставшихся уравнений и получим систему из трех линейных уравнений относительно переменных x, y и z , которую можно представить в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} a_1 - a_4 & b_1 - b_4 & c_1 - c_4 \\ a_2 - a_4 & b_2 - b_4 & c_2 - c_4 \\ a_3 - a_4 & b_3 - b_4 & c_3 - c_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_4 - d_1 \\ d_4 - d_2 \\ d_4 - d_3 \end{bmatrix} \text{ или } \mathbf{Ax} = \mathbf{b}. \quad (4.2)$$

Пусть $\mathbf{A}_i$, $i = 1, 2, 3$, обозначает матрицу $\mathbf{A}$, в которой i -й столбец заменен вектором $\mathbf{b}$. С учетом данных обозначений, мы можем решить систему уравнений (4.2), используя метод Крамера [18, с. 207]:

$$x = F_1 / F_0, \quad y = F_2 / F_0, \quad z = F_3 / F_0, \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} F_0 = \det(\mathbf{A}) &= \sum_{\substack{j,k=0,1,2 \\ j+k \leq 2}} f_{0jk} c_\varphi^j s_\varphi^k, & F_1 = \det(\mathbf{A}_1) &= \sum_{\substack{j,k=0,1,2 \\ j+k \leq 2}} f_{1jk} c_\varphi^j s_\varphi^k, \\ F_2 = \det(\mathbf{A}_2) &= \sum_{\substack{j,k=0,\dots,3 \\ j+k \leq 3}} f_{2jk} c_\varphi^j s_\varphi^k, & F_3 = \det(\mathbf{A}_3) &= \sum_{\substack{j,k=0,1,2 \\ j+k \leq 2}} f_{3jk} c_\varphi^j s_\varphi^k. \end{aligned} \quad (4.4)$$

В приведенных выше выражениях коэффициенты f_{0jk} , f_{1jk} , f_{2jk} и f_{3jk} имеют известные и постоянные значения; c_φ и s_φ — сокращенные обозначения $\cos(\varphi_y)$ и $\sin(\varphi_y)$. Можно видеть, что F_0 , F_1 и F_3 — полиномы второй степени относительно c_φ и s_φ , тогда как F_2 — полином третьей степени, поскольку второй столбец матрицы $\mathbf{A}$ имеет постоянные элементы, а два других столбца линейно зависят от c_φ и s_φ .

Далее подставим выражение (4.3) в уравнение (4.1) для $i = 4$. Предположим, что $F_0 \neq 0$ (случай $F_0 = 0$ будет рассмотрен в п. 6). Тогда уравнение примет вид:

$$F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + a_4 F_1 F_0 + b_4 F_2 F_0 + c_4 F_3 F_0 + d_4 F_0^2 = 0,$$

что при подстановке выражений (4.4) эквивалентно следующему соотношению:

$$\sum_{\substack{j,k=0,\dots,6 \\ j+k \leq 6}} g_{jk} c_\varphi^j s_\varphi^k = 0, \quad (4.5)$$

где коэффициенты g_{jk} имеют известные и постоянные значения.

Выражение (4.5) представляет собой полиномиальное уравнение шестой степени относительно c_φ и s_φ . Преобразуем его в уравнение относительно одной переменной t , используя универсальную тригонометрическую подстановку:

$$c_\varphi = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad s_\varphi = \frac{2t}{1+t^2}, \quad t = \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_y}{2}\right). \quad (4.6)$$

Подставляя выражения (4.6) в (4.5), после преобразований получим:

$$(t^2 + 1)^2 \sum_{j=0}^8 m_j t^j = 0, \quad (4.7)$$

где коэффициенты m_j имеют известные и постоянные значения.

Второй множитель в выражении (4.7) представляет собой уравнение восьмой степени, решения которого соответствуют восьми различным значениям угла φ_y . Определив φ_y , можно вычислить параметры $F_0, \dots, F_3$ и найти переменные x, y и z из уравнения (4.3). Таким образом, было получено решение прямой задачи кинематики для подвижной платформы². Оставшийся угол α_2 можно найти из соотношения (3.4).

5. Примеры. Для демонстрации предложенных теоретических алгоритмов рассмотрим два примера кинематического анализа робота со следующими параметрами (в метрах):

1. Длины звеньев: $l_{BiCi} = 0.30$ для всех $i = 1, \dots, 4$.
2. Координаты точек B_i и M относительно системы координат $Oxyz$: $x_{B1} = 0.15, y_{B1} = 0, x_{B2} = 0.04, y_{B2} = 0.19, x_{B3} = -0.04, y_{B3} = 0.19, x_{B4} = -0.15, y_{B4} = 0, z_{B1} = \dots = z_{B4} = 0, x_M = 0, y_M = 0, z_M = 0.65$.
3. Координаты точек C_i и N относительно системы координат $Ex'y'z'$: $x'_{C1} = 0.08, y'_{C1} = 0, x'_{C2} = 0.04, y'_{C2} = 0.04, x'_{C3} = -0.04, y'_{C3} = 0.04, x'_{C4} = -0.08, y'_{C4} = 0, z'_{C1} = \dots = z'_{C4} = 0.05, x'_N = 0, y'_N = 0, z'_N = 0.10$.

5.1. Пример решения обратной задачи кинематики. Предположим, что точка E выходного звена должна следовать по спирали с n витками, обернутыми вокруг тора с радиусами направляющей и образующей окружностей R и r соответственно, расположенного на высоте z_0 над плоскостью Oxy (рис. 3). Пусть также подвижная платформа меняет свой угол наклона от $-\varphi_0$ до $+\varphi_0$, в то время как выходное звено совершает один полный оборот. Данную траекторию можно задать параметрическим способом с помощью параметра $s \in [0, 1]$ следующим образом:

$$\begin{aligned}x_E(s) &= (R + r \cos(2\pi ns)) \cos(2\pi s), & \varphi_y(s) &= \varphi_0(2s - 1), \\y_E(s) &= (R + r \cos(2\pi ns)) \sin(2\pi s), & \alpha_2(s) &= 2\pi s, \\z_E(s) &= z_0 + r \sin(2\pi ns).\end{aligned}$$

Для примера положим $n = 15, R = 0.1$ м, $r = 0.025$ м, $z_0 = 0.2$ м и $\varphi_0 = \pi/6$ рад. На рис. 4 приведено решение обратной задачи кинематики, полученное предложенным алгоритмом. Высокочастотные колебания в координатах $h_1, \dots, h_4$ соответствуют движению по виткам спирали, в то время как низкочастотные колебания соответствуют движению вокруг оси тора. Как и ожидалось, угол α_1 изменяется от 0 до 2π рад, что соответствует полному обороту выходного звена. Данное изменение имеет практически линейный характер из-за небольших изменений углов β_1 и β_2 согласно выражению (3.4).

5.2. Пример решения прямой задачи кинематики. Во втором примере рассмотрим решение прямой задачи кинематики. Сначала предположим, что нужно решить обратную задачу кинематики для следующих (произвольно выбранных) значений параметров, определяющих конфигурацию выходного звена:

² Файл программы MATLAB, реализующей представленный алгоритм решения прямой задачи кинематики, находится в свободном доступе онлайн по ссылке: <http://doi.org/10.17632/j6c63s927b.1>

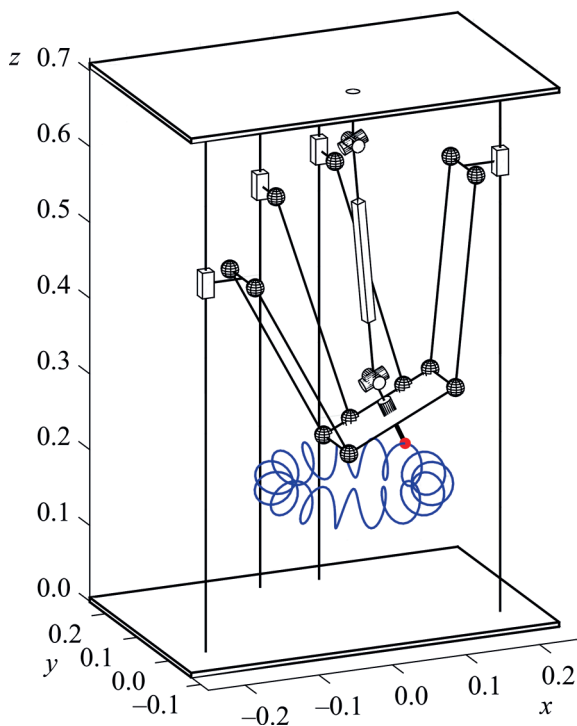


Рис. 3. Траектория движения выходного звена робота при решении обратной задачи кинематики (координаты x , y и z в метрах).

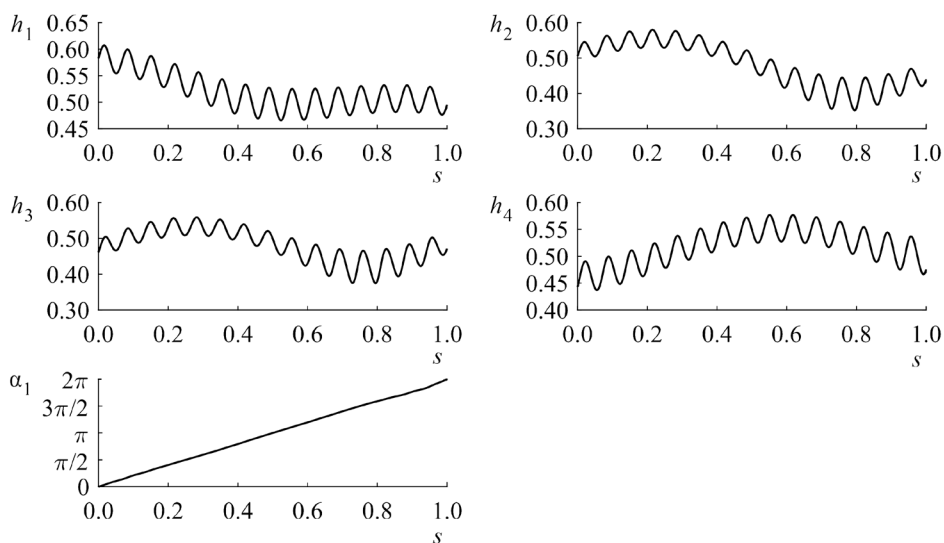


Рис. 4. Решение обратной задачи кинематики (параметры $h_1, \dots, h_4$ в метрах, α_1 в радианах).

$$x_E = 0.0121 \text{ м}, y_E = -0.0732 \text{ м}, z_E = 0.1857 \text{ м}, \varphi_y = 0.1594 \text{ рад}, \alpha_2 = 0.5123 \text{ рад}.$$

Используя алгоритм, представленный в п. 3, можно получить следующие значения приводных координат, соответствующие данной конфигурации (с точностью до десятичных):

$$h_1 = 0.5088 \text{ м}, h_2 = 0.4282 \text{ м}, h_3 = 0.4408 \text{ м}, h_4 = 0.5241 \text{ рад}, \alpha_1 = 0.5231 \text{ рад}.$$

Далее решим задачу прямой кинематики для указанных выше значений приводных координат. С помощью алгоритма из п. 4 были найдены шесть различных действительных решений уравнения (4.7), которые соответствуют шести различным конфигурациям робота, представленным в табл. 1 и показанным на рис. 5. Можно видеть, что решение 3 совпадает со значениями, использованными в обратной кинематике, — это подтверждает корректность предложенного алгоритма. Решения 5 и 6 соответствуют перевернутому положению платформы, решения 2 и 5 — расположению платформы над ползунами. Три данные конфигурации, скорее всего, будут недостижимы на практике из-за конструктивных особенностей робота, но оставшиеся конфигурации 1, 3 и 4 возможны, если сферические шарниры допускают большие угловые отклонения или если вместо них используются универсальные шарниры.

Таблица 1. Решения прямой задачи кинематики

№ решения	1	2	3	4	5	6
x_E , м	−0.0441	−0.0230	0.0121	0.0431	−0.0187	−0.0046
y_E , м	−0.1079	0.1974	−0.0732	0.1027	0.0475	−0.1334
z_E , м	0.3446	0.6810	0.1857	0.3184	0.7538	0.4278
φ_y , рад	−1.8149	0.1588	0.1594	1.6591	2.9246	3.1343
α_2 , рад	−0.3623	0.5138	0.5123	−0.2837	−0.4683	−0.5230

6. Обсуждение результатов. Алгоритм решения обратной задачи кинематики является достаточно простым и имеет аналитический вид. Необходимо лишь проверить, что рассматриваемая конфигурация робота принадлежит его рабочей зоне, так что уравнение (3.3) имеет действительное решение для каждой кинематической цепи. С другой стороны, предложенный алгоритм решения прямой задачи кинематики может быть вычислительно затратным из-за трудоемкости расчетов, необходимых для получения уравнения (4.7) и его последующего решения. В связи с этим прямую задачу кинематики становится целесообразно решать численно, например применяя метод Ньютона для уравнения (3.2). В данном случае представленный в п. 4 алгоритм необходимо использовать только один раз, чтобы правильно выбрать первое начальное приближение для численного метода. Отметим несколько особенностей предложенного алгоритма.

При выводе выражения (4.5) было сделано предположение, что $F_0 \neq 0$. В этом случае можно найти различные значения угла φ_y согласно разработанному алгоритму. Параметр F_0 зависит от данного угла, и мы не можем гарантировать, что он отличен от нуля для каждого полученного решения.

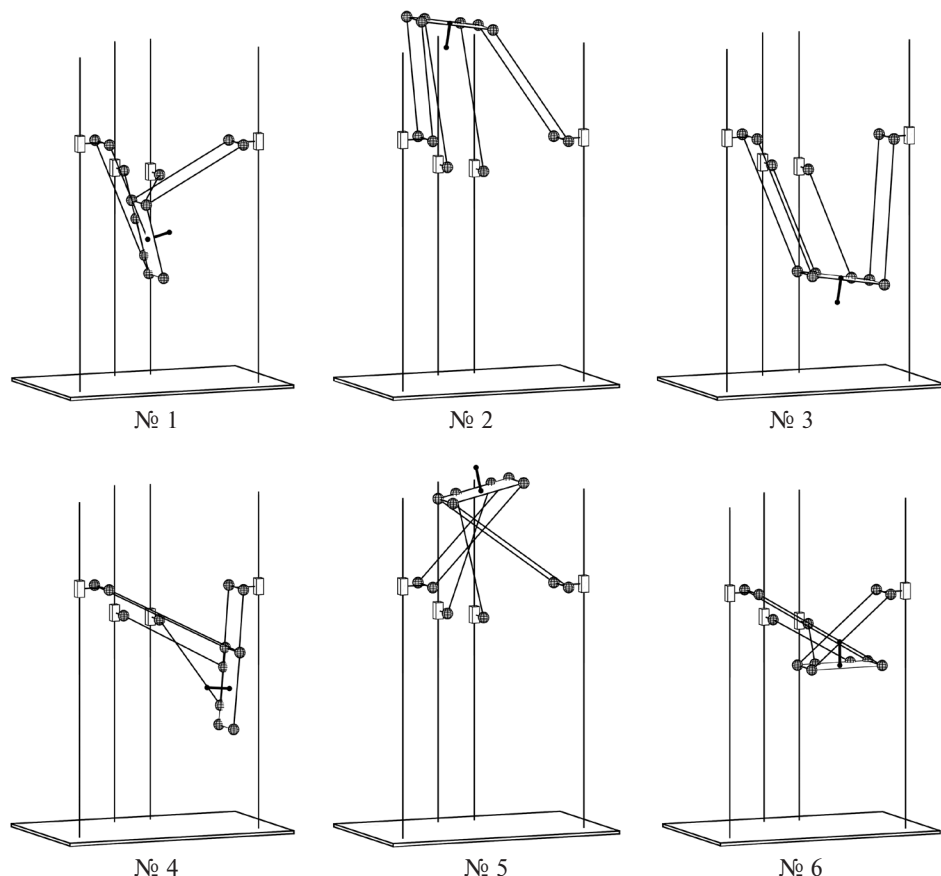


Рис. 5. Шесть конфигураций робота, соответствующие шести различным решениям прямой задачи кинематики (табл. 1); центральная цепь скрыта для ясности.

Если $F_0 = 0$ для некоторого угла φ_y , использовать уравнение (4.2) для вычисления переменных x , y и z нельзя, поскольку матрица A вырождается и ее ранг уменьшается. Для решения задачи прямой кинематики необходимо рассмотреть два независимых линейных уравнения из системы (4.2) и квадратное уравнение (4.1): в результате можно получить одно квадратное уравнение относительно одной переменной, исключая две другие с помощью линейных уравнений. В этом случае мы определим две различные конфигурации подвижной платформы для одного значения угла φ_y . Например, при “симметричной” геометрии робота, как рассматривалось в примерах выше, и при $h_1 = \dots = h_4$ существует решение $\varphi_y = 0$ (подвижная платформа горизонтальна), при котором $F_0 = 0$. Используя вышеупомянутый подход, мы получим две конфигурации подвижной платформы для данного угла: одна над ползунами, а другая под ними. Если же ранг матрицы A уменьшается на два, становится невозможно выбрать три независимых уравнения для нахождения переменных

x , y и z . В результате задача прямой кинематики может иметь бесконечное количество решений, а робот, скорее всего, находится в особом (сингулярном) положении, соответствующем потере управляемости, — данный анализ выходит за рамки текущей работы.

Также нельзя утверждать, что полученное в выражении (4.7) полиномиальное уравнение восьмой степени имеет восемь действительных решений, соответствующих восьми различным конфигурациям робота. После ряда исследований с различными геометрическими параметрами робота и различными значениями приводных координат мы получили максимум шесть действительных решений, и один из примеров был представлен в предыдущем разделе. Кроме того, даже если уравнение (4.7) имеет восемь действительных решений, нельзя гарантировать, что $F_0 \neq 0$ для всех решений. Исследование данного случая и определение максимально возможного количества конфигураций робота, соответствующих одному набору значений приводных координат, также выходит за рамки настоящей статьи, но представляет интерес для будущих исследований.

Заключение. В статье представлен новый пятиподвижный робот параллельной структуры типа “Дельта”, выходное звено которого имеет три поступательные и две вращательные степени свободы. Вращательные степени свободы расширяют область возможных применений робота по сравнению с классическим трехподвижным дельта-роботом. Для исследуемого робота получен простой алгоритм решения обратной задачи кинематики в аналитическом виде. В свою очередь, анализ прямой кинематики показал, что данная задача может иметь несколько различных решений, соответствующих различным конфигурациям робота для одного и того же набора значений приводных координат. Согласно численному примеру, можно получить шесть действительных решений прямой задачи кинематики и шесть соответствующих им конфигураций робота, однако определение максимально возможного числа таких конфигураций является предметом будущих исследований.

Разработанные алгоритмы решения обратной и прямой задач кинематики являются основой последующих этапов кинематического анализа, включающих построение рабочих зон, определение скоростей, ускорений звеньев и особых положений робота, а также фундаментом динамического анализа, заключающегося в составлении уравнений движения. Решение перечисленных задач позволит спроектировать реальную робототехническую систему, подобрать параметры приводов и решить проблему управления движением. Предложенные в статье методы решения кинематических задач могут быть также адаптированы к другим роботам параллельной структуры.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-79-10409, <https://rscf.ru/project/21-79-10409/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Clavel R.* Device for displacing and positioning an element in space. 1987. International Patent. № WO 87/03528. <https://patents.google.com/patent/WO1987003528A1>

2. Zobel P.B., Di Stefano P., Raparelli T. The design of a 3 dof parallel robot with pneumatic drives // Proceedings of the 27th International Symposium on Industrial Robots. Milan. 1996. P. 707–710. <https://scholar.google.com/scholar?cluster=3056625163939636285>
3. Wurst K.-H. LINAPOD – Machine tools as parallel link systems based on a modular design // Parallel Kinematic Machines. London: Springer. 1999. P. 377–394. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0885-6_27
4. Bouri M., Clavel R. The linear Delta: developments and applications // Proceedings of the ISR 2010 (41st International Symposium on Robotics) and ROBOTIK 2010 (6th German Conference on Robotics). Munich: VDE. 2010. P. 1–8. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5756938>
5. Miller K. Synthesis of a manipulator of the new UWA robot // Proceedings of the Australian Conference on Robotics and Automation. Brisbane. 1999. P. 228–233. <https://scholar.google.com/scholar?cluster=8043028388201036794>
6. De Bie P.P. Load handling robot with three single degree of freedom actuators. 2014. US Patent Application. № 2014/0230594 A1. <https://patents.google.com/patent/US20140230594A1>
7. Tsumaki Y., Eguchi H., Tadakuma R. A novel Delta-type parallel mechanism with wire-pulleys // Proceedings of the 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Vilamoura-Algarve: IEEE. 2012. P. 1567–1572. <https://doi.org/10.1109/IROS.2012.6385588>
8. Pierrot F., Company O. H4: a new family of 4-DOF parallel robots // Proceedings of the 1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Atlanta: IEEE. 1999. P. 508–513. <https://doi.org/10.1109/AIM.1999.803222>
9. Krut S., Benoit M., Ota H., Pierrot F. I4: a new parallel mechanism for Scara motions // Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Taipei: IEEE. 2003. V. 2. P. 1875–1880. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2003.1241868>
10. Nabat V., De la O Rodriguez M., Company O. et al. Par4: very high speed parallel robot for pick-and-place // Proceedings of the 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Edmonton: IEEE. 2005. P. 553–558. <https://doi.org/10.1109/IROS.2005.1545143>
11. Huang T., Li Z., Li M. et al. Conceptual design and dimensional synthesis of a novel 2-DOF translational parallel robot for pick-and-place operations // J. Mech. Des. 2004. V. 126. № 3. P. 449–455. <https://doi.org/10.1115/1.1711822>
12. Wu Y., Yang Z., Fu Z. et al. Kinematics and dynamics analysis of a novel five-degrees-of-freedom hybrid robot // Int. J. Adv. Rob. Sys. 2017. V. 14. № 3. <https://doi.org/10.1177/1729881417716634>
13. Vulliez M., Zeghloul S., Khatib O. Design strategy and issues of the Delthaptic, a new 6-DOF parallel haptic device // Mech. Mach. Theory. 2018. V. 128. P. 395–411. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.06.015>
14. Uchiyama M., Tsumaki Y., Yoon W.-K. Design of a compact 6-DOF haptic device to use parallel mechanisms // Robotics Research. Berlin-Heidelberg: Springer. 2007. P. 145–162. https://doi.org/10.1007/978-3-540-48113-3_14
15. Clavel R. Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté: PhD thesis / EPFL. Lausanne. 1991. <https://doi.org/10.5075/epfl-thesis-925>

16. *Laryushkin P., Fomin A., Antonov A.* Kinematic and singularity analysis of a 4-DOF Delta-type parallel robot // J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. 2023. V. 45. № 4. P. 218. <https://doi.org/10.1007/s40430-023-04128-7>
17. *Wang G., Qi Z.* Approximate determination of the joint reaction forces in the drive system with double universal joints // Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci. 2017. V. 232. № 7. P. 1191–1207. <https://doi.org/10.1177/0954406217702681>
18. *Strang G.* Introduction to Linear Algebra. 6th ed. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press. 2023. <https://scholar.google.com/scholar?cluster=13285834974906872344>

KINEMATIC ANALYSIS OF A NOVEL 5-DOF DELTA-TYPE PARALLEL ROBOT

A. V. Antonov^{a, *}, P. A. Laryushkin^{b, **}, A. S. Fomin^{a, *}**

^a *Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow*

^b *Bauman Moscow State Technical University, Moscow*

^{*}*e-mail: antonov.av@imash.ru, **e-mail: pav.and.lar@gmail.com,*

^{***}*e-mail: alexey-nvkz@mail.ru*

Abstract – Nowadays, various Delta-type robots are widely used in many technological fields. In this work, we propose a novel 5-DOF Delta-type parallel robot with four linear and one rotational actuators. The major part of the article is devoted to the kinematic analysis of the robot, including solving its inverse and forward kinematic problems. To demonstrate the developed techniques, we consider two numerical examples. In the first one, we solve the inverse kinematics and determine the actuator displacements required to realize a spatial trajectory of the output link. The forward kinematic analysis, presented in the second example, results in six different assembly modes of the robot for the given set of the actuator displacements. The proposed algorithms represent the basis for subsequent velocity, acceleration, and dynamic analysis of the robot, and they can be adapted to other Delta-type parallel robots.

Keywords: Delta robot, parallel structure, inverse kinematics, forward kinematics, assembly mode

REFERENCES

1. *Clavel R.* Device for displacing and positioning an element in space. 1987. International Patent, № WO 87/03528. <https://patents.google.com/patent/WO1987003528A1>
2. *Zobel P.B., Di Stefano P., Raparelli T.* The design of a 3 dof parallel robot with pneumatic drives // Proceedings of the 27th International Symposium on Industrial Robots. Milan. 1996. P. 707–710. <https://scholar.google.com/scholar?cluster=3056625163939636285>
3. *Wurst K.-H.* LINAPOD – Machine tools as parallel link systems based on a modular design // Parallel Kinematic Machines. London: Springer. 1999. P. 377–394. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0885-6_27.

4. *Bouri M., Clavel R.* The linear Delta: developments and applications // Proceedings of the ISR 2010 (41st International Symposium on Robotics) and ROBOTIK 2010 (6th German Conference on Robotics). Munich: VDE. 2010. P. 1–8.
<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5756938>
5. *Miller K.* Synthesis of a manipulator of the new UWA robot // Proceedings of the Australian Conference on Robotics and Automation. Brisbane. 1999. P. 228–233.
<https://scholar.google.com/scholar?cluster=8043028388201036794>
6. *De Bie P.P.* Load handling robot with three single degree of freedom actuators. 2014. US Patent Application, № 2014/0230594 A1.
<https://patents.google.com/patent/US20140230594A1>
7. *Tsumaki Y., Eguchi H., Tadakuma R.* A novel Delta-type parallel mechanism with wire-pulleys // Proceedings of the 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Vilamoura-Algarve: IEEE. 2012. P. 1567–1572.
<https://doi.org/10.1109/IROS.2012.6385588>.
8. *Pierrot F., Company O.* H4: a new family of 4-DOF parallel robots // Proceedings of the 1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Atlanta: IEEE. 1999. P. 508–513.
<https://doi.org/10.1109/AIM.1999.803222>.
9. *Krut S., Benoit M., Ota H., Pierrot F.* I4: a new parallel mechanism for Scara motions // Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Taipei: IEEE. 2003. V. 2. P. 1875–1880.
<https://doi.org/10.1109/ROBOT.2003.1241868>.
10. *Nabat V., De la O Rodriguez M., Company O. et al.* Par4: very high speed parallel robot for pick-and-place // Proceedings of the 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Edmonton: IEEE. 2005. P. 553–558.
<https://doi.org/10.1109/IROS.2005.1545143>.
11. *Huang T., Li Z., Li M. et al.* Conceptual design and dimensional synthesis of a novel 2-DOF translational parallel robot for pick-and-place operations // J. Mech. Des. 2004. V. 126. № 3. P. 449–455.
<https://doi.org/10.1115/1.1711822>.
12. *Wu Y., Yang Z., Fu Z. et al.* Kinematics and dynamics analysis of a novel five-degrees-of-freedom hybrid robot // Int. J. Adv. Rob. Sys. 2017. V. 14. № 3.
<https://doi.org/10.1177/1729881417716634>
13. *Vulliez M., Zeghloul S., Khatib O.* Design strategy and issues of the Delthaptic, a new 6-DOF parallel haptic device // Mech. Mach. Theory. 2018. V. 128. P. 395–411.
<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.06.015>
14. *Uchiyama M., Tsumaki Y., Yoon W.-K.* Design of a compact 6-DOF haptic device to use parallel mechanisms // Robotics Research. Berlin-Heidelberg: Springer. 2007. P. 145–162.
https://doi.org/10.1007/978-3-540-48113-3_14.
15. *Clavel R.* Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté: PhD thesis / EPFL. Lausanne. 1991.
<https://doi.org/10.5075/epfl-thesis-925>.
16. *Laryushkin P., Fomin A., Antonov A.* Kinematic and singularity analysis of a 4-DOF Delta-type parallel robot // J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. 2023. V. 45. № 4. P. 218.
<https://doi.org/10.1007/s40430-023-04128-7>
17. *Wang G., Qi Z.* Approximate determination of the joint reaction forces in the drive system with double universal joints // Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci. 2017. V. 232. № 7. P. 1191–1207.
<https://doi.org/10.1177/0954406217702681>
18. *Strang G.* Introduction to Linear Algebra. 6th ed. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press. 2023. <https://scholar.google.com/scholar?cluster=13285834974906872344>