

## Расчеты на устойчивость

УДК 539.3:534.1

### РАСЧЕТ ОБЩЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОНСТРУКЦИЙ С ВЫСОКО РАСПОЛОЖЕННЫМ ЦЕНТРОМ СИЛ ТЯЖЕСТИ

В.К. ИНОЗЕМЦЕВ\*, доктор технических наук, профессор

В.И. РЕДКОВ\*, кандидат технических наук, доцент

С.А. ЖЕСТКОВА\*, аспирант

О.В. ИНОЗЕМЦЕВА\*\*, кандидат технических наук, ведущий конструктор

\*Саратовский государственный технический университет имени Гагарина  
Ю.А., 410054, Саратов, ул. Политехническая д. 77,

\*\*АО «Главное управление обустройства войск» г. Москва,

e-mail: [zhestkovas@list.ru](mailto:zhestkovas@list.ru)

*В статье рассматривается общая устойчивость диафрагм жесткости опорных конструкций инженерного сооружения в условиях совместной работы конструктивных элементов, как системы «высотный объект – фундамент – грунтовое основание».*

*Расчеты произведены в программном комплексе ЛИРА-САПР. Выяснено, что общая устойчивость несущих систем, представляющих собой парные диафрагмы жесткости в виде опорных конструкций большепролетного сооружения с высоко расположенным центром сил тяжести, зависит от их расположения на фундаментной плите.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** сооружение, опорные конструкции с высокорасположенным центром сил тяжести, устойчивость, критическая нагрузка.

Особенностью проектирования большепролетных несущих систем является необходимость обеспечения их пространственной жесткости и устойчивости [1]. Пространственная устойчивость такой системы обеспечивается «изгибной» устойчивостью отдельных сжатых элементов несущей системы и общей устойчивостью опорных конструктивных элементов, взаимодействующих с грунтовым основанием.

В качестве примера рассмотрим большепролетное сооружение с несущей системой в виде пространственной стержневой системы с параллельно расположенными металлическими фермами, на опорных конструкциях с парными диафрагмами жесткости и центральном металлическом «барабане». Компьютерная модель несущей системы в ПК ЛИРА-СПР показана на рис. 1.

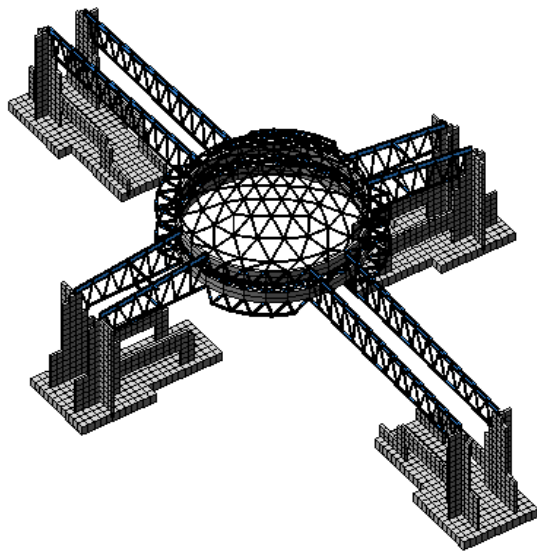


Рис. 1

Покрытие большепролетного сооружения решено с центральным светопрозрачным параболическим куполом радиусом – 12 м и фокусом – 7 м на опорном барабане из стержневых металлических элементов и с четырьмя секторами двухпоясного покрытия облегченного типа без распорок для легкой кровли. Элементы двухпоясного покрытия: несущие тросы, предварительно напряженные стабилизирующие тросы и кольцевой опорный контур на металлических стойках (рис. 2,3). Пространственная устойчивость несущей системы обеспечивается «изгибной» устойчивостью отдельных сжатых конструктивных элементов.

«изгибной» устойчивостью отдельных сжатых конструктивных элементов.

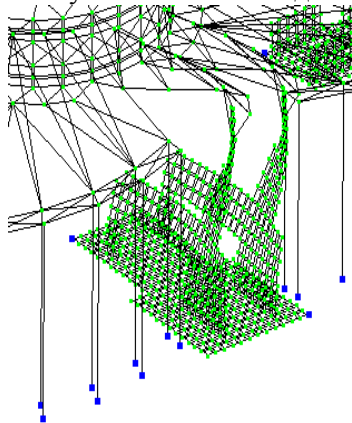


Рис. 2

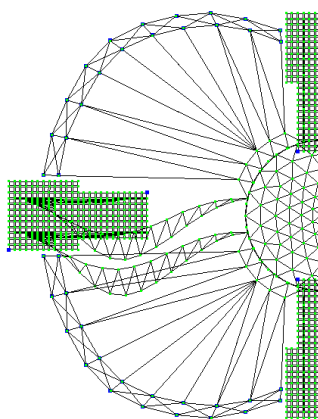


Рис. 3

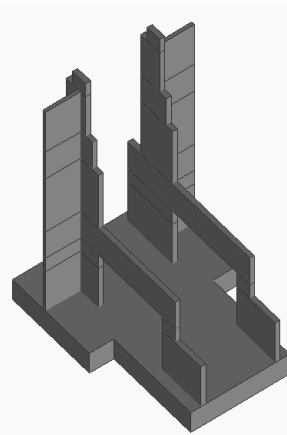


Рис. 4

Это железобетонные диафрагмы жесткости опорных конструкций и металлические фермы покрытия. Расчет этого вида потери устойчивости может быть выполнен на основе компьютерной модели ПК ЛИРА-САПР (рис. 2, 3).

На рис. 2 показана первая форма потери устойчивости, соответствующая минимальной критической нагрузки. Устойчивость теряет диафрагма жесткости несущей системы. На рис. 3 показана вторая форма потери устойчивости. В данном случае устойчивость теряют фермы покрытия.

Из проведенного анализа следует, что минимальная критическая нагрузка «изгибной» потери устойчивости несущей системы обусловлена потерей плоской формы равновесия диафрагмы жесткости. Повысить критическую нагрузку «изгибной» потери устойчивости диафрагмы жесткости возможно развивая поперечное сечение парных диафрагм для увеличения момента инерции (рис. 4). Однако пространственная устойчивость несущей системы может быть обеспечена только при условии общей устойчивости системы «диафрагма жестко-

сти – грунтовое основание», рассматриваемой как объект с высокорасположенным центром сил тяжести. Силы тяжести здесь представлены нагрузкой, от покрытия передаваемой фермами на верхнюю часть диафрагм жесткости (рис. 1). Выполнение этого условия связано с соотношением изгибной жесткости диафрагмы и жесткости грунтового основания. При значительной жесткости диафрагмы и недостаточной жесткости грунтового основания под фундаментной плитой, возможна общая потеря устойчивости диафрагмы как системы с высокорасположенным центром сил тяжести. Для тяжелого объекта с высоко расположенным центром тяжести, условие наступления критического состояния в смысле потери устойчивости исходного строго вертикального положения равновесия имеет вид [2]:

$$P_{kp} = kJ_{oc} / H, \quad (1)$$

где  $J_{oc}$  – наименьший центральный момент инерции площади основания;  $k$  – коэффициент постели основания, характеризующий работу грунтового основания на обжатие;  $H$  – высота приложения центра вертикальных усилий.

Существенным допущением здесь является то, что фундаментная плита считается абсолютно жесткой. При учете деформируемости фундаментной плиты возникает дифференциальная задача на собственные значения. Для рассматриваемого случая дифференциальная задача бифуркационной устойчивости имеет вид [3]:

$$D\nabla^4 \Delta W(x, y) + k\Delta W(x, y) = \begin{cases} 0 \\ \Delta q_R(\Delta W_S, \Delta W_R, P) \\ 0 \\ \Delta q_S(\Delta W_S, \Delta W_R, P) \\ 0 \end{cases}, \quad (2)$$

здесь  $D$  – цилиндрическая жесткость фундаментной плиты;  $\Delta W(x, y)$  – приращение вертикальных перемещений основания под фундаментной плитой в «возмущенном» состоянии равновесия;  $\Delta q_R, \Delta q_S$  – приращение нагрузки на фундаментную плиту под левой и правой диафрагмами жесткости;  $\Delta W_R, \Delta W_S$  – приращение вертикальных перемещений под правой и левой диафрагмами жесткости;  $P$  – нагрузка в центре сил тяжести.

Приращение нагрузки на фундаментную плиту под правой и левой диафрагмами жесткости в «возмущенном» состоянии равновесия и граничные условия для свободного края плиты ( $x = 0$ ) имеют вид:

$$\Delta q_{\frac{R}{S}}(\Delta W_S, \Delta W_R, P) = \mp \frac{PH}{FB^2}(\Delta W_S - \Delta W_R), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Delta W}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \Delta W}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 \Delta W}{\partial x \partial y^2} = 0, \quad (4)$$

где  $B$  – расстояние между диафрагмами жесткости;  $F$  – опорная площадь диафрагмы жесткости на фундаментную плиту.

Для поиска критической нагрузки дифференциальная задача общей устойчивости диафрагм жесткости сводится к алгебраической проблеме поиска собственного значения из условия равенства нулю определителя алгебраической системы уравнений устойчивости. Для этого используем метод конечных разностей [4]. Алгебраическая задача на собственные значения, записанная в матричной форме, имеет вид:

$$[\Omega]U = \lambda[\Psi]U, \quad (5)$$

где  $|U|$  – столбец неизвестных метода конечных разностей (собственная функция);  $\lambda$  – собственное значение системы уравнений;  $[\Omega]$ ,  $[\Psi]$  – матрицы коэффициентов алгебраической задачи.

Таблица 1

Отношение $D/k$ , м <sup>4</sup>	$P_{кр}H/k$	Отношение $D/k$ , м <sup>4</sup>	$P_{кр}H/k$
125.62	108.0	18.315	94.5
106.81	108.0	13.351	90.0
89.98	107.4	9.377	84.0
75.02	106.5	6.282	76.5
61.81	105.6	3.956	66.0
50.26	105.0	2.289	54.0
40.24	103.5	1.172	40.5
31.63	101.1	0.495	27.0
24.37	99.0	0.146	15.0

При  $D/k \geq 10^2$  м<sup>4</sup>, результаты расчета критической нагрузки могут быть получены на основе решения (1). В соответствии с аналитическим решением (1) при ширине фундаментной плиты  $L = 6$ м:

$$P_{кр} = 108k / H. \tag{6}$$

Соответственно при условии, что  $D/k \geq 10^2$  м<sup>4</sup> получим решение алгебраической задачи (5) совпадающее с решением (6). Уменьшение цилиндрической жесткости фундаментной плиты приводит к снижению критической нагрузки. Результаты расчета приведены в табл. 1. Полученные численные результаты можно представить в виде графика на рис. 5.

Рассмотрим задачу устойчивости при изгибной жесткости фундаментной плиты сопоставимой с жесткостью грунтового основания. В этом случае общая устойчивость рассматриваемой системы существенно зависит от отношения  $b/L$  и будет меньше по сравнению с устойчивостью диафрагм жесткости на «жесткой» фундаментной плите (табл. 2).

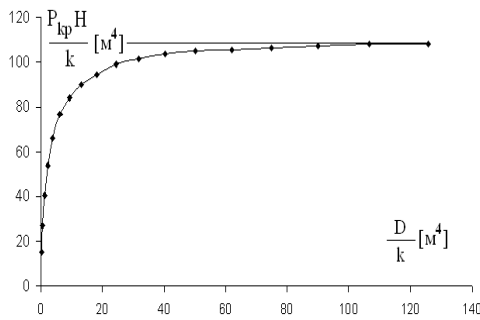


Рис. 5

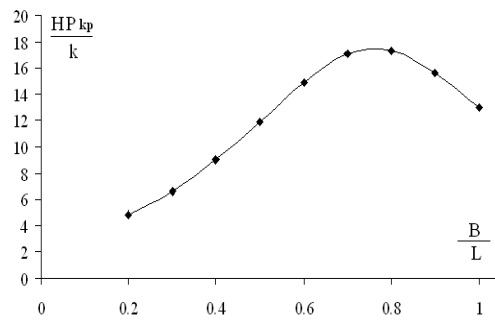


Рис. 6

Таблица 2

Отношение $B/L$	$P_{кр}H/k$
1	13.0
0.9	15.6
0.8	17.3
0.7	17.1
0.6	14.9
0.5	11.9
0.4	9.0
0.3	6.6
0.2	4.8

Полученные численные результаты можно представить в виде графика (рис. 6).

Таким образом, общая устойчивость несущих систем, представляющих собой парные «жесткие» пилоны для высотных объектов или парные диафрагмы жесткости опорных конструкций для большепролетных сооружений, зависит от их расположения на фундаментной плите. В данном случае от отношения  $B/L$  общая устойчивость несущей системы меняется и можно найти такое отношение, при котором она мак-

симальна.

### Список литературы

1. *Энгель Х.* Несущие системы / Хайно Энгель; предисл. Ральфа Рапсона; пер. с нем. Л.А.Андреевой. – М.: АСТ: Астрель, 2007. – С. 344.
2. *Ржаницын А.Р.* Устойчивость равновесия упругих систем. – М.: Гос. Изд. Технико-теоретической литературы, 1955. – С. 302
3. *Иноземцев В.К.* Общая устойчивость сооружений на неоднородном нелинейно-деформируемом основании: монография/ В.К. Иноземцев, Н.Ф. Синева, О.В. Иноземцева. – Саратов: Сарат. Гос. Техн. Ун-т, 2008. – 242 с.
4. *Коллац Л.* Задачи на собственные значения. – М.: Наука, 1968. – 504 с.

Поступила в редакцию 15 мая 2017 г. Прошла рецензирование 5 июня 2017 г.

Принята к публикации 18 июня 2017 г.

**Об авторах:** ИНОЗЕМЦЕВ ВЯЧЕСЛАВ КОНСТАНТИНОВИЧ, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Теория сооружений и строительных конструкций», ФГБОУ ВО «Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.». Научные интересы: геометрически и физически нелинейные задачи строительной механики.

РЕДКОВ ВАЛЕРИЙ ИВАНОВИЧ, кандидат технических наук, профессор, доцент кафедры «Теория сооружений и строительных конструкций», ФГБОУ ВО «СГТУ». Научные интересы: механика грунтов, расчет оснований и фундаментов.

ЖЕСТКОВА СВЕТЛАНА АЛЕКСАНДРОВНА, аспирант кафедры «Теория сооружений и строительных конструкций», ФГБОУ ВО «СГТУ».

ИНОЗЕМЦЕВА ОЛЬГА ВЯЧЕСЛАВОВНА, кандидат технических наук, ведущий конструктор АО «Главное управление обустройства войск», Москва. Научные интересы: построение компьютерных моделей строительных конструкций и методы их расчета.

**Для цитирования:** Иноземцев В.К., Редков В.И., Жесткова С.А., Иноземцева О.В. Расчет общей устойчивости конструкций сооружений с высокорасположенным центром сил тяжести // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 5. – С. 61—65, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-61-65.

### References

1. *Engel', X.* (2007). *Nesyshie Sistemi*; predisl. Ralfa Rapsona; M.: AST: Astrel, p. 344.
2. *Rzhanitsyn, A.R.* (1955). *Stability of Equilibrium of Elastic Systems [Ustoichivost' Ravnovesiya Uprygh Sistem]*. Moscow: Gos.Izd.Techniko-Teoriticheskoi Literatyri, p. 302
3. *Inozemzev, V.K., Sineva, N.F., Inozemzeva, O.V.* (2008). *Obshaya Ustoychivost' Sooruzheniy na Neodnorodnom Nelineynno-Deformiruемом Osnovaniy*: Monography. Sarat. Gos. Tech. Un-t, 242 p.
4. *Kollatts, L.* (1968). *Zadachi na Sobstvennyye Znacheniya*. M.: Nauka, 504 p.

### CALCULATION OF OVERALL SUSTAINABILITY OF STRUCTURES WITH THE HIGH CENTRE OF GRAVITY

*V.K. Inozemtzev, V.I. Redkov, S.A. Zhestkova, O.V. Inozemtzeva*

The article deals with overall sustainability of stiffening diaphragm of support structures in engineering construction in the context of structural elements collaboration as a system «high rise construction- foundation (base)- ground base». Calculations were made in the program complex LIRA-CAD. It was found out that the general stability of the bearing systems, which are paired diaphragms of rigidity in the form of support structures of a large-span structure with a highly located center of gravity, depends on their location on the base plate.

**Key words:** supporting structures with a high center of gravity, stability, critical load.

**Article history:** Received: May 15, 2017. Revised: June 5, 2017. Accepted: June 18, 2017.

**About the authors:** INOZEMTSEV VYACHESLAV KONSTANTINOVICH, DSc, Professor, the Department of Theory of Structures and Building Structures, Saratov State Technical University named Gagarin Yu.A. Scientific interests: geometrically and physically nonlinear problems of construction mechanics. 410054, Saratov, ul. Polytechnic, 77, SSTU. Gararina Yu.A.

REDKOV VALERY IVANOVICH PhD, Professor, associate professor of the Department of Theory of Structures and Building Structures, SSTU named Gagarin Yu.A. Scientific interests: Problems of soil mechanics, calculation of bases and foundations. 410054, Saratov, ul. Polytechnic, 77, SSTU.

ZHESTKOVA SVETLANA ALEKSANDROVNA, post-graduate student of the department "Theory of Structures and Building Structures", SSTU.

INOZEMTSEVA OLGA VYACHESLAVOVNA, PhD, Leading Designer JSC "General Directorate of Troop Improvement", Moscow. Scientific interests: construction of computer models of building structures and methods for their calculation.

**For citation:** Inozemtzev V.K., Redkov V.I., Zhestkova S.A., Inozemtzeva O.V. (2017) Calculation of overall sustainability of structures with the high centre of gravity. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, No 5, 61—65, DOI: 10.22363/1815-5235-2017-5-61-65.